

**T.C.  
ADYAMAN ÜNİVERSİTESİ  
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**KAREKÖKLÜ İFADELER KONUSUNUN ÖĞRETİMİNDE HATALI  
ÇÖZÜM METODUNUN KULLANILMASINA İLİŞKİN ÖĞRETMEN  
GÖRÜŞLERİ**

**ZEYNEP BALAK**

**MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI**

**ADYAMAN, 2021**

**T.C.**  
**ADYAMAN ÜNİVERSİTESİ**  
**LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ**

**KAREKÖKLÜ İFADELER KONUSUNUN ÖĞRETİMİNDE HATALI**  
**ÇÖZÜM METODUNUN KULLANILMASINA İLİŞKİN ÖĞRETMEN**  
**GÖRÜŞLERİ**

**Zeynep BALAK**  
**Yüksek Lisans Tezi**

**Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı**  
**Matematik Eğitimi Bilim Dalı**

Bu tez ... / ... / ... tarihinde aşağıdaki jüri üyeleri tarafından  
oybirliği/oyçokluğu ile kabul edilmiştir.

**Doç. Dr. Muhammed Fatih DOĞAN**  
**Danışman**

**Prof. Dr. Yüksel DEDE**  
**Üye**

**Dr. Öğr. Üyesi Zekiye ÖZGÜR**  
**Üye**

**Prof. Dr. Tayfun SERVİ**  
**Enstitü Müdürü**

**Not:** Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, çizelge ve fotoğrafların kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunu'ndaki hükümlere tabidir.

## ÖZET

### Yüksek Lisans Tezi

# KAREKÖKLÜ İFADELER KONUSUNUN ÖĞRETİMİNDE HATALI ÇÖZÜM METODUNUN KULLANILMASINA İLİŞKİN ÖĞRETMEN GÖRÜŞLERİ

**Zeynep BALAK**

Adıyaman Üniversitesi  
Lisansüstü Eğitim Enstitüsü  
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman : Doç. Dr. Muhammed Fatih DOĞAN  
Yıl : 2021, Sayfa numarası: 140

Jüri : Prof. Dr. Yüksel DEDE  
Dr. Öğr. Üyesi Zekiye ÖZGÜR  
Doç. Dr. Muhammed Fatih DOĞAN

Hatalı çözüm metodunda öğrenciler, hatalı çözüm etkinliklerini inceleyerek hataları bulup düzeltir. Bu sayede hatayı tekrarlamamaları ve bilgiyi keşfederek öğrenmeleri sağlanır. Bu çalışmada kareköklü ifadeler konusuna ilişkin öğrenci hataları, matematik öğretiminde hatalı çözüm etkinliklerinin uygulanmasına yönelik oluşabilecek değişimleri kareköklü ifadeler konu bazında öğretmen görüşleri ile keşfetmek ve hatalı çözüm etkinliklerine ilişkin öğretmenlerin bakış açılarının incelenmesi amaçlanmıştır. Durum çalışması olarak tasarlanan çalışmanın verileri 12 ortaokul matematik öğretmeni ile kareköklü ifadeler konusunun öğretimine yönelik 5 adet hatalı çözüm etkinliği üzerine yarı yapılandırılmış görüşmeler ile toplanmıştır. Verilerin analizinde, içerik analizi ve açık kodlama yöntemleri kullanılmıştır. Araştırma sonuçlarında öğretmenler, öğrencilerin kareköklü ifadeler konusunda öğrenme sürecinde zorluk yaşadıklarını ve hatalar yaptıklarını dile getirmişlerdir. Öğretmenlerin öğretim sürecinde yaşadıkları zorlukların nedenlerinin çoğunlukla öğrencilerden kaynaklı olduğu görülmüştür. Olası öğrenci hataları üzerine kurulu hatalı çözüm etkinliklerini inceleyen öğretmenlerin, etkinliklere olumlu baktıkları ve hatayı tekrarlamama, kalıcı öğrenme, dönüt sağlama, olumlu tutum geliştirme, düşünme becerilerinin gelişimi üzerinde olumlu değişim sağlayacağı dile getirilmiştir.

**Anahtar kelimeler:** Hatalı çözüm yöntemi; Hatalardan öğrenme; Öğretim uygulamaları; Kareköklü sayılar.

## ABSTRACT

Master's Thesis

<p><b>TEACHERS' PERSPECTIVES ON THE ERRONEOUS SOLUTION METHOD IN TEACHING SQUARE ROOT EXPRESSIONS</b></p>
---

**Zeynep BALAK**

Adıyaman University  
Graduate School of Education  
Department of Mathematics and Science Education

Supervisor : Assoc. Prof. Dr. Muhammed Fatih DOĞAN  
Year : 2021, Number of pages: 140

Jury : Prof. Dr. Yüksel DEDE  
Assist. Prof. Dr. Zekiye ÖZGÜR  
Assoc. Prof. Dr. Muhammed Fatih DOĞAN

In the erroneous solution method, students engage with activities that include errors and aim to find and correct the errors. In this way, they learn mathematics by discovering the errors, and as a result, they may not repeat those misconceptions. The purpose of this study is to examine middle school teachers' perspectives on the students' errors in learning square root expressions and on the effectiveness of the erroneous solution method in teaching square roots. The study was designed as a case study and the data collection involved semi-structured interviews, that includes five erroneous solution activities for the teaching of square root, with twelve middle school mathematics teachers. The data were analyzed by conducting both content analysis and open coding methods. The results revealed that the teachers stated that the students had difficulties in learning square root and had many misconceptions on square root expressions. The participant teachers claimed that the reason for the difficulties of teaching square roots mainly was because of the students' misconceptions. The teachers, who examined the erroneous solution activities based on possible student errors, stated that this kind of activities may have a positive change in learning square roots and prevent students from repeating those errors, enhance permanent learning, provide feedback, develop a positive attitude, and develop crucial thinking skills.

**Keywords:** Erroneous solution method; Learning from errors; Instructional practices; Square roots

## **BEYAN**

“Kareköklü İfadeler Konusunun Öğretiminde Hatalı Çözüm Metodunun Kullanılmasına İlişkin Öğretmen Görüşleri” başlıklı tezimde çalışmaların tamamen akademik kurallara ve etik değerlere sadık kalınarak yürütüldüğünü ve yazımda yararlandığım eserlerin kaynakçada gösterilenlerden oluştuğunu ayrıca alıntılardan bilimsel etiğe uygun atıf yaparak yararlanmış olduğumu beyan ederim.

Zeynep BALAK

## TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimim boyunca değerli bilgilerini esirgemeyen, tecrübeleri ile yol gösteren, çalışmalarımın olgunlaşmasında emek ve destekleri ile her daim yanımda olan çok değerli danışmanım Doç. Dr. Muhammed Fatih DOĞAN' a,

Tezimin olgunlaşmasında, eksikliklerinin giderilmesinde ve son şeklinin verilmesinde değerli yorumları ve bilgileri ile katkı sağlayan sayın Prof. Dr. Yüksel DEDE ve Dr. Öğr. Üyesi Zekiye ÖZGÜR hocalarıma,

Tez çalışmalarım sürecinde değerli yorumlarını esirgemeyen, tezim için bana vermiş oldukları bilgi, katkı ve emeklerinden dolayı sayın Dr. Öğr. Üyesi Seda Şahin ve Dr. Zeynep Çavuş ERDEM' e,

Eğitim ve meslek hayatım boyunca emek, sevgi, özveri ve değeri tecrübeleri ile bana her daim ışık tutan, yol gösteren, dualarını benden esirgemeyen, koşulsuz destekleri ile yanımda olan değerli annem Cemile BALAK ve sevgili aile üyelerime,

Son olarak hayatım boyunca her daim yanımda olduklarını bana hissettiren arkadaşlarım ve kişisel gelişimlerim için katkılarını benden esirgemeyen tüm öğretmenlerime teşekkür ederim.

Zeynep BALAK

Adıyaman 2021

## İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	I
ABSTRACT.....	II
BEYAN.....	III
TEŞEKKÜR.....	IV
İÇİNDEKİLER .....	V
TABLolar DİZİNİ .....	VIII
ÇİZELGE DİZİNİ.....	IX
KISALTMALAR ve SEMBOLLER.....	X
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Araştırmanın Problem Durumu .....	4
1.2. Araştırmanın Amacı .....	6
1.3. Araştırmanın Önemi .....	7
1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları .....	8
1.5. Tanımlar .....	9
2. İLGİLİ ÇALIŞMALAR .....	10
2.1. Hataların Öğretim Sürecine Etkisine Yönelik Çalışmalar.....	10
2.2. Matematik Eğitiminde Hatalı Çözüm Örnekleri ve Hatalı Çözüm Etkinlikleri .....	11
2.3. Hatalı Çözüm Örnekleri ve Öğrencilerin Öğrenmesindeki Etkilerine Yönelik Yapılan Çalışmalar .....	15
2.4. Hatalı Çözüm Metoduna Yönelik Olarak Yer Alan Hatalı Çözüm Etkinliklerinin Öğretmenler Üzerindeki Etkileri .....	22
3. KURAMSAL ÇERÇEVE .....	27
3.1. Negatif Bilgi Kavramı .....	27
3.2. Hatalar ve Kavram Yanılgıları .....	28

3.3.	Hatalardan Öğrenme.....	30
3.4.	Hatalı Çözüm Metodu ve Matematik Eğitiminde Yeri .....	31
3.5.	Kareköklü İfadeler ve Kavram Yanılgıları.....	33
4.	YÖNTEM.....	36
4.1	Araştırmanın Yöntemi .....	36
4.2.	Katılımcılar .....	37
4.3.	Araştırmanın Tasarlanması ve Veri Toplama Aracı .....	38
4.4.	Pilot Çalışma.....	40
4.5.	Verilen Toplanması.....	40
4.6.	Araştırmacının Rolü.....	41
4.7.	Veri Analizi.....	41
5.	BULGULAR .....	46
5.1.	Kareköklü İfadeler Konusunun Öğretimi Ve Öğrenci Öğrenmesi.....	46
5.1.1.	Kareköklü İfadeler Konusunda Öğrencilerin Yaşadıkları Zorluk Türleri	46
5.1.2.	Öğrencilerin Kareköklü İfadelerde Zorlanma Nedenleri.....	50
5.1.3.	Öğretmenlerin Kareköklü İfadelerin Öğretiminde Kullandıkları Etkinlik, Problem veya Örnek Türleri.....	53
5.1.4.	Kareköklü İfadeler Konusunun Öğretimi Sürecinde Öğretmenlerin Zorlanma Nedenleri.....	57
5.2.	Matematik Öğretiminde Hatalı Çözüm Metodu.....	61
5.2.1.	Kareköklü İfadelerin Öğretimine Yönelik Sınıf Ortamında Uygulanabilecek Sorular ve Hatalı Çözümlerine Yönelik Öğretmen Görüşleri .	61
5.2.2.	Hatalı Çözüm Etkinliklerine Yönelik Öğretmen Görüşleri .....	73
6.	TARTIŞMA.....	92
6.1.	Kareköklü İfadeler Konusunun Öğretimi Ve Öğrenci Öğrenmesi.....	92
6.2.	Matematik Öğretiminde Hatalı Çözüm Metodunun Yeri.....	96



7. SONUÇ ve ÖNERİLER.....	103
KAYNAKLAR .....	106
KİŞİSEL BİLGİLER.....	110
EKLER .....	111
EK- 1: GÖRÜŞME SORULARI .....	111

## TABLULAR DİZİNİ

Tablo 2.1 Son 20 yılda lise ve üniversiteye giriş sınavlarında sorulan hatalı çözüm örnekleri .....	12
Tablo 4.1 Araştırma grubunu oluşturan öğretmenlere ait bilgiler.....	38
Tablo 4.2 Hatalı çözüm etkinliklerine ait kazanım ve hata bilgileri .....	39
Tablo 5.1 Öğrencilerin kareköklü ifadeler konusunda yaşadıkları zorluk türleri (f) .	47
Tablo 5.2 Öğrencilerin kareköklü ifadeler konusunda zorlanma nedenleri (f) .....	50
Tablo 5.3 Kareköklü ifadelerin öğretiminde kullanılan etkinlik, problem veya örnek türleri (f).....	54
Tablo 5.4 Kareköklü ifadelerin öğretimi sürecinde öğretmenlerin zorlanma nedenleri (f).....	58
Tablo 5.5 Kareköklü ifadelerin öğretimi sürecine yönelik görüşmede sunulan 2.soru .....	62
Tablo 5.6 Kareköklü ifadelerin öğretimi sürecine yönelik görüşmede sunulan 2.sorunun hatalı çözümü .....	63
Tablo 5.7 Öğrencilerin sorular için olası çözümlerine ait öğretmen görüşleri (f) .....	65
Tablo 5.8 Öğrencilerin hatalı çözümlerde yer alan hataları yapma nedenleri (f) .....	70
Tablo 5.9 Öğrencilerinin hatalı çözümlerde yer alan olası hataları yapma ihtimalleri (f).....	72
Tablo 5.10 Öğretmenlerin etkinlikleri sınıf ortamında uygulama tercihleri (f).....	73
Tablo 5.11 Kareköklü ifadelerin öğretimi sürecine yönelik görüşmede sunulan Etkinlik – 1.....	75
Tablo 5.12 Kareköklü ifadelerin öğretimi sürecine yönelik görüşmede sunulan Etkinlik – 4.....	77
Tablo 5.13 Kareköklü ifadelerin öğretimi sürecine yönelik görüşmede sunulan Etkinlik – 5.....	78
Tablo 5.14 Öğrencilerin etkinliklerde bulunan hatayı tespit edebilme olasılıklarına ait öğretmen görüşleri (f) .....	79
Tablo 5.15 Hatalı çözüm etkinliklerinin öğrenme üzerinde olumlu etkileri (f).....	80
Tablo 5.16 Öğrencilerin hataları bulmalarının önemine ait öğretmen görüşleri (f)...	85
Tablo 5.17 Hatalı çözüm etkinliklerinin öğrenci öğrenmesine yönelik avantajları ve dezavantajları (f) .....	89

## **ÇİZELGE DİZİNİ**

Çizelge 4.1 Verilerin analizi için kullanılan örnek kodlama şeması.....	43
---	----

## KISALTMALAR ve SEMBOLLER

### Kısaltmalar

**akt.** : Aktaran

**ark.** : Arkadaşları

**HÇM** : Hatalı çözüm metodu

**MEB** : Milli Eğitim Bakanlığı

**s.** : Sayfa

**SPSS** : Statistical Package For The Social Sciences

**TDK** : Türk Dil Kurumu

**TEOG**: Temel Eğitimden Ortaöğretime Geçiş Sistemi

**vd.** : ve diğerleri

### Semboller

$\subseteq$  : Alt küme

$>$  : Büyüktür

$\ln$  : Doğal logaritma

$\in$  : Elemanıdır

$\notin$  : Elemanı değildir

$\setminus$  : Fark

$\sqrt{\quad}$  : Karekök

$\cap$  : Kesişim

## 1. GİRİŞ

Matematik, yapısı ve içerdiği bazı konular sebebiyle öğrencilere zor bir ders olarak gelmektedir. Bu zorluk sürecinde öğretmenler öğretim aşamasında, öğrenciler ise konuyu kavrama ve anlamlandırmada sıkıntılar yaşamaktadır. Yaşanan bu sıkıntılar sonucunda öğrencilerin kavram yanlışlığına sahip oldukları görülmekte ve zamanla bu yanlışlıklar hatalara dönüşebilmektedir. Hatalar her süreçte olduğu gibi öğrenme ortamlarında da olumsuz bir durum olarak nitelendirilmektedir. Doğru bilginin zihinlerde yapılandırılması sürecinde meydana gelebilecek yanlış öğrenmeler bu hataların temelini oluşturmaktadır. Hatalar ve kavram yanlışlıkları her öğrenme ortamında görülen sistematik bir olgu halinde yer almaktadır. Öğrencilerin yaşadıkları deneyimler ve sahip oldukları inançlar sonucunda meydana gelen durum, onların öğrenme süreçlerinde kavram yanlışlıklarına sahip olmalarına neden olmaktadır [24]. Matematiğin soyut olduğu, kavramların ardışık ve aşamalı bir şekilde sıra izlediği görülmektedir [34]. Bu süreçte kavramların anlamlı öğrenilememesi veya eksik öğrenmenin gerçekleşmesi öğrencilerde yanlış anlamaların, matematiksel hataların ve kavram yanlışlıklarının meydana gelmesine sebep olmaktadır. Matematiksel hatalar ve kavram yanlışlıkları da öğrencilerin öğrenme süreçleri içinde veya sonucunda oluşmuş olumsuz bir unsur olarak görülmektedir. Bu durum matematik eğitiminde öğrencilerin matematik öğrenmesini etkileyen bir koşulun da matematiksel hatalar olduğunu göstermektedir.

Öğrenme ortamlarında yer alan matematiksel hataların öğrenmeyi ve bilgiyi doğru anlamlandırmayı sağlamada öğretmenler tarafından olumsuz bir durum olarak temsil edildiği söylenebilir. Konuyu veya kavramı öğretim aşamasında öğrencilerin hep doğru bilgilerle baş başa kaldığı, yapılmış hataların sadece hata olduğu ve hataya yönelik doğru bilgilerin direkt öğrencilere sunulduğu bir öğretim ortamı ile öğrenme gerçekleştirilmesi doğru değildir. Hataların sadece düzeltildiği ve öğrencilerin hatalar karşısında yeterli bir öğretim tepkisinin oluşmaması düzeltmeden ziyade matematiği anlamsız ve gizemli hale getirir [20]. Öğrenme sürecinde yapılmış veya yapılmakta olan matematiksel hatalar aslında öğretim için önemli bir yere sahiptir [15, 43, 54].

Öğrencilerin yeni bilgileri veya kavramları belleklerinde yer alan diğer bilgilerle ilişkilendirmek suretiyle öğrenmesini sağlayan anlamlı öğrenmede, yeni bilgiler bellekteki bilgiyi ya genişlettiği ya detaylandığı ya da düzelttiği [14] düşünüldüğünde öğrencilerin anlamlı öğrenmelerinin sağlanmasında hatalar, bellekte yer alan yanlış bilgilerin düzeltilmesinde etkili olabileceği söylenebilir. Hataların öğrenme ortamında olumsuz olarak görünmesine rağmen öğrenilen ve bellekte yer alan bilgiler üzerinde olumlu etkiye sahip olduğu ifade edilebilir.

Hataların öğrenme sürecine dâhil edilmesi, doğru bilgilerin öğrenilmesi ve öğretilmesinde destekleyici ve eksikleri tamamlayıcı bir göreve sahip olduğu görülmektedir [10]. Bu durum değerli fakat kullanılmayan, öğretimde yer edinmeyen bilgi anlamına gelen “negatif bilgi” kavramı ile ifade edilmektedir [29]. Negatif bilgi, hatalardan ve kavram yanlışlarından yola çıkarak öğrenmeyi sağlamaktadır. Hatalardan öğrenme, öğrencilerin sahip oldukları veya olabilecekleri hatalardan dersler çıkarmalarını, öğrendikleri bilgileri pekiştirmelerini ve zihinlerinde daha anlamlı bir bütün oluşturmasını sağlayan bir yöntem olarak ifade edilmektedir [55]. Eğitim sürecindeki öğrenme ortamlarında sahip olunan hataların doğru bilgilerle birlikte sunulması, öğrencilerin matematiksel kavramları daha anlamlı ve derin bir şekilde öğrenmelerine olanak sağlayacağı görülmektedir [43].

Hataların sınıf ortamında öğrencilerin öğrenmesini desteklemek için kullanılabileceği yapılan pek çok çalışmada gözler önüne serilmektedir [10, 23, 44]. Bu şekilde öğrencilerin kendi veya diğer öğrenciler tarafından yapılmış olan hatalardan faydalanarak matematiksel öğrenmelerini yapılandırabilmeleri için fırsat sunulabilir. Öğrenme ortamlarında bu fırsattan yararlanabilmeyi sağlayacak yöntem ise literatürde “hatalı çözüm metodu” yani kısaca HÇM olarak isimlendirilmektedir [11, 19, 37]. Alanyazında hatalı çözüm metodu (HÇM) olarak isimlendirilen bu yöntem ile öğrenciler, kendi hatalarını ya da başka bir öğrencinin hatalarını inceleyerek bu hatalar üzerinden anlamlı matematiksel tartışmalar yapma fırsatı yakalayabilirler. Bu yöntem sınıf ortamında farklı şekillerde uygulanabilir ancak bu yaklaşımda öncelikle öğrencilere hatalı çözümlerin olduğu bir etkinliğin sunulmasıyla başlanmaktadır. Öğrencilerden süreç içerisinde çözümleri inceleyerek hataları tespit etmeleri ve düzeltmeleri istenmektedir. Bu süreçte öğrenciler zihinsel olarak aktif

konumda ve doğru bilgiyi keşfederek öğrenmektedirler. Öğrencilerin hatalı çözüm etkinlikleri ile etkileşim içinde olmaları öğrenmeleri için oldukça önemlidir. Bu çalışmamızda hatalı çözüm etkinliklerini “hatalı çözüm metodu” (HÇM) adı altında göstereceğiz.

Öğrenme ortamlarında hataların varlığının öğrencilerin öğrenmesinde olumlu etkiye sahip olduğu belirlenmiştir. Borasi, [44] hataların incelenmesi sonucunda yapılmış olan öğrenme hatalarının belirlenmesine destek sağlayacağı ve hataların düzeltilmesinde önemli bir role sahip olduğunu ifade etmektedir. Hataların öğrenme ortamında kullanılması ile öğrencilerin doğru bilgileri öğrenmelerinde yararlı olduğu görülmektedir [23]. Öyle ki Palkki ve Hästö, [45] hataların öğrenmede kullanılmasının öğrencilerde tartışma, analiz becerilerinde gelişim, kavram yanlışlarını düzeltme ve hatalarla yaşamayı öğrenme gibi olumlu etkilere sahip olacağını belirtmişlerdir. Bunun yanı sıra hatalar üzerine kurulu bir etkinlik sürecinin motivasyonu artırma yönünde olumlu bir etkiye sahip olduğu da ifade edilmektedir [48]. Bu bağlamda matematik eğitimi sürecinde sadece doğru bilgilerin aktarılması değil hataların da öğrenme ortamında etkili ve önemli bir yere sahip olduğu görülmektedir. Hataların öğrenme ortamında yer alması ile öğrencilerin farklı bakış açısı kazandıkları, bilgi eksikliklerinin fark edilip değerlendirme fırsatı sağlayarak hatalardan öğrenmeyi gerçekleştirdiği, konuların kavramsal anlamlarını arttırarak tamamlayıcı bir etkiye sahip olduğu ve matematiksel iletişim becerilerinde olumlu etkiye sahip olduğu görülmüştür [31, 37, 44, 54].

Matematiğin genel yapısının soyut olması ve öğrencilerin öğrenme sürecindeki tutumları da öğrenme düzeylerini etkilemektedir. Hatalı çözüm etkinlikleri hem öğrencilerin konuları kavramsal olarak öğrenmesine olanak sunmakta hem de çözüm basamaklarının ayrıntılı bir şekilde tartışılmasından dolayı var olan tutumlarında olumlu değişimlere fırsat vermektedir. Öğrencilerin ortaokul matematik müfredatında zorlandığı konulardan biri olan kareköklü ifadeler konusu bu çalışma bağlamında hatalı çözüm etkinlikleri ile birlikte ele alınacaktır. Öğrenciler kareköklü ifadeler konusu ile ilk defa 8.sınıf düzeyinde tanışmaktalar ve gerekli bilgileri ilk defa bu sınıf düzeyinde görmektedirler [34]. Yeni bir ifadenin matematikte varlığını ve anlamını keşfetmeye çalışan öğrenciler bazı mevcut hatalara ve kavram yanlışlarına da sahip

olabilmektedir. Hatalı çözüm etkinlikleri ile öğrencilerin hatalarının öğrenme ortamında kullanılmasının onların öğrenmelerinde olumlu etkiye sahip olduğu yapılan çalışmalarda görülmektedir [45, 50, 54]. Yapılan pek çok çalışmada matematiksel olarak genel hataların veya bazı özel konular çerçevesinde (matematiksel tanımlar, ondalık gösterim, istatistik kavramları, kesirler, eşitsizlik çözümü ve olasılık) incelendiği belirlenmiştir [11, 19, 30, 31, 38, 44, 50]. Görülmektedir ki hatalı çözüm etkinlikleri farklı kavramların öğretilmesinde kullanılmış olmasına rağmen öğretmenlerin bu yönetime olan bakış açıları üzerine yeterince çalışma yapılmamıştır. Bu bağlamda hatalı çözüm etkinliklerinin kareköklü ifadeler konusunun öğretiminde nasıl kullanılabileceği üzerine öğretmenlerin görüşlerinin incelenmesi hem öğretmenlerin bu yönetime bakış açılarını görmemizi hem de potansiyel olarak bu yöntemi sınıflarına nasıl taşıyabileceklerini ortaya çıkarabilecektir. Bu çalışma ile matematik öğretiminde hatalı çözüm etkinliklerinin uygulanmasına yönelik oluşabilecek değişimleri kareköklü ifadeler konu bazında öğretmen görüşleriyle keşfetmek ve hatalı çözüm etkinliklerine ilişkin öğretmenlerin bakış açılarını açığa çıkartmak amaçlanmaktadır.

### **1.1. Araştırmanın Problem Durumu**

Hataları eğitim sürecinde doğru bilginin tamamlayıcısı olarak görmek ve olumsuz bir olgu olmaktan çıkarıp doğru bilgiyle beraber süreçte yer almasını sağlamak oldukça önemlidir. Yapılan çalışmalarda hataların öğrencinin öğrenmesi üzerinde olumlu etkilere sahip olduğu görülmektedir [15, 23, 32, 50]. Hataların öğrencilerin kavramı öğrenmesi üzerinde etkisi olduğu gibi eğitim sistemine farklı katkıları da söz konusudur. Öyle ki Borasi, [43] çalışmasında hataların başarısızlıkların nedenleri hakkında bilgiler de vereceğini ifade etmektedir. Bu bilgilerin öğrencilerin yapmış olduğu hataların altında yatan nedenler üzerine olacağı gibi öğrencilerin başarısızlık durumları hakkında da hem öğrencilere hem de öğretmenlere dönütler sunabileceği şeklinde ifade edilebilir.

Hatalı çözüm metodu, öğrencilerin hatalar üzerinde yoğunlaşarak hataları tespit etmesi, doğru bilgiyi zihinlerde daha sağlam bir şekilde şemalaştırmasını, anlamlı öğrenmeye katkısı olan bununla birlikte hatalardan öğrenmesini sağlayan bir



hatalı çözüm etkinlikleri sürecidir. Gedik, [48] öğrenme ortamlarına hataların ve kavram yanlışlıklarının dâhil edilmesini, öğrencilere sunularak tartışmalarını onların hatalardan öğrenmelerini ve mevcut hatalarını düzeltmeleri için imkân sağlayacağını ifade etmiştir. Durkin ve Rittle Johnson, [23] yanlış anlamaları düzeltmenin bir yolunun da hatalı örnekler olacağı ve bu durumun öğrencilerin matematiksel becerilerini geliştireceğini belirtmiştir.

Öğrencilerin zorluk yaşadıkları ve öğretmenler tarafından aynı hataların öğrencilerce tekrar tekrar yapıldığını dile getirilen konulardan biri olarak kareköklü ifadeler ön plana çıkmaktadır [1, 6, 17]. Aynı hataların ve kavram yanlışlarının farklı öğrencilerde sürekli tekrarlıyor olması, öğrenme ortamında sıkça karşılaşılan bir durum haline gelmektedir. Doğru bilgilerin sunulup hataların sadece açıklanarak geçilmesi yerine hataların da öğrenme ortamına dâhil edilmesi oldukça önemlidir. Diğer genel matematiksel hataların ya da belli konularda yer alan hataların incelenmesinde görülen faydaların yanında, kareköklü ifadeler konusuna ait yapılan öğrenci hatalarının hatalı çözüm etkinlikleri ile incelenmesinin, öğrenci öğrenmeleri üzerinde oluşacak etkilerini görmek de önemli olacaktır.

Kareköklü ifadeler konusunun yapısı itibariyle öğrencilerin öğrenim sürecinde bazı zorluklar yaşadığı görülmektedir. Bu zorluklarda konunun soyut olmasının yanında öğretim yöntemi ve süreç de öğrenmelerini etkilemektedir [1]. Yaşanan bu zorluklar öğrencilerin anlamlı öğrenmelerini etkilediği gibi hatalar yapmalarına da sebebiyet vermektedir. Yapılan pek çok çalışmada kareköklü ifadeler konusu üzerine öğrencilerin kavram yanlışlarına sahip oldukları ve benzer hataları yaptıkları görülmektedir [25, 39, 41]. Mevcut hataların ortaya çıkarılması sürecinde öğretim ortamındaki gözlemlerinin ve deneyimlerinin etkili olduğu bileşenlerden biri de öğretmenlerdir. Öğrencilerin öğrenim sürecinde, öğretmenlerin ise öğretim sürecinde yaşadıkları zorluklar ve hatalar konuya ait kavram yanlışlarının oluşmasında yer alan etkenler olarak ifade edilebilir. Bu hataların varlığının sınıf ortamında etkin olarak yer almasını sağlayacak etkinlikleri de hatalı çözüm etkinlikleri olarak ifade edilmektedir. Bu yöntem ile kareköklü ifadeler konusunda yaşanan ve öğrencilerin sahip oldukları kavram yanlışları ve hatalarının en aza indirilmesine katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Hatalı çözüm metodu üzerine yapılan pek çok çalışmanın hataların öğrenme sürecindeki yeri, öğrencilerin öğrenmesi veya öğretmenlerin mesleki bilgileri ile öğrenci hatalarına bakış açıları üzerindeki etkileri incelenmiştir [19, 26, 31, 38, 45]. Hataların öğrenme ortamında kullanılabilecek etkinlikler halinde yer alması, sürece dâhil edilmesi ve öğrencilerin öğrenmesi üzerinde oluşabilecek olası değişimlerin varlığının ortaya konulduğu öğretmen görüşlerine dair çalışmalara pek rastlanmamıştır. Dolayısıyla, ülkemizde öğrenme ortamlarına hataların dâhil edilmesine yönelik hatalı çözüm etkinliklerinin matematik eğitiminde kullanılması ve öğrenci öğrenmeleri için meydana gelebilecek değişimlerin öğretmen görüşleri doğrultusunda açığa çıkarılmasına dair araştırma yapılması gerekli görülmüştür. Bu çerçevede araştırmanın problem durumları aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

- 1) Kareköklü ifadeler konusunun öğretimi ve öğrenci öğrenmesinde karşılaşılan hatalara ilişkin öğretmen görüşleri nelerdir?
- 2) Matematik öğretimi sürecinde kullanılabilecek olan hatalı çözüm metoduna ilişkin öğretmen görüşleri nelerdir?

## **1.2. Araştırmanın Amacı**

Bu araştırmanın amacı kareköklü ifadeler konusuna ilişkin öğrenci hatalarının öğretmen görüşleri ile belirlenmesi, matematik öğretiminde hatalı çözüm etkinliklerinin uygulanmasına yönelik oluşabilecek değişimleri kareköklü ifadeler konu bazında öğretmen görüşleri ile keşfetmek ve hatalı çözüm etkinliklerine ilişkin öğretmenlerin bakış açılarını açığa çıkarmaktır. Bu kapsamda araştırmanın alt amaçları aşağıdaki şekilde belirlenmiştir:

- i. Kareköklü ifadeler konusuna ait öğrencilerin yaşadıkları zorluklar, zorluklardan meydana gelen hatalar ve bunların nedenlerine ilişkin öğretmen görüşlerinin belirlenmesi amaçlanmıştır.
- ii. Kareköklü ifadeler konusunun öğretimi sürecinde öğretmenlerin yaşadıkları zorlukların tespit edilmesi amaçlanmıştır.
- iii. Hatalı çözüm metodunun sınıf ortamında uygulanmasına dair öğretmen görüşlerinin belirlenmesi amaçlanmıştır.

**1.3. Araştırmanın Önemi**

Etkinlikler, belirli kavramlar üzerine kurulmuş matematiksel görevlerde öğrencilerin matematiksel düşüncelere odaklanmasını sağlayan öğrenme aktiviteleri olarak tanımlanmaktadır [53]. Öğrenme ortamlarında kullanılan bu etkinliklerin öğrencilerde yeni kavram oluşturmak, mevcut öğrenme durumlarını pekiştirmek ve öğrenme düzeylerini değerlendirmek amacıyla kullanıldığı söylenebilir. Bu amaçlar doğrultusunda kullanılan etkinlikler farklılaştırmak, farklı öğrenme ortamları oluşturmak ve eğitim sistemine yenilik getirmek adına önemlidir. Aslında öğrenciler tarafından yapılan hatalar sistemde başarısızlık olarak ifade edilse de bunların fırsata dönüşmesi mümkündür. Öğrenme ortamlarını farklılaştırmakta kullanılabilecek, öğrencilerin mevcut hatalarının da yer aldığı, süreçte etkin katılım gösterecekleri etkinliklerden birisi de hatalı çözüm etkinliklerdir. Hatalardan öğrenmeyi sağlayacak ve sınıf ortamında kullanılabilecek hatalı çözüm etkinlikleri; öğrencilerin sahip olduğu temel bilgilerinin yanında onların yapmış oldukları veya yapabilecekleri olası hataları görmelerini de sağlamaktadır [30, 44, 50].

Eğitim sistemimizde öğrenci merkezli, öğrencilerin öğrenmesi üzerine kurulu bir yaklaşım benimsenmektedir [27]. Öğrenciyi merkeze alan bu yaklaşımda öğrencilerin daha aktif, öğrenmelerinden sorumlu olmaları gerekmektedir. Aktiflik ve öğrenmelerinden sorumlu oldukları süreç içerisinde yapacakları hatalar aslında onların farkında olmadan öğrenmelerini de desteklemektedir. Öğrenciler yapılan hatalar üzerinde düşündükleri ve yorumladıkları zaman hatanın sebebini görme ve tekrarlamama, konuyu daha iyi özümseme ve böylece daha meraklı ve ilgili hale gelmesi beklenmektedir. Hataları görmek ve üzerinde zihinsel olarak çabalamak için kullanılacak etkili bir araç ise hatalı çözüm etkinlikleridir. Hatalı çözüm etkinlikleri ile ilgili yapılan pek çok çalışmada, öğrenme üzerinde olumlu etkiye sahip olduğu görülmektedir [11, 12, 54].

Hatalara dayalı öğrenme ortamında öğrencilerin bilgi eksikliklerinin fark edilip değerlendirme fırsatı sağladığı ve hatalardan öğrenmeyi gerçekleştirdiği yapılan çalışma ile ortaya konulmuştur [54]. Borasi, [44] matematik eğitiminde hataların matematiksel kavramları ve konuların kavramsal anlamlarını arttırmada tamamlayıcı

bir etkiye sahip olduğunu dile getirmiştir. Öğretim ortamında hataların varlığı ve öğrenciler tarafından tanımlanması, açıklanması ve düzeltilmesi ile daha derin bir öğrenmenin (kalıcı öğrenmenin) gerçekleşmesine katkı sağlamaktadır [15]. Hataların sınıf ortamında kullanılması ile öğrencilerde merak duygusunun gelişmesi, farklı bakış açılarına sahip olunması, eleştirel düşünme gibi etkileri sağladığı görülmektedir [50]. Öğrencilerin öğrenmesi üzerine olan etkileri yanında hatalı çözüm etkinliklerin öğretmenlerde araştırma yapma hevesi uyandırdığı, bilmediklerinin farkına varmalarını sağladığı, hatalara karşı olumsuz tutumun zamanla olumlu hale dönüştüğü ve öğrenci hatalarından hoşlanır duruma geldikleri ortaya çıkmıştır [30, 31, 48]. Görülmektedir ki hatalı çözüm etkinlikleri, öğrencilerin zihinsel çabalarını aktifleştiren, oluşan kavram yanlışlarını sınıf ortamında gideren, yapılacak hataların önüne geçen olumlu avantajlara sahiptir. Fakat eğitim ortamlarında yer alabilecek bu tarz etkinliklere müfredatta, öğretim sürecinde öğretmenlerin kullanım tercihlerinde pek rastlanmamakta ve etkinlik yerine çoktan seçmeli soru olarak sınavlarda [35, 42] karşılaşılmaktadır.

Yapılan pek çok çalışmada hataların öğrenme sürecindeki etkileri, öğrenme ortamlarında kullanılan hatalı çözüm etkinliklerinin öğrencinin öğrenmesi üzerindeki etkileri, hatalı çözüm etkinliklerinin öğretmenlerin mesleki alan bilgilerinde meydana gelebilecek değişimlerini incelenmiştir. Öğretmenlerin sınıf ortamında hatalı çözüm metodunun yer aldığı etkinliklerin kullanılmasının, öğrencilerin öğrenmesine yönelik olası etkileri ve hatalı çözüm etkinliklerine yönelik düşüncelerine dair bir çalışmaya rastlanmamıştır. Buradan hareketle hatalı çözüm etkinliklerinin matematik öğretiminde uygulanmasının öğrenci öğrenmesine yönelik değişimleri keşfetmek için öğretmen görüşlerinin alınmasının alanyazına katkı sağlayacağı inanılmaktadır.

#### **1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları**

- i. Bu araştırma 2020-2021 eğitim öğretim yılı Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı okullarda görev yapmakta olan 12 ortaokul matematik öğretmeni ile yapılan görüşmelerle sınırlıdır.
- ii. Bu araştırma 12 ortaokul matematik öğretmenin verdiği cevaplar ile sınırlıdır.

- iii. Bu araştırma “Kareköklü İfadeler” konusuna ilişkin hatalı çözüm örneklerine ait etkinlikler ile sınırlıdır.

### **1.5. Tanımlar**

**Hatalı Çözüm Metodu:** Hatalı çözüm etkinliklerinin öğrenciler tarafından incelenerek hataların bulunması ve düzeltilmesi, bu sayede hataların tekrarlanmaması ve öğrencilerin bilgiyi keşfederek öğrenmesini sağladığı yöntemdir.

**İşlemsel Süreç Yetersizliği:** Öğrencilerin kavrama ait ilgili soruların çözüm sürecinde işlem yönünden sıkıntı yaşamaları ve problem çözüme becerilerinde sahip oldukları düzey yetersizliğidir.

**Geleneksel Öğretim Yöntemini Farklılaştırma:** Öğretim sürecinde doğru bilgilerin sunulduğu öğretim yönteminde hataların yer almasının öğretime farklı bir boyut kazandırmasıdır.

## 2. İLGİLİ ÇALIŞMALAR

Bu bölümde hataların öğretim sürecinde kullanılmasına yönelik oluşacak etkileri, öğrenciler ve öğretmenler üzerinde hatalı çözüm örnekleri ile HÇM' ye yönelik olarak hatalı çözüm etkinlikleri uygulamalarına ait araştırmalara ve elde edilen bulgulara yer verilmiştir.

### 2.1. Hataların Öğretim Sürecine Etkisine Yönelik Çalışmalar

Öğrenme ortamlarında sıklıkla karşılaşılan ve süreç içerisinde benzerlik gösteren hatalar, olumsuz bir durum olarak görülmektedir. Hataların öğretim sürecine dâhil edilmesi ile ilgili oluşacak etkiler üzerine [43] ve öğretmenlerin hem kendiliğinden oluşan hem de bilerek ortaya çıkan hataları derslerinde kullanıp kullanmama nedenlerine yönelik çalışmalarda Palkki ve Hästö, [45] hataların öğretim süreci ve öğrenciler için genel olarak olumlu etkiler meydana getireceğini ifade etmişlerdir.

Hataların matematik eğitimi için başarısızlıkların nedenlerini ortaya çıkarmak amacıyla büyük bir öneme sahip olduğunu belirten Borasi, [43] hataları eğitim sürecinde bir “sıçrama tahtası” olarak görmektedir. Öğrenme sürecinde yer alan keşifler için hataların varlığının, matematik hatalarının öğrenen motivasyonu ve sorgulama süreci için bir araç olarak kullanılması için önemli bir role sahip olduğu ifade edilmiştir. Hatalar öğrencilerin mevcut başarısızlıklarının nedenleri hakkında eğitim sürecinde çok değerli bilgiler sunacağı görülmektedir. Hataları bir motivasyon aracı olarak kullanmanın öğrencilerin matematiği bir disiplin olarak anlamalarına katkı sağlayacağını belirtmektedir. Ayrıca öğretmenler, öğrencilerinin matematiksel hatalarının yanında kendi hatalı kavramları hakkında farkındalığa ulaşması, öğrenme ve öğretme durumları için önemli bir rol oynamaktadır.

Palkki ve Hästö, [45] çalışmalarında matematik öğretmenlerinin kasıtlı hataları kullanıp kullanmama nedenlerini incelemişlerdir. Öğretmenlerin hem kendiliğinden ortaya çıkan hem de kasıtlı olarak elde edilen hatalarla ilgili açık uçlu sorulara 23 Finlandiyalı ortaokul matematik öğretmeni tarafından yanıtlanmıştır ve hataları

kullanıp kullanmama nedenleri niteliksel olarak incelenmiştir. Analizler sonucunda ise yedi kategori elde edilmiştir: Aktivasyon ve tartışma, analiz becerileri, kavram yanlışlarını düzeltme, hatalarla yaşamayı öğrenme, hataları (yanlış) hatırlama, hatayı (yanlış) anlama ve zaman. Öğretmenler öğrencilerin bir hatayı en başta yanlış anlaması veya öğrencinin bir hatanın hatalı olduğunu unutması gibi durumların meydana geleceğini ifade etmişlerdir. Ayrıca öğretmenlerin çoğu kasıtlı hataları tartışma, analiz ve hatalarla yaşamayı öğrenme olasılıklarını olumlu olarak belirtmişlerdir.

Eğitimde yapılan hatalar ve öğretim sürecine dâhil edilip edilmemesine yönelik öğretmen görüşleri üzerine yapılan çalışmalara bakıldığında hataların eğitim üzerinde genel olarak olumlu etkilere sahip olabileceği belirtilmiştir [43, 45]. Matematik eğitiminde hataların öğrencilerde motivasyon sağlayacağı, sorgulama aracı olarak kullanılabilmesi, matematiksel hataların yanında kendi hatalarının da farkına varabileceği ve öğrenci başarısızlığı için önemli ipuçları sunacağı görülmektedir [43]. Öğretmenler hataları, öğrenme ortamlarında kullanılması ile bir tartışma oluşmasına, öğrencilerin hatalar üzerinde tartışmaları ile analiz becerilerinin gelişmesine katkı sağlayacağı, kavram yanlışlarını düzeltmede ve hatalarla yaşamayı öğrenmelerinde etkili olacağı açıktır [45]. Hataların sadece öğrenciler için değil, öğretmenlerin kavramsal hataları içinde farkındalık oluşturacağı söylenebilir. Ayrıca hataların öğretim ortamında kullanılması ile öğrencilerin hatayı yanlış anlamaları ve yanlış hatırlamaları gibi olumsuz durumların da meydana gelebileceği ifade edilebilir.

## **2.2. Matematik Eğitiminde Hatalı Çözüm Örnekleri ve Hatalı Çözüm Etkinlikleri**

Eğitim sistemimizde her zaman doğru bilgiler aranmış ve öğretimde doğru bilgiler aktarılmıştır. Hataların olumsuz olarak nitelendirilmesi ve öğretmenlerin hatalara olan farklı bakış açıları ders sürecinde hataların varlığını en aza indirmektedir. Doğru bilgilerin destekleyicisi ve tamamlayıcısı olarak hataların da sınıf ortamında sunulmasının öğrencilerin öğrenmesinde olumlu etkiye sahip olacağı görülmektedir [10]. Öğrenme ortamlarında hatalı çözüm etkinliklerinin tercih edilmesiyle öğrenciler hem hatalarla iç içe olacak hem de etkinlikler boyunca aktif bir katılım göstereceklerdir. Etkinliklerin sonunda öğrenciler öğrenmiş oldukları doğru

bilgileri pekiştirecekler ve zihinlerinde yer alan eksikliklerini tamamlayabileceklerdir. Adams ve arkadaşları, [15] hataların öğrenme ortamında kullanılması ile öğrencilerin daha derin öğrenmeler gerçekleştirdiğini belirtmektedirler. Ayrıca sınıf ortamında HÇM kullanan öğretmenlerin de hatalara olan bakış açılarında olumlu yönde değişim meydana geldiği görülmektedir [31].

Hatalı çözüm etkinlikleri çoktan seçmeli soru haliyle eğitim sistemi içerisinde kısa bir süre önce kendine yer bulmuş ve yeni yeni dâhil olmaya başlamaktadır. Gerek sınıflarda kullanılan ders kitapları ve yardımcı kaynaklarda gerekse lise ve üniversite giriş sınavlarında soru kalıbı olarak kullanılmıştır. Son 20 yılda adını pek çok kez değiştiren liselere giriş sınavları incelendiğinde; 2000 yılında yapılan sınavda 1 ve 2001 yılında yapılan sınavda 1 olmak üzere toplam 2 adet hatalı çözüm örneği içeren soru sorulmuştur. Ayrıca yine son 20 yılda yapılan üniversiteye giriş sınavları incelendiğinde ise 2012 yılında 1 adet, 2014 yılında 1 adet, 2015 yılında 1 adet, 2017 yılında 1 adet ve 2019 yılında 1 adet olmak üzere toplam 5 adet hatalı çözüm örneği içeren sorular sorulmuştur. Aşağıda yer alan tabloda sınavlar ve sorular yer almaktadır [35, 42].

Tablo 2.1 Son 20 yılda lise ve üniversiteye giriş sınavlarında sorulan hatalı çözüm örnekleri

YIL	SINAV ADI	SORU
2000	Ortaöğretim Kurumları Öğrenci Seçme ve Yerleştirme Sınavı[35]	15. $[3-(2+1)-5]x[(-2)^2 - (5-9)^0]$ işleminin çözümü aşağıda verilmiştir. Kaçınıcı adımda hata yapılmıştır? 1.adım : $(3-3-5)x[4-(-4)^0]$ 2.adım : $-5x[4-(-4)]$ 3.adım: $-5x(4+4)$ 4.adım: $-5x8=-40$ A) 1 B) 2 C) 3 D) 3
2001	Ortaöğretim Kurumları Öğrenci Seçme ve Yerleştirme Sınavı [35]	5. $\frac{1+\frac{1}{a}}{1-\frac{1}{a^2}}$ ifadesini sadeleştiren bir öğrenci aşağıdaki işlemleri yapmıştır. Bu öğrenci hangi adımda hata yapmıştır? I. adım : $\frac{a+1}{\frac{a^2-1}{a^2}}$ II. adım : $\frac{a^2-1}{a^2} \cdot \frac{a}{a+1}$



$$\text{III. adım : } \frac{(a-1)(a+1)}{a(a+1)}$$

$$\text{IV. adım : } \frac{a-1}{a}$$

A) I. B) II. C) III. D) IV.

2012	Lisans Yerleştirme Sınavı – 1 Matematik Testi [42]	17. Bir öğrenci, doğru olduğunu düşündüğü aşağıdaki iddiayı ispatlarken bir hata yapmıştır. <b>İddia:</b> A, B, C herhangi kümeler olmak üzere, $A \setminus (B \cap C) \subseteq (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$ ‘dir. <b>Öğrencinin İspatı:</b>
------	--	---

$A \setminus (B \cap C)$  kümesinin her elemanının  $(A \setminus B) \cap (A \setminus C)$  kümesinde olduğunu gösterirsem ispat biter.

Şimdi,  $x \in A \setminus (B \cap C)$  alalım.

- (I) Buradan  $x \in A$  ve  $x \notin (B \cap C)$  olur.
- (II) Buradan  $x \in A$  ve  $(x \notin B$  ve  $x \notin C)$  olur.
- (III) Buradan  $(x \in A$  ve  $x \notin B)$  ve  $(x \in A$  ve  $x \notin C)$  olur.
- (IV) Buradan  $x \in A \setminus B$  ve  $x \in A \setminus C$  olur.
- (V) Buradan  $x \in [(A \setminus B) \cap (A \setminus C)]$  olur.

**Bu öğrenci, numaralandırılmış adımların hangisinde hata yapmıştır?**

A) I B) II C) III D) IV E) V

2014	Lisans Yerleştirme Sınavı – 1 Matematik Testi [42]	17. Bir öğrenci, doğru olduğunu düşündüğü aşağıdaki iddiayı ispatlarken bir hata yapmıştır. <b>İddia:</b> $f : X \rightarrow Y$ bir fonksiyon, A ve B kümeleri X’in birer alt kümesi olmak üzere $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$ ‘dir. <b>Öğrencinin İspatı:</b> $f(A \cap B)$ ve $f(A) \cap f(B)$ kümelerinin birbirlerinin alt kümeleri olduğunu gösterirsem ispat biter. Şimdi $c \in f(A \cap B)$ alalım.
------	--	---

**I.**  $c = f(d)$  olacak biçimde bir  $d \in A \cap B$  vardır.

**II.**  $d \in A$  ve  $d \in B$  olduğundan  $f(d) \in f(A)$  ve  $f(d) \in f(B)$  ‘dir. Böylece  $c = f(d) \in f(A) \cap f(B)$  olur. Diğer taraftan  $c \in f(A) \cap f(B)$  alalım.

**III.**  $c \in f(A)$  ve  $c \in f(B)$  ‘dir. Buradan  $c = f(a)$  olacak biçimde bir  $a \in A$  ve  $c = f(b)$  olacak biçimde bir  $b \in B$  vardır.

**IV.**  $c = f(a)$  ve  $c = f(b)$  olduğundan  $a = b$  ‘dir.

**V.**  $a \in A$ ,  $b \in B$  ve  $a = b$  olduğundan  $a \in A \cap B$  ve böylece  $c = f(a) \in f(A \cap B)$  elde edilir.

**Bu öğrenci, numaralandırılmış adımların**

		hangisinde hata yapmıştır?
		A) I B) II C) III D) IV E) V
2015	Lisans Yerleştirme Sınavı – 1 Matematik Testi [42]	<p>19. Ali; sıfırdan farklı, birbirine eşit olan <math>x</math> ve <math>y</math> gerçel sayıları için <math>x = y</math> eşitliğiyle başlayıp sırasıyla aşağıdaki adımları takip ediyor.</p> <p>I. Eşitliğin her iki tarafını <math>x</math> ile çarpalım: <math>x^2 = x \cdot y</math></p> <p>II. Her iki taraftan <math>y^2</math> çıkaralım: <math>x^2 - y^2 = x \cdot y - y^2</math></p> <p>III. Her iki tarafı çarpanlarına ayıralım: <math>(x + y)(x - y) = y(x - y)</math></p> <p>IV. Her iki tarafı <math>x - y</math> ile bölelim: <math>x + y = y</math></p> <p>V. <math>x</math> yerine <math>y</math> yazalım: <math>2y = y</math></p> <p>Bu adımlar sonunda Ali “Her sayının iki katı kendisine eşittir.” yargısına varıyor. <b>Buna göre, Ali numaralandırılmış adımların hangisinde hata yapmıştır?</b></p>
2017	Lisans Yerleştirme Sınavı – 1 Matematik Testi [42]	<p>31. Bir öğrenci, doğru olduğunu düşündüğü aşağıdaki iddiayı ispatlarken bir hata yapmıştır. <b>İddia:</b> <math>\pi</math> sayısı <math>e</math> sayısına eşittir. <b>Öğrencinin ispatı:</b> <math>x &gt; 0</math> için <math>f(x)</math> ve <math>g(x)</math> fonksiyonları <math>f(x) = \ln(\pi x)</math> ve <math>g(x) = \ln(ex)</math> olarak tanımlansın.</p> <p>I. Her <math>x &gt; 0</math> için <math>f(x)</math> ve <math>g(x)</math> fonksiyonlarının türevleri birbirine eşittir.</p> <p>II. Dolayısıyla her <math>x &gt; 0</math> için <math>f(x)</math> ve <math>g(x)</math> fonksiyonları birbirine eşittir.</p> <p>III. <math>\ln(x)</math> fonksiyonu bire bir ve <math>f(x)=g(x)</math> olduğundan her <math>x &gt; 0</math> için <math>\pi x = ex</math> olduğu sonucuna varılır.</p> <p>IV. Eğer iki fonksiyon her <math>x &gt; 0</math> için birbirine eşitse bu fonksiyonların <math>x=1</math>'deki değerleri aynıdır.</p> <p>V. <math>\pi x</math> ve <math>ex</math> fonksiyonlarının <math>x=1</math>'deki değerleri aynı olduğu için <math>\pi=e</math> olduğu sonucuna varılır.</p> <p><b>Bu öğrenci, numaralandırılmış adımların hangisinde hata yapmıştır?</b></p>
		A) I B) II C) III D) IV E) V

2019	Yükseköğretim Kurumları Sınavı Alan Yeterlilik Testi (AYT) [42]	<p>7. Matematik dersinde, Canan sırasıyla aşağıdaki adımları takip ederek işlemler yapmıştır.</p> <p>I. adım : <math>6 = 1 \cdot 2 \cdot 3 = e^{\ln 1} \cdot e^{\ln 2} \cdot e^{\ln 3}</math></p> <p>II. adım : <math>e^{\ln 1} \cdot e^{\ln 2} \cdot e^{\ln 3} = e^{\ln 1 + \ln 2 + \ln 3}</math></p> <p>III. adım : <math>e^{\ln 1 + \ln 2 + \ln 3} = e^{\ln 6}</math></p> <p>IV. adım : <math>e^{\ln 6} = e^{\ln(2+4)}</math></p> <p>V. adım : <math>e^{\ln(2+4)} = e^{\ln 2 + \ln 4}</math></p> <p>VI.adım : <math>e^{\ln 2 + \ln 4} = e^{\ln 2} \cdot e^{\ln 4}</math></p> <p>VII.adım : <math>e^{\ln 2} \cdot e^{\ln 4} = 2 \cdot 4 = 8</math></p> <p>Bu adımlar sonunda Canan, <math>6=8</math> sonucunu elde etmiştir.</p> <p><b>Buna göre, Canan numaralandırılmış adımların hangisinde hata yapmıştır?</b></p> <p>A) II    B) III    C) IV    D) V    E) VI</p>
------	---	---

Sorular incelendiğinde, sorularda yer alan hataların öğrencilerin mevcut hataları üzerinden kurulu olduğu görülmektedir. Burada yer alan çoktan seçmeli soruların sınıf ortamında uygulanabilecek bir etkinlik haline dönüştürülerek öğretim ortamında kullanılması mümkündür. Öğretmenlerin matematik öğretimi sürecinde hatalı çözüm etkinliklerini uygulamaları için öncelikle öğrenciler tarafından yapılmış veya yapılmakta olan mevcut hatalara hâkim olması da gerekmektedir. Öğrenci hatalarına olan hâkimiyet etkinliklerin oluşturulması için oldukça önemlidir. Öğretmenlerin sınıf ortamında uygulayacağı hatalı çözüm etkinlikleri ile öğrenciler hatalarının farkına varmış ve düzeltmeleri için öğrencilere bir fırsat sağlanmış olacaktır.

### 2.3. Hatalı Çözüm Örnekleri ve Öğrencilerin Öğrenmesindeki Etkilerine Yönelik Yapılan Çalışmalar

Hatalı çözüm örnekleri ve hatalı çözüm metoduna yönelik olarak hazırlanmış olan hatalı çözüm etkinliklerinin öğrencilerin öğrenmesine etkilerini ortaya çıkarmak amacıyla yapılan çalışmaların ülkemizde kendine yeni yeni yer bulduğu görülmektedir [11, 12, 13, 15, 19, 23, 26, 37, 44, 50, 54]. Çalışmalarda hatalı çözüm örneklerinin ve hatalı çözüm etkinliklerinin öğrencilerin öğrenmesi üzerinde olumlu etkiye sahip olduğu gibi onların bilişsel ve duyuşsal özelliklerinde de değişim sağladığı ifade

edilebilir.

Borasi, [44] matematik öğretiminde hataların nasıl kullanılabileceğinin anlaşılmasına katkıda bulunmak amacıyla bir öğretim deneyi gerçekleştirmiştir. İki 11.sınıf öğrencisi ile matematiksel tanımlar üzerine 10 ders olarak düzenlenen deneyde toplam 20 adet matematik hatası analiz edilmiş, incelenmiş ve süreç kaydedilmiştir. Hata analizi sürecinde kullanılan matematiksel tanımlar “daire, çokgen, üçgen, değişken, üs, denklem” konularına aittir. Yapılan kayıt analizinden elde edilen bulgulara göre matematiksel hata analizleri öğrencilerin matematik öğrenmelerini, matematik kavramlarını ve konuların kavramsal anlamlarını arttırmak gibi farklı ve tamamlayıcı etkilere sahip olduğu ifade edilmiştir. Hataların analizi ile neyin yanlış gittiğini belirlemede yardımcı olduğu gibi olası düzeltmeleri de gerçekleştirmede etkin rol oynadığı görülmüştür. Ayrıca hatalar, gerçekten yeni bir şeyi öğrenirken veya çözerken yardımcı olabilecek yanlış yöndeki adımlar olarak da ele alınabileceği belirlenmiştir. Son olarak hata analizleri, öğrenciyi orijinal arayıştan uzaklaştırıp yeni matematiksel keşiflere ve öğrenmeye doğru hareket ettirebilecek yeni sorulara ve keşiflere yönlendirdiği, elde edilen bulgular arasında yer almaktadır.

Große ve Renkl, [13] çalışılan örneklerdeki doğru ve yanlış çözümlerin bir kombinasyonunun, yalnızca doğru çözümlere kıyasla öğrenme sonuçlarını iyileştirip geliştirmediğini ve hatalar vurgulandığında doğru ve yanlış çözümlerin bir karışımının daha etkili olup olmadığını belirlemek amaçlamışlardır. Katılımcılar Almanya Freiburg Üniversitesi’nden toplam 118 öğrenci (84 kadın ve 34 erkek) altı deneysel koşula atanmıştır. Bu deneysel koşullar: Yalnızca yönlendirme olmadan doğru çözümler (n=20), yalnızca istemlerle doğru çözümler (n=20), hatalar vurgulanmadan ve istemler olmadan doğru ve yanlış çözümler (n=20), hatalar olmadan ve istemlerle vurgulanan doğru ve yanlış çözümler (n=19), hataların vurgulandığı ve istemsiz doğru ve yanlış çözümler (n=20), hatalar vurgulanmış ve istemlerle doğru ve yanlış çözümler (n=19). Araştırma süreci sonunda olumlu ön bilgiye sahip öğrenciler için, yanlış çözümlerle öğrenme, yapı vurgulayan bir örnek setiyle elde edilebileceklerin ötesine geçen transfer performansı üzerinde olumlu etkilere sahip olduğu ortaya çıkmıştır.

Durkin ve Rittle-Johnson, [23] çalışmalarında yanlış ve doğru örnekleri incelemenin önceki bilgi düzeylerinde iki doğru örneği incelemekten daha etkili olup

olmadığını incelemişlerdir. Çalışmanın örneklemini 4 ve 5. sınıf düzeyinde toplam 74 öğrenci kısa bir özel ders oturumunda, ondalık büyüklük hakkında bilgi edinmişlerdir. Öğrenciler rastgele olarak 2 koşula atanmıştır. 1. koşul doğru ve yanlış örnekleri karşılaştırmak (n=37) iken 2. koşul ise sadece doğru örnekleri karşılaştırmaktır (n=37). Öntest, müdahale, sontest ve 2 haftalık gecikmeli son test uygulanmıştır. Her iki koşulda da öğrenciler 12 örnek çifti ile çalışmışlardır. 1. koşulda olan öğrenciler her çiftte 1 doğru ve bir yanlış örneği karşılaştırırken 2.koşuldaki öğrenciler ise her çiftte iki farklı doğru örneği karşılaştırmışlardır. Her bir çift 0'dan 1'e kadar bir sayı satırına ondalık değer yerleştirmek için farklı çözüm prosedürünü göstermektedir. Ve ardından iki örnek üzerinde düşünmeleri istenmiş ve süreç izlenmiştir. Yapılan analizler neticesinde yanlış örneklerin doğru örneklerle karşılaştırılmasının, doğru örneklerin karşılaştırılmasından daha iyi performans sağladığı görülmüştür. Yanlış durumun bir avantajı, öğrencilerin dikkatini doğru ondalık kavramlarına odaklaması olduğu dile getirilmiştir. Ayrıca doğru ve yanlış örneklerin karşılaştırılması öğrencilerin doğru örnekleri karşılaştırmanın yararının ötesinde doğru kavram ve prosedürleri öğrenmesine yardımcı olmuştur.

McLaren, Adams, Durkin, Gogvadze, Mayer, Rittle-Johnson, Sosnovsky, Isotani ve Van Velsen, [11] çalışmalarında 6 ve 7. sınıf matematik öğrencilerine ondalık problemlerin hatalı örnekleri sunulmuş, bu örnekleri açıklamaları ve düzeltmeleri istenmiştir. Aslında çalışmanın bir amacı da hatalı örneklerin öğrenmede fark yaratıp yaratmayacağını keşfetmektir. Çalışmanın örneklemini 6 ve 7. sınıflardan toplam 208 öğrenci (105'i 6 ve 103'ü 7.sınıf) oluşturmaktadır. Öğrenciler rastgele şekilde problem çözmeye, hatalı örnek durumuna atanmışlardır. İnteraktif hatalı örnekler koşulunda kendini açıklama adımını basitleştirerek öğrencilerden hatalı örnekleri bulup düzeltmeleri sağlanmıştır. Problemler internette interaktif alıştırmalar olarak sunulmuş, öğrenci açıklamaları ve düzeltmelerinin doğruluğu hakkında geri bildirim sağlanmıştır. Öntestin ve sontestin uygulandığı çalışmada, testlerdeki her sorun ilgi duyulan yanlış anlamalardan en az birini teşhis etmek için tasarlanmıştır. Çalışma normal sınıf zamanının yerini alarak sadece okuldaki bilgisayar ortamında gerçekleştirilmiştir. 1.gün: öntest ile başlanmış olup ilk üç gün boyunca müdahale devam etmiş. 4.gün: tüm öğrencilere sontest uygulanmıştır. Sontestten sonra 6 gün

hiçbir şekilde sınıf ortamında ondalık sayılarla ilgili etkinliklere maruz kalmamışlardır. 6 günün sonunda ise gecikmiş bir sontest verilmiş ve öğrencilere uygulanmıştır. Elde edilen sonuçlara göre hemen sontestte öğrencilerden önemli ölçüde daha iyi performans sergilenmese de altı günlük bir gecikmeden hemen sonra gecikmiş sontest üzerinde önemli ölçüde iyi performans sergiledikleri görülmektedir. Gecikmiş sontest sonuçları etkileşimli hatalı örnekler sunulan öğrencilerin, çözülmesi gereken sorulardan daha iyi öğrendiklerini göstermektedir.

Booth, Lange, Koendiger ve Newton, [26] iki deney serisinde kendini açıklamaya yönelik doğru ve yanlış örneklerin rehberli uygulama ile birleştirildiğinde öğrencilerin cebirdeki kavramsal anlayışlarını ve prosedürel becerilerini geliştirmek için etkili olup olmadığını incelemiştir. Çalışma “Öğrenciler doğru örnekleri, yanlış örnekleri veya bunların bir kombinasyonunu açıkladıklarında öğrenme üzerinde farklı etkileri var mı?” sorusu etrafında şekillenmiştir. Deney 1’de 116 lise öğrencisi rastgele 4 koşuldan birine atanmıştır. Bu koşullar: Yalnızca doğru örnek (n=30), yalnızca yanlış örnek (n=31), doğru ve yanlış örnek (n=25) ve kontrol grubu (n=30). Örnek tabanlı koşullardaki öğrencilerin her biri uygulama oturumlarında toplam 8 örnek almıştır. Kontrol koşulunda ise öğrenciler sadece rehberli uygulama problemleri içeren örnekleri almıştır. Örnek tabanlı problemlerin her biri bir denklemi çözenin doğru veya yanlış bir örneği olarak gösterilmiştir. Daha sonra öğrencilerden hem örnekte ne yapıldığını hem de stratejinin neden doğru ya da yanlış olduğunu açıklamaları istenmiş. Öğrencilere bu adımın doğru ya da yanlış olduğu söylenmiş ve ilk adımda “ne” yapıldığını ve ardından “neden” in doğru ya da yanlış olduğunu açıklamaları istenmiştir. Deney 2 ‘de 8.sınıf öğrencileri 3 koşuldan birine rastgele atanmıştır. Bu koşullar: yalnızca doğru örnekler (n=22), yalnızca yanlış örnekler (n=21) ile doğru ve yanlış örnekler (n=21). Öğrenciler her koşul altında 12 örnekle çalışmışlardır. Yapılan 2 deney sonucunda öğrencilerin yanlış örnekleri açıkladıktan sonra en iyi performansı gösterdiklerini, özellikle denklemdeki kavramsal özellikler hakkında sadece doğru durumdaki öğrencilerden daha fazla bilgi kazanırken sadece yanlış örnek inceleyen öğrenciler, sadece doğru örnekleri alanlara kıyasla denklemlerde kavramsal özelliklerin kodlanmasını geliştirmiştir. Yanlış örnekler içeren iki koşul, kavramsal bilgiyi geliştirmenin sadece doğru koşuldan daha yararlı olduğu görülmüştür. Ayrıca

doğru ve yanlış örneklerin birleşiminin cebirsel denklem çözme alanında tek başına doğru örneklerden daha yararlı olduğu elde edilen sonuçlar arasındadır.

Adams, McLaren, Durkin, Mayer, Rittle-Johnson, Isotani ve Velse, [15] çalışmalarında öğrencilerin yaygın yanlışlarına dayalı ondalık problemlere ait yanlış çözümleri eleştirmelerini istemenin, ondalık sayıları onlardan aynı problemleri çözmelerinden daha iyi öğrenmelerine yardımcı olup olmayacağını incelemeyi amaçlamışlardır. Web tabanlı bir eğitim modelinde 208 ortaokul öğrencisinden 100'ü hatalı örnekler grubunda iken 108'si problem çözme grubuna rastgele atanmıştır. Öntest, sontest ve gecikmeli sontest uygulamaları sonucunda iki grup hemen sontestte önemli ölçüde farklılık göstermese de, hatalı örnekler grubundaki öğrenciler bir hafta sonra uygulanan gecikmeli sontestte anlamlı derecede daha iyi performans gösterdiği görülmüştür. Hatalı örnekler grubundaki öğrencilerin de sontest cevaplarının doğru olup olmadığına karar vermede daha başarılı oldukları tespit edilmiştir. Ayrıca hataları tanımlama, açıklama ve düzeltme alıştırmaları, öğrencilerin ondalık soruları daha derin bir düzeyde işlemelerine ve böylece yanlış anlamaların üstesinden gelmelerine, ondalık sayıların kalıcı olarak anlamlarına yardımcı olabileceği ifade edilmiştir.

Barbieri ve Booth, [12] cebir öğrenen ortaokul öğrencileri için yanlış örnekler biçiminde yer alan hataların algılanmasının hem bilişsel hem de motivasyonel faktörler üzerindeki etkilerini incelemişlerdir. Ortaokul cebir öğrencilerinden oluşan 125 kişilik örnekleme rastgele olarak yanlış işlenmiş örneklere sahip çalışma sayfasına (n=40), doğru örneklere sahip çalışma sayfasına (n=44) ve denklem sistemlerini çözme konusunda kontrol çalışma sayfalarına (n=41) atanmışlardır. Çalışma başlangıcında öğrenciler bir motivasyon anketi ve ardından bir sonraki okul günü boyunca öntesti tamamlamışlardır. Öğrenciler 5 ila 7 hafta boyunca dört çalışma sayfasını tek tek tamamlamışlardır. Öğretmenler, öğrencilere her çalışma sayfasını tamamlamaları için yaklaşık 20 dakika izin vermiştir. Yöneltilen çalışma sayfalarının sırası, her öğretmenin ders planına denk gelecek şekilde sınıfa göre değişmektedir. Motivasyon anketi dört çalışma sayfasının tamamlanmasından sonra tekrar uygulanmıştır. Çalışma sonunda ise bir sontest uygulanmıştır. Verilerin analizi sonucunda hata tanımının önceki bilgi düzeylerindeki öğrenciler için eşit derecede yararlı olduğu, ancak denklem sistemleri hakkında çok az bilgi ile çalışmaya başlayanlar için doğru çalışılmış

örneklerden veya tek başına problem çözmekten daha etkili olduğu görülmüştür. Matematiğe ait olma duygusunun yeterlilik beklentisi ile birlikte ortaokul öğrencileri için cebir öğrenmesine katkı sağlamaktadır.

Gedik, Konyalıoğlu, Tuncer ve Morkoyunlu, [50] öğrencilerin matematik dersinde uygulanan hata işleme faaliyetleri ile ilgili fikirlerini incelemeyi amaçlamışlardır. Araştırmanın örneklemini 12 lise öğrencisi oluşturmaktadır. Nitel araştırma yöntemi olan özel durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Hata işleme faaliyetleri ile ilgili odak grup tartışmaları 4 hafta boyunca öğrencilerle gerçekleştirilmiştir. 4 hafta boyunca 4 uygulama üzerinde tartışılmış ve uygulama ise eşitsizlik çözümü üzerine hatalı çözüm içeren sorulardan oluşmaktadır. Veriler, odak grup tartışmaları, öğrencilerin yazılı yansımaları ve yarı-yapılandırılmış görüşmeler oluşturmaktadır. Veriler içerik analizi ile analiz edilmiştir. Yapılan uygulamalarda öğrencilerin hatayı bulmada zorlandıkları görülmüştür. Elde edilen verilerin analizinde hata işleme faaliyetlerinin yapılandırmacı yaklaşıma uyumu ortaya konmuştur. Yapılan yarı-yapılandırılmış görüşmeler sonucunda 10 öğrenci uygulamayı yararlı ve 7 öğrenci ise ilginç bulmuştur. Ayrıca hata işleme faaliyetleri uygulamasının öğrenciler üzerinde kullanışlılık, farklı bakış açısı, merak duygusu, ilginç olma, eğlenceli olma, artan ilgi, eleştirel düşünme gibi belirgin etkileri olduğu görülmüştür.

Akkuşçi, [54] çalışmasında hata temelli aktivite uygulamalarının sınıf içi kullanımının etkililiğini incelemeyi amaçlamıştır. Bu amaçla ders işleniş sürecinde uygulanacak olan hata temelli aktivitelerin öğrencilerin hatalar üzerinde uğraşırken öğrencilerdeki bilişsel ve duyuşsal anlamda değişimlerin nasıl gerçekleştiğini incelemiştir. Araştırmada karma yöntem kullanmış olup araştırmanın örneklemini 2017-2018 eğitim öğretim yılında 9. Sınıf Fen Lisesi öğrencilerden toplam 59 öğrenci (29 öğrenci deney, 30 öğrenci kontrol grubunu) oluşturmaktadır. Nitel veriler için gönüllü 7 öğrenci ile odak grup görüşmesi gerçekleştirilmiştir. Şubat-Mayıs 2018 boyunca üç aşamada gerçekleştirilen araştırmanın birinci aşamasında; hata temelli aktivite uygulamaları öncesi öntest olarak öğrencilerin güz dönemine ait akademik başarı notlarına ulaşılmış ve öntest olarak öğrencilere eleştirel düşünme beceri anketi uygulanmıştır. İkinci aşamada; hata temelli aktivitelere yönelik deney grubu öğrencileri ile 9 hafta boyunca sınıf içi kullanımına dair uygulamalar ve odak grup



görüşmeleri yapılmıştır. Son aşamada ise uygulama sonrası öğrencilerin ve öğretmenlerin hata temelli aktivite uygulamalarına yönelik görüşlerini belirlemek adına yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Ayrıca uygulama sonrası sontest olarak öğrencilerin bahar dönemine ait akademik başarı notlarına ulaşılmış ve sontest olarak öğrencilere eleştirel düşünme beceri anketi tekrar uygulanmıştır. Araştırmacı bu sürede nitel veri toplama adına sınıf içi gözlem de yapmıştır. Elde edilen bulgular neticesinde sınıf içi hata temelli aktivite uygulamalarının öğrencilerin üzerinde duyuşsal anlamda olumlu bir etki bıraktığı görülmüştür. Hataya dayalı bu öğrenme ortamında öğrencilere bilgi eksikliklerini fark ettirip değerlendirme şansı tanıyarak hatalarından öğrenmenin gerçekleştiği sonucuna varılmıştır. Öğrencilerin sınıfta kurulan tartışma ortamıyla birbirlerinin görüşlerine farklı bakış açısıyla bakarak eleştirel yaklaşma davranışının gerçekleştiği sonucuna varılmıştır. Öğrencilere sunulan hatalı çözüm ve ispatlarla merak ve ilgi uyandırarak araştırma yapma isteği oluştuğu sonucuna ulaşılmıştır.

Nasution ve Mardhiyana, [37] çalışmalarında çevrimiçi öğrenmede hatalı örnek yönteminin uygulanmasını gerçekleştirmişlerdir. Matematik eğitiminde okuyan 80 öğrencinin ile gerçekleşen çalışmada Calculus dersinde Modddle öğrenme sistemi ile hatalı çözüm metodunun etkisi araştırılmak istenmiştir. Araştırma 3 aşamada gerçekleştirilmiştir. Veri toplama aracı olarak ihtiyaç analizi ve çevrim içi formlar kullanılmıştır. Çalışma sonucunda yöntemin, öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerinde olumlu yararları olduğu görülmektedir.

Yıldırım, [19] hatalı çözüm metodunun 7.sınıf öğrencilerinde çizgi grafiği, mod, medyan ve aritmetik ortalama kavramlarını öğrenmeye yönelik etkisini belirlemeyi amaçlamıştır. Bazı istatistik kavramların öğretilmesi sürecinde hatalı çözülmüş örneklerin yer aldığı yarı deneysel desen kullanılmıştır. Çalışmanın katılımcıları 2018-2019 eğitim öğretim yılında Güneydoğu Anadolu Bölgesinde Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı bir ortaokulun 7.sınıflarından rastgele seçilmiş toplam 70 öğrenci oluşturmaktadır. Deney ve kontrol grubu üzerinden yürütülen öğretim sürecinde veriler öğrenci başarı testi (öntest – sontest) ile elde edilmiştir. Verilerin analizinde SPSS programı kullanılmıştır. Analizlerde deney ve kontrol grubunun son test sonuçlarının arasındaki farkın anlamlı olduğu görülmüştür. Bu fark uygulanan bu

yöntemle deney grubundaki öğrencilerin öğrenmede daha başarılı olduklarını ifade etmektedir. Hatalı çözüm örneklerinin kullanımının sadece doğru örnek kullanımına göre daha yararlı olduğunu belirten Yıldırım, hatalı çözüm metodunun öğrenme için faydalı bir yöntem olarak uygulanacağı dile getirmektedir.

Hatalı çözüm örnekleri ve hatalı çözüm etkinliklerinin öğrencilerin öğrenmesindeki etkilerine yönelik yapılan çalışmalarda, hataların öğrenciler tarafından analizi ile matematiksel kavram ve konuların anlamlarını arttırmada etkili olduğu, doğru kavramların öğrenilmesi, kalıcı öğrenme ve öğrenci başarısına katkı sağladığı görülmektedir [11, 12, 13, 15, 19, 23, 26, 44, 54]. Yapılandırmacı eğitim yaklaşımını öğrenme ortamlarında benimsemiş olmamızla birlikte hatalı çözüm metodunun bu yaklaşıma uygun olduğu ve öğrenme ortamlarında tercih edilebilirliği Gedik ve arkadaşlarının yaptığı çalışma ile ortaya çıkarılmıştır [50]. HÇM' nin öğretim ortamında yer alması öğrencilerin öğrenmelerine destek olmanın yanında hataları açıklama, düzeltme, farklı bakış açısı geliştirme, eleştirel düşünme, merak ve ilgi duyma gibi duyuşsal anlamda gelişimlerine de olumlu yönde etkisi bulunmaktadır [15, 37, 50, 54]. Hatalar ayrıca öğrenciler için yanlış giden durumlar hakkında bilgiler sağlamak ve eksikliklerin fark edilip düzeltilmesi için fırsat sunmaktadır.

#### **2.4. Hatalı Çözüm Metoduna Yönelik Olarak Yer Alan Hatalı Çözüm Etkinliklerinin Öğretmenler Üzerindeki Etkileri**

Hatalı çözüm etkinliklerinin öğretmenler ve öğretmen adaylarının mesleki alan bilgilerindeki değişim üzerindeki etkilerini ve hatalara olan yaklaşımlarını açığa çıkarmak amacıyla yapılan ulusal çalışmalarda etkinliklerin hem mesleki alan bilgilerinde hem de öğretmenlerin hatalara bakış açılarında olumlu sonuçlar ortaya koyduğu görülmektedir [30, 31, 38, 48].

Gedik, [48] çalışmasında matematik öğretmenlerinin matematik alan bilgilerini geliştirme sürecine hata temelli aktivitelerinin etkisini incelemiştir. Doktora eğitimine devam eden 5 ortaöğretim matematik öğretmeni çalışmanın örneklemini oluşturmaktadır. Nitel araştırma yönteminden durum çalışması yöntemi uygulanan araştırma üç aşamada gerçekleşmiştir. Birinci aşamada durum çalışması ile öğretmenlerin matematik alan bilgisinde kendilerini nasıl gördükleri tespit edilmeye

çalışılmış ve matematik alan bilgisi ile ilgili geliştirilen yazılı görüş alma testi ön tanı testi olarak uygulanmış, görüşmeler yapılmıştır. Araştırmanın ikinci aşamasında basit deneysel çalışma yapılmıştır. Bu çalışma yapılırken hata temelli aktiviteler uygulanıp aktiviteler üzerine odak grup görüşmeleri yapılmış ve videoya çekilmiştir. Son aşama olan üçüncü aşamada ise öğretmenlerin matematik alan bilgisinde kendilerini nasıl gördüklerini belirlemeye yönelik ön tanı testi son tanı testi olarak uygulanmıştır. Verilerin analizinde betimsel ve içerik analizi kullanılmıştır. Elde edilen bulgulara göre uygulama; öğretmenlerde eleştirel düşünme becerilerinin gelişmesi, bilmediklerini fark etmelerini, kendilerini değerlendirme fırsatı sunma ve merak uyandırıp araştırma yapma hevesi kazandırmaktadır. Hata temelli aktiviteye dayalı uygulamalarda ise öğrenciler; hatalarını fark etme eğiliminde oldukları, çözüm ve ispatları, tartışabilmeyi bu sayede kavram yanlışlarını tartışmaları için fırsat sağlayıp hataları kendilerinin düzeltmelerine imkân vermeyi sağladığı, hatalardan öğrenmeye teşvik edeceği belirlenmiştir. Motivasyon ile ilgili olarak hatalar üzerine kurulu aktivitelerin, motivasyonu artırma yönünde bir etkiye sahip olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca öğretmenlerin öğrenme süreci için çabalarını arttırdığı, matematiksel hatalar ile ilgili olumsuz tutumların zamanla olumlu hale dönüştüğü sonucuna varılmıştır.

Ortaokul matematik öğretmenlerinin öğretim için matematiksel bilgi düzeylerini geliştirme sürecinde hata temelli aktivitelerin etkisini inceleyen Özkaya, [31] genel uygulamalarla sürece başlamış, kesirlerle toplama-çıkarma işlemi konusunu içine alan uygulamalarla yoğunlaşarak devam etmiştir. Genel uygulamalar ve özel uygulamalar kendi içinde üçer aşamada gerçekleştirilmiştir. Genel uygulamaların birinci aşamasında öğretmenlerin öğretim için matematiksel bilgilerine dair kendilerini nasıl değerlendirdikleri belirlenmeye çalışılmış. İkinci aşamasında hata temelli aktivitelerin kullanıldığı odak grup görüşmeleri yapılmış ve son aşamada ise uygulamanın genel olarak öğretmenlerin öğretim için matematiksel bilgilerinin ne derecede değişime uğradığı incelenmiştir. Özel uygulamaların ilk aşamasında kesirlerle toplama-çıkarma işlemine yönelik öğretmenlerin öğretim için matematiksel bilgileri ortaya konmuştur. İkinci aşamasında hata temelli aktivitelerin yer aldığı grup görüşmeleri gerçekleştirilmiş ve son aşamada ise uygulamanın özel olarak kesirlerle

toplama-çıkarmaya yönelik öğretmenlerin öğretim için matematiksel bilgilerinde bir farklılık oluşturup oluşturmadığı belirlenmiştir. Çalışmanın örneklemini 7 ortaokul matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Durum çalışması yöntemi kullanıldığı araştırmanın verileri betimsel ve içerik analizi ile analiz edilmiştir. Analizler sonucunda öğretmenlerin hepsinin aktiviteler sonrasında öğrenci hatalarına karşı olan tepkileri değişmiş ve öğrencilerin hatalarını görünce bu durumdan hoşlanır hale geldiklerini ifade etmişlerdir. Sınıf ortamında hata temelli aktiviteleri kullanmaya başlayan öğretmenler, öğrencilerin sınıf içerisinde birlikte tartıştıklarında zamanla daha rahat davrandıkları görülmüştür. Hata temelli aktivitelerin öğrencilere farklı bir bakış açısı kazandırdığı ve doğru çözüme kolay bir şekilde ulaşma imkânı sağladığı tespit edilmiştir. Ayrıca öğretmenler bu uygulamaların bilinmeyen ya da yanlış bilinen kavramları ortaya çıkardığını da düşünmektedir.

Demirci, Özkaya ve Konyalıoğlu, [38] çalışmalarında matematik öğretmeni adaylarının çözümlerinde hata yapılmış olan olasılık konusuna ait sorulara yaklaşımlarını incelemişlerdir. Çalışmanın örneklemini bir devlet üniversitesi matematik öğretmenliği programının beşinci sınıfında öğrenim gören 25 matematik öğretmeni adayı oluşturmaktadır. Literatürde mevcut 4 soru ve bunların hatalı çözümlerini içeren veri toplama aracı hazırlanmış ve yazılı bir şekilde sunulmuştur. Öğretmen adaylarından verilen çözümleri incelemeleri, varsa hataları belirlemeleri, hatanın kaynağının ne olduğunu açıklamaları ve çözümün hatalı olduğunu düşünenlerden kendi çözümlerini yapmaları istenmiştir. Elde edilen verilerin analizinde betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Yapılan analizlerde matematik öğretmen adaylarının koşullu olasılık soruları için örnek uzayı belirleyemedikleri, hataları tespit etmede başarısız oldukları ve soruya ait doğru çözümü gerçekleştiremedikleri görülmüştür. Ayrıca koşula dayalı olmayan olasılık sorularında hatayı kısmen doğru ve yanlış tespit edenlerin oranının diğerlerine göre fazla olduğu belirlenmiştir. Ve ayrıca öğretmen adaylarının büyük bir çoğunluğunun koşullu olmayan olasılık sorusunun doğru çözümünü yapabildikleri tespit edilmiştir.

Özkaya ve Konyalıoğlu, [30] çalışmalarında hata temelli aktivitelerle ortaokul matematik öğretmenlerinin kesirlerle toplama işlemine yönelik konu alan bilgilerinin gelişimlerini incelemişlerdir. Durum çalışma yöntemi kullanıldığı araştırmada 7

ortaokul matematik öğretmeni örneklemini oluşturmaktadır. Araştırmanın verileri konu alan bilgi testi, odak grup görüşmeleri ve günlüklerden oluşan dokümanlardan elde edilmiştir. Konu alan bilgi testi ile öğretmenlerin hata temelli aktiviteler öncesinde, kesirlerle toplama işlemiyle ilgili, konu alan bilgilerini ortaya koyması amaçlanmıştır. Odak grup görüşmesinde model oluşturma ve kesirlerle toplama işlemine yönelik önemli noktalara vurgu yapmayı barındıran hata içerikli çözümler verilmiş ve bu hatalı çözümler üzerinden öğretmenlerin fikir yürütmesi istenmiştir. Doküman ise öğretmenlerin, hata temelli aktivite ile ilgili görüşlerini almak için yazdıkları günlükleridir. Verilerin analizinde betimsel ve içerik analiz yöntemi kullanılmıştır. Bulgulara göre uygulama öncesinde öğretmenlerin çoğunluğunun işleme dayalı problem cümlesi kurarken hatalar yaptıkları anlaşılmıştır. Öğretmenlerin kesirlerin parça-bütün anlamı dışında diğer anlamlarını bilmedikleri araştırmacılar tarafından ifade edilmiştir. Yine uygulama öncesinde öğretmenlerden verilen her bir işleme yönelik 2 model oluşturmaları istenmiş. Oluşturulan modeller incelendiğinde öğretmenlerin çoğunlukla “alan modelini” kullandığı görülmüştür. Öğretmenler modelin önemine vurgu yapmalarına karşın öğretmenlerin model oluşturmada tam anlamıyla yeterli olmadıkları ifade edilmiştir. Hata temelli aktivite uygulamaları hem hatalı sorular hem de öğretmenlerin kendi yaptıkları hatalar kullanılarak yürütülmüştür. Uygulamalar esnasında özellikle hizmet süresi fazla olan öğretmenlerin kendi hatalarını söylemekte çekindikleri hatta kabul etmekte zorlandıkları görülmüş. Uygulama ilerledikçe öğretmenler hatalarını söyleyip bunun üzerinde tartışabilir duruma gelmişlerdir. Böylece öğretmenlerin hataya yaklaşımlarının değiştiği ifade edilebilir. Bu çalışmada öğretmenlerin sorgulama becerilerinin de geliştiği görülmüştür. Bu çalışmanın bulgularından hareketle özellikle öğretmenlerin kendi hatalarından elde ettikleri kazanımlarla matematik alan bilgilerinin geliştiği belirlenmiştir. Uygulama süreci boyunca öğretmenlerin hataya olan yaklaşımlarında değişim olduğu görülmüştür. Öğretmenler kendi öğrencilerinin hatalarına daha hoşgörülü baktıklarını, hataya karşı tutumlarının değiştiğini belirtmişlerdir. Bilişsel anlamda öğretmenlerin çoğu uygulamanın bilinmeyen veya yanlış bilinen kavramları ortaya çıkardığını düşünmüştür. Uygulama sonrasında kurulan problemler hata temelli aktivitelerin öğretmenlerin kurdukları problemlerdeki

hatalarını anlamada ve düzeltmede etkili olduğu görülmüştür.

Hatalı çözüm etkinlikleri veya hata temelli aktivitelerin öğretmenlerin mesleki alan bilgilerinde olumlu yönde gelişim sağladığı, bilmediklerinin farkına vardıkları, öğretmenlere kendilerini değerlendirme fırsatı sunduğu görülmektedir [30, 38, 48]. Hatalı çözüm etkinliklerinin öğretmenlerin motivasyonlarını arttırdığı, hataların merak uyandırıp araştırma yapma isteği sağladığı ve eleştirel düşünme becerilerinin gelişmesine katkı sağladığı belirlenmiştir [48]. Hatalı çözüm etkinlikleri sonunda öğretmenlerin öğrenci hatalarına olan olumsuz tutumlarının zamanla olumlu hale dönüştüğü ve öğrenci hatalarından hoşlanır hale geldikleri, yanlış bilinen veya bilinmeyen kavramları da ortaya çıkardığı ifade edilmektedir [30, 31]. Ayrıca bu etkinlikleri sınıfında uygulayan öğretmenler, öğrencilerinin hatayı fark etme eğiliminde olduklarını, etkinlikler sürecinde çözüm ve ispatları sınıf ortamında tartışabildiklerini, hataları kendileri düzeltme eğiliminde olduklarını ve hatalardan öğrenmeye imkân tanıdığını belirtmişlerdir [48].

### **3. KURAMSAL ÇERÇEVE**

Bu bölümde, hatalı çözüm metoduna yönelik hatalı çözüm etkinlikleri ile ilgili olarak negatif bilgi kavramı, matematik eğitiminde hatalar ve kavram yanılgıları, hataların öğrenme ortamında kullanılması sonucunda hatalardan öğrenmenin gerçekleşmesi, hatalı çözüm etkinlikleri ve matematik eğitimindeki yeri ile kareköklü ifadeler konusunda yapılan hatalar ve kavram yanılgıları üzerine bilgiler sunulmaktadır.

#### **3.1. Negatif Bilgi Kavramı**

Hatalar ve başarısızlıkları temel alan negatif bilgi kavramı, eğitim sürecinde aktarılan veya aktarılması beklenen bilgi türüdür. Eğitimde öğrenende olumlu izler bırakan, öğrenmenin temelini oluşturan bilgiler pozitif bilgi iken negatif bilgiler, pozitif bilgilerin tamamlayıcısı olarak işe koşmaktadır. Olumsuz bilgi olarak da temsil edilen negatif bilgi, bir hedef ya da kazanım içerisinde var olan ve yapılmaması gerekenleri deneyimler sonucunda elde edilen bilgi olarak tanımlamaktadır [29]. Ayrıca negatif bilgiler, yanlış ve kaçınılması gerekenleri gösteren bilgiler şeklinde de ifade edilebilir [10].

Negatif bilgi temelinde hata ve başarısızlıklardan, kavram yanılgılarından öğrenmeyi sağlamaktadır. Öğrenme ortamında negatif bilgiler için seçilecek hataların, bireylerin yapmış olduğu veya muhtemel yapabilecekleri hatalardan oluşması gerekmektedir. Elde edilen pek çok bilgi aslında yapılan yanlışlar ve hatalar sonucuyla ortaya çıkmıştır. Pozitif bilgi ile eğitim sürecinde yer alması halinde, bilgilerin daha sağlam temellerde inşa edilmesine olanak tanımaktadır. Bilginin anlaşılması ve bütünlüğünün sağlanması için pozitif bilginin tamamlayıcısı olarak negatif bilginin de öğrenme ortamlarında yer almasının önemli bir yere sahip olacağı görülmektedir. Akkuşçi, [54] öğrenme ortamlarında negatif bilgilerin (hatalardan elde edilebilecek bilgilerin) kullanılması ile öğrencilerin bilgi eksikliklerini fark ederek öğrenmeyi gerçekleştirmelerine katkı sağlayacağını ifade etmiştir. Negatif bilgilerin öğrenme ortamlarında yer alması, hataların öğrenme süreçleri içinde de ayrılmaz bir parça

olarak kullanılacağıının göstergesi durumundadır [29]. Heinze, [3] negatif bilgilerin varlığı ile hataların, bilgilerin üretilmesi sürecinde etkin bir role sahip olduğunu ifade etmektedir.

Eğitim ortamlarında kullanılabilir olan negatif bilgilerin öğrenciler üzerinde olumlu etkiye sahip olduğu yapılan çalışmalarla ortaya konmaktadır. Akpınar ve Akdoğan, [10] yaptıkları çalışmalarında negatif bilginin yararlarını şu şekilde ifade etmektedirler: Bilgilerin ve öğrenme süreçlerinin verimliliğini artırır, yaşanmışlıklar üzerine tartışmaya ve düşünmeye sevk eder, bireylerin kişisel gelişimine katkı sağlar ve problem çözme becerilerini kazandırır. İyi planlanmış bir sınıf ortamda kullanılan hatalar, yanlış eylemleri tanıma, bu eylemlerden kaçınma ve doğruyu seçmede olumlu etkiye sahip olacaktır. Öğrenciler negatif bilgi ile karşı karşıya geldiklerinde kendilerini geri çekmeyerek muhtemel hataları irdelemeye, üst düzey düşünmeye, bilgilerini daha sağlam temellerde yapılandırmaya, sorgulamaya eğilim göstereceklerdir. Ayrıca bu tür bilgiler, hatalara karşı duyulan başarısızlık ve utanma hissini en aza indirmeye yardımcı olmaktadır.

### **3.2. Hatalar ve Kavram Yanılgıları**

Eğitim süreci içerisindeki en büyük sorunlardan birisi hatalar ve kavram yanılgılarıdır. Her iki kavramında tanımı günümüze kadar pek çok araştırmacı tarafından ifade edilmiştir. Hata kavramı TDK sözlüğünde; “istemeyerek ve bilmeyerek yapılan yanlış, kusur, yanılma, yanılğı” olarak yer almaktadır. Heinze, [3] ise çalışmasında hatayı durumlara veya normlara uygun olmayan olgular şeklinde ifade etmektedir. Kavram yanılgısını Akkuşçi, [54] çalışmasında öğrencilerin yaptıkları hatalarını doğru kabul etmeleri ve bu durumu savunması ile ortaya çıkan olgu veya süreç olarak ifade etmiştir. Yenilmez ve Yaşa, [24] öğrencilerin yaşadıkları yanlış deneyimler sonucunda ortaya çıkan davranışlar olarak tanımlamaktadır. Zorluk kavramı ise bu iki terimi kapsayan ve genel bir ifadesi olarak; öğrencilerin öğrenim sürecinde yaşadıkları güçlükler olarak tanımlanabilir. Bu üç tanımı şu örnekle açıklayabiliriz: Ural, [6] üslü ifadeler konusunda yaşanan kavram yanılgılarını ifade ettiği çalışmasında bazı öğrencilerin “üslü ifadelerde çarpma işleminde yer alan kuralı tabanlar içinde uygulanması gerektiği” şeklinde bir kavram yanılgısına sahip



olduklarını ifade etmiştir. Bu kavram yanlışlığına ilişkin öğrencilerin  $2^4 \cdot 2^7$  işleminin sonucunu  $4^{11}$  olarak ifade edebileceklerini dile getirmiştir. Örnekten de anlaşılacağı üzere öğrencilerin üslü ifadelerde çarpma işleminde üslerin toplanması gerektiği kuralını genişleterek tabanlar için de uygulayacağını düşünmesi yani kuralı aşırı genellemesi kavram yanlışlığına sahip olduğunun göstergesidir. Bu kavram yanlışlığı sonucunda ise öğrencilerin hata yaptıkları görülmektedir. Bu örnek aslında hata ve kavram yanlışlığı arasında ilişkiyi açığa çıkarmaktadır.

Kavram öğretimi gerçekleştirilirken ardışık ve sıralı bir yapı izlenmektedir. Yani ön öğrenmeler bir sonraki öğrenmeler için temel oluşturabilmektedir. Ön öğrenmelerde (ön bilgilerde) meydana gelebilecek bir eksiklik bir sonraki öğrenmeleri de etkileyecektir ki bu etkiler zamanla öğrencilerde kavram yanlışlığı ve hataların oluşmasına sebebiyet vermektedir. Önal ve Aydın, [18] hataların öğrencilerde oluşan kavram yanlışlarının yanında anlık dikkatsizlik, sembollerin veya metinlerin yanlış yorumlanması, anlama ve bilgide eksiklik ve verilen cevabı kontrol etmede yetersizlik gibi birçok nedeni olabileceğini ifade etmektedirler.

Hatalar, gerek günlük yaşamda gerekse okul hayatında yapılan rutin bir olgudur. Söz konusu eğitiminde sıklıkla karşılaşılan kavram ise matematiksel hatalardır. Matematik yapısı itibarıyla soyuttur ki bu durum bireylerde kavramların yanlış anlaşılmasına ve öğrenmelerinde eksikliklerin meydana gelmesine neden olmaktadır. Bu eksiklikler ise zamanla karşımıza matematiksel hataları ve kavram yanlışlıklarını getirmektedir. Öğrencilerin çoğu başarılı da olsa matematiksel hata yaparlar. Bu hataları sadece öğrencilerin yapıyor olması onların matematiksel hataların tek sorumlusu olarak gösterilmesi anlamına gelmemektedir. Cockburn [9] yaptığı çalışmada matematiksel hata kaynaklarını öğretmen, öğrenci ve konu bazında ele almaktadır. Öğretmen ve öğrencilerin yaşadıkları deneyimler, bilgi ve anlama, hayal etme ve yaratıcılık, tutum ve güven, ruh hali ve uzmanlık, hataların kaynakları olarak ifade edilmektedir. Konu bazında ise kaynaklar, tercüme güçlüğü, sunum güçlüğü ve matematik güçlüğü olarak ifade edilmektedir [9]. Ayrıca öğretim için seçilen öğretim modelleri de hataların kaynakları arasında yer alabilir.

Öğretmenlerin öğretim süreci içerisinde öğrencilerde gördükleri hatalar benzerlik gösterebildiği gibi aynı da olabilir. Öğrencilerin yapmış oldukları bu hatalar

her ne kadar yanlış olsa da onlara mantıklı gelebilir, yaptıkları yanlışları sanki doğruymuş gibi savunurlar. Bu süreçte hataların belirlenmesi ve incelenmesi oldukça önem arz etmektedir. Hataların teşhisinde öğretmenler, öğrencilerin hedef kazanıma ait yapmış oldukları hataların ve zorluk noktalarının farkına varır, zorlukları ortadan kaldırmak ve hataların bir daha tekrarlanmaması için öğrenim sürecini yeniden inşa edebilir [43]. Eğitim ortamında yer alan bileşenlerin dikkatlice incelenmesi ve öğrencilerde oluşabilecek muhtemel kavram yanlışlarının bilinmesi, hataların en aza indirilmesi için etkili rol oynar. Yapılan hataların incelenmesi, öğrencilerin kavramı anlamlandırma düzeyleri ve bu düzeyler içinde yapılan yanlışlar hakkında öğretmenlere ipucu sunabilir ki bu durum olumsuz görünen hataları öğrenme için fırsata çevirebilir.

### **3.3. Hatalardan Öğrenme**

“İnsanlığın gerçek doğasında örneklerden değil, hatalardan öğrenme vardır(F.Hoyle).” “Öğrenmek için hatalarımız olmasaydı, öğrenilecek çok az şey olurdu (J. Wood).” gibi hataların aslında öğrenme süreci içinde ne kadar önemli bir yere sahip olduğunu gösteren pek çok söz bulunmaktadır [8]. İnsanlık doğası gereği hata yapar ve hataları başarısızlık olarak kabul ederek onlardan kaçır. Aslında hataların öğrenme sürecine dâhil edilmesi yani “hatalardan öğrenmeyi” sağlamak bireylerin öğrenmelerini sağlam temeller üzerine inşa etmesine olumlu bir etki göstermektedir. Genellikle hatalar ve başarısızlıkların bir yansıması sonucunda ortaya çıkan ve öğrenme süreçlerinde kullanılmak üzere yapılandırılan bilgiyi “negatif bilgi” olarak açıklayan Akpınar ve Akdoğan, [10] öğrenme süreçlerinde doğru bilgi olarak temsil edilen pozitif bilginin yanında negatif bilginin de sunulması gerektiğini ifade etmektedir. Negatif bilgi kavramının temelini oluşturan negatif bilgi sayesinde doğrular ve gerçekler daha iyi anlaşır hale gelmektedir. Hatalardan kazanılacak negatif bilgi, daha büyük hata ve başarısızlıkların da önüne geçmektedir. Aslında burada karşımıza çıkan hatalardan öğrenmedir. Hatalardan öğrenme, öğrencilerin yapmış oldukları veya yapabilecekleri hatalardan dersler çıkarmalarını sağlayan, öğrendikleri bilgileri pekiştirmelerini ve daha anlamlı hale getirmelerine olanak tanıyan “bireysel öğretim yöntemidir” [55].

Hatalar gerek günlük yaşamda gerekse okul hayatında yapılan rutin bir olgudur. Eğitim sisteminde yer alan hata kavramı ise insan zihninde olumsuz bir yargı oluşturmaktadır. Hataları sadece olumsuz bir durum olarak kabul edip üstünü örtmek değil, onlara olumlu bakmak ve fırsata çevirmek eğitim için oldukça önemli bir noktadır. Hataların farkına varmak öğrenmenin önemli bir parçası haline dönüşebilir. Doğruyu olduğu kadar yanlış da göstermek öğrenme üzerinde olumlu bir etki sağlayacağı açıktır [44, 57]. Hatalar, meydana gelen başarısızlıkların olası nedenleri hakkında çok önemli bilgiler ve ipuçları sunmaktadır ki bu nedenle öğrenme ortamları için alternatif olarak önerilmektedir [43].

Eğitim ortamında öğrenci hatalarının tespit edilmesi tam ve kalıcı öğrenmeleri için oldukça önemlidir. Bu süreçte öğretmenler tarafından hatalar açıklanmalı, tanımlanmalı ve gerekli dönütler (düzeltmeler) sağlanmalıdır. Hatalı örnekler, problemin belirli bir bölümünün neden yanlış olduğunu kendileri açıkladıkları için öğrencileri üretken işleme girmeye teşvik edebilir [23]. Borasi [44] çalışmasında hataların bireylerde öğrenmeyi gerçekleştirmesinin yanı sıra onların matematiksel etkinliklere aktif olarak katılmalarını sağlayabileceğini, merak ve dikkatini arttırabileceğini ifade etmiştir. Ayrıca hatalardan öğrenmeyi sağlamak, öğrencilerde matematiksel kavramları daha sağlam ve anlamlı bir şekilde öğrenmelerine olanak sağlamaktadır [43].

#### **3.4. Hatalı Çözüm Metodu ve Matematik Eğitiminde Yeri**

Eğitim sistemimizde doğruların olduğu kadar hataların ve yanlışların da öğrenme ortamlarında yer aldığı görülmektedir. Öğrenme süreci içerisinde doğruların öğretilmesine yönelik farklı öğretim yöntemleri/metotları kullanılmaktadır. Hataların incelenmesi ve öğretim ortamında yer alması yapılan pek çok çalışma ile desteklenmekte ve olumlu görülmektedir [11, 44, 54]. Bu olumlu etkileri göz önüne aldığımızda hataların öğrenme ortamına dâhil edilmesinde etkili olan öğrenme etkinliklerinden birisi de hatalı çözüm etkinlikleridir. Hatalı çözüm etkinlikleri ile öğrencilerinden çözümleri inceleyerek hataları bulmaları ve düzeltmeleri istenir. Böylece yapılabilecek ve yapılmış hataların önüne geçilmesi ve öğrencilerin bilgisi keşfederek öğrenmesi sağlanmaktadır.

Eğitim sistemimizde ve öğrenme ortamlarında öğrencilerin merkezde olduğu, öğrenmelerinde aktif olarak rol aldıkları ve sorumlu oldukları bir yaklaşım yer almaktadır. Öğrencilerin daha aktif oldukları, zihinsel olarak çabaladıkları ve öğrenmeleri sürecinde sorumlu oldukları görülmektedir. Öğrenme ortamlarında yapılan hatalar onların öğrenmelerini destekleyebilir. Bu destek sürecinde öğrenciler, yapmış oldukları veya yapabilecekleri hatalar üzerine kurulu etkinliklerde daha etkin rol alacaklardır. Hatalı çözüm etkinlikleri sürecinde öğrencilerin hataları incelemelerinin, üzerinde düşünmelerinin ve yorumlamalarının hatanın sebebini görmeleri, aynı hatayı tekrarlamamaları, konuya ait bilgileri daha sağlam temellerde inşa etmelerini yardımcı olacaktır. McLaren ve arkadaşları, [11] hatalı örneklerin üç temel koşul altında öğrencilerin öğrenmelerine destek sunacağını ifade etmişlerdir. Bu koşullardan birincisi hatalar, öğrencilerin hatalarının kurgusal örnekleri olmalı ki hatayı inceleyen öğrenci kendi hatalarının ortaya çıkması durumunda utanç yaşamamalı. İkinci koşul hatalı örnekler öğrencilerin de dâhil olduğu etkileşimli ve ilgi çekici bir yapıda olmalı ki bu yapıda öğrenciler hataları bulup açıklamalı ve düzeltmelidir. Üçüncü ve son koşul ise öğrencilerin öğrenme durumlarına ait özel ihtiyaçlarını hedeflemeli yani hatalı örnekler hedef alanları ile en derin yanılgılara ve yanlış anlamalara sahip olmalıdır.

Bir sınıf ortamında kullanılacak hataların ele alınışları oldukça önemlidir. Özellikle matematik derslerinde kullanılabilecek hatalı örnekler öğrencilerin matematik bilgisine ya destek sağlayabilir ya da bilgilere erişimlerini reddedebilir. Bu nedenle, bir öğretmenin öğrenci hataları ile ilgilenme şekli ve süreci oldukça önemlidir çünkü bu sürecin sonunda öğretmenler ya onların matematik anlayışını geliştirebilir ya da sınırlayabilir [2]. Öğrenme ortamlarında hatalı çözüm örneklerini kullanacak öğretmenlerin rolleri de gözden kaçmamalıdır. Borasi, [44] çalışmasında matematik öğretiminde öğretmenlerin hatalara karşı sahip oldukları pedagojik yaklaşımları şu şekilde ifade etmiştir; “öğretmen hatayı yok sayar” , “öğretmen doğru cevabı vererek hatayı tespit eder ve düzeltir” ya da “öğretmen hatayı öğrencinin özel öğrenme zorluklarını teşhis etmek ve buna göre düzeltmeyi planlamak için bir araç olarak kullanır”. Hataları öğrencilerin öğrenmesi için kullanacak olan öğretmenler hataları görmeli, öğrencilerde oluşabilecek hataları tespit edebilmeli, nedenlerini irdeleme

merakına sahip olmalı, hataları fırsata çevirmek için öğretimde kullanma becerilerine sahip olmalıdır.

### 3.5. Kareköklü İfadeler ve Kavram Yanılgıları

Matematik dersi ve ilgili hedef kavramları yapısı itibariyle soyuttur. Dolayısıyla öğrenciler kavramların anlamlarını tam kavramak yerine ezber odaklı bir yöntem kullanmaları yanlış anlamalara, yanlış öğrenmeler ve öğrencilerde kavram yanılgılarının oluşmasına neden olmaktadır [1]. Matematik öğretimi içerisinde öğrencilerin somutlaştırmada zorluk yaşayabilecekleri kavramlardan birisi de “Kareköklü İfadeler” dir. Öğrencilerin kavram zorluğunun altında öğrencilerin genel olarak köklü sayılar hakkında yüzeysel bilgilere sahip oldukları görülmektedir [31]. Bu güçlükler ek olarak öğrenme ortamında sayı duyusu temelli öğretimin yapılmayışı ve anlamlı (kalıcı) öğrenmenin gerçekleşmeyişi konunun öğretimini de zorlaştırmaktadır [46].

Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı içerisinde “Sayılar ve İşlemler” öğrenme alanı içerisinde yer alan kareköklü ifadeler ilk kez 8.sınıfta öğreilmeye başlanmakta ve lise öğretimi düzeyinde de devam etmektedir [34]. Ayrıca öğrencilerin ilk defa karşılaştıkları bu konu ileride yer alan diğer konularda ve diğer derslerde de karşılarına çıkmaktadır. İlköğretim ve ortaöğretim öğrencilerinin kareköklü ifadelerle ilgili yapmış oldukları hataları belirlemeye yönelik çalışmaların ulaştıkları genel sorunları şu şekilde ifade edebiliriz:

- Köklü sayının büyüklüğüne karar verememe ve sayı doğrusunda gösterememe [1, 4, 6, 16, 25]
- Köklü bir sayıyı üslü bir biçimde ifade edememe [1, 4, 6, 41]
- Köklü terimin kuvvetini almada zorlanma (1, 6, 41)
- Üslü sayıların kareköklerini bulmada zorlanma [1]
- Bir sayının karesinin karekökü ile karekökünün karesi arasındaki farkı ayırt edememe [1, 6]
- Her x sayısı için  $\sqrt{x^2} = x$  eşitliğinin doğru olduğunu düşünme [1, 4, 6, 16, 17, 25, 41]

- $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$  Eşitliğinin her a ve b reel sayısı için doğru olduğunu düşünme [1, 6, 25]
- $\sqrt{a^2 + b^2}$  ifadesinin  $(a + b)$  ifadesine eşit olduğunu düşünme [1, 4, 6, 16, 36, 41]
- $\sqrt{a \pm b}$  ifadesinin  $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$  ifadesine eşit olduğunu düşünme [1, 5, 6, 16, 17, 25, 28, 36, 39, 41, 52]
- $a\sqrt{b} - \sqrt{b} = a$  yanılgısı [36, 39, 52]
- $a\sqrt{c} \cdot b\sqrt{c} = (a \cdot b)\sqrt{c}$  ya da  $a\sqrt{c} : b\sqrt{c} = (a : b)\sqrt{c}$  yanılgısı [1, 6, 41]
- Bir ifadenin karekökünün o sayının mutlak değeri ile ilişkisini kavrayamama , [41]
- ${}^n\sqrt{a^n} = a$  yanılgısı [41]
- Kök için ondalık olamayacağını düşünme [6]
- Karesel bölgenin alanı ile karekök kavramı arasındaki ilişkiyi kuramama [39]
- Kareköklü bir sayıyı  $a\sqrt{b}$  şeklinde yazmada zorlanma [39]

Yapılan ulusal ve uluslararası çalışmalarda öğrencilerin kareköklü ifadeler konusunda hatalara ve kavram yanılıklarına fazlaca sahip oldukları görülmektedir [1, 17, 41]. Genellikle dört işlem sürecinde (toplama, çıkarma, çarpma, bölme) ve  $\sqrt{a^2 + b^2} = (a + b)$  şeklinde hatalarının varlığı dikkat çekmektedir. Matematikte yer alan konulardan bazılarının iç içe olduğu göz önüne alındığında birinde meydana gelen hataların veya kavram yanılıklarının varlığı diğer konu ve disiplinlerde de zorlanmalara neden olabilmektedir. Bu durum hem öğrencilerin hem de öğretim aşamasında öğretmenlerin zorluk yaşamalarına neden olabilmektedir.

Görülmektedir ki öğrenciler kareköklü ifadeler konusunun öğretimi sürecinde veya sonrasında benzer ve oldukça fazla hatalara veya kavram yanılıklarına sahiptirler [1, 25, 41]. Öğrencilerin matematik kazanımlarına ilişkin kavram yanılıklarının ve hatalarının ders sürecinde kullanılabilmesini sağlayan HÇM, kareköklü ifadeler konusunun öğretiminde de tercih edilebilir. Hatalar üzerine kurulacak olan bu yöntemde, kareköklü ifadeler konusunun öğretimi sürecinde literatürde yer alan veya sınıf içerisinde öğrencilerin yapmış oldukları hatalar göz önüne alınarak etkinlikler

oluşturulur. Bu sayede konu içerisinde anlık olarak hem öğrencilerin hataları farkına varmasını, hatalarını görerek düzeltme yoluna gitmesini ve konuya ait edinmiş oldukları kavram yanlışlarını da en aza indirgenmesi sağlanmış olur.

## 4. YÖNTEM

Bu bölümde; araştırma yöntemine, araştırma grubuna, araştırmanın tasarlanmasına ve verilerin toplanmasına, pilot uygulamaya, veri toplama aracı ile veri analizine yer verilmiştir.

### 4.1 Araştırmanın Yöntemi

Bu çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden “durum çalışması yöntemi” kullanılmıştır. Yin durum çalışmasını gerçek yaşam, bağlam veya bir olgu içerisinde yer alan durumun araştırılması olarak tanımlamaktadır [21]. Creswell ve Poth ise belli bir zaman dilimi içinde gerçek veya güncel bir durumun çeşitli veri toplama araçlarıyla derinlemesine incelenmesi, ilgili durumun betimlenmesi ve ortaya çıkan temalarla durumun açıklandığı nitel araştırma yöntemi olarak ifade etmektedir [49]. Çalışmada kareköklü ifadeler konusunda öğrencilerin sahip oldukları hatalarını, matematik öğretiminde hatalı çözüm etkinliklerinin uygulanmasına yönelik olarak oluşabilecek değişimleri kareköklü ifadeler konu bazında öğretmen görüşleri ile keşfetmek ve öğretmenlerin hatalı çözüm etkinliklerine ilişkin olarak bakış açılarını derinlemesine incelemek için en uygun yöntem olarak durum çalışması yöntemi tercih edilmiştir.

Durum çalışması araştırmaları, araştırmanın amacına, sürece ve durum sayısına göre farklı kategorilerde ve farklı yazarlar tarafından sınıflandırılmıştır. Yin yaptığı sınıflandırmasında 4 adet desen oluşturmuştur:

- *Bütüncül tekli durum çalışması deseni:* Araştırılan bir durumun sadece bir analiz birimi aracılığıyla bütünüyle incelenmesi
- *İç-içe tekli durum çalışması deseni:* Araştırılan bir durumun birden fazla analiz birimleri aracılığıyla incelenmesi
- *Bütüncül çoklu durum çalışması deseni:* Araştırmaya konu olan birden fazla durumun sadece bir analiz birimi aracılığıyla bütünüyle incelenmesi
- *İç-içe çoklu durum çalışması deseni:* Araştırmaya konu olan birden fazla durumun yine birden fazla ve farklı analiz birimleri aracılığıyla incelenmesi olarak ifade edilmektedir [49]. Bu çalışmada tek bir durumun (hatalı çözüm



metodunun) uygulanmasına yönelik oluşabilecek etkileri belirleyebilmek için durum çalışması desenlerinden bütüncül tekli durum çalışması deseni tercih edilmiştir. Buradaki durumlar en az bir dönem 8.sınıfların matematik dersine girmiş veya girmekte olan ortaokul matematik öğretmenleri ve birim analizi ise hatalı çözüm etkinlikleridir.

#### 4.2. Katılımcılar

Araştırmanın katılımcıları 2020/2021 eğitim öğretim yılında Milli Eğitim Bakanlığı bünyesinde yer alan ve Türkiye'nin farklı illerindeki devlet okullarında görev yapan 12 ortaokul matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Katılımcılar amaçlı örnekleme yöntemiyle belirlenmiştir. Araştırmanın amacı doğrultusunda en doğru ve zengin veriyi kimlerin sağlayacağına yönelik olarak çalışma için seçimi sağlayan, “örneklem belirleme yöntemidir” [49]. Katılımcılar en az 2 yıllık mesleki tecrübesi olan ve araştırma konusunun ilk defa 8.sınıflarda görülüyor olmasından dolayı en az bir dönem 8.sınıf matematik dersine girmiş veya girmekte olan ortaokul matematik öğretmenleri oluşturmaktadır. Öğretmenlerden dördü erkek, sekizi kadındır. Çalışmaya katılan öğretmenlerin mesleki tecrübeleri ortalama 6.4 yıl olarak hesaplanmıştır. Öğretmenlere çalışma hakkında gerekli bilgiler sunulmuş ve öğretmenler gönüllülük esası ile araştırmaya katılmışlardır. Araştırmada kullanılan isimler katılımcıların kendi isimleri olmayıp araştırmacı tarafından kullanılan takma isimleridir.

Tablo 4.1 Araştırma grubunu oluşturan öğretmenlere ait bilgiler

Takma isim	Cinsiyet	Derse girilen sınıf seviyesi	Mesleki tecrübe
Cem	Erkek	8.sınıf	9 yıl
Demet	Kadın	8.sınıf	4 yıl
Dilara	Kadın	6.sınıf	17 yıl
Eylül	Kadın	5. ve 8.sınıf	5 yıl
Macide	Kadın	5.sınıf	6 yıl
Manolya	Kadın	6.sınıf	16 yıl
Muhsin	Erkek	7. ve 8.sınıf	3 yıl
Nazan	Kadın	8.sınıf	6 yıl
Onur	Erkek	8.sınıf	2 yıl
Süreyya	Kadın	5., 6., 7. ve 8.sınıf	3 yıl
Ünal	Erkek	8.sınıf	2 yıl
Zümrüt	Kadın	5.sınıf	4 yıl

### 4.3. Araştırmanın Tasarlanması ve Veri Toplama Aracı

Bu çalışmanın amacı; matematik öğretiminde hatalı çözüm etkinliklerinin uygulanmasına yönelik olarak öğrencilerin öğrenmelerinde oluşabilecek etkileri öğretmen görüşleri ile keşfetmektir. Bu amaç doğrultusunda “Kareköklü İfadeler” konusunun öğretiminde kullanılacak beş adet soru örneği oluşturulmuştur. Bu sorulardan iki tanesi 2020-2021 eğitim öğretim yılı 8.sınıf matematik ders kitaplarından alınmış olup üç tanesi ise araştırmacı tarafından yazılmıştır [56]. Bu sorulara ait alanyazında yer alan bazı öğrenci hataları ve kavram yanlışlarına göre soruların hatalı çözümleri araştırmacı tarafından oluşturulmuş ve hatalı çözüm metodunun yer alacağı etkinlik haline getirilmiştir.

Bu çalışmada veri toplama aracı olarak yarı yapılandırılmış görüşmeler tercih edilmiştir. Görüşme, bir çalışmanın araştırma konusu veya bir durum hakkında detaylı bilgi edinmeyi sağlamak amacıyla konu veya duruma ait hazırlanmış olan sorular çerçevesinde ilgili kişilerden veri toplama olarak tanımlanmaktadır [51]. Stewart ve Cash ise önemli bir amaç doğrultusunda soru sorma ve yanıtlama şeklinde karşılıklı etkileşime dayalı olarak gerçekleştirilen bir iletişim süreci olarak ifade etmektedir [7]. Bu araştırmada veriler çalışmanın amacı doğrultusunda gönüllü 12 ortaokul matematik öğretmeni ile yarı yapılandırılmış görüşmeler sonucunda elde edilmiştir. Yarı-yapılandırılmış görüşmeler, belli bir duruma ait yapılacak görüşmeler için hazırlanmış

ana soruların belirli olduğu fakat görüşmenin ilerleyen sürecinde yeni soruların da sorulabildiği görüşme türü olarak tanımlanmaktadır [49].

Öğretmenler ile yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler için araştırmacı tarafından iki aşamalı bir görüşme formu hazırlanmıştır. Görüşme formunun ilk aşamasında kareköklü ifadeler konusunun öğretimi ve öğrenci öğrenmesine ait zorluklara yönelik olarak üç adet soru bulunmaktadır. İkinci aşamasında ise Milli Eğitim Bakanlığı matematik dersi öğretim programı içerisinde 8. Sınıf “Kareköklü İfadeler” konusuna ait farklı alt kazanımlar bazında oluşturulmuş beş soru, bu soruların literatürde yer alan mevcut öğrenci hataları üzerinden hatalı çözümleri ve farklı beş hatalı çözümlerin HCM yönelik olarak uyarlanmış hatalı çözüm etkinlikleri yer almaktadır. Görüşme formu hazırlanırken 2020-2021 eğitim öğretim yılında Milli Eğitim Bakanlığı bünyesinde yer alan üç ortaokul matematik öğretmeni ile matematik eğitiminde uzman iki akademisyenden uzman görüşleri alınmıştır. Tablo 4.2’ de ise görüşme sürecinde kullanılan sorular, hatalı çözümler ve hatalı çözüm etkinliklerine ait kazanım ve hata bilgileri sunulmuştur.

Tablo 4.2 Hatalı çözüm etkinliklerine ait kazanım ve hata bilgileri

	<b>Kazanım</b>	<b>Yapılan hata</b>
<b>Etkinlik-1</b>	Kareköklü bir ifadeyi $a\sqrt{b}$ şeklinde yazar ve $a\sqrt{b}$ şeklindeki ifadede katsayıyı kök içine alır.	Kökün içinde yer alan sayının asal çarpanların çarpımı şeklinde ifade edilmesinin ardından kök dışına çıkarmada yapılan hata
<b>Etkinlik-2</b>	Kareköklü bir ifadeyi $a\sqrt{b}$ şeklinde yazar ve $a\sqrt{b}$ şeklindeki ifadede katsayıyı kök içine alır.	Negatif köklü bir ifadeyi kök içine almada yapılan hata
<b>Etkinlik-3</b>	Kareköklü ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini yapar.	$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a + b}$ yanılgısı
<b>Etkinlik-4</b>	Kareköklü ifadelerde çarpma ve bölme işlemini yapar.	$a\sqrt{c} \cdot b\sqrt{c} = a \cdot b\sqrt{c}$ yanılgısı
<b>Etkinlik-5</b>	Kareköklü ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini yapar.	$\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$ yanılgısı

Görüşme formunda yer alan sorular ve etkinliklere ait detaylı bilgiler EK-1 de sunulmuştur.

#### 4.4. Pilot Çalışma

Pilot çalışma 2020-2021 eğitim öğretim yılı güz döneminde Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı okullarda görev yapmakta olan ve yüksek lisans öğrenimi devam eden 3 matematik öğretmeni ile uygun oldukları zaman diliminde bireysel olarak gerçekleştirilmiştir. Öğretmenlerin gönüllülük esası dikkate alınarak pilot çalışma yürütülmüştür. Pilot çalışma sürecinde öğretmenlere çalışma için gerekli bilgiler sunulmuştur. İlk yapılan pilot çalışmaya katılan öğretmene sadece “Kareköklü İfadeler” konusunun öğretimine yönelik farklı alt kazanımlara ait beş adet soru, bu soruların alanyazında yer alan olası öğrenci hatalarına göre soruların hatalı çözümleri araştırmacı tarafından oluşturulmuş ve çözümler ayrı ayrı beş adet hatalı çözüm metodunun yer alacağı etkinlikler sunulmuştur. Yapılan görüşme sonunda formun iki aşama olarak şekillendirilmesine karar verilmiştir. İlk pilot çalışmada öğretmene sunulmuş olan sorular, hatalı çözümler ve etkinlik halinden önce kareköklü ifadeler konusunun öğretimi ve öğrenci öğrenmesine ait zorluklara yönelik olarak üç soru hazırlanmıştır. Bu üç soru görüşme formunun ilk aşaması olarak belirlenmiştir. Ardından ikinci aşamaya ek olarak, hatalı çözüm etkinliklerinin ardından bu etkinliklere ait öğretmenlerin genel görüşleri almak üzere beş adet soru hazırlanmıştır. Bu düzenlemenin ardından ikinci pilot çalışmaya geçilmiştir. Yapılan çalışma sonunda görüşme formunda yer alan bazı sorular için görsel ile zenginleştirme kararı alınmıştır. Son değişiklik de görüşme formuna uygulanmış ve üçüncü pilot çalışma ile forma son şekli verilmiştir. Görüşme formunun son hali için 2020-2021 eğitim öğretim yılında Milli Eğitim Bakanlığına bağlı ortaokullarda matematik öğretmeni olarak görev yapmakta olan üç matematik öğretmeni ile matematik eğitiminde uzman iki akademisyenden uzman görüşü alınmıştır.

#### 4.5. Verilen Toplanması

Verilerin toplanması sürecinde ise 2020-2021 eğitim öğretim yılı bahar dönemi Milli Eğitim Bakanlığı bünyesinde çalışmakta olan 12 ortaokul matematik öğretmenleri ile yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Yaşanan Covid-19 salgını sebebi ile yüz yüze yapılması uygun olamayan bu görüşmeler Zoom

programı üzerinden yapılmıştır. Her bir görüşme öğretmenlerle ayrı ayrı olarak onların uygun olduğu bir zaman diliminde yapılmıştır. Görüşmelerin uzunluğu 30 dakika ile 60 dakika arasında değişmektedir. Öğretmenlere görüşme formunda yer alan sorular daha önceden sunulmamış olup görüşme sürecinde sorulara verilen anlık cevaplar alınmıştır. Tüm görüşmeler katılımcıların onayı ile Zoom programı üzerinden ses/video kaydı altına alınmıştır. Kayıtlar görüşme sonrasında analiz edilmek üzere yazıya dökülmüştür.

#### **4.6. Araştırmacının Rolü**

Araştırma öğretmenlerle Zoom programı üzerinden yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı görüşme öncesinde her bir katılımcıya kayıtların gizli kalacağını ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirileceğini belirtmiştir. Böylece katılımcıların araştırmaya ve araştırmacıya güvenilmesi hedeflenmiştir. Görüşme sürecinde araştırmacı öğretmenlerin görüşme formunda yer alan sorulara verdikleri cevaplara karşın bir düzeltme vermemiş ve herhangi bir müdahalede bulunmamıştır. Araştırmacı kareköklü ifadeler konusuna ait öğrenci hatalarının öğretmenlerin görüşleri ile belirlenmesi ve hatalı çözüm etkinliklerine yönelik bakış açılarını incelemek üzere veri toplarken amacına odaklanmış, elde ettiği verileri gerçekliğinden saptırmadan okuyucuya sunmuştur.

#### **4.7. Veri Analizi**

Matematik öğretiminde hatalı çözüm etkinliklerinin uygulanmasına yönelik oluşabilecek değişimleri kareköklü ifadeler konu bazında öğretmen görüşleri ile keşfetmek ve hatalı çözüm etkinliklerine ilişkin olarak öğretmenlerin bakış açılarını ortaya çıkarmak üzere yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Görüşmelerin analizi için farklı metotlar bir arada kullanılmıştır. Görüşmelere ait transkriptler hem içerik analizi hem de gömülü teorinin veri analiz yönteminin bir parçası olan açık kodlama süreci kullanılmıştır. Araştırmalara ait verileri açıklayabilecek, durumu tanımlayabilecek kavramlara ve kelimelere ulaşmaya olanak tanıyan içerik analizi ise, verilerin altında yatan saklı gerçeklere ulaşmayı sağlayan kavramları ortaya çıkarmaktadır [7]. İçerik analizinde birbiri ile aynı anlama gelen

veriler tema altında toplanır ve çalışma sonucunda elde edilen resim okuyucuya sunulmuş olur. Açık kodlama Charmaz, [22] tarafından ilk kodlama olarak da isimlendirilmektedir. Açık kodlama sürecinde, veriler karşılaştırılır ve verileri tanımlayan temel kavramsal kategoriler belirlenir [22]. Bu analiz sürecinde araştırmaya ait verilerin yer aldığı kategoriler ve başlangıç kodları oluşturulur, kilit kelimeler belirlenir. Bu doğrultuda nitel bir araştırma olan çalışmada yapılan yarı-yapılandırılmış görüşmeler sırasında analiz sürecine açık kodlama ile başlanmış olup görüşmeler sonunda görüşmelere ait transkriptlerin analizi için içerik analizi kullanılmıştır. Verilerin analizi sürecine görüşme anında başlanmış ve ortaya çıkan önemli kodlar not edilmiştir. İlerleyen görüşmelerde not altına alınmış kodların tekrara düşmesi sebebi ile veri toplama süreci sonlandırılmıştır. Görüşmelerin tamamlanması ile görüşmelere ait ses/video kayıtları öncelikle bilgisayar ortamında yazıya aktarılmış ve elde edilen görüşme kayıtları içerik analizi ile analiz edilmiştir. Verilerin analizinde iki ayrı kodlama süreci meydana gelmiştir. Birinci kodlama sürecinde kareköklü ifadelerin öğretimi ve öğrenci öğrenmesi üzerine gerçekleştirilmiştir. İkinci kodlama süreci ise matematik öğretiminde hatalı çözüm metodu üzerine yapılmıştır. Görüşme kayıtlarının genel incelenmesi sonucunda ifadeleri temsil eden kilit kelimeler oluşturulmuş olup kilit kelimelerden aynı anlamı ifade edenler bir araya getirilerek kodlar oluşturulmuştur. Ardından kodlar ilgi düzeylerine göre kategoriler altında birleştirilmiş ve analizi süreci tamamlanmıştır.

Görüşmelerin analizi sonucunda elde edilen kategoriler, kategorilere ait kodlar ve öğretmen görüşlerine bulgular kısmında yer verilmiştir. Örnek kodlama şeması ise Çizelge 1’de sunulmuştur.

Çizelge 4.1 Verilerin analizi için kullanılan örnek kodlama şeması

Kategori	Kilit Kelimeler	Kod	Örnek Öğretmen Görüşü
Öğrencilerin Kareköklü İfadeler Konusunda Zorlanma Nedenleri	<ul style="list-style-type: none"> <li>Günlük yaşamda karşılaşmama</li> <li>İlk defa görme</li> <li>Geçmişe dair bilgi bulunmama</li> <li>İşlemsel açıdan en farklı konulardan biri</li> </ul>	İlk defa karşılaşma	<p>“İlk defa duydukları bir şeyi anlamlandırmak da zor daha zor oldu. Hem ilk defa kareköklü ifade adını duyuyorlar ve bunu işleme dökmeleri biraz zor oldu.” (Süreyya)</p> <p>“İlk başta en büyük sebebi geçmişe dair kareköke ait hiçbir şeyin olmaması. İlk, ilk defa görünen konular öğrenciler için zor oluyor.” (Ünal)</p>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Hazırbulunuşluk yetersizliği</li> <li>Ön bilgi yetersizliği</li> <li>Geçmiş bilgi eksikliği</li> <li>Geometri konusu ile ilişkisinin yetersizliği</li> </ul>	Hazırbulunuşluk düzeyi	<p>“Yani ön bilgi yetersizliği var diye düşünüyorum ben. Yani kareköke gelene kadar hani üslü sayı bilgisi yeterince oturmayınca biraz hızlı bir şekilde anlatıp geçildiği zaman karekökle karşılaşıldığında oturmayan o üslü sayılar konusunun şeylerini çekiyorlar, sorununu yaşıyorlar.” (Manolya)</p> <p>“... kareköklü ifadeler biraz geometri ile ilişkisi olduğu için olabilir yani. Geometriden kastım hani geometrinin bir konusu aslında. Kare konusu ile ilişkisi olduğu için çocuklar bunu kare konusu ile bağlayamadığı için o yüzden zorlanıyorlar.” (Onur)</p>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Kusurlu akıl yürütme</li> <li>Bilgi genellemesi</li> <li>Öğrendiği kuralı bütün sorularda uygulama</li> <li>Önceki bilgilerle karıştırma</li> </ul>	Aşırı genelleme	“Öğrencilerin en çok yaşadığımız problem kavram yanlışlarında yani bilgi genellendirmeleri en önemli sorumuz. Öğrendiği bir kuralı bütün sorularda kullanabilmek istemesi.” (Macide)

Çizelge 4.1 Verilerin analizi için kullanılan örnek kodlama şeması (devam)

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ezber yapma</li> <li>• Seçilen yöntemin uygun olmaması</li> <li>• Konunun ağır gelmesi</li> </ul>	Öğretim yöntemi	“... öğretmenlerin kısa zamanda çok fazla ezber yapmalarına maruz kalması, seçilen yöntemin konunun özelliğinden dolayı uygun olmaması da bence bunlar da kavram yanılmasını ve yanlış öğrenmeyi gerçekleştirir.” (Macide)
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Soyut gelen kavram olması</li> <li>• Soyut düşünememe</li> </ul>	Kavramın soyut olması	“... sanırım soyut gelen bir kavram karekök çocuklara.” (Cem) “... somut soyut düşünme kısmına tam geçemedikleri için olabilir.” (Nazan)
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Problem çözme becerilerinde yetersizlik</li> <li>• Bir sayının başka bir sayının karesi olduğunu düşünememe</li> </ul>	İşlemsel süreç yetersizliği	“Problem çözme becerisinin de gayet yerinde olması gerekir. Çünkü karekökü biz problemlere aktardığımızda yine problem çözebilecekler ki sayılarla yani kareköklü işlemleri de yapabilsinler. Hem probleme odaklanacaklar hem kareköklü sayılarla işlem yapmalarını gerektiğini düşünerekten çözüm getirecekler. Onun için iş güçleri ikiye artıyor, ikiye katlanıyor diyebilirim.” (Manolya)
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Önyargı</li> <li>• Öğrenci sorumlulukları</li> </ul>	Öğrenci tutumları	“Tamamen ön yargı diye düşünüyorum yani yapamayacaklarından değil bence.” (Dilara) “... öğrencilerin üzerinde düşün görevleri yapmadıklarını düşünüyorum.” (Eylül)



Veri analizinin güvenilirliğini sağlamak amacıyla ilk önce görüşmelere ait kayıtların (transkriptlerin) yarısı (altı adet) araştırmacı tarafından kodlanmıştır. Altı adet transkriptin kodlanmasının ardından bir uzman tarafından kodlanması istenmiştir. Kodlama süreci sonrasında uzman ve araştırmacı bir araya gelerek verilere ait kodlamaları değerlendirmiştir. Araştırmacı ve uzmana ait kodlar arasındaki uyum, Miles ve Huberman, [33] tarafından geliştirilen kodlayıcı güvenilirlik formülü ile hesaplanmıştır. 
$$\frac{\text{Uyumlu Kodlar}}{\text{Uyumlu Kodlar} + \text{Uyumsuz Kodlar}} \cdot 100$$
 ile araştırmanın kodlayıcı güvenilirliği %93 olarak hesaplanmıştır. Elde edilen bu oran en az %80 olması gerektiğinden sonuçların araştırmanın güvenilirliği için yeterli düzeyde olduğu belirlenmiştir. Araştırmacı ve uzmana ait kodlamaların değerlendirme sürecine geçilmiş ve farklı isimlerle isimlendirilmiş ayrıca aynı anlamı temsil eden kodlar için ortak bir isim ile kod oluşturma işlemi gerçekleştirilmiştir. Ayrıca kodlar arasında yer alan uyumsuz kodlar araştırmacı ve uzmanın birlikte değerlendirmesine tabi tutulmuş ve uyumsuz olan kodlar ya aynı anlamı temsil edilen diğer kodlarla birleştirilmiş ya da yeni bir kod olarak isimlendirilmiştir. Kodların tamamlanmasının ardından tüm görüşmelere ait transkriptler araştırmacı tarafından kodlanmış ve bu süreç tez danışmanın kontrolü ile devam etmiştir. Ayrıca haftalık olarak veriler, tez danışmanı ve danışmanın diğer lisansüstü öğrencileri ile tartışılmıştır.

## 5. BULGULAR

Bu bölümde, araştırmanın problem cümleleri olan “Kareköklü İfadeler konusunun öğretimi ve öğrenci öğrenmesinde karşılaşılan hatalara ilişkin öğretmen görüşleri nelerdir?” ve “Matematik öğretimi sürecinde kullanılacak olan hatalı çözüm metoduna ilişkin öğretmen görüşleri nelerdir?” sorularına ilişkin görüşmelerden elde edilen verilerin incelenmesi sonucunda ulaşılan bulgular incelenmektedir. Öğretmenlerin görüşleri doğrultusunda öncelikle kareköklü ifadeler konusunun öğretimi ve öğrenci öğrenmesi üzerine bulgular sunulmuş olup ardından matematik öğretimi sürecinde hatalı çözüm metodunun kullanılmasına ve öğretmenlerin bu yönetime ait görüşlerine ilişkin elde edilen bulgulara yer verilmiştir.

### 5.1. Kareköklü İfadeler Konusunun Öğretimi ve Öğrenci Öğrenmesi

Araştırma sürecinde öğretmenlerle gerçekleştirilen yarı yapılandırılmış görüşlerde ilk olarak öğretmenlere kareköklü ifadeler konusunun öğretimi ve öğrencilerin öğrenmesi sürecinde yaşanan zorlukları ve hataları belirlemeye yönelik sorular sorulmuştur. Ayrıca görüşme sürecinde öğretmenlerin öğretim sürecinde kullanmış oldukları etkinlikler ve problem örnekleri tespit edilmeye çalışılmıştır. Bu doğrultuda yapılan görüşmelerde dört ana kategori oluşmuştur: *Zorluk türleri, öğrencilerin kareköklü ifadeler konusunda zorlanma nedenleri, kareköklü ifadelerin öğretiminde kullanılan etkinlikler/problem örnekleri ve kareköklü ifadelerin öğretimi sürecinde öğretmenlerin zorlanma nedenleri*. Bu dört ana kategoriye ait bulgular ayrı başlıklar altında incelenmiştir.

#### 5.1.1. Kareköklü İfadeler Konusunda Öğrencilerin Yaşadıkları Zorluk Türleri

Görüşmeler sürecinde öğretmenlere, öğrencilerin yaşadıkları zorluk türlerini belirleyemeye yönelik soru sorulmuştur. Öğretmenlerin vermiş oldukları cevaplar neticesinde benzer zorluklar yaşadıkları ve bu doğrultuda öğrencilerin kareköklü ifadeler konusuna ait beş farklı alt kazanımda zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin yaşadıkları zorluk türlerine ilişkin olarak elde edilen bulgular Tablo 5.1’

de sunulmuştur.

Tablo 5.1 Öğrencilerin kareköklü ifadeler konusunda yaşadıkları zorluk türleri (f)

Kategori	Kodlar	Öğretmenler	f
<b>Zorluk Türleri</b>	$a\sqrt{b}$ şeklinde yazma	Onur, Nazan, Dilara, Demet, Zümrüt, Manolya, Ünal, Eylül, Cem	9
	Kareköklü ifadelerde dört işlem	Macide, Cem, Muhsin, Zümrüt, Manolya, Ünal, Süreyya	7
	Kavram eksikliği	Cem, Zümrüt, Ünal, Eylül, Onur	5
	En yakın doğal sayı	Dilara, Zümrüt	2
	İşlemi tersine çeviremememe	Onur, Süreyya	2

Tablo 5.1 incelendiğinde öğrencilerin “*kareköklü ifadelerde dört işlem*” de, “*a√b şeklinde yazma*” da, “*en yakın doğal sayı*” yı bulmada, konuya ait “*kavram eksikliği*” nde ve “*işlemsel süreci tersine çeviremememe*” de zorluk yaşadıkları belirlenmiştir.

Öğretmenlerin, öğrencilerin yaşadıkları zorluklar arasında en fazla görüş bildirdikleri ve 9 öğretmen tarafından belirtilen bir diğer zorluk türünün ise köklü bir ifadeyi “*a√b şeklinde yazma*” olduğu tespit edilmiştir. Öğrencilerin kök içinde yer alan sayıyı biri tam kare olan iki sayının çarpımı şeklinde yazmada zorlandıkları ve dolayısıyla kök dışına çıkarmada sıkıntı yaşadıklarını Dilara öğretmen şu sözleri ile ifade etmektedir:

*“Genelde çocuklar kareköklü sayıları  $a\sqrt{b}$  şeklinde yazmakta zorlanabiliyorlar. Onda da bir sayıyı iki çarpım iki sayının çarpımı şeklinde yazın diyorum. Bunlardan birisi özel sayı olsun tam kare olsun ki o biri bari kurtulsun diyorum. Onda biraz zorlanıyorlar.”*

Öğrencilerin kök içinde yer alan büyük bir sayıyı kök dışına çıkarırken zorluk yaşadıklarını ise Demet öğretmen “... kareköklü ifadeyi dışarı çıkarırken mesela büyük sayılarda bazı sorular yaşayanlar oldu.” şeklindeki görüşü ile dile getirmektedir. Görüşme sürecinde öğretmenlerin görüşleri incelendiğin; öğrencilerin köklü bir ifade içindeki sayının büyük olması ve kök içinde yer alan sayıyı biri tam kare olan iki sayının çarpımı şeklinde ifade etmekte zorluk yaşadıkları dolayısıyla köklü bir ifadeyi  $a\sqrt{b}$  şeklinde zorlandıkları belirlenmiştir.

Görüşmeler sürecinde öğretmenlerden 7 tanesi öğrencilerin “kareköklü ifadelerde dört işlem” de zorlandıklarını ifade etmişlerdir. Örneğin, Ünal öğretmen öğrencilerin kareköklü ifadelerde toplama ve çıkarma işleminde zorlandıklarını şu görüşü ile dile getirmektedir:

“... kareköklü ifadelerde toplama - çıkarmanın karekökü, mesela  $2\sqrt{3}$  ile  $3\sqrt{3}$  ü toplarken bizim orada buna  $5\sqrt{3}$  dememiz konusunda zorlanıyorlar. Bu sefer kökün içini de toplamak istiyorlar.”

Benzer şekilde Manolya öğretmen toplama işleminde “... örneğin toplama işleminde köklerin içerisinde eşitlenebileceğini düşünemiyorlar.” sözleri ile öğrencilerinin kareköklü ifadelerde toplama işleminde kök içlerinin eşit olması gerektiği konusunda zorlandıklarını belirtmektedir. Cem öğretmen ise öğrencilerinin çarpma işleminde zorlandıklarını görüşme sürecinde şu şekilde ifade etmiştir: “Onun dışında çarpmada bazen sorun yaşıyorlar.”

Yukarıda da belirtildiği gibi öğrencilerin kareköklü ifadelerde dört işlem kazanımında zorluk yaşadıkları, özellikle toplama ve çıkarma işleminde kök içlerinin eşitlenmesi gerektiğini düşünmedikleri, kök içlerini toplamak istedikleri ve bu yönde hatalar yaptıkları yönünde bulgular elde edilmiştir.

Kareköklü ifadeler konusunda öğrencilerin konuya ait “kavram eksikliği” nde zorluk yaşadıklarını 5 öğretmen ifade etmiştir. Özellikle öğrencilerin karekök kelimesinin ne anlama geldiğinde zorluk yaşadıklarını Ünal öğretmen “Kareköklü ifadelerde özellikle ilk başta karekökün ne anlama, ne anlatma istediği yani karekökün ne olduğunu anlamakta zorlanıyorlar.” şeklindeki görüşü ile dile getirmiştir. Öğrencilerin aslında ilk olarak karekökün ne anlama geldiğini, neyi temsil ve ifade

ettiğini anlamakta sıkıntı yaşadıkları ve kareköklü ifadeler konusunda yaşadıkları bir zorluk türünün de kavram eksikliği olduğu görülmektedir.

Öğrencilerin kareköklü ifadeler konusunda zorluk yaşadıkları bir diğer nokta ise köklü bir ifadeye ait “*en yakın doğal sayı*” yı bulmak olduğuna dair görüşlerini 2 öğretmen belirtmiştir. Öğretmenlerden Zümrüt öğretmen ise bu durumu şu sözleri dile dile getirmektedir: “*Mesela kareköklü sayıların hangi doğal sayı hangi tam sayıya yakın olduğunu bulma konusu vardı. Aslında çocuklar burada da çok zorlandılar. Çünkü neden? Mantıklarına oturamıyor. İrrasyonel bir sayı olduğu için kareköklü ifadeler. Mesela  $\sqrt{68}$  sayısı nasıl olurda işte 8 ile 9 un arasında olur? Bunu tam kafalarına oturtamıyorlar. Çünkü 68 aslında bakıldığında yüksek bir sayı, nasıl 8 ile 9 arasında oluyor gibi bir tepki ile karşılaştık.*” Burada öğrencilerin köklü bir ifadenin doğal sayılar arasında nasıl yer aldığını anlamlandırmada zorlandıklarını bu yüzden hangi iki sayı arasında yer aldığını ve en yakın olduğu doğal sayıyı bulmada sıkıntı yaşadıkları görülmektedir. Ayrıca özellikle kök içinin yüksek bir sayı olmasına rağmen daha küçük sayıların arasında yer alması ve yakın olan sayıyı anlamlandırmakta zorlandıkları da tespit edilmektedir.

Öğretmenlerle yapılan görüşmelerde, öğrencilerin yaşadıkları son zorluğu da 2 öğretmen kareköklü ifadelerde “*işlemsel süreci tersine çeviremem*” olarak ifade ettikleri görülmektedir. Öğrencilerin özellikle bir sayının başka bir sayının karesi olduğunu bulmada yani tersine gitmede zorlandıklarını Onur öğretmen şu görüşü ile dile getirmektedir:

*“Öncelikle benim dediğim gibi işte sayının başka bir sayının karesi olduğunu bulma işlemi yani tersine dönme işlemi işte karenin alanından bir kenar uzunluğuna gitme olayı var ya onu burada da yani mantık aslında karekökün mantığı budur zaten. Ortaya çıkma şekli. O tersine dönme işlemi yapamıyorlar Tersine doğru gidemiyorlar, hani bir sayının karesini al dediğim zaman o sayıyı kendisi ile çarpabiliyor ama işte karesi verilen bir sayının kendisini bulamıyorlar. Bu tersine dönme işlemi gerçekleştiriyorlar. En çok burada zorlanıyor çocuklar.”*

Yukarıda da görülmektedir ki öğrencilerin bir sayının karesini hesaplayabildikleri fakat işlemi tersine çevirmede yani verilen bir sayının hangi sayının karesi olduğunu bulmada zorluk yaşadıkları tespit edilmektedir.

### 5.1.2. Öğrencilerin Kareköklü İfadelerde Zorlanma Nedenleri

Öğretmenlerle gerçekleştirilen yarı-yapılandırılmış görüşmede öğrencilerin kareköklü ifadelerde yaşadıkları zorlukların nedenlerini belirlemeye yönelik soru sorulmuştur. 12 öğretmenin görüşme sürecinde vermiş oldukları cevapların analizi sonucunda 7 adet zorlanma nedeni tespit edilmiştir. Öğrencilerin kareköklü ifadeler konusunda zorlanma nedenlerine ait bulgular Tablo 5.2’ de sunulmuştur.

Tablo 5.2 Öğrencilerin kareköklü ifadeler konusunda zorlanma nedenleri (f)

Kategori	Kodlar	Öğretmenler	f
<b>Öğrencilerin Kareköklü İfadeler Konusunda Zorlanma Nedenleri</b>	İlk defa karşılaşma	Cem, Dilara, Demet, Muhsin, Ünal, Süreyya, Onur	7
	Hazırbulunuşluk düzeyi	Macide, Manolya, Ünal, Süreyya, Onur	5
	Öğretim yöntemi	Macide, Zümrüt, Nazan	3
	İşlemsel süreç yetersizliği	Onur, Zümrüt, Manolya	3
	Aşırı genelleme	Macide, Zümrüt	2
	Kavramın soyut olması	Nazan, Cem	2
	Öğrenci tutumları	Dilara, Eylül	2

Görüşmeler neticesinde öğrencilerin zorluk yaşama nedenleri arasında öğretmenlerin en çok konu ile “*ilk defa karşılaşma*” olarak ifade ettikleri görülmektedir. Ayrıca öğrencilerin konuya dair “*hazırbulunuşluk düzeyi*” lerinin yetersizliğinin, konu öğretimi sürecinde seçilen “*öğretim yöntemi*” nin, sahip oldukları “*işlemsel süreç yetersizliği*” nin, mevcut bilgilerini “*aşırı genelleme*” leri, “*kavramın soyut olması*” ve kavrama dair “*öğrenci tutumları*” nın yaşanan zorlukların nedenleri olarak tespit edilmiştir.

Öğrencilerin kareköklü ifadeler konusunda yaşadıkları zorlukların nedenlerinden ilkini 7 öğretmen konuyla “*ilk defa karşılaşma*” olarak ifade etmektedirler. Öğrencilerin daha önceden bu konuyu hiç görmemiş olmalarını ve bu

durumun öğrencilerin yaşadıkları zorlukların nedenlerinden biri olabileceğini Süreyya öğretmen şu sözlerle dile getirmektedir:

*“İlk defa duydukları bir şeyi anlamlandırmak zor daha zor oldu. Hem ilk defa kareköklü ifade adını duyuyorlar ve bunu işleme dökmeleri biraz zor oldu.”*

Benzer şekilde Ünal öğretmen ise *“İlk başta en büyük sebebi geçmişe dair kareköke ait hiçbir şeyin olmaması. İlk, ilk defa görünen konular öğrenciler için zor oluyor.”* sözleri ile ilk defa gördükleri ve geçmişten gelen bir bilgilerinin olmaması sebebiyle zorluk yaşadıklarını belirtmektedir. Burada öğretmen görüşleri incelendiğinde, öğrencilerin kareköklü ifadeler konusu ile ilk kez 8.sınıfta karşılaştıkları ilk defa gördükleri bir konu olması ve geçmişten gelen bilgi birikimlerinin olmaması sebebiyle zorlandıkları görülmektedir.

Görüşme sürecinde 5 öğretmen, öğrencilerin zorlanma nedenlerinden bir diğerinin de sahip oldukları *“hazırbulunuşluk düzeyi”* nin yetersizliği olarak belirtmektedirler. Örneğin, Manolya öğretmen *“Yani ön bilgi yetersizliği var diye düşünüyorum ben. Yani kareköke gelene kadar hani üslü sayı bilgisi yeterince oturmuyunca biraz hızlı bir şekilde anlatıp geçildiği zaman karekökle karşılaşıldığında oturmayan o üslü sayılar konusunun şeylerini çekiyorlar, sorununu yaşıyorlar.”* görüşü ile öğrencilerin sahip oldukları ön bilgilerindeki yetersizliğinin zorluk yaşamalarındaki nedenlerden biri olduğunu belirtmektedir. Süreyya öğretmen ise öğrencilerin temel bilgilerindeki eksikliğin zorluk yaşamalarına neden olduğunu şu sözleri ile ifade etmektedir:

*“Ya ben işte genel olarak temellerine bağlıyorum. Çünkü bir çocuk ilköğretimde sağlam bir temelle geldiyse devamında da bunun üstüne. Matematik genel olarak zaten her kademedede üstüne bir tık daha koyarak ilerleyen bir ders.”*

Yukarıda yer alan öğretmen görüşlerinde de belirtildiği gibi kareköklü ifadeler konusunun diğer konularla olan ilişkisi göz önüne alındığında yaşanan zorlukların nedenlerinde birinin de öğrencilerin konuya dair ön bilgilerinin yetersiz olması ve temellerinin sağlam olmaması yani hazırbulunuşluk düzeylerinin yetersizliği olarak görülmektedir.

Kavram öğretiminde önemli bir nokta olan “*öğretim yöntemi*” nin yanlış seçilmesinin öğrencilerde yaşanan zorlukların nedenlerinden biri olduğunu 3 öğretmen belirtmiştir. Macide öğretmen öğrencilerin ezber yapmaları ve öğretmenlerin yanlış öğretim yöntemini tercih etmeleri nedeniyle zorluk yaşandığını şu sözler ile ifade etmektedir: “... öğretmenlerin kısa zamanda çok fazla ezber yapmalarına maruz kalması, seçilen yöntemin konunun özelliğinden dolayı uygun olmaması da bence bunlar da kavram yanlışmasını ve yanlış öğrenmeyi gerçekleştirir.” Burada öğretmenlerin yeni bir bilginin kazandırılması için ezber odaklı bir yol izlemesi, öğretim süreci için seçilen yöntem ve tekniğin konunun öğretimi için uygun olmamasının öğrencilerin yaşadıkları zorlukların bir nedeni olarak görüldüğü belirlenmektedir.

Kareköklü ifadeler konusunda öğrencilerin yaşadıkları zorluklardan bir diğerini öğretmenlerden 3 tanesi “*işlemsel süreç yetersizliği*” olarak ifade etmektedirler. Özellikle problem çözme becerisinin öneli olduğuna değinen Manolya öğretmen “*Problem çözme becerisinin de gayet yerinde olması gerekir. Çünkü karekökü biz problemlere aktardığımızda yine problem çözebilecekler ki sayılarla yani kareköklü işlemleri de yapabilsinler. Hem probleme odaklanacaklar hem kareköklü sayılarla işlem yapmalarını gerektiğini düşünerekten çözüm getirecekler. Onun için iş güçleri ikiye artıyor, ikiye katlanıyor diyebilirim.*” ifadesi ile yaşanan zorluğun bir nedeninin de işlemsel süreç yetersizliği olduğunu belirtmektedir. Burada öğrencilerin problem çözme becerilerinin yeteri kadar olmaması, uygulayacakları işlemleri doğru tespit edebilme düzeylerindeki yetersizlik yaşanan zorlukların nedenleri olarak görülmektedir.

Öğrencilerin yaşadıkları zorlukların nedenlerinden birini de 2 öğretmen, sahip oldukları bilgileri diğer durumlarda da kullanmak istemeleri yani “*aşırı genelleme*” yapma olarak belirtmektedirler. Bu durumu Macide öğretmen şu şekilde ifade etmektedir:

*“Öğrencilerin en çok yaşadığımız problem kavram yanlışlarında yani bilgi genellendirmeleri en önemli sorunumuz. Öğrendiği bir kuralı bütün sorularda kullanabilmek istemesi. Mesela toplama işleminde  $\sqrt{a}$  ile  $\sqrt{b}$  nin toplamının ikisinin mesela köklerin eşit olması gerekiyor. Fakat öğrenci toplama işlemi yapar gibi köklü sayılarda da aynı toplama işlemini genelleme yapıyor. Yani*



*baktığımızda en büyük şey bilgi genelmesi olarak düşünüyorum. Önceki bilgilerini şu anda yeni öğrendiği konuya da entegre ediyor.”*

Yukarıda da belirtildiği gibi öğrencilerin daha önceden veya konuyla ilgili yeni öğrenmiş oldukları bir bilgiyi/kuralı diğer durumlarda da kullanmayı tercih ettikleri görülmektedir. Bu durum öğrencilerin kareköklü ifadeler konusunda zorluk yaşama nedenlerinden biri olan aşırı genelleme olarak temsil edilmektedir.

Görüşmeler sürecinde öğretmenlerden 2 tanesi “*kavramın soyut olması*” nedeniyle öğrencilerin zorluk yaşadıkları ifade etmişlerdir. Cem öğretmen “... *sanırım soyut gelen bir kavram karekök çocuklara.*” sözleri ile kareköklü ifadeler konusunun öğrenciler için soyut gelen bir kavram olduğunu ve bu nedenle zorluk yaşadıklarını belirtmektedir. Benzer şekilde Nazan öğretmen ise öğrencilerin soyut düşünme kısmına geçiş yapamadıkları için zorluk yaşadıklarını şu sözler ile dile getirmektedir: “... *somut soyut düşünme kısmına tam geçemedikleri için olabilir.*” Öğretmenlerin açıklamalarından da anlaşılacağı üzere kavramın soyut bir kavram olarak görülmesi, öğrencilere soyut gelen bir kavram olması ve soyut düşünme basamağına geçiş sağlanamaması nedeniyle zorluk yaşadıkları yönünde bulgular elde edilmiştir.

Öğrencilerin zorlanma nedenlerinden birini de sahip oldukları “*öğrenci tutumları*” olarak ifade eden 2 öğretmen, tutumları ön yargılar ve sorumluluklar olarak belirtmektedir. Örneğin Dilara öğretmen “*Tamamen ön yargı diye düşünüyorum yani yapamayacaklarından değil bence.*” görüşü ile konunun zor olmadığını ama öğrencilerin konuya dair önyargılı olduklarını ifade etmektedir. Bu zorlanma nedeni için diğer bir görüş bildiren Eylül öğretmen ise öğrencilerin sorumluluklarını yerine getirmedikleri için zorlandıklarını şu sözlerle belirtmiştir: “... *öğrencilerin üzerine düşen görevleri yapmadıklarını düşünüyorum.*” Burada kareköklü ifadeler konusuna karşı öğrencilerin sahip oldukları önyargılar, üzerlerine düşen görevleri ve sorumlulukları yerine getirmemeleri nedeniyle zorluk yaşandığı görülmektedir.

### **5.1.3. Öğretmenlerin Kareköklü İfadelerin Öğretiminde Kullandıkları Etkinlik, Problem veya Örnek Türleri**

Kareköklü ifadelerin öğretimi sürecinde kullandıkları etkinlik, problem veya örnek türlerini belirlemek amacıyla görüşme sürecinde öğretmenlere soru sorulmuştur.

Alınan cevapların analizi sonucunda öğretmenlerin kavram öğretimi sürecinde 7 farklı etkinlik, problem veya örnek türleri kullandıkları tespit edilmiştir. Elde edilen bulgulara ait bilgiler Tablo 5.3'te yer almaktadır.

Tablo 5.3 Kareköklü ifadelerin öğretiminde kullanılan etkinlik, problem veya örnek türleri (f)

Kategori	Kodlar	Öğretmenler	f
<b>Kareköklü İfadelerin Öğretiminde Kullanılan Etkinlik, Problem veya Örnek Türleri</b>	Akıllı tahta uygulamaları	Macide, Zümrüt, Ünal, Süreyya	4
	Temel bilgi düzeyi	Eylül, Onur, Nazan, Zümrüt	4
	Örnek sorular	Cem, Demet, Süreyya	3
	Beceri Temelli Sorular	Dilara, Demet, Muhsin	3
	Geometri ile ilişkilendirme	Zümrüt, Manolya	2
	Ders kitabı	Muhsin, Demet	2
	Somutlaştırıcı örnekler	Ünal	1

Kareköklü ifadelerin öğretimi sürecinde öğretmenlerin kullanmış oldukları etkinlikler veya problem örneklerinin yer aldığı Tablo 5.3 incelendiğinde öğretmenlerin “*akıllı tahta uygulamaları*” nda yer alan örnekleri kullandıkları, “*temel bilgi düzeyi*” ndeki soruları sordukları, sınava yönelik olarak “*örnek sorular*” ve “*beceri temelli sorular*” ı sınıflarında uyguladıkları, konunun yapısı gereği “*geometri ile ilişkilendirme*” yi sağlayacak problemleri, “*ders kitabı*” nda yer alan soru ve problemleri kullandıkları ve konuyu daha anlamlı hale getirmek için “*somutlaştırıcı örnekler*” i tercih ettiklerini tespit edilmiştir. Ayrıca 3 öğretmenin derslerin “*etkinlik kullanmama*” yı tercih ettikleri görülmüştür.

Kavram öğretimi sürecinde “*akıllı tahta uygulamaları*” nda yer alan örnekleri kullanmayı 4 öğretmenin tercih ettiği görülmektedir. Macide öğretmen öğrencilerin sorularla baş başa kaldıklarını ve tercih etme nedeni şu sözlerle ifade etmektedir: “*Özellikle ben akıllı tahta uygulamalarını çok seviyorum. Oradaki örnekleri gelip*

*kendi başına çözmesi kendi hatalarını da daha iyi anlamasına sebep oluyor.” Benzer şekilde Süreyya öğretmen ise “... İnternetteki videolardan faydalanabildik ya da EBA üzerinde takip ettik. Z-Kitaplar kullandık.” görüşü ile öğretim sırasında EBA uygulamasını ve dijital kitapları kullandığı görülmektedir. Burada öğretmenlerin çoğunlukla derslerin teknolojiyi kullandıkları, akıllı tahtalarda yer alan uygulamaları ve dijital kitapları kullandıkları, bu süreçte öğrencilerin sorularla baş başa kalmalarına olanak sağlamaya çalıştıkları görülmektedir.*

Öğretmenlerden 4’ü ise öğretim sürecinde kullandıkları etkinlik veya problem örneklerinin kavrama ait “*temel bilgi düzeyi*” ni ölçen örnekler olduğunu ifade etmektedirler. Kareköklü ifadeler konusuna ait temel bilgileri ölçmeye yönelik örnekleri kullanan Eylül öğretmen görüşünü şu sözler ile dile getirmektedir:

*“Genelde mesela 1 ile 100 e kadar yazılan sayılardan hangisi tam karedir? Mesela ya da işte aşağıdaki ifadelerden hangisi rasyonel ifadedir ya da irrasyonel ifadedir? Ya da işte şey var, toplama çıkarma var kareköklü ifadelerde. Ya da bir sayının kök dışına yani  $a\sqrt{b}$  şeklinde yazılımı ile alakalı sorular. Bu tarz sorular daha çok.”*

Benzer şekilde Onur öğretmen ise “*Bir kareköklü sayıları  $a\sqrt{b}$  şeklinde yazma. İşte önce burada yapılan işlemi,  $a\sqrt{b}$  şeklinde yazmanın mantığını anlattıktan sonra çocuklara bir tane iki tane örnek çözüyorum ben. Atıyorum işte  $\sqrt{72}$  sayısını  $a\sqrt{b}$  şeklinde yazıyorum. Bunu yazdıktan sonra anlattıktan sonra daha sonra öğrencilere ben süre veriyorum. Diyorum ki işte  $\sqrt{48}$  sayısını gösterdiğim yöntemle  $a\sqrt{b}$  şeklinde yazın. ”* sözleri ile öğretim sürecinde ilk örneği kendi gösterdiği ve temel bilginin öğrenci tarafından öğrenilmesi için başlangıç düzeyinde sorular tercih ettiği görülmektedir. Burada öğretmenlerin öğrencilere sundukları ve konuya ait temel bilgilerin yer aldığı soru ve örnekleri kullanmayı tercih ettikleri görülmektedir.

Kavram öğretimi sürecinde 3 öğretmen derslerinde “*örnek sorular*” ı kullanmayı tercih ettiklerini ifade etmişlerdir. Bu durumu Cem öğretmen “*Genelde biz MEB’de de örnek olarak verilen sorulardan daha çok yararlanıyoruz tabi ki.*” sözleri ile öğretim sürecinde kareköklü ifadeler konusuna ait Milli Eğitim Bakanlığı’nın öğrenciler için yayınlamış olduğu örnek soruları kullanmayı tercih ettiği görülmektedir.

Öğretmenlerden 3'ü derslerinde “beceri temelli sorular” 1 ve 2'si de “ders kitabı” nda yer alan soruları kullandıklarını ifade etmişlerdir. Örneğin Demet öğretmen öğretim sürecinde çoklu soru veya örnek kalıbını kullandığı şu sözleri ifade etmektedir: “Kitaplardaki örnekleri çözüyorum ama böyle yeni nesil soruları ya da Milli Eğitim'in yayınladığı örnek soruları da falan çözmeye çalışıyorum.” Öğretmenlerin liselere giriş sınavında yer alan sorularla paralellik gösteren ve Milli Eğitim Bakanlığı'nın devreye aldığı “Beceri temelli sorular” olarak bilinen soru kalıplarına derslerinde yer verdikleri, ayrıca ders kitabında yer alan örnekleri de kullandıkları görülmektedir.

Derslerin kavram öğretimine yönelik olarak “etkinlik kullanmama” yı tercih eden 3 öğretmenin öğretim aşamasında daha çok şekil içeren soruları tercih ettikleri ve sınıf mevcudunun fazla olması sebebiyle etkinlik kullanmadıkları görülmektedir. Örneğin Muhsin öğretmen “Genelde çok etkinlik yaptığım söylenemez. Ama sorular genelde şekil sorular üzerinden konuyu anlatıyorum. Öyle söyleyeyim. Pek etkinlik yapmıyorum.” görüşü ile öğretimde etkinlik yapmadığını ve konuya ait şekil içeren soruları kullanmayı tercih ettiği anlaşılmaktadır. Benzer şekilde etkinlik kullanmayan Dilara öğretmen ise sınıfların kalabalık olması sebebiyle tercih etmediğini şu sözleri ile dile getirmektedir:

*“Bizim sınıflar da biraz kalabalık. Çok fazla şey yaptırıyoruz. 40 kişilik sınıflarımız en az. Hani böyle herkesin de bir arada katılıp curcuna olmayacağı bir etkinlik çok yok.”*

Yukarıda belirtildiği gibi öğretim sürecinde öğretmenlerin sınıfların kalabalık olması, etkinlikte yaşanan sorulardan ve genellikle sınava yönelik şekilli soruların öğretim aşamasında tercih edilmesi ile öğretmenlerin etkinliklere yer vermedikleri tespit edilmiştir.

Derslerinde konuyu “geometri ile ilişkilendirme” yi sağlayacak etkinlikler veya problem örneklerini kullandıklarını görüşmeler sürecinde 2 öğretmen ifade etmiştir. Bu öğretmenlerden biri olan Zümrüt öğretmen kareköklü ifadeler konusunun öğretimi sürecinde konuyu geometri ile ilişkilendirmeye sağlayacak örneklerini şu görüşü ile belirtmektedir:

*“Zaten örneklerde şöyle de birkaç tane karesel bölgenin evet bu çok sevdiğim bir örneği açıkçası. Ve çocuklar bunu severek yaptı çünkü biraz oyuna benliyordu. Şöyle karesel bölgelerin birleşiminden bir şekil oluşuyor. Ve bu şekillerin çevresini hesaplama gibi bir uygulamamız vardı. Aslında örnek olarak göstermek isterdim ama. Gene işte kare  $361 \text{ cm}^2$ , ona yakın yanında hemen yapışık bir  $81 \text{ cm}^2$  lik bir alan daha var. Onun hemen yanında yapışık  $64 \text{ cm}^2$  lik bir alan var. Bu karelerin çevrelerin toplamını istiyordu ama bu kareler birbirine yapışık olduğu için çevrelerde de hani o kenarları hesaplamak da dikkat gerektiriyordu. Bunu kullanmıştım derslerimde alan çevre formülünün özelliklerini kullanmıştım.”*

Burada öğretmenlerin kareköklü ifadelerin öğretiminde karenin alanı ile olan ilişkisine yönelik soruları kullandıkları, öğrencilerine karelerin alanlarından bir kenar uzunluğu ve çevre uzunluğunun hesaplanmasına geçiş yapmalarını sağlayacak geometrik şekillerle ilgili soruları derslerinde tercih ettikleri görülmektedir.

Kareköklü ifadelerin öğretimi sürecine yönelik olarak öğretmenlerden 1 tanesi ise derslerinde konuyu öğrencilerde daha anlaşılır hale getirmek için “somutlaştırıcı örnekler” kullanmayı tercih ettiğini belirtmiştir. Ünal öğretmen;

*“Kareköklü ifadelerde de hayata bağlamak adına, uzunlukları, ölçüleri kareköksel olarak göstererek çocuklarla soru çözdük ki biraz gündelik hayattan örnek alsınlar diye. Örnek bir masanın uzunluğunu gösterirken  $\sqrt{16}$  birim diyoruz  $\sqrt{16}$  metre diyoruz mesela. O da bize bunun 4 metre olduğunu gösteriyor. Çocuklarla bu tarz somut örnekler vererek masanın bir kenarı işte dikdörtgenel masanın bir kenarı  $\sqrt{4}$  metre diğer  $\sqrt{16}$  m dediğimizde 4' e 2 olduğunu kendisi bulup daha sonra masanın alanını bulabilir. Bunlar geçmişte gördüğümüz konular, alan konusu. Hem karekökü bunun içine dâhil etmiş oluyoruz. Gündelik hayattan örnekler vererek bu süreçte yaparsak çocuklarda daha iyi anlıyorlar.”*

görüşü ile öğretim aşamasında günlük hayattan örnekler sunarak öğrenciler için konuyu daha somut hale getirmeyi ve daha iyi anlamalarını sağlamaya çalıştığı görülmektedir.

#### **5.1.4. Kareköklü İfadeler Konusunun Öğretimi Sürecinde Öğretmenlerin Zorlanma Nedenleri**

Öğretmenlerle gerçekleştirilen yarı yapılandırılmış görüşmelerde kareköklü ifadeler konusunun öğretimi sürecinde öğretmenlerin yaşadıkları zorlukların nedenlerini belirlemeye yönelik soru sorulmuştur. Öğretmenlerin vermiş oldukları

cevapların analizi sonucunda 7 farklı zorlanma nedeni tespit edilmiştir. Kareköklü ifadelerin öğretimi sürecinde öğretmenlerin yaşadıkları zorlanma nedenlerine ilişkin elde edilen bulgular ise Tablo 5.4’ de sunulmuştur.

Tablo 5.4 Kareköklü ifadelerin öğretimi sürecinde öğretmenlerin zorlanma nedenleri (f)

Kategori	Kodlar	Öğretmenler	f
<b>Kareköklü İfadelerin Öğretimi Sürecinde Öğretmenlerin Zorlanma Nedenleri</b>	Hazırbulunuşluk düzeyi	Macide, Onur, Manolya	3
	Kavramın soyut olması	Macide, Muhsin, Zümrüt	3
	Öğrenci tutumları	Nazan, Muhsin, Ünal	3
	İşlemsel süreç yetersizliği	Süreyya, Cem	2
	Öğrenme seviyelerindeki farklılaşma	Demet, Eylül	2
	İlk defa karşılaşma	Zümrüt	1
	Müfredat yoğunluğu	Zümrüt	1

Tablo 5.4 incelediğinde kareköklü ifadelerin öğretiminde öğretmenlerin; öğrencilerin “*hazırbulunuşluk düzeyi*” lerinde var olan yetersizlik, “*kavramın soyut olması*”, “*öğrenci tutumları*” ndan, öğrencilerde “*işlemsel süreç yetersizliği*” nden, öğrenciler arasında var olan “*öğrenme seviyelerindeki farklılaşma*” ndan, öğrencilerin kavramla “*ilk defa karşılaşma*” ları ve 8.sınıf “*müfredat yoğunluğu*” sebebiyle zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir. Ayrıca öğretim sürecinde “*zorluk yaşamama*” durumlarının da varlığı görülmüştür.

Görüşmeler sürecinde öğretmenlerden 3 tanesi öğretim sürecinde yaşadıkları zorlukların nedenini öğrencilerin “*hazırbulunuşluk düzeyi*” lerinde var olan yetersizlik olarak ifade etmiştir. Örneğin, Manolya öğretmen öğrencilerde ön bilgilerin yetersizliğinin zorlukların nedeni olduğunu şu görüşü ile dile getirmektedir:

“... matematik hep iç içe geçmiş konulardan oluşuyor. Ön bilgi yetersizliği olunca ciddi zorlanıyoruz. Ama kareköke gelene kadar eğer bütün konuları verimli bir şekilde işlemiş ve öğrenmişse bir çocuk karekökte de hiçbir sorun yaşamadan ilerleyebiliyor diyebilirim. Yani ön bilgi ön hazırlık bizim için en önemli olan şey.”

Benzer şekilde Onur öğretmen ise “... en çok sıkıntı çektiğimiz nokta öğrencilerin geçmişe dönük bilgilerini hatırlamamaları.” görüşü ile öğrencilerin geçmişe dönük bilgilerini hatırlamamalarının öğretim sürecinde öğretmenlerin sıkıntı çekmesine neden olacağını belirtmektedir. Bu görüşler neticesinde matematiğin yığılmalı bir disiplin olarak yer aldığı ve konuların birbiri ile ilişkisinin varlığı bir konunun öğretim sürecini de etkilediği öğretmenler tarafından ifade edilmektedir. Burada öğrencilerin ön bilgilerinin yetersiz olması öğretmenlerin öğretim sürecinde yaşadıkları zorlanmaların nedenlerinden biri olarak görülmektedir.

Öğretmenlerin öğretim sürecinde yaşadıkları zorlukların bir diğer nedenini 3 öğretmen “*kavramın soyut olması*” olarak ifade etmişlerdir. Burada özellikle soyut kavramları anlatma sürecinde zorlandığını belirten Macide öğretmen “... *Bazı soyut kavramları çocuklara anlatırken gerçekten zorlandığım kısımlar oluyor.*” sözleri ile zorlanma nedenin kavramın soyut olması şeklinde belirttiği görülmektedir. Matematiğin soyut yapısı sebebiyle kavram öğretiminde öğretmenlerin zorlanmalarının altında yatan nedenlerden biri olduğu elde edilen bulgular arasında yer almaktadır.

“*Öğrenci tutumları*” nın öğretim sürecinde öğretmenlerin yaşadıkları zorlanma nedenlerinden bir diğeri olduğunu 3 öğretmen görüşme sürecinde ifade etmişlerdir. Nazan öğretmen öğrencilerin tutumlarının öğretim sürecinde sıkıntı yaşamalarına neden olduğunu şu sözlerle dile getirmiştir: “*Bence çocukların çok fazla gidip tekrar etmemesinden kaynaklı olduğunu düşünüyorum. Hani ilk başta konuyu öğretirsin ya çocuk onu pekiştirmese anlamaz. Çünkü bir dahaki derste sorduğumda cevap alamadığımda sıkıntılar oluyor.*” Burada öğrencilerin ders tekrarı yapmamaları ve öğrenme süreci içinde üzerine düşen sorumlulukları yerine getirmemelerinin öğretim aşamasında öğretmenlerin yaşadıkları zorlukların nedenlerinden biri olarak görülmektedir.

Öğretmenlerin yaşadıkları zorlukların nedenlerinden bir diğerinin ise öğrencilerin “*işlemsel süreç yetersizliği*” nden kaynaklı olduğunu 2 öğretmen belirtmiştir. Cem öğretmen yeni nesil tarzı sorular üzerinde yaşadıkları zorluğu şu sözlerle dile getirmiştir: “*Ve yeni nesilde karşılaştıkları sorulardan aslında hangi yollarla çözeceklerini öğretmek bize biraz daha zor geliyor.*”. Benzer şekilde Süreyya

öğretmen ise *“İşlem yapmaları konusunda. Mesela kareköklü ifadelerin tam kare olmayanlarında dışarı çıkarırken hangi tam kare ile kaç çarparsam hangisi kökün içinde kalır hangisi kökün dışında kalır? Pratik olarak işlem yapma yetenekleri olmadığı için uzun uzun işlem yapmaları gerekiyor.”* görüşü ile öğrencilerin konuya ait işlemleri yapmada ve pratik kazanmada sıkıntı yaşadıkları ve dolayısıyla uzun süreli işlemler tercih ettikleri belirtilmektedir.

Yukarıda yer alan görüşler incelendiğinde öğrencilerin özellikle yeni karşılaştıkları ve alışkın olmadıkları beceri temelli soruların çözümünde nasıl bir yol izleyeceklerini bilememeleri ve işlemleri zihinlerinde yer edinmemiş olmaları öğretim aşamasında öğretmenlerin yaşadıkları zorlukların nedenleri olarak görülmektedir. Öğretmenlerin burada zorluk yaşamalarının nedeni aslında öğrencilerin işlemsel süreçlerinde yetersizliğin varlığı olarak ifade edilmektedir.

Öğrenme ortamlarında öğrencilerde var olan *“öğrenme seviyelerindeki farklılaşma”* nın öğretim sürecinde bir zorlanma nedeni olduğunu 2 öğretmen ifade etmiştir. Demet öğretmen *“Öğretirken şöyle deyim, sınıflardaki seviyeler de birbirinden farklı olduğu için açıkçası biraz da orada zorlanıyoruz.”* şeklindeki sözleri ile öğrenme seviyelerindeki farklılıkların öğretim sürecindeki zorlanmaların bir nedeni olduğu görülmektedir. Eylül öğretmen ise bireysel farklılıkların varlığı sebebiyle bütün öğrencilerle ayrı ayrı ilgilenememesinin yaşadığı zorluğun bir nedeni olduğunu şu görüşü ile dile getirmektedir: *“Bir de bireysel farklılık denen bir şey var. Her öğrencinin algısı farklı olduğu için hepsine ayrı ayrı yönelemiyorum.”* Burada sınıf içerisindeki öğrencilerin öğrenme düzeylerinde yer alan farklılıkların, öğretim sürecinde öğretmenlerin yaşadıkları zorlukların nedeni olduğu elde edilen bulgular arasında yer almaktadır.

Öğretim sürecinde yaşanan zorlukların diğer nedenlerinin ise öğrencilerin kavram ile *“ilk defa karşılaşma”* ları ve 8.sınıf *“müfredat yoğunluğu”* olduğunu 1 öğretmen ifade etmiştir. Zümrüt öğretmen yaşadığı zorluğun her iki nedenini şu sözlerle dile getirmektedir: *“En temel sebebi ilk defa karşılaşmaları, yeni kavram olması, hiç aşına olmadıkları bir kavram olması. Bir de 8.sınıf müfredatının çok fazla yeni şeylere kapı açması yani çok fazla yeni şey öğreniyorlar.”* Kareköklü ifadeler konusunu öğrencilerin ilk defa görüyor olmaları, eskiye dayalı bir temel bilgilerinin



olmayışı ve 8.sınıf müfredatının oldukça yoğun olması öğretmenlerin yaşadıkları zorlukların nedenleri olarak görülmektedir.

Kareköklü ifadeler konusunun öğretimi sürecinde öğretmenlerden 2 tanesi “zorluk yaşamama” durumlarını görüşme sürecinde ifade etmişlerdir. Dilara öğretmen “*Yani çok zorlanmıyorum açıkçası. 16 yılın vermiş olduğu belki bir tecrübe vardır. Tabi çocukların ilk başta ön yargılı olacağını biliyorum. Hepsi de öyle oluyor gerçekten. O ön yargıyı nasıl yıkacağımı öğrendim.*” şeklindeki görüşü ile öğretim sürecinde zorluk yaşamamasının mesleki tecrübelerinin etkisi olduğu görülmektedir. Buradaki açıklamadan hareketle zorluk yaşamayan öğretmenlerimizin elde ettikleri bu deneyimle beraber öğretim sürecini nasıl yönlendireceklerini, ön yargılarını nasıl kırabilecekleri konusunda bilgi sahibi oldukları yönünde bulgular elde edilmiştir.

## 5.2. Matematik Öğretiminde Hatalı Çözüm Metodu

Öğretmenler ile gerçekleştirilen yarı yapılandırılmış görüşmelerin ikinci bölümünde, kareköklü ifadeler konusunun öğretimi aşamasında kullanılabilir 5 soru, bu soruların alanyazında yer alan öğrenci hata ve kavram yanlışlarına yönelik hatalı çözümleri ile hatalı çözümlerin etkinlik halleri sunulmuştur. Ayrıca görüşme sürecinde öğretmenlerin hatalı çözüm metoduna yönelik bakış açıları ve sınıflarında bu yöntemi tercih etme düzeyleri de tespit edilmeye çalışılmıştır. Bu başlık altında öncelikle kareköklü ifadeler konusunun öğretimine yönelik olarak hazırlanmış sorular ve hatalı çözümleri ait bulgular sunulmuştur. Ardından hatalı çözüm etkinliklerinin öğrenci öğrenmesi üzerine etkilerine ait öğretmenlerin görüşmelerin analizleri sonucunda elde edilen bulgulara yer verilmiştir.

### 5.2.1. Kareköklü İfadelerin Öğretimine Yönelik Sınıf Ortamında Uygulanabilecek Sorular ve Hatalı Çözümlerine Yönelik Öğretmen Görüşleri

Görüşmenin ikinci bölümünde öğretmenlere öncelikle kareköklü ifadelerin öğretimi sürecinde kullanılabilir, konunun alt kazanımlara ait 5 adet soru sunulmuştur. Bu soruları sınıf ortamında uygulama tercihleri, kendi çözümleri ve olası öğrenci çözümleri sorulmuştur. Öğretmenlerin hepsi sunulmuş olan 5 adet soruyu da

sınıfında uygulayabileceklerini ifade etmişlerdir. Fakat Macide öğretmen sunulmuş olan 2. soruyu uygulamayacağını belirtmiştir.

Tablo 5.5 Kareköklü ifadelerin öğretimi sürecine yönelik görüşmede sunulan 2.soru

**SORU 2:**

**$-4\sqrt{7}$  sayısını  $\sqrt{a}$  şeklinde nasıl ifade edebiliriz?**

Macide öğretmen, görüşme süreci içinde sunulmuş olan 2.soruyu uygulamama nedenini şu sözlerle dile getirmektedir: *“Negatifli sayılar aslında bizim konumuz değil. Genelde hani pozitif sayıları biz kök içine alıyoruz. O yüzden hani negatiflisini almazdım. Pozitif olanını alırdım eğer konu işleyeceksem.”* Burada Macide öğretmenin müfredatta yer alan konuya ait bir kazanım olmadığını dolayısıyla uygulamamayı bu nedenle tercih ettiği görülmektedir. Aynı soruyu sınıf ortamında çözmesi istenildiğinde nasıl bir çözüm yolu izleyeceği sorulmuştur. Macide öğretmen soruya ait çözümünü *“... Zaten şey negatif sayı kök içine karesi alınırken de pozitif olur. Çünkü karesi alınır. Öğrenciye kök içine alınırken karesi alınıp kök içindekinin çarpılması gerektiğini söyledim.”* görüşü ile açıklamıştır. Sorunun çözümünde pozitif köklü ifadelerde kullanılan yöntemi negatif köklü ifadelerde de kullanmayı tercih ettiği, kök dışındaki sayının işareti ile beraber karesini alarak kök içine aldığı görülmektedir. Görüşme devamında öğrencilerinin bu soruya ait verecekleri olası cevapları sorulmuştur. *“Başarılı öğrenciler 112 yi söyler. Ama dediğim gibi bazen öğrencilerimiz 4<sup>2</sup> yi 8 diye alır, 8 kere 7, 56 diyebilirler. Ya da şey başındaki eksi olduğundaeksiyi de alır eksi 112 cevabı da duyabilirdim öğrencilerimden. Bu şekilde olurdu.”* sözleri ile Macide öğretmen kendi çözüm yoluna ait olan sonucu ( $\sqrt{112}$ ) başarılı öğrencilerinin bulabileceğini belirtmektedir. Ayrıca öğrencilerinin yapabilecekleri farklı olası hatalı çözümleri de dile getirdiği görülmektedir.

Görüşme sürecinde sunulmuş olan 2. soruyu uygulamayacağını dile getiren Macide öğretmene 2. sorunun hatalı çözümü sunulmuştur. Öncelikle çözümü incelemesi, doğru olup olmadığını ifade etmesi istenmiştir.

Tablo 5.6 Kareköklü ifadelerin öğretimi sürecine yönelik görüşmede sunulan 2.sorunun hatalı çözümü

**Kök içinde yer alan bir sayıyı kök dışına çıkarmayı öğrenen öğrencimiz Kerem,**

$-4\sqrt{7}$  sayısını  $\sqrt{a}$  şeklinde ifade etmek için şunları yapıyor.

1. Adım: Kök dışında yer alan sayı kökün içine karesi alınarak girer. Dolayısıyla dışarıda yer alan -4 sayısı içeriye karesini alarak yerleştirelim.

$$-4\sqrt{7} = \sqrt{(-4)^2 \cdot 7}$$

2. Adım: Kök içine alınan -4 sayısının karesini alalım.  $(-4)^2 = (-4) \cdot (-4) = 16$ .

$$-4\sqrt{7} = \sqrt{(-4)^2 \cdot 7} = \sqrt{16 \cdot 7}$$

3. Adım: Kök içinde yer alan 16 ve 7 sayıları çarpılır ve  $-4\sqrt{7}$  sayısı  $\sqrt{a}$  şeklinde ifade edilmiş olur. Bu durumda;

$$-4\sqrt{7} = \sqrt{(-4)^2 \cdot 7} = \sqrt{16 \cdot 7} = \sqrt{112} \text{ ' dir.}$$

Macide öğretmen çözümde yer alan hatayı tespit edememiş ve çözümün doğru olduğunu şu sözlerle dile getirmiştir: “*Bakalım. İlk önce kökün içine almış ve karesini almış, tamam. 16 ile 7 nin çarpımı şeklinde. Sonra da çarpım işlemi uygulamış. Evet, doğru bir çözüm.*”. Pozitif köklü ifadeleri kök içine almak için uygulanan çözüm yolunun negatif köklü ifadeler içinde geçerli olduğu düşüncesi ile Macide öğretmenin çözümü doğru olarak gördüğü ve hatayı tespit edemediği görülmektedir.

Öğretmenlerle yapılan bireysel görüşmelerde Nazan öğretmen tüm soruları sınıfında uygulayacağını belirtmiştir. Fakat 2.soruyu sınıf ortamında çözmesi istendiğinde çözüm yolunu “... -4'ün karesini içeriye alırdım hocam. Sonuçta karesini aldığımızda pozitif olur. Sonra 16.7 yaptırırdım.” görüşü ile açıklamıştır. Nazan öğretmenin görüşme sürecinde kareköklü ifadelerin öğretimi için sorulmuş olan ikinci sorunun çözümünü pozitif köklü ifadelerde kök içine alma yöntemini aynı şekilde negatif köklü ifadelerin kök içine alınmasında uyguladığı görülmektedir. Ardından 2. sorunun hatalı çözümü Nazan öğretmene sunulmuştur. Öncelikle çözümü incelemesi, çözümün doğru olup olmadığını ifade etmesi istenmiştir. Nazan öğretmen 2. Sorunun

hatalı çözümünü incelediğinde ise kendi yapmış olduğu çözümün hatalı olduğunu fark etmiş ve durumu şöyle açıklamıştır: “*Hocam işte şurada bir şeylik var. Bende şu an takıldım.  $\sqrt{112}$ ’ yi  $-4\sqrt{7}$  eşiti olmaz. Hâlbuki karşılaştığım şeyler. Şu an mı düşünemedim? Böyle şeylerle karşılaşıyoruz da. Yani  $\sqrt{112}$  ,  $-4\sqrt{7}$ . Yani hocam 1.adımda hatalı gibi. Evet, – dışarıda kalmalıydı.*”. Burada Nazan öğretmenin sorunun çözümünü hatalı olarak gerçekleştirmiş olup sunulmuş olan hatalı çözümü incelediğinde hatayı fark ettiği ve açıkladığı görülmüştür.

Görüşmenin bu bölümünde kareköklü ifadelerin öğretimi sürecinde kullanılabilir 5 adet soru sunulmuş ve öğrencilerin bu sorular karşısında verecekleri olası cevaplar öğretmenlere sorulmuştur. Öğrencilerin sorulara karşın olası çözüm yollarına ilişkin elde edilen bulgular Tablo 5.7’de sunulmuştur.

Tablo 5.7 Öğrencilerin sorular için olası çözümlerine ait öğretmen görüşleri (f)

	Olası Çözümler	Doğru / Hatalı	Öğretmenler	f
<b>1.Soru</b>	Asal çarpan algoritması	Doğru	Onur, Nazan, Cem, Muhsin, Demet, Macide, Zümrüt, Süreyya, Eylül	9
	Tam kare çarpan	Doğru	Onur, Nazan, Cem, Dilara, Muhsin, Manolya, Macide, Ünal	8
<b>2.Soru</b>	4'ün karesini alıp kök içine yazma ve işareti kök önünde bırakma	Doğru	Eylül, Süreyya, Ünal, Zümrüt, Manolya, Demet, Muhsin, Cem, Nazan, Onur	10
	-4'ün karesini alıp kök içine yazma	Hatalı	Manolya, Onur, Cem, Dilara, Eylül, Demet	6
	4' ü kök içine alma	Hatalı	Zümrüt	1
	4 sayısının karekökünü alıp içeriye alma	Hatalı	Zümrüt	1
<b>3.Soru</b>	Kök içleri farklı köklü ifadelerde çevre ve yaklaşık değer hesaplama	Doğru	Onur, Nazan, Cem, Dilara, Manolya, Macide, Zümrüt, Ünal, Süreyya, Muhsin	10
	Kök içlerini toplama	Hatalı	Nazan, Demet, Eylül	3
<b>4.Soru</b>	Köklü İfadelerde çarpma işlemi	Doğru	Süreyya, Ünal, Zümrüt, Macide, Manolya, Demet, Muhsin, Dilara, Cem, Nazan, Onur	11
	Çevre hesaplama	Hatalı	Eylül	1
<b>5.Soru</b>	Her iki tarafı köklü ifade olarak yazma	Doğru	Onur, Nazan, Cem, Dilara, Muhsin, Demet, Manolya, Macide, Ünal, Süreyya	10
	Değer verme	Doğru	Zümrüt	1
	Tahmin edememe	-	Eylül	1
	$\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$ yanılığı	Hatalı	Cem	1

Tablo 5.7 incelendiğinde öğrencilerin kareköklü ifadeler konusu ile ilgili sorulara olası cevaplarının oldukça farklı olduğu, doğru cevaplarına ek hatalı çözümlerinin de olacağı öğretmenler tarafından belirtilmiştir.

Öğretmenlerin 1.soruya öğrencilerin vereceği olası cevapların doğru çözüm yolu olduğunu ifade ettikleri görülmektedir. Görüşme sürecinde 9 öğretmen “*asal çarpan algoritması*” ve 8 öğretmen ise “*tam kare çarpan*” yöntemleri ile öğrencilerin 2 farklı doğru çözüm yoluyla sorunun çözümünü gerçekleştirebileceklerini belirtmişlerdir. Süreyya öğretmen 1.sorunun çözümünde öğrencilerinin asal çarpan algoritması kullanılacağını şu sözlerle dile getirmektedir: “*İlk söylediğim yolla yani asal çarpanlarına ayırmayla genelde çözüyorlar.*” Benzer şekilde Cem öğretmen;

*“Öğrencilerim şu an gördüğüm kadarıyla daha çok 9 çarpı 6 kullanıyorlar ama tabi ki biz ilk başta asal çarpan algoritmasıyla öğrendiğimiz için öğrettiğimiz için onlar da belli bir seviyeye gelene kadar asal çarpan algoritmasını kullanıyorlar. Daha sonra artık malum 1 saniye 1 saniyedir düşüncesiyle şu anki yeni nesil soru sisteminde zamana çok ihtiyaçları oluyor. Normal bir tam kare olanla tam kare olmayanların çarpımı şeklinde yazmak daha avantajlı geliyor şuan.”*

görüşü ile öğrencilerinin bu soruyu hem asal çarpan algoritması hem de tam kare çarpan yöntemi kullanarak çözümü gerçekleştirebileceğini ifade etmektedir. Burada birinci soruya ait öğrencilerin asal çarpan algoritması ya da kök içindeki sayıyı tam kare olan ve olmayan iki sayının çarpımı şeklinde ifade ederek çözümü gerçekleştirebilecekleri görülmektedir.

Kareköklü ifadelerin öğretimi sürecinde sınıf ortamında uygulanmak üzere görüşme sürecinde sunulmuş 2.sorunun olası öğrenci çözümlerinin dört farklı yolla gerçekleştirilebileceği öğretmenlerin görüşleri ile ifade edilmiştir. Bu dört farklı çözüm yolundan doğru olanını 10 öğretmen “*4’ün karesini alıp kök içine yazma ve işareti dışarda kök önünde bırakma*”, hatalı olanlarını ise 6 öğretmen “*-4’ün karesini alı kök içine yazma*”, 1 öğretmen “*4’ü kök içine alma*” ve 1 öğretmen “*4 sayısının karekökünü alıp kök içine alma*” olarak açıklamışlardır. Örneğin Manolya öğretmen doğru çözüm yoluna ek öğrencilerin yapabileceği hatalı çözüm yolundan birini şu sözleri ile dile getirmiştir:

*“Benim söylediğim gibi çözerlerdi. Yani 4’ü içeriye alırlardı. Tabi şunu yapabilirlerdi. Eksiyi yutabilirlerdi -4’ün karesi +16 dır deyip içeriye alıp 7 ile çarparak pozitif bir sayıymış gibi gösterebilirlerdi. Bunu yapacak öğrenci sayısının az olmayacağını düşünüyorum. Bu hatayı yapabilirlerdi”*

Öğrencilerin işareti kök dışında bırakarak sadece sayının karesini alarak kök içine yazılabilecekleri gibi kök dışında bulunan katsayıyı işareti ile beraber karesini alarak kök içine yazabilecekleri ve hatalı çözüm gerçekleştirebilecekleri görülmektedir. Benzer şekilde Zümrüt öğretmen kendi doğru çözüm yoluna ek, öğrencilerin yapabilecekleri diğer hatalı çözümleri ise; *“Gene dediğim gibi bu şekilde çözerlerdi. Ancak şöyle bir hataya, genellikle içini alırken unutabilirlerdi ve direk  $\sqrt{28}$  yazabilirlerdi çoğunluğu, eşini unuttuğu için. Ya da şöyle bir hataya düşebilirlerdi. Bunu genellikle dışarıda saydıkları için şöyle de yazıyorlar; sanki dışarı değil de pardon içeri değil de dışarı çıkıyorlarmış gibi bunu içeri alırken bunu 2 diye alıp böyle de  $-\sqrt{2} \cdot 7 = -\sqrt{14}$  yapabilirlerdi muhtemelen. Bunlar onların genel hatası.”* görüşü ile belirtmiştir.

Yukarıda da belirtildiği gibi ikinci sorunun çözümünde öğretmenlerin, öğrencilerin çözümü için kendi yapmış oldukları doğru çözüm yoluna ek yapabilecekleri hataları da belirttikleri gözlerden kaçmamaktadır. Burada öğrencilerin kökün dışında yer alan sayının işaretini unutup içeriye direk alabilecekleri, kökün dışındaki sayının karekökünü alarak içeriye yazabileceklerini ve kökün dışında yer alan sayının kök içine işareti ile beraber karesi alınarak yazabilecekleri görülmektedir.

Öğretmenlerin 3.soruya ait öğrencilerin olası çözümlerinin iki farklı yolla gerçekleşebileceğini belirtmişlerdir. Bu yollardan bir tanesini 10 öğretmen *“kök içleri farklı köklü ifadelerde çevre ve yaklaşık değer hesaplama”* olarak doğru çözüm yolu olarak ifade etmişken diğer çözüm yolunu ise hatalı olarak 1 öğretmen *“çevre hesaplama”* şeklinde açıklamıştır. Örneğin, Nazan öğretmen kendi doğru çözüm yolunu öğrencilerinin de yapabilecekleri ayrıca *“kök içlerini toplama”* şeklinde hatalı çözümün gerçekleştirilebileceğini şu sözlerle dile getirmektedir:

*“Benim anlattığım gibi çözebilecek öğrenci % 10. Eğer %90’lık kısım çok kötü olan kısımları kök içlerini toplayabilirlerdi mesela. Karekökleri toplamada kazanımı tam kazanmayan çocuklar bu şekilde yapabilirlerdi.”*

Benzer şekilde Eylül öğretmen ise “*Öğrenciler muhtemelen çevrelerini toplarken köklerin içlerini de  $\sqrt{5} + \sqrt{7} = \sqrt{12}$  diye çözebilirlerdi diye düşünüyorum. Hani işlemi yaparlardı ama  $\sqrt{5}$  ile  $\sqrt{7}$  ‘nin toplanamayacağını düşünmeyebilirlerdi. Hani kök içi aynı olmazsa toplama işlemi yapılmaz diye düşünmeyebilirlerdi.*” görüşü ile öğrencilerin kök içlerini toplayarak hatalı çözüm gerçekleştirebilecekleri görülmektedir. Öğretmenlerin görüşleri doğrultusunda üçüncü soruya ait öğrenci çözümlerinde yine kendi ifade ettikleri doğru çözüm yolunun dışında sıklıkla karşılaştıkları hatalı çözüm yolunun kareköklü ifadelerde toplama işlemi sürecinde kök içlerinin toplanması olduğu elde edilen bulgular arasında yer almaktadır.

Kareköklü ifadelerin öğretimi sürecinde sınıf ortamında uygulanabilecek 4.soruya, öğrencilerin olası çözüm yollarına ait öğretmenlerin görüşleri incelendiğinde öğrencilerin bu soruyu iki farklı yolla gerçekleştirebilecekleri görülmektedir. Görüşme sürecinde 11 öğretmen “*köklü ifadelerde çarpma işlemi*” yaparak doğru çözüm yolunu açıkladığı tespit edilmiştir. Doğru çözüm yolu olarak ifade edilen öğrenci çözümünü Onur öğretmen şu görüşü ile belirtmektedir: “*Bu soruyu dediğim gibi çözerlerdi. Hani kök dışındakileri çarpıp kök dışına yazar kök içindikileri çarpıp kök içine yazarlardı.*” Ayrıca sorunun hatalı çözümünü 1 öğretmen “*çevre hesaplama*” şeklinde ifade etmiştir. Eylül öğretmen öğrencilerin alan hesaplamak yerine çevre hesaplama yoluna gidebilecekleri ve hatalı çözüm gerçekleştirebileceklerine ait sözleri aşağıdaki şekildedir:

*“Onlarda yani eğer ki dikdörtgenin yani bu soruyu dile getirmişsem dikdörtgenin alanından değil de muhtemelen bunlar da çevresi, dikdörtgenin alanını değil de çevresinden gidebilirlerdi. Bu sorunun çevre sorusu olduğunu düşünebilirler.”*

Öğretmenler dördüncü soruya ait olası öğrenci çözümlerini belirtirken öğrencilerin zorlanmayacaklarını ve rahatlıkla doğru çözüm yolunu uygulayacaklarını ifade etmişlerdir. Burada sadece öğrencilerin alan ve çevre ilişkisini tam anlamlandırmada sorun yaşamaktan kaynaklı olarak alan yerine çevre bulmaya gidebilecekleri görülmektedir.

Öğretmenlerin, görüşme sürecinde sunulan 5.soruya ait olası öğrenci çözümlerine ait görüşlerinin analizi sonucunda öğrencilerin iki farklı doğru çözüm



yolu ile sonuca ulaşabilecekleri öğretmen görüşleri ile tespit edilmiştir. Olası doğru çözümlerden bir tanesini 10 öğretmen “her iki tarafı köklü ifade olarak yazma” şeklinde açıklarken diğer olası doğru çözümü 1 öğretmen ise “değer verme” şeklinde ifade etmiştir. Ayrıca öğrencilerin sahip oldukları kavram yanılgıları ile hatalı çözüm gerçekleştirebileceklerini 1 öğretmen “ $\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$  yanılgısı” olarak açıkladığı görülmektedir. Örneğin Nazan öğretmen, öğrencilerinin 5.soruya ait olası doğru çözümlerden birini şu şekilde dile getirmektedir:

*“Anlattığım gibi çözerlerdir (...  $8^2+B^2$  hangi sayının karekökü 17 yapar?  $\sqrt{289}$ . Kökün içi 289 olduğunda 17 yapacağımı söyledim. Oradan işte  $8^2$ ; 64.  $64+B^2=289$  yapar. 64 karşı tarafa atardım. Ve o şekilde çözdürtürdüm. Sonra  $B^2$  çift kuvvet olduğu için hem negatif hem de pozitif değeri gelecek... ). Kökün içini 289 olarak düşünüp çözerlerdi hocam.”*

Nazan öğretmen doğru çözüm yolunu, kök dışında yer alan 17 sayısının kök içine alınması ile kök içlerinin eşitliğini sağlayarak çözümü gerçekleştirebileceklerini ve B nin çift kuvvetinden dolayı iki farklı değer bulabileceklerini ifade etmiştir. Benzer şekilde diğer doğru çözüm yolunu da Zümrüt öğretmen “Değer bulmaya çalışırlardı muhtemelen.” görüşü ile öğrencilerin B yerine gelebilecek sayılar için değer vererek doğru çözüme ulaşabileceklerini belirtmiştir. Öğrencilerin bu soru karşısında gerçekleştirebilecekleri çözüm yolunu “tahmin edeme” yen Eylül öğretmen; “Bu soruyu nasıl çözerlerdi? Güzel soru. Şu an onu kestiremiyorum maalesef. Bir şey diyemeyeceğim bu konuda.” sözleri ile ifade etmiştir. Öğrencilerin gerçekleştirebilecekleri hatalı çözümü Cem öğretmen ise şöyle açıklamıştır:

*“Yani buna dediğim gibi az önce çok baya bir hata yapılan bir konu. Hani çarpma gibi düşünülüyor. Direk 8 dışarıya çıkar, B de dışarıya çıkar.  $8+B$  17 ise işte B yerine 9 gelmesi gerekir falan diye düşünülüyor.”*

Yukarıda 5.soruya ait öğrencilerin olası çözümlerine dair öğretmenlerin görüşleri incelendiğinde, öğrencilerin bu soru karşısında oldukça zorlandıkları ve sahip oldukları kavram yanılgısı sebebi ile hatalı çözüm gerçekleştirebilecekleri elde edilen bulgular arasında yer almaktadır. Hatanın kökün içindeki işlemi çarpma olarak düşünmeleri ve üslü ifadelerden hareketle kök dışına çıkarmaya çalıştıkları veya

kuvvetlerin 2 olması sebebiyle kökten rahatlıkla dışarıya çıkarabileceklerini düşünmeleri şeklinde ifade edilmektedir.

Öğretmenlerin kareköklü ifadeler konusunda öğrencilerin 5 soruya ait olası çözümleri sorulduğunda, öğretmenlerin büyük çoğunluğunun soruya ait kendi doğru çözüm yolunun da öğrenciler tarafından gerçekleştirebilecekleri yapılan görüşmeler sonucunda elde edilen bulgular arasında yer almaktadır. Sorulara ait öğrencilerin yapabilecekleri olası hatalı çözümleri ifade eden öğretmenlerin azlığı Tablo 5.7’de görülmektedir.

Öğretmenlerle yapılan görüşmelerde kareköklü ifadeler konusunun öğretimine yönelik 5 sorunun mevcut literatürde yer alan öğrenci hata ve kavram yanlışlarına yönelik hatalı çözümleri sunulmuş ve çözümlerde yer alan hataları tespit etmeleri istenmiştir. Araştırmaya katılan bir öğretmen hariç (Macide öğretmen) tüm öğretmenler çözümlerde yer alan hataları tespit edip açıklamışlardır. Öğretmenlere hatalı çözümlerde yer alan hataları öğrencilerin yapma nedenleri sorulmuştur. Öğretmenlerin hatalı çözümlerde yer alan hataların nedenlerine ait görüşleri analiz edilmiş ve elde edilen bulgular Tablo 5.8’ de sunulmuştur.

Tablo 5.8 Öğrencilerin hatalı çözümlerde yer alan hataları yapma nedenleri (f)

Kategori	Kodlar	f
<b>Öğrencilerin Hata Yapma Nedenleri</b>	Aşırı genelleme	24
	Bilgi yetersizliği	22
	Öğretimin basitleştirilmesi	10
	Kavram yanlışlığı	5
	İşlemsel süreç yetersizliği	3

Tablo 5.8 incelendiğinde öğrencilerin hatalar yapma nedenleri; sahip oldukları bilgileri “aşırı genelleme” leri, kavrama ait “bilgi yetersizliği” nden, öğretmenlerin “öğretimin basitleştirilmesi” sinden, öğrencilerdeki “kavram yanlışlığı” ndan ve öğrencilerin “işlemsel süreç yetersizliği” nden kaynaklandığı belirlenmiştir.

Görüşme sürecinde öğretmenler hatalı çözümlerde yer alan hataların nedenini

24 defa öğrencilerin sahip oldukları bilgileri “aşırı genelleme” leri sebebiyle yaptıklarını ifade etmişlerdir. Örneğin Macide öğretmen şu sözlerle dile getirmektedir: “Yani bizim öğrencilerimizin en büyük şeyi genelleme yapmaları diye düşünüyorum. Öğrendiği bir ya da kazandığı bir bilgiyi bütün sorularda uygulamak istemiş, isteğinden kaynaklı.” Burada öğrencilerin kavrama ait öğrenmiş oldukları bir bilgi veya çözüm yolunu diğer sorularda da uygulamak istemesi ve zihinlerinde bu şekilde kodlamaları hataların bilgileri genellemeleri nedeniyle gerçekleştiğini göstermektedir.

Hatalı çözümlerde yer alan öğrenci hatalarının bir diğer nedenini kavrama ait “bilgi yetersizliği” nedeniyle gerçekleşmiş olabileceğini görüşmeler boyunca öğretmenlerin toplam 22 defa dile getirdikleri tespit edilmiştir. Örneğin, Macide öğretmen “... Bu yanlışlığı bence tam kareleri kök dışına çıkarırken hani o bilgi eksikliğinden kaynaklandığını düşünüyorum. Çünkü bazı öğrencilerimiz karesinin karekökü ile kökün karesi arasındaki ayrımı bir türlü yapamıyor. O aradaki bilgi eksikliği var diye düşünüyorum.” sözleri ile açıklamıştır. Öğrencilerde kavrama yönelik bilgilerinde meydana gelen eksikliklerin veya bilgi karışıklığının yaptıkları hataların bir diğer nedeni olarak ifade edildiği, elde edilen bulgular arasında yer almaktadır.

Hataların bir diğer nedeninin de 10 defa öğretmenlerin “öğretimin basitleştirilmesi” si sebebiyle gerçekleştiği yapılan analizler sonucunda belirlenmiştir. Bu hata nedenini Onur öğretmen görüşünü şu şekilde ifade etmektedir: “... Hani biz diyoruz ya öğrencilere aynı olan iki tanesinden birisi dışarı çıkar diğerini kök yutar gibi böyle basite indirgeyerek anlatıyoruz ya öğrenci burada şöyle düşünmüş olabilir. 3 tane 3 var burada. Bir tanesini kök yutsa ikisi dışarıya çıkar gibi düşünmüş olabilir.” Burada öğretmenlerin kavramın öğretimi sürecini basitleştirmek ve anlamlandırmayı kolaylaştırmak adına seçmiş olduğu yolların öğrencilerin hata yapmalarına sebebiyet verdiği anlaşılmaktadır.

Görüşmeler sürecinde öğretmenlerin hataların nedeni olarak 5 defa öğrencilerin sahip oldukları “kavram yanlışlığı” sebebiyle gerçekleştiğini dile getirdikleri tespit edilmiştir. Kavram yanlışlığı nedeniyle hataların meydana geldiğini ifade eden Eylül öğretmen ise durumu şöyle belirtmektedir:

*“Muhtemelen kavram yanlışlığı olabilir. Bahsettiğim gibi öğrenci hani tam kare ifadelerin dışarıya çıkarırken kök dışına da üssünün yanına alındığını düşünmüş olabilir. Yani kökün içeride değil de yukarıda  $3^3$  ü ayırırsak  $3 \cdot 3^2$  diye ayırırsak mesela 3’ü dışarıya çıkarırken  $3^2$ ’ni de beraberinde çıkarmış. Yani sayının üssünü içeride bırakmamış. Muhtemelen kavram yanlışlığı yaşamış.”*

Burada öğrencilerin zihinlerinde oluştukları kavram yanlışlıklarının soruların çözümünde hata yapmalarının sebeplerinden biri olduğu görülmektedir.

Görüşmede hatalı çözümleri inceleyen öğretmenlerden 1 defa “işlemsel süreç yetersizliği” nedeniyle hataların meydana geldiği dile getirilmiştir. Bu nedeni dile getiren Dilara öğretmen ise “İşlem önceliğine dikkat etmemiş. O yüzden hata yapmış.” şeklinde açıklamıştır. Bu açıklamada öğrencilerin soruların çözümlerinde işlemlere dikkat etmemesi, işlem önceliği sırasını takip etmemesi hata yaşanmasının bir sebebi olarak görülmektedir.

Öğrencilerinin hatalı çözümlerde yer alan aynı hatayı yapma durumları da görüşme sürecinde öğretmenlere sorulmuş olup öğrencilerinin hatayı yapma ihtimallerine ait frekans değeri Tablo 5.9’da sunulmuştur.

Tablo 5.9 Öğrencilerinin hatalı çözümlerde yer alan olası hataları yapma ihtimalleri (f)

Hatalar		Yapar (f)	Yapmaz (f)
Çözüm – 1	Bir köklü ifadeyi $a\sqrt{b}$ şeklinde ifade etmeme	4	8
Çözüm – 2	Negatif bir köklü ifadeyi $\sqrt{a}$ şeklinde yazmama	10	1
Çözüm – 3	$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a + b}$ şeklinde ifade etme	10	2
Çözüm – 4	$a\sqrt{c} \cdot b\sqrt{c} = a \cdot b\sqrt{c}$ şeklinde yazma	7	5
Çözüm – 5	$\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$ şeklinde yazma	12	0

Öğretmenlerden alınan görüşlerin analizi sonucunda öğrencilerin hatalı çözümlerde yer alan hataları yapma ihtimallerinin yüksek olduğu görülmektedir. Çözüm – 1 de yer alan hata için öğretmenlerden 8’i öğretim sürecinde böyle bir çözüm yolu izlemediklerini, dolayısıyla bu hatayı öğrencilerinin yapmayacaklarını ifade etmişlerdir. Diğer 4 öğretmen ise bu hatayla karşılaştıklarını ve öğrencilerinin böyle bir hatayı yapma olasılıklarının olduğunu belirtmişlerdir.

### 5.2.2. Hatalı Çözüm Etkinliklerine Yönelik Öğretmen Görüşleri

Öğretmenlerle yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerin ikinci bölümünde kareköklü ifadelerin öğretimi sürecinde sınıf ortamında kullanılabilecek 5 adet hatalı çözüm etkinlikleri öğretmenlerin görüşleri alınmak üzere sunulmuştur. Hatalı çözüm etkinliklerini sınıf ortamında uygulama durumları, öğrencilerin etkinliklerde yer alan hataları tespit edebilme olasılıkları ve etkinliklerin öğrenci öğrenmeleri üzerinde olumlu etkileri hakkında öğretmenlerin görüşleri alınmıştır. Görüşmenin son bölümünde daha önceden hatalı çözüm etkinlikleri ile karşılaşma durumları, öğrencilerin hatayı bulmalarının önemi ile bu tür etkinliklerin öğrencilerin öğrenmelerine yönelik sağladığı avantaj ve dezavantajları öğretmen görüşleri ile tespit edilmiştir.

Görüşmelerin ikinci bölümünde öğretmenlere kareköklü ifadeler konusu ile ilgili hazırlanmış 5 adet hatalı çözüm etkinlikleri sunulmuş ve bu etkinlikleri sınıf ortamında uygulama tercihleri sorulmuştur. Etkinlikler sürecinde öğretmenlerin uygulama tercihlerine ait bulgular Tablo 5.10’da sunulmuştur.

Tablo 5.10 Öğretmenlerin etkinlikleri sınıf ortamında uygulama tercihleri (f)

	Uygularım (f)	Kararsız (f)	Uygulamam (f)
<b>Etkinlik – 1</b>	10	1	1
<b>Etkinlik – 2</b>	12	-	-
<b>Etkinlik – 3</b>	12	-	-
<b>Etkinlik – 4</b>	11	-	1
<b>Etkinlik – 5</b>	11	-	1

Tablo 5.10 incelendiğinde öğretmenlerin etkinlik genelinde toplam 56 defa etkinliği sınıfta uygulamayı tercih ettiği, 1 defa uygulama konusunda kararsız kaldığı ve 3 defa etkinliği uygulamayacağı tespit edilmiştir. Etkinliği sınıf ortamında uygulamayı tercih eden Ünal öğretmen Etkinlik – 1 için görüşünü şu şekilde dile getirmiştir:

*“Evet, uygularım, kesinlikle uygularım. Çocukların hataları bulmasını kesinlikle istiyorum. Böyle etkinlikler ben bu etkinlikleri güzel buluyorum. Çocuklar önce ama konuyu bir öğrensinler tabi ki. Konu öğrenip bittikten sonra açıp bakıp ya bu çocuk nerede hata yapmış Ayşe şu soruya bir bakın*

*diye, bu soruyu tabi ki uyguladım. Çocukların buradan hatayı bulmasını, hatayı nerede yaptıklarını, yani adımda hatanın nerede yapıldığını düşünmelerini isterim.”*

Burada Ünal öğretmenin konu sonrasında uygulamayı tercih ettiği, etkinlikler sürecinde öğrencilerin hatayı bulmalarını düşünmelerini istediği ve etkinlikleri güzel bulduğu görülmektedir. Benzer şekilde Nazan öğretmen *“Uygulardım hocam. 3.adımda özellikle kareköklü sayıların kök içlerinin toplanmadığını özellikle sorularda belirtiyoruz. Bu 3.adım da bunu çok net gösteriyor yanlış hatanın olduğunu. Uygulardım.”* sözleri ile Etkinlik – 3’ ü sınıf ortamında uygulamayı tercih ettiğini, etkinliğin hatayı öğrencilere net bir şekilde gösterdiğini ifade etmektedir. Görüşme sürecinde sunulmuş olan Etkinlik – 4’ ü sınıfta uygulayacağını belirten Zümrüt öğretmen *“Uygulardım, çünkü en çok hata yaptıkları konu olan toplama ve çarpmadaki o birbirine karıştırma hatasını daha net görebilirler bu soruda da.”* görüşü ile en çok yapılan hatayı etkinlikler ile öğrencilerin daha net görebileceklerini dile getirmiştir. Etkinliklerde yer alan hatalardan öğrencilerin ders çıkarabileceği ve dolayısıyla uygulamayı tercih ettiğini ise Macide öğretmen Etkinlik – 5 için şu sözlerle açıklamıştır: *“Evet uygulardım. Hatalardan ders çıkarır.”*

Yukarıda uygulamayı tercih eden öğretmenlerin görüşleri ve Tablo 5.10 incelendiğinde öğretmenlerin hatalı çözüm etkinliklerini uygulama düzeylerinin yüksek olduğu tespit edilmiştir. Etkinlikleri sınıf ortamında uygulayabileceklerini ifade eden öğretmenlerin, etkinlik sürecinde öğrencilerin hataları görmeleri ve hatalardan ders çıkarmaları için etkili olacağı elde edilen bulgular arasında yer almaktadır.

Hatalı çözüm etkinliklerini inceleyen ve sınıf ortamında uygulama konusunda etkinlik genelinde 1 öğretmenin kararsız olduğu görülmektedir. Etkinlik -1’i uygulama konusunda kararsız olan Demet öğretmene görüşme sürecinde sunulan Etkinlik – 1 aşağıda yer almaktadır:

Tablo 5.11 Kareköklü ifadelerin öğretimi sürecine yönelik görüşmede sunulan Etkinlik – 1

**ETKİNLİK – 1:**

Ayşe, öğretmenin tahtaya yazdığı soruyu defterine yazmış ve aşağıdaki şekilde çözmüştür:

“  $\sqrt{54}$  kareköklü ifadesini  $a\sqrt{b}$  şeklinde yazınız. ”

1. Adım: Karekök içindeki sayıları asal çarpanlarına ayırılım.

2. Adım:	54	2
	27	3
	9	3
	3	3
	1	

3. Adım:  $54 = 2 \cdot 3^3$  olduğuna göre her iki tarafın karekökünü alalım.

4. Adım:  $\sqrt{54} = \sqrt{2 \cdot 3^3}$

5. Adım:  $\sqrt{54} = 3^2 \sqrt{2}$

6. Adım:  $\sqrt{54} = 9\sqrt{2}$  olur.

*Ayşe, öğretmenin tahtaya yazdığı soruyu adımlar halinde çözmüştür.*

*Sizce Ayşe'nin bu çözümü doğru mu?*

Demet öğretmenin Etkinlik – 1 için sınıf ortamında uygulamada kararsız olduğu görüşü şu şekilde ifade edilmektedir: “Etkinliği açıkçası şöyle düşünüyorum hocam. Öğrencilerimin kafası karışır açısından belki uygulayamayabilirdim. Ama böyle bir kavram yanlışlığı olan öğrencilerimin de olabileceğini düşünerek belki uygulardım.” Burada Demet öğretmenin bu etkinlik ile kimi öğrencilerin zihinlerinde yer alan bilgilerde daha fazla karışıklık yaşanabilmesi kimi öğrenciler içinse sahip oldukları yanlışları görmeleri için sınıf ortamında uygulama sürecinde kararsız

olduğu görülmektedir.

Görüşme sürecinde hatalı çözüm etkinliklerini inceleyen 3 öğretmenin etkinlikleri sınıf ortamında uygulamayacaklarını dile getirdikleri görülmektedir. Etkinlik – 1’i sınıf ortamında uygulamayacağını Süreyya ğretmen Şu sözlerle dile getirmektedir: *“Ya bu kadar 6 adımda hani devam edecek, akademik olarak matematiksel olarak burada yapılan işlemler her iki tarafın karekökünü alalım, oradan devam edelim. Bu aslında doğru bir yöntem ama Şimdi sınavda olacaklarını düşünürsek biraz daha pratiğe yönelmeleri gerektiğini düşünüyorum. O yüzden hani eğer yapabilecekleri pratik bir yöntem varsa ben genelde pratiğini öğretme taraftarıyım. Bu yüzden bu kadar adım adım yapmam herhalde.”* Burada Süreyya ğretmenin öğrenciler için pratik yolları öğretme sürecine gittiği, bu nedenle etkinliği sınıf ortamında uygulamayacağı görülmektedir.

Görüşme sürecinde sunulan Etkinlik – 4’ sınıf ortamında uygulamayacağını dile getiren nal ğretmen; etkinlikte yer alan hatanın konuya ait olmadığı gerekçesi ile tercih etmeyeceğine dair görüşü Şu Şekildedir:

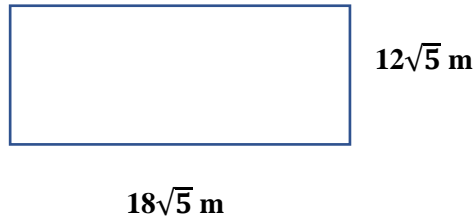


Tablo 5.12 Kareköklü ifadelerin öğretimi sürecine yönelik görüşmede sunulan Etkinlik – 4

**ETKİNLİK – 4:**

Kenar uzunlukları  $12\sqrt{5}$  m ve  $18\sqrt{5}$  m olan dikdörtgen şeklindeki bir bahçeye ekim yapılacaktır. Kaç  $m^2$ 'lik alana ekim yapılacağını bulmak isteyen Hüseyin soruya ait çözümünü aşağıdaki gibi yapmıştır:

1. Adım: Soruyu şema ile gösterelim:



2. Adım: Kenar uzunlukları  $12\sqrt{5}$  m ve  $18\sqrt{5}$  m olan bahçenin alanını bulmak için kenar uzunluklarını çarpmalıyız. Bu durumda bahçenin alanı  $12\sqrt{5}$  ve  $18\sqrt{5}$  in çarpımı olur.

3. Adım: Bahçenin alanını A ile ifade edersek;

$$A = 12\sqrt{5} \cdot 18\sqrt{5} \text{ olur.}$$

4. Adım:  $A = 12 \cdot 18\sqrt{5}$

5. Adım:  $A = 216\sqrt{5} m^2$  ' dir.

*Hüseyin, ekim yapacağı dikdörtgen şeklindeki bahçenin alanını bulmaya yönelik işlemlerini gerçekleştirmiştir.*

*Sizce Hüseyin'in çözümü doğru mu?*

*“Bu sefer etkinliği uygulamazdım hocam, o bir gerçek. Neden uygulamazdım, çünkü kareköksel bir hata değil. Benim gördüğüm kareköksel bir hata yok. Dediğim gibi geçmiş yıllara dayanan birleşme özelliği, dağılma özelliği bu onların hatası. Ya orda öğrencinin sıkıntı yaşayarak çarpmaya entegre*

*etmesinin hatası. Bu etkinliği sınıfta uygulamazdım. Kareköksel hata olsa uygulardım ama.”*

Etkinlik sürecinde yer alan hatanın kareköksel bir hata olmadığını, öğrencilerin geçmişe dönük bilgilerine ait bir hata olduğu sebebiyle uygulamayı tercih etmediği görülmektedir.

Hatalı çözüm etkinliklerinden Etkinlik – 5’i sınıf ortamında uygulamayı tercih etmeyen Süreyya öğretmen, etkinliklerin sınıf ortamında uygulanmasında yaşanacak kafa karışıklığını şu sözleri ile ifade etmiştir:

Tablo 5.13 Kareköklü ifadelerin öğretimi sürecine yönelik görüşmede sunulan Etkinlik – 5

#### **ETKİNLİK – 5:**

**Berna, öğretmenin sınavda sorunun çözümünü adım adım gerçekleştirmiş ve cevabını şu şekilde bulmuştur:**

“ $\sqrt{8^2 + B^2} = 17$ ” eşitliğine göre B yerine kaç farklı sayı gelebilir?

1. Adım: Köklü ifadenin içerisinde yer alan sayıların kareleri alınmıştır. Dolayısıyla kökün içindeki ifade  $8+B$  olarak çıkar.
2. Adım:  $8 + B$  ifadesi ise 17’ye eşittir.
3. Adım:  $8 + B = 17$  olur.
4. Adım:  $B = 17 - 8 = 9$
5. Adım: Bu durumda B sadece 9 olur ve 1 değer alır.

*Berna’nın sınavda öğretmenin sorduğu soruya ait çözümünü bu şekildedir.*

*Sizce Berna’nın bu çözümünü doğru mu?*

*“Bunu uygulamayabilirdim. Çünkü ilk etkinlikte de dediğim gibi kendinden emin değilse çocuk bildiği şeyde, adım adım giden şeyleri gördüğü zaten ha*

*bunu böyle bulmuş deyip mantığına oturtabiliyor. Sonra da kendi bildiğinin yanlış olduğunu düşünüp burada böyle yazıyor bu doğrudur diyebiliyor. O yüzden hani akıllarında bir karışıklık olmasın diye adım adım bunu göstermeyebilirim.”*

Etkinlik – 5’i sınıf ortamında uygulanması ile öğrencilerin bilgilerinde karışıklık yaşanabileceği, hataları doğru kabul edip zihinlerinde yer edinmesi durumu sebebiyle uygulamayacağı görülmektedir.

Görüşme sürecinde öğretmenler sunulan hatalı çözüm etkinliklerini sınıf ortamında uygulanması durumunda öğrencilerin etkinliklerde yer alan hatayı tespit etme olasılıkları sorulmuştur. Cevaplar öğretmenlerin mevcut öğrenci sayısına göre yüzdelik olarak alınmıştır. Elde edilen bulgulara ait veriler Tablo 5.14’ de frekans olarak sunulmaktadır.

Tablo 5.14 Öğrencilerin etkinliklerde bulunan hatayı tespit edebilme olasılıklarına ait öğretmen görüşleri (f)

	% 0 – 25	% 26 – 50	% 51 – 75	% 76 – 100
	(f)	(f)	(f)	(f)
<b>Etkinlik – 1</b>	4	3	4	2
<b>Etkinlik – 2</b>	7	3	2	-
<b>Etkinlik – 3</b>	1	4	4	3
<b>Etkinlik – 4</b>	-	5	3	5
<b>Etkinlik – 5</b>	8	3	-	-

Tablo 5.14 incelendiğinde öğrencilerin etkinliklerdeki hatayı bulma olasılıklarının %0 – 25 aralığında 20 öğretmen , %26 – 50 aralığında 18 öğretmen, %51 – 75 aralığında 13 öğretmen ve % 76 – 100 aralığında 10 öğretmen görüş bildirmiştir. Hatalı çözüm etkinliklerinde öğrencilerin hataları bulmalarına ait düşük yüzdelik dilimde görüş bildiren öğretmen sayısının fazla olduğu elde edilen bulgular arasında yer almaktadır.

Kareköklü ifadelerin öğretimi sürecinde uygulanmak üzere oluşturulmuş 5 adet hatalı çözüm etkinlikleri üzerinde devam eden görüşme sürecinde öğretmenlere,

etkinliklerin öğrenci öğrenmesi üzerinde olumlu etkileri sorulmuştur. Öğretmenlerin etkinlik boyunca öğrenci öğrenmesine yönelik olumlu etkisine ait görüşleri ve görüşlerin toplam ifade ediliş sayısını gösteren frekans değerleri Tablo 5.15’ te sunulmaktadır.

Tablo 5.15 Hatalı çözüm etkinliklerinin öğrenme üzerinde olumlu etkileri (f)

Kategori	Kodlar	f
<b>Hatalı Çözüm Etkinliklerinin Öğrenme Üzerinde Olumlu Etkileri</b>	Kalıcı öğrenme	26
	Hatayı tekrarlamama	15
	Aşırı genellemeyi engelleme	4
	Olumlu tutum gelişimi	3
	Öğrenme düzeylerinde gelişim	3
	Farklı çözüm yollarını öğrenme	2
	Hatanın farkına varma	2
	İşlemsel sürecin somutlaştırılması	1
	Kavram yanılığını engelleme	1

Hatalı çözüm etkinliklerinin öğrenme üzerinde “*kalıcı öğrenme*” yi sağladığı, mevcut “*hatayı tekrarlamama*” üzerinde etkili olduğu, öğrencilerde “*aşırı genellemeyi engelleme*” yi, matematiğe karşı “*olumlu tutum gelişimi*” ne yardımcı olduğu, öğrencilerin “*öğrenme düzeylerinde gelişim*” sağladığı, kavrama ait “*farklı çözüm yollarını öğrenme*” lerine destek sunduğu, “*hataların farkına varma*” yı sağladığı, çözümlerdeki “*işlemsel sürecin somutlaştırılması*” nda etkili olduğu ve öğrencilerdeki “*kavram yanılığını engelleme*” yi sağladığı öğretmen görüşlerinin analizi sonucunda elde edilmiştir.

Etkinlikler sürecinde öğretmenlerin toplam 26 defa “*kalıcı öğrenme*” yi sağladığını ifade ettikleri görülmektedir. Örneğin Cem öğretmen öğrenme üzerinde olumlu etkiyi şu sözlerle dile getirmektedir: “*En azından tek kuvvetlerin dışarıya çıkamayacağını, onu üzeri çift kuvveti şeklinde yapabileceğini gördüğü için bu soruyla da birlikte bu hatayla da birlikte pekişip daha iyi öğrenmesine sebep olabilir neden*

*olabilir evet.*” Benzer şekilde Onur öğretmen *“Şöyle bir durum var, eğer öğrenci toplama işlemini, kareköklü sayılarda toplama işleminin bu şekilde yapılmadığını biliyorsa bunu daha da iyi pekiştirir. Hiçbir zaman unutmaz, bu açıdan olumlu etkisi olur.”* görüşü ile etkinliklerin konuyu pekiştirmeye yardımcı olacağını ve bilgiyi unutmayacağını ifade etmektedir. Her iki öğretmenin görüşleri incelendiğinde hatalı çözüm etkinlikleri ile öğrencilerin hataları görüp zihinlerinde bilgileri daha sağlam bir şekilde yapılandırabilecekleri ve kalıcı öğrenmeyi sağlayacağı tespit edilmiştir.

Öğretmenlerin etkinlik sürecinde 15 defa dile getirdikleri bir diğer olumlu etkinin ise *“hatayı tekrarlamama”* olduğu görülmektedir. Örneğin Demet öğretmen *“Şöyle öğrencilerden bu hataya düşebilecek olanlar en azından öğrencinin yaptığı hatayı görüp kendileri bir dahaki sorularda aynı hatayı yapmayacaklarını düşünüyorum.”* görüşü ile öğrencilerin hatayı görüp bir daha yapmayacaklarını dile getirmektedir. Nazan öğretmen ise *“Bence olurdu hocam. Olumlu bir etki olurdu. Bir dahaki sorularda bu hatayı yapmama en azından bir %20’lik kısmı bu hatayı yapmazdı. Dikkatli bir şekilde soruyu anlamışlarsa yapmayabilirlerdi hocam.”* şeklindeki sözleri ile öğrencilerin hatayı bir daha tekrarlamayacağını belirtmektedir. Burada öğretmenlerin etkinlikler ile öğrencilerin hataları görüp bu hataları benzer sorularda bir daha tekrarlamayacakları üzerinde etkili olabilecekleri görülmektedir.

Hatalı çözüm etkinliklerinin öğrencilerde *“aşırı genellemeyi engelleme”* yönünde olumlu etkisi olduğunu etkinlikler genelinde öğretmenlerin 4 defa ifade ettikleri tespit edilmiştir. Zümrüt öğretmen etkinliklerin öğrenme üzerindeki bu olumlu etkisini şu sözlerle dile getirmiştir: *“Dediğim gibi kural içerisinde birbirine karıştırma olasılığı çok yüksek kurallar bunlar. Onların ayırt edilmesinde pozitif etkisi olabilir.”* Burada hatalı çözüm etkinlikleri ile öğrencilerin sahip oldukları bilgi genellemelerinin önüne geçeceği ve kuralları birbirine karıştırma durumlarına engel olacağını görülmektedir.

Sınıf ortamında hatalı çözüm etkinliklerinin uygulanmasının öğrencilerin matematiğe karşı *“olumlu tutum gelişimi”* sağladığı yönünde öğretmenlerin 3 defa görüş bildirdikleri belirlenmiştir. Bu görüşü dile getirenlerden Muhsin öğretmen *“... Bulamayan öğrenciler bulan öğrencilerin o tartışma ortamını görürse onlar da bir şey söylemek adına uğraş içinde olur. Bulamayan öğrenciler de motive edebilir.”*

açıklaması ile etkinliklerin öğrencilerin matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmelerine olanak sağladığını belirtmektedir. Burada öğrencilerin sınıf içerisinde etkinlikler sayesinde matematiğe karşı tutumlarında değişim meydana geleceği ve bu değişimin olumlu yönde olacağı görülmektedir.

Etkinliklerin öğrenme üzerindeki bir diğer olumlu etkisinin de öğrencilerin “*öğrenme düzeylerinde gelişim*” sağladığını görüşme sürecinde öğretmenlerin 3 defa ifade ettikleri tespit edilmiştir. Örneğin Manolya öğretmen, öğrenme basamaklarında ilerleme sağladığını şu sözleri ile açıklamıştır: “...*Bir başkasının, kendisinin çözümünü geçtim bir başkasının çözümünü inceleyip değerlendirmesi çocuğu bir üst basamağa taşıyor diye düşünüyorum ben her zaman. Hani birinin yanlışını bulmak bir öğretmen işidir bir yerde. Çocuk kendini bir üst basamağa taşımıştır bu soruyu doğru çözdüyse. İyice gelişmiştir diye düşünüyorum.*” Sınıf ortamında yer alan hatalı çözüm etkinliklerinin uygulanması sürecinde öğrencilerin çözüm basamaklarını irdeledikleri bu sayede öğrenme düzeylerinde gelişim meydana geleceği görülmektedir. Uygulama basamağında olan bir öğrencinin etkinlikler sonunda analiz basamağına çıkacağı elde edilen bulgular arasında yer almaktadır.

Görüşmeler boyunca etkinliklerin öğrenme üzerindeki olumlu etkilerinden bir diğerini öğretmenler 2 defa “*farklı çözüm yollarını öğrenme*” olarak dile getirmişlerdir. Onur öğretmen;

*“Yani  $3^3$  dedik.  $3^3$  ün dışarıya 3 diye içeride de bir tane 3 çarpanı kalacağını bilerek hareket etmesini sağlar. Yani  $3^3$  ün kökünün nasıl alınacağını bilir. Yani biz ileriye dönük baktığımız zaman çocuklarda mesela işte buradaki örnekten bağımsız olarak düşünürsek  $\sqrt{2^5}$ . Bunun karekökünü alma. Biz bunu nasıl gösteriyoruz çocuklara? Üslü ifadelerle kareköklü ifadeleri karıştırmaması için diyoruz ki  $2^5$  neye eşittir. 32 ye eşittir. hı. 32 yi nasıl asal çarpanlarına ayırırsın, pardon kök dışına çıkarırsın? Ondan sonra işte burada asal çarpanlarına ayırmasını sağlarız. İşte aynı olan iki taneden bir tanesi dışarıya çıkar, birini kök tutar tek olanlar kökün içerisinde kalır gibi işlemleri yapmasını sağlarız hani ama biz burada çocuk bunu bilirse  $2^5$  in  $4\sqrt{2}$  olduğunu hızlı bir şekilde yapabilir. Çünkü  $2^5$  bir tane 2 içeride kalır 2 tane 2 dışarıya çıkar, olduğunu bilir. Yani üslü ifadelerden karekök bulabilir hızlı bir şekilde.”*

görüşü ile etkinlikler süresince öğrencilerin hatalar dışında sorulara ait farklı çözüm yollarını görmeleri ve öğrenmeleri için avantaj sağlayacağını görülmektedir.

Öğrencilerin öğrenmeleri üzerinde hatalı çözüm etkinliklerinin olumlu etkilerinden birinin de *“hatanın farkına varma”* olduğunu görüşme sürecinde öğretmenlerin 2 defa ifade ettikleri görülmektedir. Bu olumlu etkiyi Eylül öğretmeni şu şekilde ifade etmektedir: *“... O yüzden 5.adıma hata vardır diye bir yönerge sunarlarsa diğer bu ifade doğrudur diyen öğrencilerin için de yanlışın nerede yapıldığını fark ederler diye düşünüyorum.”* Burada etkinliklerin sınıf ortamında uygulanmasında hatayı fark etmeyen öğrencilerin, hatayı bulan öğrenciler aracılığıyla hatanın nasıl olduğunun farkına varabilecekleri anlaşılmaktadır.

Etkinlikler boyunca öğretmenlerin 1 defa öğrencilerde *“işlemsel sürecin somutlaştırılması”* nı sağladığı olumlu etki olarak belirtilmiştir. Süreyya öğretmeni *“Ya bildikleri bir şey üzerinden gittiğimiz için zaten onu soyut bir şeyi daha kolay somutlaştırabilecekler yani işleme dökmeleri daha kolay olacak bence.”* görüşü ile etkinliklerin öğrenciler için soyut olan işlem basamaklarının somutlaştırılmasına katkı sağlayacağı ve artık işlemleri daha kolay yapabilecekleri üzerine destek sağlayacağını ifade etmektedir.

Son olarak etkinlikler boyunca öğretmenlerin 1 defa öğrencilerin *“kavram yanlışlarını engelleme”* yönünde olumlu bir etkisinin olacağı tespit edilmiştir. Bu olumlu etkiyi dile getiren Muhsin öğretmeni ise şu sözlerle açıklamaktadır: *“Yani kavram yanlışlarını önleyebilirdik, direk karelerin toplanmadığını.”*. Burada öğrencilerin sahip oldukları kavram yanlışlarını önleme ve bir daha yapmamalarına imkân sağlayacağı görülmektedir.

Görüşmenin ikinci bölümünde kareköklü ifadelerin öğretimi sürecinde kullanılabilir 5 adet soru, hatalı çözümleri ve hatalı çözüm etkinliklerine dair öğretmen görüşlerinin alınmasının ardından görüşmenin son bölümüne geçilmiş ve öğretmenlere daha önce bu tarz etkinliklerle karşılaşma durumları sorulmuştur. Öğretmenlerden alınan cevapların analizi sonucunda, katılımcıların büyük bir kısmının bu tarz etkinliklerle karşılaşmadıkları ve daha önceden öğretim sürecinde sınıflarında uygulamadıkları tespit edilmiştir. Ayrıca bazı öğretmenlerin yardımcı kaynaklarda *“Kaçıncı basamakta hata yapılmıştır?”* şeklinde çoktan seçmeli soru olarak karşılaştıkları ve bu soruları tercih ettikleri görülmüştür. Örneğin Zümrüt öğretmenin *“Yo bu tarz etkinliklerle karşılaşmadım. ... Hangi adımda hangi*

*basamakta hata yapılmıştır diye bir test soruları çözdüm.” açıklaması ile test kitaplarında yer alan ve çoktan seçmeli soru olarak sınıfında uyguladığını anlaşılmaktadır. Nazan öğretmen ise bu tarz sorularla eski sınav sisteminde karşılaştıklarını şu sözlerle dile getirmektedir:*

*“Hocam bazı soru tarzlarında sanki TEOG zamanında bu tarz sorular, işte “Kaçınıcı basamakta hata yapılmıştır?” sorularına karşılaştığımı hatırlıyorum. Sonra sanki yeni nesil sorular da yok gibi. Ama TEOG zamanında var gibiydi sanki. Bazen işte bu tarz sorular gelebiliyor testlerde.”*

Derslerin etkinlik kullanmadığını, anlatım sürecinde öğrencilerin hataların farkına varma düzeylerini görebilmek için öğretim aşamasında küçük hatalar yaptığını ve bu yöntemi kullandığını Onur öğretmen “... Tam bu etkinlikler değil. Bazen hatalı işlem yapıyorum bilerek hatalı işlemler yapıyorum tahtada. Öğrenci fark edebiliyor mu diye ama bunlar ufak şeyler. Belki bir iki dakikamızı alacak şeyler. Öğrencinin çok rahat görebileceği şeyler ama bu kadar detaylı hatalı çözümler üzerine şeyler yapmadım daha önce.” görüşü ile açıklamıştır.

Yukarıda da belirtildiği gibi öğretmenlerin daha önceden bu tarz etkinliklerle pek karşılaşmadıkları, eski sınav sisteminde ve yardımcı kaynaklarda çoktan seçmeli soru olarak gördükleri, çoktan seçmeli soru olarak sınıflarında uyguladıkları, etkinlik olarak sınıflarında tercih etmedikleri yönünde bulgular elde edilmiştir.

Görüşmede öğretmenlerin öğretim sürecinde yer alabilecek hatalı çözüm etkinlikleri hakkında olumlu görüş bildirdikleri, bu tarz öğretim yöntemini destekledikleri ve daha sonra sınıflarında uygulamayı düşündükleri tespit edilmiştir. Ünal öğretmen etkinlikler hakkındaki olumlu görüşünü şu sözlerle dile getirmektedir:

*“Bunun olumlu olduğunu düşünüyorum ben. Konuyu öğrendikten sonra hatayı bulmak önemli diye düşünüyorum. Buranın bir hata olduğunu da bilmesi güzel. Şimdi öğrenci bunu öğrendiği zaman buranın bir hata olduğunu, yani nasıl hataların gerçekleştiğini bilmesi daha sonra kendisinin de yapmamasını sağlayacaktır diye düşünüyorum, iyi bir etkili öğrenen öğrencinin.”*

Burada Ünal öğretmenin hatalı çözüm etkinlikleri ile öğrencilerin hatayı görmesini, fark etmesi ve hatayı yapmaması şeklinde olumlu etkilerinin olabileceğini ifade ettiği söylenebilir. Dilara öğretmen “Uygularım bana da gönderin, uygularım tabi ki.” sözleri ile bundan sonraki öğretim sürecinde etkinlikleri sınıf ortamında



uygulayabileceğini belirtmiştir. Benzer şekilde Eylül öğretmen görüşme sonunda etkinlikler hakkında fikrinin değiştiği ve uygulamanın olumlu olacağını ise şu şekilde açıklamıştır: *“Evet düşünüyorum şu an. Biraz şey geldi bana, yapmam sanki daha iyi olurmuş gibi geldi.”* Öğretmenlerin görüşleri incelendiğinde etkinliklere karşı olumlu bir bakış açısına sahip oldukları, öğrencilerin hatayı bilmelerinin bir daha yapmalarına engel olacağını ve konuyu öğrettikten sonra bu tarz etkinliklere yer verecekleri görülmektedir. Ayrıca Cem öğretmen, hatalı çözüm etkinliklerinin uygulanması sürecinde öğretim kademesine değinmiş ve ara kademelerde uygulanabileceğini şu görüşü ile ifade etmiştir: *“Yani yine belki 8.sınıf değil ama ara sınıflarda oldukça uygulanabilecek etkinlikler çünkü. Yanlış göstermek doğruyu anlatmaktan çok daha faydalı olabiliyor bazı yerlerde.”* Burada Cem öğretmenin 8.sınıfların sınava hazırlık süreci sebebiyle yer veremeyeceğini ama diğer kademelerde yanlış göstermenin oldukça etkili olabileceği ifadesi görülmektedir.

Görüşmenin son bölümünde öğretmenlere hatalı çözüm etkinlikleri ile öğrencilerin bir hatayı bulmalarının neden önemli olduğu da sorulmuştur. Öğretmenlerden alınan görüşlerin analizi doğrultusunda altı farklı durum olduğu tespit edilmiştir. Öğrencilerin hatayı bulmalarının önemine ait elde edilen bulgular Tablo 5.16’ de sunulmaktadır.

Tablo 5.16 Öğrencilerin hataları bulmalarının önemine ait öğretmen görüşleri (f)

<b>Kodlar</b>	<b>f</b>
Hatayı tekrarlamama	5
Dönüt sağlama	3
Kalıcı öğrenme	3
Olumlu tutum gelişimi	1
Öğrenme düzeylerinde gelişim	1
Geleneksel öğretim yöntemini farklılaştırma	1

Hatalı çözüm etkinlikleri ile öğrencilerin hatayı bulmalarının bir daha aynı *“hatayı tekrarlamama”* yı, öğrenme düzeyleri için hem öğrencilere hem de öğretmenlere *“dönüt sağlama”*, kavramın öğrencilerde *“kalıcı öğrenme”* leri üzerinde olumlu etkisi olacağını, matematiğe karşı *“olumlu tutum gelişimi”* ne katkı sunacağı, öğrencilerin mevcut *“öğrenme düzeylerinde gelişim”* sağlayacağını ve *“geleneksel öğretim yöntemini farklılaştırma”* üzerinde etkisi olacağı öğretmen görüşlerini

belirlenmiştir.

Öğrencilerin bir hatayı bulmalarının aynı “*hatayı tekrarlamama*” ları üzerinde olumlu etkisi olacağını görüşme sürecinde 5 öğretmen ifade etmiştir. Örneğin Demet öğretmen “*Öğrencilerin bir hatayı bulması neden önemli hocam? Çünkü uuu öğrenci o hatayı gördüğünde kendisinin de kafasında böyle bir soru işareti varsa, aaa bende böyle düşünmüştüm ama bu yanlışmış diyerek bir sonraki sorularda aynı hatayı yapmamaya çalışırlar diye düşünüyorum.*” sözleri ile etkinlikler sürecinde hatayı fark eden öğrencilerin yanlışı görerek bir daha yapmayacakları üzerinde etkili olacağı görülmektedir.

Hataların bulunmasının bir önemini de 3 öğretmen öğrencilerin öğrenme düzeyleri için hem kendilerine hem de öğrencilere “*dönüt sağlama*” olarak ifade ettikleri belirlenmiştir. Bu görüşü bildiren öğretmenlerden Eylül öğretmen ise “*Ya şöyle tabi ki öğrencilerin hatayı bulması demek öğrencinin o konuyu pekiştirdiğini, anladığını anlamış oluyoruz.*” sözleri ile açıklamıştır. Burada öğrencilerin etkinlikler sürecinde hatayı bulmaları onların konuya ait bilgi düzeyleri için gerek öğretmenlere gerekse öğrencilere geri bildirim sunması konusunda katkı sağladığı elde edilen bulgular olarak yer almaktadır.

Öğrenmelerin sağlanması ve bilgilerin kalıcılığı için hataların bulmasının önemini 3 öğretmen “*kalıcı öğrenme*” olarak ifade ettikleri görülmüştür. Örneğin Cem öğretmen hataların öğrenme üzerinde dikkat çektiği ve unutulmadığını şu sözlerle dile getirmektedir:

*“Hocam şimdi yaptığı yanlışı bulduğunda düzeltmek daha kolay oluyor. Ee düzeltmek değiştirmek çevirmek çok daha kolay oluyor. Haliyle bu tarz durumlarda yaptığı yanlışı görmek belki biz bazı sorularda söylüyoruz çocuklara özellikle yanlış yaptığımız soruların doğru cevaplarına oldukça dikkat edin diye. Çünkü yanlış unutulmuyor. Yanlışı düzeltmek hiç unutulmuyor.”*

Burada etkinliklerle hataları görmeleri öğrencilerin yanlışları unutmamaları ve düzeltmelerine imkân sağladığı, hataların düzeltilmesi ile hiç unutulmadığı ve öğrenmelerin daha kalıcı olmasına fırsat verdiği söylenebilir.

Öğrencilerin etkinlikler sürecinde hataları bulmalarının, onların matematik dersine karşı “*olumlu tutum gelişimi*” ne katkı sağlayacağını 1 öğretmen dile

getirmektedir. Zümrüt öğretmen öğrencilerin hataları buldukça özgüven kazanabileceğini şu sözlerle ifade etmektedir:

*“ ... Aynı hataları yaptığı, başkalarının da aynı hataları hatta bu hataların çok sık yapılan hatalar olduğunu bilmesi çocuklara özgüven de aşılayabilir. Çünkü o hataların aynısını bende yapıyorum demek ki matematik o kadar zorlayıcı, herkes o hatayı da yapabiliyor diye düşünmesine de yol açabilir bence.”*

Zümrüt öğretmenin açıklaması incelendiğinde etkinlikler süresinde öğrencilerin hatayı bulmaları ile onların matematiğe karşı olan güvenlerini ve tutumlarını da olumlu yönde etkileyeceği görülmektedir.

Bir öğrencinin hataları bulmasının, öğrenme basamaklarında gelişim sağlayacağını “*öğrenme düzeylerinde gelişim*” olarak 1 öğretmen dile getirmiştir. Manolya öğretmen;

*“Yani bazı basamakları var öğrenmenin biliyorsun. Bilgi ile başlıyor işte. Bilgi, kavrama, uygulama, analiz ve sentez gibi. Burada mesela bir kareköklü ifade dersini aldıysa biliyordur. Bilgi düzeyinde soruları çözer. Eğer kavradıysa buna dair bazı problemleri açıklar ve yorumlar. Kendi çözümünü oluşturur. Devamında bunu birine aktarabilir, anlatabilir çözümünü. Ben bunu şöyle düşündüm ve şu şekilde işlem yaptım şeklinde farklı çözüm yolları da öğretebilir. Ve devamında da bir başka kişiye de anlatabilir. O seviyeye gelmiştir. Bana göre eğer bir soruda çözümünü yorumlayabiliyorsa, nerede hata yapıldığını görebiliyorsa ve bu konuda iddialı ise o kendini üst basamağa yani analiz/sentez kısmına taşımıştır.”*

görüşü ile etkinlikler sürecinde öğrencilerin hatayı bulması, onların öğrenme basamaklarındaki gelişimi için önemli olacağı, hatalı çözümü adım adım incelemesi, hatayı bulup açıklayabilmesi öğrencileri analiz/sentez basamağına kadar ilerlemesini sağlayacağı söylenebilir.

Hatayı bulmanın bir diğer önemini de “*geleneksel öğretim yöntemini farklılaştırma*” olarak 1 öğretmen ifade etmiştir. Onur öğretmen eğitim sisteminde kalıp öğretim yöntemlerinin dışında bir durum olduğunu şu sözlerle dile getirmektedir:

*“... hepimiz eğitim sisteminde biz hep doğruyu aradık. Yani hiç yanlış aramadık. Yani yanlış tabi soruldu, sözel olarak soruldu. İşte aşağıdakilerden hangisi yanlıştır? Sözel bilgiler var şıklarda. Ama bir matematik eğitiminde, bir matematik sorusunda, bir matematik problemde biz hiç yanlış aramadık. Baktığımız zaman son yıllarda bu LGS gelinceye kadar diyelim hiç yanlış*

*bilgileri aramadık. Bu sorular niye önemlidir. Şu açıdan önemlidir: öğrenci normalde yaptığı şeyin dışına çıkıyor. Sorunun çözümündeki yanlışı tespit ediyor. Ve bunu yaparken soruyu yazma, soruyu çözme zahmetine girmiyor. Sadece tek yapması gereken şey yine o konuyu bilmesi gerekiyor. Konuyu anlaması gerekiyor burada ama tek yapması gereken şey önüne konulmuş hazır bir çözüm üzerinde yanlışı bulacak. O yüzden yani şu ana kadar bildiğimiz klasik soru kalıplarının dışına çıkan bir şey.”*

Burada eğitim sistemimiz içerisinde hep doğrularla ilgilendiğimizi, yanlış bilgilerin ve hataların üzerinde düşünmediğimizi ifade eden Onur öğretmen bu tarz etkinliklerle hataların bulunmasının eğitim sistemi için kalıp olan durumların dışına çıkmayı sağlayan bir süreç olarak belirttiği görülmektedir.

Görüşmenin son bölümünde öğretmenlere son olarak hatalı çözüm etkinliklerinin sınıf ortamında uygulanmasının öğrencilerin öğrenmesi üzerinde sağlayacağı avantajlarını ve dezavantajlarını belirlemeye yönelik soru sorulmuştur. Öğretmenlerden alınan cevaplar neticesinde etkinliklerin öğrenme üzerinde 5 farklı olumlu etkisinin olduğu ve avantaj sağladığı, 2 farklı olumsuz etkisinin olduğu ve bu durumların dezavantaj sağlayacağı tespit edilmiştir. Hatalı çözüm etkinliklerinin öğrencilerin öğrenmesine yönelik avantaj ve dezavantajlarına ilişkin elde edilen bulgular Tablo 5.17’ de sunulmaktadır.

Tablo 5.17 Hatalı çözüm etkinliklerinin öğrenci öğrenmesine yönelik avantajları ve dezavantajları (f)

Kategori	Kodlar	Öğretmenler	f
<b>Öğrenci Öğrenmesine Yönelik Avantajlar</b>	Hatayı tekrarlamama	Macide, Muhsin, Eylül, Zümrüt, Süreyya	5
	Dönüt sağlama	Cem, Dilara, Muhsin, Macide	4
	Kalıcı öğrenme	Zümrüt, Nazan, Cem, Manolya	4
	Olumlu tutum gelişimi	Demet, Muhsin, Macide, Zümrüt	4
	Düşünme becerilerinde gelişim	Onur, Muhsin, Cem	3
<b>Öğrenci Öğrenmesine Yönelik Dezavantajlar</b>	Hatayı doğru olarak algılama	Nazan, Zümrüt, Ünal, Süreyya, Demet	5
	Zaman yetersizliği	Onur, Muhsin	2

Tablo 5.17’ de yer alan bulgulara göre hatalı çözüm etkinliklerinin öğrencilerin öğrenmesine yönelik avantajını öğrencilerin mevcut ya da yapılma ihtimali olan “hatayı tekrarlamama” larını, öğrenme düzeyleri için “dönüt sağlama” imkânı sunduğu, kavrama ait bilgilerde “kalıcı öğrenme” yi sağladığı, matematiğe karşı “olumlu tutum gelişimi” ve öğrencilerin “düşünme becerilerini geliştirme” ye katkı sağladığı belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin etkinliklerde yer alan “hatayı doğru olarak algılama” ları ve “zaman yetersizliği” nedeniyle dezavantaja sahip olduğu öğretmenlerin görüşleri doğrultusunda elde edilen bulgulardır.

Öğrencilerin yapmış oldukları veya yapabilecekleri hataların, hatalı çözüm etkinlikleri sonrasında bir daha yapmayacaklarını 5 öğretmenin “hatayı tekrarlamama” şeklinde ifade ettikleri belirlenmiştir. Örneğin Ünal öğretmenin “... Hatayı bulmaları da daha sonra yapmalarını da engelleyecektir. Yani hatayı bulan öğrenci bunun bir hata olduğunu bilen öğrenci daha sonra da bunu yapmayacaktır. Hatalardan vazgeçebilir. O konuda işe yarayacaktır.” görüşü ile hataları bulan bir

öğrencinin hatayı anlamlandırarak bir daha yapmayacağını, hataların tekrarlanmasını engelleyeceği üzerinde olumlu etkiye sahip olduğu bulgusuna ulaşılmıştır.

Öğrenme sürecinde etkinliklerin öğrencilerin öğrenmesi hakkında değerli bilgiler sunacağını 4 öğretmen öğrenme düzeyleri için “*dönüt sağlama*” yönünde bir avantaj olarak ifade ettiği görülmektedir. Macide öğretmen hataların öğrenme düzeylerindeki eksiklikler hakkında bilgiler vereceğini şu sözlerle dile getirmektedir:

*“Hatanın öğrenmesi nerde ne eksikliği, nerde hangi bilgi eksikliği var. Ya da bilmediğinden mi yapamıyor yoksa ya bilmediğinden genelde yapıyor ya da hazır bulunuşluğun yetersizliğinden yapamıyor. Ya da seçtiği yönteminin uygun olmaması gibi problemlerin çözüme kavuşturulması açısından iyi olduğunu düşünüyorum.”*

Burada etkinlikler sayesinde hataların öğrenciler tarafından yapılma nedenlerine yönelik dönütler sağladığı ve bu sorunların çözüme kavuşturulması için yararlı olabileceği yönünde bulgular elde edilmiştir.

Etkinliklerin, öğrencilerin kavrama ait bilgileri öğrenme sürecinde “*kalıcı öğrenme*” yönünde bir avantaj sağladığını görüşmeler sürecinde 3 öğretmen dile getirmiştir. Nazan öğretmen etkinlikler sürecinde hataların gösterilmesinin daha kalıcı öğrenmeler sağlayabileceğine dair açıklamasını şu şekilde gerçekleştirmektedir:

*“Hani bu hataları gösterirsek çocuklarda kavram yanlışları olmayabilir. Daha kalıcı öğrenmeler gerçekleşebilir hani. Çocuk işlem hatasını en aza indirebilir.”*

Nazan öğretmenin görüşü incelendiğinde etkinlikler sürecinde hataların farkına varılmasıyla öğrencilerde var olan kavram yanlışlarının ortadan kalkacağı, bilgilerinin daha kalıcı hale geleceği ve kavrama ait işlem hatalarının en aza indirilmesine katkı sağlayacağı görülmektedir.

Hatalı çözüm örneklerinin öğrencilerin matematiğe karşı “*olumlu tutum gelişimi*” sağladığını bir avantaj olarak 4 öğretmenin görüşme sürecinde ifade ettikleri belirlenmiştir. Örneğin Zümrüt öğretmen “*Hataları göstermek çocuklarda özgüvenini arttırabilir, herkes bu hatayı yapıyor bende yapmış olduğum matematiği anlamadım, yapamıyorum hissiyatı kalkabilir.*” sözleri ile hataların herkes tarafında yapılabileceği ve öğrencilerde var olan matematiğe karşı olumsuz tutumun etkinlikler sayesinde

olumluya dönüşeceği ve matematiğe karşı özgüvenlerinde artış meydana geleceği görülmektedir.

Hatalı çözüm etkinliklerinin bir diğer avantajının da öğrencilerin “düşünme becerilerini geliştirme” olduğunu görüşme sürecinde 3 öğretmen dile getirmiştir. Bu durumu Cem öğretmen;

*“... Hem yorumlamaları hem alternatif düşünme açısından bakış açılarının değişmesi açısından farklı kişilerin görüşmelerini duyma dinleme açısından oldukça faydası oluyor bu tarz etkinliklerin.”*

sözleri ile belirtmiştir. Burada öğrencilerin etkinlik sürecinde yorumlama, farklı düşünme, farklı bakış açısı geliştirme gibi özelliklerinin genel olarak onların düşünme becerilerinin gelişmesine katkı sağlayacağı görülmektedir.

Görüşme sürecinde etkinliklerin öğrenme üzerinde dezavantajlarının da varlığını dile getiren öğretmenlerden 5’ i öğrencilerin “hatayı doğru olarak algılama” durumlarının olduğunu belirtmiştir. Bu dezavantaj için görüş bildiren Zümrüt öğretmen;

*“... doğrularla, doğru şemalarla yanlış şemaları eşleştirebilirler ya da yer değiştirebilirler. Yani bunu yanlış olarak gösterebiliriz ama çocuğun aklında bu doğru olarak kalabilir. Çünkü doğru bir tane ama yanlış bir sürü. Birbirlerine karıştırma olasılığı çok yüksek. Dezavantajı da budur muhtemelen.”*

sözleri ile öğrencilerin etkinlikte yer alan hataları görmelerinin onların zihinlerinde doğru olarak kalmasına, doğru şemalarla yanlış şemaların yer değiştirmesine, bilgi karışıklığına yol açabileceğini belirtmektedir. Bir diğer dezavantajı ise 2 öğretmen “zaman yetersizliği” ni ilk dezavantaj olarak ifade etmişlerdir. Örneğin Muhsin öğretmen etkinlik sürecinde yaşanan zaman sorunu şu sözlerle dile getirmiştir: “... Bu gibi soruların yazım süreci, tahtaya öğretmenin yazması veya çocuğun defterine yazması çok vakit kaybı. Bu anlamda dezavantajı var.”. Muhsin öğretmenin görüşü incelendiğinde etkinliklerin gerek oluşturulması gerek de sınıf ortamında yazımının açısından zaman kaybı olduğu ve bu durumun etkinlikler için bir dezavantaj olarak görüldüğü elde edilen bulgular arasında yer almaktadır.

## 6. TARTIŞMA

Bu bölümde, matematik öğretiminde hatalı çözüm etkinliklerinin uygulanmasına yönelik öğretmen görüşlerinin incelenmesi amacıyla, araştırmadan elde edilen bulgulara ait genel sonuçlar sunulmuş olup araştırmanın bulgularına ait tartışmalara da ilgili literatür çerçevesinde yer verilmiştir. Öncelikle kareköklü ifadeler konusunda öğrencilerin yaşadıkları zorluk türleri, bu zorlukların nedenleri ile öğretmenlerin öğretim sürecinde kullandıkları etkinlik, problem veya örnek türleri ile öğretimde zorlanma nedenlerine ilişkin sonuçlar ele alınmıştır. Son olarak matematik öğretiminde kareköklü ifadeler konusuna ait hazırlanmış olan hatalı çözüm etkinliklerinin sınıfta uygulanma durumları, öğrencilerin olası çözümleri, öğrencilerin hataları bulma olasılıkları, hataların nedenleri ve hatalı çözüm etkinliklerinin öğrenme üzerindeki etkilerine ait bulgular literatürle desteklenerek tartışılmıştır.

### 6.1. Kareköklü İfadeler Konusunun Öğretimi ve Öğrenci Öğrenmesi

Öğretmenlerin kareköklü ifadeler konusunun öğretimi ve öğrencilerin öğrenmesi sürecinde yaşanan zorluklar ve bu zorlukların nedenleri hakkında farklı bulgular elde edilmiştir. Görüşme sürecinde öğretmenler kareköklü ifadeler konusunda öğrencilerin kareköklü ifadelerde dört işlem, köklü bir ifadeyi  $a\sqrt{b}$  şeklinde yazma, en yakın doğal sayıyı belirleme, kavram eksikliği, işlemsel süreci tersine çevirememesi alt kazanımlarda zorluk yaşadıklarını ifade ettikleri görülmüştür. Öğretmenlerin görüşlerine göre öğrencilerin en çok köklü bir ifadeyi kök dışına çıkarmada yani  $a\sqrt{b}$  şeklinde yazmada zorlandıkları söylenebilir. Öğretim sürecinde her iki yöntemi (asal çarpan algoritması ve tam kare çarpan) de gösterdiklerini belirten öğretmenler, öğrencilerin kök içinde yer alan sayıyı biri tam kare diğeri tam kare olmayan iki sayının çarpımı şeklinde ifade etmede zorlandıklarını dile getirdikleri görülmüştür. Öğretmenler genellikle öğrencilerin bu yöntemi kullanmalarının zaman konusunda hız kazanmaları için tercih ettikleri elde edilen bulgular arasında yer almaktadır. Öğrencilerde yaşanan bu zorluğun temelinde bir sayıyı iki sayının çarpımı şeklinde ifade edememe ve tam kare sayı hissinin yetersiz olduğu bu durumun



öğrencilerin tam kare sayılarla ilk defa karşılaşmaları ve bir sayının çarpanları bulmaya yönelik bilgi eksikliği yaşamalarının da etkisi olarak yorumlanabilmektedir. Öğrencilerin en çok yaşadığı bir diğer zorluk türünün de kareköklü ifadelerde dört işlem olduğunu dile getiren öğretmenler, öğrencilerinin genellikle toplama ve çıkarma işleminde sorun yaşadıklarını belirtmişlerdir. Özellikle toplama işleminde zorlandıkları ve öğrencilerin kök içindeki sayıları da toplama işlemine dâhil ettikleri öğretmenlerin görüşleri doğrultusunda ifade edilebilir. Burada öğrencilerin çarpma ve bölmede yer alan kuralı genelleştirerek toplama ve çıkarma işlemine aktarması da yaşanan sorunun temelini oluşturmaktadır. Konunun öğretim sırasında önce çarpma ve bölmenin anlatılması kuralı genelleştirmesinin de bir sebebi olarak düşünülebilir. Gelici [39] çalışmasında öğrencilerin köklü bir ifadeyi  $a\sqrt{b}$  şeklinde yazmakta zorlandıklarını dile getirmiştir. Bagni, [17] köklü sayılarda toplama işleminde öğrencilerin kök içlerini toplayarak hataya düştüklerini tespit etmiştir. Duatpe Paksu [1] ise öğrencilerin  $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$  şeklinde kavram yanılgılarına sahip olduklarını vurgulamıştır. Bu çalışmada benzer sonuçlar elde edilmiş olup öğrencilerin hatalarının genel olarak diğer öğrencilerde görüldüğü söylenebilir.

Öğretmenlerin görüşleri doğrultusunda, öğrencilerin yaşamış oldukları bu zorlukların nedenleri konu ile ilk defa karşılaşma, öğrencilerin hazırbulunuşluk düzeyleri, seçilen öğretim yöntemi, öğrencilerde var olan işlemsel süreç yetersizliği, bilgileri aşırı genelleme, kavramın soyut olması ve öğrenci tutumları olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin konuya ait yaşadıkları zorlukların nedenleri incelendiğinde en çok kavramla ilk defa karşılaşmaları gelmektedir. Daha önceden hiç bu kavrama ait zihinlerinde bir şema oluşmamış olması, kavrama ait bilgilerinin olmaması konunun anlamlandırılmasını da zorlaştırdığı söylenebilir. Kareköklü ifadeler konusunda öğrencilerin hazırbulunuşluk düzeylerinin yetersiz olması yaşanan zorluğun bir diğer nedeni olarak görülmektedir. Özellikle kareköklü ifadeler konusunun üslü ifadeler konusu ile bağlantılı olması ve öğrencilerin üslü ifadeler konusundaki bilgi eksikliklerinin olması, matematikte yer alan bazı konuların birbirleri ile bağlantılı olduğunun en önemli göstergesidir. Ön bilgi sağlayıcı konulardan birinde meydana gelebilecek bir eksikliğin diğerlerinin de anlamlandırma sürecinde oldukça etkili olduğu söylenebilir. Cockburn [9] çalışmasında öğrencilerin

deneyimlerinin, bilgilerindeki yetersizliğin ve tutumlarının yaşanan hata ve zorlukların nedenleri olduğunu vurgulamıştır. Ural, [6] konular arası ilişkinin öğrenme için etkisinden bahsetmiş ve ön bilgilerin yeterli düzeyde olmasının sonraki konular için öğrenmede etkili olduğunu dile getirmiştir. Benzer olarak Yayla ve Bangir Alpan, [40] öğrencilerin matematikte zorlanma nedenlerinden bazılarını öğretmenlerin konuya uygun yöntemi seçmemesi, öğrencilerin ders çalışmaması, evde tekrar yapmaması, önyargı-korku, öğrenci temelinin zayıf olması ve problem anlama yeteneğinin gelişmemiş olması olarak vurgulamışlardır. Öğrenciler sahip oldukları bilgilerin diğer tüm durumlarda geçerli olduklarını düşünmeleri ve uygulamaları aşırı genelleme yapmalarına neden olmakta ve bu durum onları hataya yönleltmektedir [20]. Araştırmamızda zorlukların nedenlerine ait öğretmenlerin görüşlerinin yapılan çalışmalarla benzer sonuçlarda olduğu görülmüştür.

Öğretim sürecinde önemli faktörlerden birisi de sınıf içerisinde kullanılan etkinlik, problem veya örnek türleridir. Kareköklü ifadeler konusunun öğretiminde öğretmenlerin akıllı tahta uygulamaları, temel bilgi düzeyinde örnekleri, Milli Eğitim Bakanlığı tarafından yayınlanan örnek soruları, yeni sınav sistemine uygun beceri temelli soruları, konuyu geometri ile ilişkilendirmeyi sağlayacak örnekleri, ders kitabında yer alan örnekleri ve öğretimi anlamlandırmak için somutlaştırıcı örnekleri derslerinde kullanmayı tercih ettikleri görülmüştür. Öğretim ortamında teknolojinin varlığının yerini alması ile akıllı tahta kullanımı artmıştır. Akıllı tahta uygulamalarında öğrencilerin soruları yazma zahmetinde bulunmaması, süre konusunda avantajlı olması ve özellikle dijital kitapların öğretim sürecinde aktif varlığı öğretmenlerin tercih sebebi olduğu söylenebilir. Öğretmenlerin temel bilgi düzeyinde yer alan soru ve örnekleri kullanmalarında konuyla öğrencilerin ilk defa karşılaşılıyor olması, kavramın daha iyi anlamlandırılması ve öğrenci seviyelerinin düşüklüğünü etkileyen faktörler olarak açıklanabilir. Öğretmenlerin öğretim sürecinde kullanmış oldukları bu etkinlik, problem veya örneklerin; Alkan, [47]'in matematik öğretmenlerinin kullandıkları örnekleri sınıflandırması çalışmasında standart ve geliştirici örnek olarak karşımıza çıkmaktadır. Standart örneklerde “*tanımı yansıtan, kuralı yansıtan ve bir prosedürün nasıl uygulandığını gösteren örnekler*” yer alırken geliştirici örneklerde ise “*tanımın standart örneklerinin öğrencilerde*

*oluşan muhtemel algıyı genişletmeye çalışma, bir kuralı ifade ettikten sonra kuralı yansıtan standart örneklerin dışında bu kuralın başka durumlarla ilişkisini gösterme ve konular arası ilişkiyi sağlayarak kavramın sınırlarını genişletme amacıyla örnekler”* olarak ifade edilmektedir [47, s.92, s.109]. Çalışmamızda ulaştığımız örnekleri benzer amaçla ve farklı isimlerle öğretmenlerin tercih ettikleri belirlenmiştir.

Öğretim sürecinde öğrenci zorluklarının yanında öğretmenlerinde kavram öğretimi sürecinde zorluk yaşadıkları bilinmektedir. Öğretmenler kareköklü ifadeler konusunun öğretiminde zorlanmalarının nedenlerini sekiz farklı durumla açıkladıkları görülmüştür: Hazırbulunuşluk düzeyi, kavramın soyut olması, öğrenci tutumları, işlemsel süreç yetersizliği, öğrenme seviyelerindeki farklılaşma, zorluk yaşamama, ilk defa karşılaşma, müfredat yoğunluğu. Matematikte konuların bazıları birbiri ile bağlantılıdır ve birinde meydana gelen aksaklık veya bilgi eksikliği diğer konuları da etkilemektedir. Öğrencilerin ön bilgilerinde meydana gelen eksiklik, konuya dair hazırbulunuşluk düzeylerinin yetersizliği öğretmenlerin zorluk yaşamalarının nedeni olarak tespit edilmiştir. Ön bilgilerindeki eksikliklerin üzerine yenilerini koymanın oldukça zorlayıcı, ön bilgilerin öğrencilerde tam olması durumdan hem öğretmenlerin hem de öğrencilerin öğretim sürecinde zorluk yaşamalarının kaçınılmaz olduğu söylenebilir. Özellikle liselere giriş sınavında öğrencilerin beceri temelli sorularla karşılaşmaları ve bu soruların çözüm yollarını öğretmenlerin anlatmakta zorlanması ve temel işlem basamaklarında öğrencilerin sorun yaşamaları öğretim sürecinde yaşanan zorluklar olarak görülmüştür. Öğrencilerin ilk defa bu tarz sorularla karşılaşmaları, diğer kademelerde temel bilgi düzeyinde örneklerle öğretimin gerçekleştirilmesi ve öğrencilerin beceri temelli soruları anlamlandıramamaları yaşanan zorluğun alt nedeni olarak söylenebilir. Ayrıca öğretmenlerden 2 tanesi de öğretim sürecinde zorlanmadıklarını dile getirmiştir. Zorluk yaşamayan öğretmenlerin genellikle öğrencilerinin vereceği tepkileri bildikleri ve öğretim sürecini ona göre şekillendirdikleri dolayısıyla mesleki tecrübesinin fazla olmasının etkisi olduğu görülmüştür. Öğretmelerin öğretim sürecinde yaşamış oldukları bu zorlukların temelde öğrencilerin yaşadıkları zorluklarla ilişkili olduğu görülmüştür. Yapılan çalışmalarda yaşanan zorlukların nedenlerinin öğrencinin temelinin zayıf

olması, önyargı-korku, öğrencilerin ders çalışmaması, evde tekrar yapmaması, öğrencide problem anlama yeteneğinin gelişmemiş olması, konu sayısının fazla ve ağır olması, öğretmen ve öğrencilerin deneyimleri, matematikte yaşanan öğretim ve kavram güçlüğü olduğu görülmüştür [9, 40]. Bu çalışmada bu zorlukları öğretmenlerin de öğretim sürecinde yaşadıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin yaşadıkları zorlanma nedenlerinin öğretmenlerin de öğretim sürecinde zorlanmalarının nedenleri olduğu söylenebilir.

## 6.2. Matematik Öğretiminde Hatalı Çözüm Metodunun Yeri

Öğretmenlerle yapılan görüşmelerde kareköklü ifadelerin öğretimi sürecinde kullanılmak üzere sunulan 5 adet soruyu sınıf ortamında uygulayacaklarını ifade ettikleri belirlenmiştir. Ayrıca Macide öğretmen müfredatta olmadığı gerekçesi ile 2.soruyu uygulamayacağını dile getirmiştir. 8.sınıf müfredatında bu soruya ait kazanım şu şekilde ifade edilmektedir: “M.8.1.3.3 Kareköklü bir ifadeyi  $a\sqrt{b}$  şeklinde yazar ve  $a\sqrt{b}$  şeklindeki ifadede katsayıyı kök içine alır.” [34]. Konunun içinde negatif veya pozitif sayılar şeklinde bir ayırım olmadığı görülmektedir. Diğer 11 öğretmenin konunun içinde bu tarz örneklere yer verdikleri ve öğrencilerin negatif köklü ifadeyi kök içine alırken sorun yaşadıkları da tespit edilmiştir. Öğretmenin bu kavrama öğretim sürecinde dâhil etmemesi öğrencilerin kavrama ait bilgi eksiklikleri yaşamasına, kavram yanılgısı ve hatalar yapmasına neden olabileceği söylenebilir. Soruların sınıf ortamında çözümlerine yönelik öğretmenlerden 2 tanesi (Macide ve Nazan öğretmen) hariç çözüm sürecinde sorun yaşamadıkları tespit edilmiştir. Her iki öğretmenin de çözümünde öğrencilerin yapmış oldukları hatalı çözüm yolunu kullandıkları ve hata yaptıkları görülmüştür. 2. sorunun çözümündeki hatalarının öğretim sürecinde yer alan, pozitif köklü ifadelerin kök içine alınmasına ait kuralı genelleştirerek uygulamalarının neden olduğu söylenebilir. Soruların hatalı çözümlerini inceleyen öğretmenlerin (Macide öğretmen hariç) hatayı buldukları ve açıkladıkları görülmüştür. Macide öğretmenin 2.sorunun çözümünde yer alan hatayı fark edemediği ve çözümü doğru kabul ettiği belirlenmiştir. Burada soruyu öğrenciler gibi hatalı çözdüğü ve ardından sunulan hatalı çözümünde hatayı fark edememesinin altında kavrama ait bilgi genellemesi olduğunun, kavram öğretimi sürecinde bu tarz

sorulara yer vermeyişinin, olası öğrenci hataları üzerinde durmayışının ve öğretim sürecinde kritik noktalara dikkat etmeyişinin hataları doğru olarak kabul etmesine neden olacağı şeklinde yorumlanabilir. Nazan öğretmenin 2.sorunun hatalı çözümünü incelerken aynı sorunun çözümünü hatalı yaptığını fark ettiği ve sorunun çözümündeki hatayı da açıkladığı belirlenmiştir. Hatalı çözüm örneklerini inceleyen öğretmenlerin hatalarını görüp düzeltme yoluna gitmelerinde, oluşabilecek olan kavramsal yanılgıları azaltmada ve sorgulama becerilerini arttırmada olumlu yönde etkiye sahip olabileceği söylenebilir. Benzer olarak, Özkaya ve Konyalıoğlu [30] yaptıkları çalışmalarında hatalı çözümler yapan öğretmenlerin uygulamalar ilerledikçe hataları ifade edebilecek duruma geldiklerini ve bu etkinliklerin öğretmenlerin sorgulama becerilerini de geliştirdiğini ifade etmişlerdir. Gedik, [48] matematik öğretmenlerinin alan bilgilerinin gelişimi sürecinde hata temelli aktivitelerin bilmediklerinin farkına varma ve kendini değerlendirme şansı sunduğu görülmüştür. Demirci, Özkaya ve Konyalıoğlu [38] ise çalışmalarında öğretmen adaylarının hata yapılmış sorulara ait yaklaşımlarında öğretmenlerin hatayı tespit etmede başarısız olduklarını dile getirmiştir. Bu çalışmalardaki sonuçlar araştırmamızdaki bulgularla benzerlik göstermektedir. Çalışmamızda bir öğretmenin hatayı tespit edemediği, bir öğretmenin ise de hatalı çözümlerde yer alan hatayı fark eder kendi çözümünün de hatalı olduğunun farkına vardığı belirlenmiştir.

Öğretmenlerin öğrencilerin olası hatalarına hâkim olması oldukça önemlidir. Hatalı çözüm etkinliklerini sınıf ortamında uygulamak isteyen öğretmenlerin öğretim sürecinde destek sağlaması için öğrenci hatalarının farkında olması öğretimin verimliliği açısından büyük bir öneme sahiptir. Hatalı çözüm örneklerinde hataları fark eden ve açıklayan öğretmenlerin hatalı çözüm metoduna yönelik etkinlikleri sınıf ortamında uygulamaları öğretim için daha uygun olacağı söylenebilir.

Sorulara ait olası öğrenci çözümlerinde öğretmenlerin genellikle öğrencilerinin kendi doğru çözüm yolu ile soruyu çözeceklerini dile getirdikleri ve hatalı çözümlere değinen öğretmenlerin çok az olduğu belirlenmiştir. Olası hatalı çözümlerin az öğretmen tarafından ifade edilmesinin ve öğrencilerin kendi doğru çözüm yolunun aynısını uygulayacaklarını düşünen öğretmenlerin öğrenci hatalarını dikkate almadığı, öğretim ortamında hep doğruların varlığına dikkat çektikleri ve öğretmen merkezli bir

öğretim yöntemi izlemelerinin neden olduğu düşünülmektedir.

Hatalı çözümleri inceleyen öğretmenler, çözümlerde yer alan hataların öğrencilerin bilgileri aşırı genellemeleri, kavrama ait bilgi yetersizliği, öğretmenlerin öğretimi basitleştirmesi, kavram yanılgısı ve öğrencilerin işlemsel süreçlerdeki yetersizliklerine bağlı olarak yapmış olabileceklerini dile getirdikleri belirlenmiştir. Öğretmenlerin büyük bir çoğunluğu, hataların öğrencilerin sahip oldukları bilgileri tüm durumlarda kullanmak istemeleri veya kavrama ait bilgi yetersizliğinden kaynaklı olduğunu belirtmişlerdir. Bilgi genellemeleri özellikle işlemsel bir kuralı uygun olmayan diğer işlem süreçlerinde kullanılmasının kavram yanılgıları ve hatalar yapılmasına neden olduğu, öğrenmeyi olumsuz etkilediği düşünülmektedir. Öğrencilerin hata yapmalarının altında yatan bir nedeninde öğretmenlerin de rol oynadığı görülmüştür. Öğretmenlerin kavrama ait bilgilerin öğretiminde kuralları basitleştirmek adına seçmiş oldukları bazı yanlış/eksik kodlamaların veya yöntemlerin, öğrencilerin yaptıkları hatalarla ilişkili olduğu söylenebilir. Cockburn, [9] öğrencilerin ve öğretmenlerin yaşadıkları deneyimleri, bilgileri anlamada yaşanan sorunları, konunun anlatım sürecinde yaşanan güçlüğü hataların nedenleri olarak ifade etmektedir. Ural [6] çalışmasında hatalar ve kavram yanılgılarının matematiksel kavramın veya işlemin doğasından, öğrencilerin kavrama yeteneğinden, önceki bilgilerinden ve öğretmenlik becerilerinden oluşmuş olabileceğini vurgulamıştır. Bu çalışmalarda elde edilen bulgular çalışmamızın sonucu ile benzerlik göstermektedir. Öğrencilerin hatalarının öğrenciler ve öğretmen boyutlarının var olduğu söylenebilir.

Hatalar öğrenciler tarafından gerçekleştirilen ve değişkenlik gösteren bir olgudur. Bazı hataları çoğu öğrenciler yaparken bazılarını ise sadece az bir kesim yapabilir. Öğretmenler, soruların hatalı çözümlerinde ve mevcut literatürde yer alan hataları öğrencilerinin yapma ihtimallerinin oldukça yüksek olduğunu belirtmişlerdir. Mevcut hataları yapma olasılıklarının yüksek olması öğretmenlerin sınıf ortamında karşılaştıkları ve öğrencilerin yapmış oldukları matematiksel hatalar olarak belirtilebilir. Fakat 1.sorunun çözümünde yer alan hatayı öğrencilerin yapmama ihtimalinin yapma ihtimaline göre yüksek çıktığı tespit edilmiştir. Buradaki farkın öğretmenlerin öğretim yönteminden kaynaklandığı düşünülebilir. Öğrencilere yapılmış olan çözüm yolundaki mantığı göstermedikleri, farklı yollarla öğretim

sağladıkları ve dolayısıyla hatayla karşılaşmamış oldukları söylenebilir. Soruların olası öğrenci çözümlerinde yapılabilecek hatalara az öğretmenin değinmiş olduğu ve sunulmuş olan hatalı çözümlerde yer alan hataları ise öğrencilerin yapma ihtimallerinin yüksek çıktığı belirlenmiştir. Böyle bir fark, öğretmenlerin öğrenci hatalarını öğretim aşamasında dikkate almadıkları, sadece soruların çözümleri sürecinde değerlendirdikleri ve bu süreçte anlık düzeltme yolunu kullanmayı tercih ettikleri şeklinde yorumlanabilir.

Kareköklü ifadeler konusunda olası öğrenci hataları ve kavram yanılgılarından oluşturulmuş hatalı çözüm etkinliklerini sınıf ortamında uygulama tercihlerinin etkinlikler genelinde %93 'lük bir uygulama oranına sahip olduğu belirlenmiştir. Bu oranın yüksekliği öğretmenlerin, etkinliklerin sınıf ortamında öğrencilerin öğrenmeleri için faydalı olacağını düşünmeleri şeklinde yorumlanabilir. Uygulama konusunda kararsız olan Demet öğretmen ve bazı etkinlikleri uygulamak istemeyen Ünal ve Süreyya öğretmenin etkinliklerin olumsuz bir yanının da olabileceği ihtimalini değerlendirdikleri görülmüştür. Palkki ve Hästö, [45] öğrencilerin hatayı yanlış anlaması veya bir hatanın hatalı olduğunu unutması gibi durumlar sebebiyle öğretmenlerin hataları kullanmama nedenleri olarak belirtmektedir. Öğretmenlerimizin derslerinde etkinlikleri kullanmak istememe veya kararsız kalma durumları yapılmış olan çalışma ile benzer sonuçlar elde ettiğimizi göstermektedir. Etkinlik – 4'ü uygulamayacağını dile getiren Ünal öğretmenin hatayı kareköksel bir hata olarak görmediği ilgili literatürde hatanın var olması [1, 6, 41] çalışmada elde edilen farklı bir sonuç olarak ifade edilebilir. Bu durumda öğretmenin hataya farklı bir açıdan baktığı da söylenebilir.

Etkinliklerin sınıf ortamında uygulanması durumunda öğretmenler, öğrencilerinin hatayı tespit edebilme olasılıklarının düşük olacağını belirtmişlerdir. Gedik, Konyalıoğlu, Tuncer ve Morkoyunlu [50] lise öğrencileri ile yapmış oldukları çalışmalarında, öğrencilerin hatayı bulmada zorluk yaşadıklarını ifade etmişlerdir. Bu durum gerek ortaokul gerekse lise düzeyinde olsun öğrencilerin hataları bulmada zorlandıklarını ve tespit etme düzeylerinin düşüklüğü şeklinde açıklanmaktadır. Var olan hatayı tespit etme düzeyindeki bu düşüklük, öğrencilerin hatayı sıklıkla yapması şeklinde yorumlanabilir. Etkinliklerde yer alan hatalar öğrenciler için doğru bir yolmuş

gibi görünebilir bu da onların hatayı bulmalarını yönünde bir engel olarak ifade edilebilir.

Görüşme sürecinde hatalı çözüm etkinliklerini inceleyen öğretmenlerin, etkinliklerin kavramları ve kavrama ait bilgileri daha kalıcı öğrenme, hataları tekrarlamama, aşırı genellemeyi engelleme, matematiğe karşı olumlu tutum gelişimine katkı sağlama, soruya/örneğe/etkinliğe dair farklı çözüm yollarını öğrenme, hataların farkına varma, işlemler ile işlem süreçlerinin somutlaştırma ve öğrencilerin kavram yanlışlarının engellenme yönünde öğrenme üzerinde olumlu değişimlere sahip olduklarını ifade ettikleri görülmüştür. Sınıf içerisinde bu etkinliklerin uygulanması ile öğrencilerin bilgileri daha sağlam bir yapıda öğrendikleri, gördükleri çözümün aslında hatalı olduğunu ve bir daha hatayı tekrarlamamalarını sağlayacağı en çok ifade edilen olumlu etkiler olarak belirlenmiştir. Palkki ve Hästö, [45] hataları sınıf ortamında kullanmayı tercih eden öğretmenlerin kavram yanlışlarını düzeltmede, hatalarla yaşamayı öğrenme ve analiz becerilerinde gelişim sağladığını dile getirmişlerdir. Adams ve arkadaşları [15] yapmış oldukları çalışmalarında hatalı etkinliklerin daha derin öğrenme sağladığını belirlemişlerdir. Gedik, [48] öğrencilerin hataları görüp düzeltmelerinin ve fark etmelerinin öğrenme için motivasyon gibi etkilerini öğrencilerin öğrenmeleri için olumlu etkiler olarak tespit edilmiştir. Bu çalışmada benzer bulgular elde edilmiş ve görüşmeler neticesinde tüm öğretmenlerin hatalı çözüm etkinliklerinin öğrenme üzerinde olumlu değişimleri dile getirdikleri belirlenmiştir.

Öğretmenleri genellikle daha önceden böyle hatalı çözüm etkinlikleri ile karşılaşmadıkları ve uygulamadıkları görülmüş, bazı öğretmenlerin ise çoktan seçmeli soru olarak sınıfta uyguladıkları belirlenmiştir. Öğretmenlerin görüşme sürecinde etkinliklere olumlu baktıkları, hatalı çözüm metodu yöntemini destekledikleri görülmektedir. Gedik, Konyalıoğlu, Tuncer ve Morkoyunlu [50] hatalı etkinlikler ilgili öğrenci görüşlerini aldıkları çalışmalarında öğrencilerin uygulamaları yararlı ve ilginç bulduklarını ifade etmişlerdir. Özkaya ve Konyalıoğlu [30] çalışmalarında öğretmenlerin hata temelli aktiviteler sonrasında öğrenci hatalarına karşı hoşgörülü oldukları ve uygulama sonrasında olumlu tutum geliştirdikleri vurgulanmıştır. Çalışmalarda elde edilen sonuçlarda hatalı çözüm etkinliklerine ve uygulamalarına



hem öğrencilerin hem de öğretmenlerin olumlu yaklaşıtları görülmüştür. Benzer sonuçlar da çalışmamızda elde edilmiş olup öğretmenlerin hatalı çözüm etkinliklerine olan görüşlerinin olumlu olduğu ve sınıfta uygulanmasının öğrenci öğrenme için yararlı olduğu belirlenmiştir. Etkinlik sürecinde hataları inceleyen öğretmenlerde öğrenci hatalarına karşı olumlu bir yaklaşım oluştuğu, hataları göstermeye ile öğretim sürecinde dâhil etmenin faydalı olacağını düşündükleri ve bu sebeple benzer etkinlikleri sınıf ortamında uygulayamaya karar verdikleri şeklinde yorumlanabilir.

Etkinlik sürecinde öğretmen, öğrencilerin bir hatayı bulmasının var olan hatayı bir daha tekrarlamamalarına, öğrenme düzeyleri için öğretmenlere dönüt sağlamasına, kalıcı öğrenmelerine, matematiğe karşı olumlu tutum gelişimi katkı sağlayacağı, öğrenme düzeylerinde gelişim ve geleneksel öğretim yönteminin farklılaşması üzerinde öneme sahip olduğunu dile getirdikleri görülmüştür. Genel olarak hatalı çözüm etkinliklerini inceleyen öğretmenler, etkinliklerin öğrencilerin öğrenmesi yönelik avantajlarını hatayı tekrarlamama, kalıcı öğrenme, dönüt sağlama, olumlu tutum gelişimi ve düşünme becerilerinde gelişim şeklinde gördükleri belirlenmiştir. Öğretmenlerin bu tür etkinliklerinin en büyük avantajını hatayı tekrarlamama olarak dile getirdikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin etkinlik sürecinde yapılan işlemsel sürecin bir hata olduğunun farkına varmaları ve hatayı görmelerinin bir daha yapmamaları üzerinde avantaj sağlayacağı söylenebilir. Akkuşçi [54] çalışmasında hatalar üzerinde çalışan öğrencilerin bilgi eksikliklerini fark etmelerine, hatalardan öğrenmelerine, eleştirel düşünme becerileri kazanmalarında olumlu etkiye sahip oldukları belirlenmiştir. Öğretmenler üzerinde yapmış olduğu çalışmasında Gedik, [48] hata temelli aktiviteleri sınıf ortamında uygulayan öğretmenlerin, öğrencilerin hataların farkına varma, kavram yanlışlarının ve hatalarını kendileri düzeltme, hatalardan öğrenmeleri sağlama ve motivasyona olumlu katkı sağladığı belirlenmiştir. Benzer şekilde Adams ve arkadaşları, [15] öğrencilerin hatalı çözüm örnekleri sonunda hataları belirlemede ve doğru olup olmadığına karar vermede başarılı olduklarını, hataları açıklama, düzeltme ve daha derin öğrenmeye yardımcı olduğunu vurgulamışlardır. Yapılan çalışmalarda görülen bu olumlu etkiler, hataların öğrenme üzerinde bir avantajı olarak yorumlanabilir. Bu çalışmada da benzer sonuçlar elde edilmiş ve öğrenme üzerinde bu olumlu etkilerin hatalı çözüm etkinlikleri için bir

avantaj olarak temsil edilmiştir. Hataları görmeleri öğrencilerin matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmeleri için önemli bir etken, bir avantajdır. Etkinlik sürecinde başka öğrencilerin de kendi gibi hata yapabileceklerini görmeleri herkesin hatalar yapabileceğini ve matematiğin zor olmadığını düşünmelerini sağlayabilir. Gedik [48] ve Borasi [44] hataların öğrenme üzerinde olası düzeltmeleri sağladığı, öğrenmede etkin rol oynadığını, hatalardan öğrenmeye teşvik ettiğini ve öğretmen ile öğrencilerin matematiğe karşı olumsuz tutumlarının zamanla olumlu hale geleceğini belirtmişlerdir. Bu olumlu etkilerin hatalı çözüm etkinliklerinin bir diğer avantajı olarak çalışmamızda elde edilen sonuçlar arasında yer aldığı görülmektedir.

Etkinlikleri oluşturma ve sınıfta uygulamak için zamanın yetersizliği ve hataların öğrenci zihinlerinde yer edip doğru çözüm olarak kalması onların hatayı tekrarlamalarına neden olabileceği de dezavantaj olarak belirlenmiştir. Palkki ve Hästö [45] çalışmalarında öğretmenlerin kullanmama nedenlerini zaman ve hatayı doğru olarak algılama şeklinde ifade etmektedir. Bu çalışma bulgularımızla paralellik göstermektedir. Bu dezavantajın özellikle orta seviyede ve dersle ilgisinin düşük olduğu öğrencilerde gerçekleştirme ihtimali üzerinde durularak belirtildiği söylenebilir.

## 7. SONUÇ ve ÖNERİLER

Hatalı çözüm etkinlikleri üzerine yapılan görüşmede öğretmenler, kareköklü ifadeler konusunda öğrencilerin en çok  $a\sqrt{b}$  şeklinde yazma ve dört işlemde zorluk yaşadıklarını ifade ettikleri görülmektedir. Bu zorlukların nedenlerinin öğrencilerde hazırbulunuşluk yetersizliğinin, konu ile ilk defa karşılaşılıyor olmalarının etkisinin oldukça büyük olduğu dile getirilmiştir. Öğretmenlerin kavram öğretimi sürecinde çoğunlukla temel bilgi düzeyinde sorulara ve akıllı tahta uygulamalarına yer verdikleri belirlenmiştir. Öğretim sürecinde öğretmenlerin en çok öğrettikleri kavramın soyut olmasından, öğrencilerin hazırbulunuşluk düzeyinin yetersizliğinden ve sahip oldukları tutumlardan dolayı zorlandıkları tespit edilmiştir. Kareköklü ifadeler konusuna ait hazırlanmış 5 adet soru ve hatalı çözümleri üzerine yapılan görüşmelerde öğretmenler rahatlıkla mevcut hatayı bulup açıklamışlardır. Fakat 2 öğretmen sorulardan birinin çözümünü öğrencilerin yapmış olduğu hatalı çözüm yolu ile gerçekleştirmiştir. Bu öğretmenlerde biri hatalı çözümü inceledikten sonra hatasını bulup düzeltme yoluna gitmiş fakat diğeri çözümü doğru kabul edip hatayı fark edemediği belirlenmiştir. Öğretmenler, öğrencilerin olası hataları yapmalarının altında en çok aşırı genelleme yapmaları, kavrama ait bilgi eksikliğinin olması ve öğretmenlerin kavram öğretimini basite indirgemesini yatan nedenler olarak görmektedir.

Öğretmenlere sunulmuş olası hataların kendi öğrencilerinin de yapma olasılıklarının yüksek olduğu görülmüştür. Olası hatalar üzerine oluşturulmuş hatalı çözüm etkinliklerini inceleyen öğretmenlerin etkinlikleri sınıf içerisinde uygulama tercihlerinin yüksek olduğu belirlenmiştir. Hatalı çözüm etkinliklerini sınıfında uygulamayı tercih eden öğretmenler, öğrencilerinin etkinlikler sürecinde hataları tespit edebilme olasılıklarının düşük olduğu dile getirmişlerdir. Öğretmenler hatalı çözüm etkinliklerinin öğrenci öğrenmesi üzerindeki belirlenen olumlu etkilerini; kalıcı öğrenmeyi sağlama, hatayı tekrarlamama, aşırı genelleme yapmayı engelleme, matematiğe karşı olumlu tutum geliştirme, öğrenme düzeylerinde gelişim, hatanın farkına varma, farklı çözüm yollarını öğrenme, işlemsel sürecin somutlaştırılması ve

kavram yanılığını engelleme olarak ifade ettikleri belirlenmiştir. Öğretmenlerin daha önceden hatalı çözüm etkinlikleri ile karşılaşmadıkları ve sınıflarında uygulamadıkları görülmektedir. Etkinlik sürecinde öğrencilerin hatayı bulmalarının onlarda hatayı bir daha tekrarlamayacaklarını, öğrenme düzeyleri için hem öğrencilere hem de öğretmenlere dönüt sunacağı, kalıcı öğrenmeyi sağlayacağı, matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmelerine yardımcı olacağı ve geleneksel öğretim yöntemini farklılaştırmaya katkı sunacağı gibi olumlu etkiye sahip olacağı öğretmenler tarafından ifade edilmiştir.

Öğretmenler, hatalı çözüm metodunun öğrenci öğrenmesi yönelik hatayı tekrarlamama, kalıcı öğrenme, öğrenme düzeyleri için dönüt sağlama, matematiğe karşı olumlu tutum geliştirme ve düşünme becerilerini geliştirme şeklinde avantajlarının olabileceğini dile getirdikleri görülmüştür. Ayrıca vakit ve öğrencilerin hatayı zihinlerde doğru olarak şemalaştırma olarak dezavantajının da varlığı belirlenmiştir. Öğretmenlerin görüşme sonunda hatalı çözüm metoduna dair olumlu görüşler bildirdikleri de tespit edilmiştir.

Bu çalışmada hatalı çözüm etkinliklerinin matematik öğretiminde uygulanmasının öğrenci öğrenmesine yönelik etkilerini keşfetmek için öğretmen görüşlerinin alınmıştır. Elde edilen sonuçlara bağlı olarak sonraki çalışmalar için araştırmacılara aşağıdaki öneriler sunulmuştur:

- Bu araştırma belli bir konu sınırlaması ile gerçekleştirilmiş olup öğrencilerin en çok yaptıkları hatalar ve kavram yanılgıları üzerinden genelleştirilerek öğretmenlerin hatalı çözüm etkinliklerine ilişkin görüşleri alınarak gerçekleştirilebilir.
- Kareköklü ifadelerin öğretimi üzerine hazırlanmış bu etkinliklerin öğretim sürecine dâhil edilmesiyle hatalı çözüm etkinliklerinin öğrencilerin öğrenmeleri üzerinde etkileri ortaya çıkartılabilir.
- Öğrencilerin hatalı çözüm etkinlikleri ile hatalara ve matematiğe karşı davranışlarında meydana gelen değişimler açığa çıkartılabilir.
- Hatalı çözüm etkinliklerinin öğretmenlerin mesleki bilgilerindeki gelişimlerine yönelik meydana gelebilecek etkileri ve öğrencilerin hatalarına olan bakış açılarındaki değişimleri gözlemlenebilir.

- Öğretmenlerin hatalı çözüm etkinlikler hakkındaki olumlu görüşleri göz önüne alındığında öğretim sürecinde ve ders kitaplarında öğrencilerin hataları görmeleri ve bilgiyi keşfetmelerini sağlayabilecek hatalı çözüm etkinliklerine yer verilebilir.

## KAYNAKLAR

- [1] A. Duatepe Paksu, Üslü ve köklü sayılar konularındaki öğrenme güçlükleri, 2016.
- [2] A. Gardee, “A teacher's engagement with learner errors in her Grade 9 mathematics classroom”, *Pythagoras*, 36(2), 1-9, 2015.
- [3] A. Heinze, “Mistake-Handling Activities in the Mathematics Classroom”, *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 105-112, 2005.
- [4] A. Özkan, “Misconceptions in radical numbers in secondary school mathematics”, *New Trends and Issues Proceedings on Humanities and Social Sciences*, 6(1), 205-212, 2019.
- [5] A. Shoaib ve M. Akhter, “Diagnosing high school students’ mathematics misconceptions”, *International Review of Social Sciences*, 8(12), 368-385, 2020.
- [6] A. Ural, *Matematik Öğreniminde Kavram Yanılgıları ve Zorlukları (4, 5, 6, 7, 8. Sınıflar İçin)*. İstanbul: Cinius Yayınları, 2017.
- [7] A. Yıldırım ve H. Şimsek, *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık, 2018.
- [8] A.C. Konyalıoğlu, M. Özkaya ve S.D. Gedik, *Öğretmen ve Öğretmen Adayları İçin Matematik Öğretiminde Hata Temelli Aktiviteler*. Erzurum: Ertual Akademi Yayıncılık, 2019.
- [9] A.D. Cockburn, *Teaching mathematics with insight*, London: Falmer Press, 2005.
- [10] B. Akpınar ve S. Akdoğan, “Negatif bilgi kavramı: hata ve başarısızlıklardan öğrenme” *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 1(1), 14-22, 2010.
- [11] B.M. McLaren, D. Adams, K. Durkin, G. Gogvadze, R.E. Mayer, B. Rittle-Johnson, ... ve M. Van Velsen, “To err is human, to explain and correct is divine: A study of interactive erroneous examples with middle school math students”, In *European Conference on Technology Enhanced Learning*, 222-235, 2012.
- [12] C. Barbieri ve J.L. Booth, “Support for struggling students in algebra: contributions of incorrect worked examples”, *Learning and Individual Differences*, 48, 36-44, 2016.
- [13] C.S. Große ve A. Renkl, “Finding and fixing errors in worked examples: Can this foster learning outcomes?”, *Learning And Instruction*, 17(6), 612-634, 2007.
- [14] D.H. Schunk, *Learning Theories: An Educational Perspective*. 6th Edition, Pearson Prentice Hall, Upper Saddle River, 2014.
- [15] D.M. Adams, B.M. McLaren, K. Durkin, R.E. Mayer, B. Rittle- Johnson, S. Isatani ve M. Van Velsen, “Using erroneous examples to improve mathematics learning with a web-based tutoring system” *Computers in Human Behavior*, 36, 401-411, 2014.
- [16] E.M. Özkan, “Misconceptions in radicals in high school mathematics”, *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 15, 120-127, 2011.

- [17] G.T. Bagni, “ ‘Simple’ rules and general rules in some high school students’ mistakes”, *Journal für Mathematik-Didaktik*, 21(2), 124-138, 2000.
- [18] H. Önal ve O. Aydın, “İlkokul matematik dersinde kavram yanlışları ve hata örnekleri”, *Eğitim Kuram ve Uygulama Araştırmaları Dergisi*, 4(2), 1-9, 2018.
- [19] İ. Yıldırım, “Hatalı çözüm metodunun 7.sınıf öğrencilerinin bazı istatistik kavramlarındaki başarısı üzerine etkisi”, Yüksek lisans tezi Adıyaman Üniversitesi, 2019.
- [20] J. Ryan ve J. Williams, *J. Children’s Mathematics 4-15 Learning From Errors And Misconceptions*. The McGraw-Hill Companies, 2007.
- [21] J.W. Creswell, *Nitel Araştırma Yöntemleri: Beş Yaklaşımına Göre Nitel Araştırma ve Araştırma Deseni*. (Bütün, M ve Demir, S.B., Çev.) Ankara: Siyasal Kitabevi, 2020.
- [22] K Charmaz, *Constructing grounded theory: A practical guide through qualitative analysis*. Sage, 2006.
- [23] K. Durkin ve B. Rittle-Johnson, “The effectiveness of using incorrect examples to support learning about decimal magnitude”, *Learning and Instruction*, 22(3), 206-214, 2012.
- [24] K. Yenilmez ve E. Yaşa, “İlköğretim öğrencilerinin geometrideki kavram yanlışları”, *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(2), 461-483, 2008.
- [25] K.M. Erlandson, “A study of college students’ misconceptions of radical expressions”, Department of Mathematical Sciences State University of New York at Fredonia, Yüksek Lisans Tezi, 2013.
- [26] L.J. Booth, K.E. Lange, K.R. Koedinger, ve K.J. Newton, “Using example problems to improve student learning in algebra: Differentiating between correct and incorrect examples”, *Learning and Instruction*, 25, 24-34, 2013.
- [27] M. Arslan, “Eğitimde Yapılandırmacı Yaklaşımlar”, *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 40(1), 41-61, 2007.
- [28] M. Aydoğdu, T. Tutak ve Ş. Göçük, “Sekizinci sınıf öğrencilerinin üslü sayılar ile köklü sayılar konularındaki kavram yanlışlarının belirlenmesi”, *Uluslararası Eğitim Bilim ve Teknoloji Dergisi*, 6(3), 240-257, 2020.
- [29] M. Gartmeier, J. Bauer, H. Gruber ve H. Heid, “Negative knowledge: Understanding professional learning and expertise”, *Vocations and Learning*, 1(2), 87-103, 2008.
- [30] M. Özkaya ve A.C. Konyalıoğlu, “Ortaokul matematik öğretmenlerinin konu alan bilgilerinin gelişiminde hata temelli aktiviteler: kesirlerle toplama işlemi”, *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(27), 23-52, 2019.
- [31] M. Özkaya, “Hata temelli aktivitelerin matematik öğretmenlerinin mesleki gelişimlerine etkisinin incelenmesi”, Yayınlanmamış doktora tezi, Atatürk Üniversitesi: Erzurum, 2015.
- [32] M. Tepgeç, “Algoritma öğretiminde çözümlü örnek kullanımının öğrenci başarısına ve bilişsel yüke etkileri”, Yüksek lisans tezi, Hacettepe Üniversitesi, 2017.
- [33] M.B. Miles ve A.M. Huberman, *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. Sage, 1994.
- [34] Milli Eğitim Bakanlığı Matematik Dersi Öğretim Programı, 2018.

- [35] Milli Eğitim Bakanlığı, 2000/2001 Liselere Giriş Sınav Soruları.
- [36] N. Orhun, “Cebir öğretiminde aritmetik işlemlerdeki üslü ve köklü çokluklardaki yanlışların tespiti”, *Atatürk Üniversitesi 40. Kuruluş Yıldönümü Matematik Sempozyumu*, 1998, pp. 20-22.
- [37] N.B. Nasution ve D. Mardhiyana, “Implementasi Moodle dengan Metode Erroneous Example (Contoh yang Keliru) pada Pembelajaran Kalkulus Lanjut” In *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika*, 2, 597-605, 2019.
- [38] Ö. Demirci, M. Özkaya ve A.C. Konyalıoğlu, “Öğretmen adaylarının olasılık konusuna ilişkin hata yaklaşımları”, *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(2), 153-172, 2017.
- [39] Ö. Gelici, “8. Sınıf öğrencilerinin kareköklü sayılar konusundaki kavram yanlışları ve ortak hataları”, *X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitim Kongresi*, 2012.
- [40] Ö. Yayla ve G. Bangir-Alpan, “Öğrencilerin matematikte zorlanma nedenlerine ilişkin öğretmen ve öğrenci görüşleri”, *Eğitim ve Toplum Araştırmaları Dergisi*, 6(2), 401-425, 2019.
- [41] Ö.M. Cengiz, “Reel sayıların öğretiminde bir kısım ortaöğretim öğrencilerinin yanlışları ve yanlışları üzerine bir çalışma”, Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, 2006.
- [42] ÖSYM Merkezi Sınav Sistemi, 2012/2014/2015/2017/2019 Üniversiteye Giriş Sınav Soruları.
- [43] R. Borasi, “Exploring mathematics through the analysis of errors”, *For the learning of Mathematics*, 7(3), 2-8, 1987.
- [44] R. Borasi, Students’ Constructive Uses of Mathematical Errors: A Taxonomy. *Annual Meeting of the American Educational Research Association*, San Francisco, 1989.
- [45] R. Palkki ve P. Hästö, “Mathematics teachers’ reasons to use (or not) intentional errors”, *Teaching Mathematics and Computer Science*, 16, 263-82, 2019.
- [46] R. Soyuk, “Sekizinci sınıf öğrencilerinin kareköklü ifadeler konusunda sayı duyularının incelenmesi”, Yüksek lisans tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, 2018.
- [47] S. Alkan, “Matematik öğretmenlerinin kullandıkları örneklerin sınıflandırılması ve öğretimsel açıklama boyutlarıyla ilişkisinin incelenmesi”, Doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, 2016.
- [48] S. Gedik, “Matematik alan bilgisi geliştirme sürecine hata temelli aktivitelerin etkisi”, Yayınlanmamış doktora tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum, 2014.
- [49] S. Şen ve İ. Yıldırım, *Eğitimde Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Nobel Akademi Yayıncılık, 2019.
- [50] S.D. Gedik, A.C. Konyalıoğlu, E.B. Tuncer ve Z. Morkoyunlu, “Mistake handling activities in mathematics education: practice in class”, *Journal of Education and Human Development*, 6, 2, 86-95, 2017.
- [51] Ş. Büyüköztürk, E. Kılıç Çakmak, Ö.E. Akgün, Ş. Karadeniz ve F. Demirel, *Bilimsel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Pegem Akademi, 2014.
- [52] T. İşleyen ve E. Mercan, “Examining the difficulties experienced by 8th grade students on the subject of square root numbers”, *Eğitimde Kuram ve*



- Uygulama*, 9(4), 529-543, 2013.
- [53] Y. Dede, M. F. Doğan ve F.Aslan Tutak, *Matematik Eğitiminde Etkinlikler ve Uygulamaları*. Ankara: Pegem Akademi,2020.
- [54] Y.E. Akkuşçi, “Matematik öğretiminde hata temelli aktivite uygulamalarının sınıf içi kullanımının etkililiğinin incelenmesi”, Yüksek lisans tezi, Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, 2019.
- [55] Z. Karadağ, ““Hatalardan öğrenme yöntemi”nin bilgisayar destekli matematik öğretiminde uygulanması (Koordinat düzlemi ve simetri konusu)”, 4<sup>th</sup> *International Educational Technologu Conference, Sakarya, Türkiye*, 2004.
- [56] Z. Serfiçeli ve D. Atmaz, *Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu Matematik 8. Sınıf Ders Kitabı*. Ankara: Kök-e Yayıncılık, 2019.
- [57] Z.Ç. Özcan, Ç. Kılıç ve S. Obalar, “Öğrencilerin matematikteki hatalarını belirleme ve gidermede açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş çözümlü örnekler”, *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, (45), 1-22, 2019.

**KİŞİSEL BİLGİLER**

Adı Soyadı : Zeynep BALAK  
Doğum Yeri : Ankara  
Doğum Tarihi : 25.06.1994  
Medeni Hali : Bekâr  
Yabancı Dili : İngilizce  
E-Posta : [zeynepbalak@gmail.com](mailto:zeynepbalak@gmail.com)

**Eğitim Durumu**

Derece	Okul	Mezuniyet
Lisans	Gazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği	2017
Lise	Özel Ankara Aziziye Anadolu Lisesi	2012

**EKLER****EK – 1: Görüşme Soruları****GİRİŞ**

**Görüşme başlangıcı öncesinde öğretmenlerin “Kareköklü İfadeler” konusu ile ilgili görüşlerini almak amacıyla aşağıdaki sorular yönlendirilir:**

- 1) Ortaokul öğrencilerinin en çok anlamlandırmakta zorlandığı konulardan birinin de “Kareköklü İfadeler” olduğu söylenmektedir. Sizin öğrencileriniz de bu konuyu anlamakta zorlanıyorlar mı?
  - Zorlanıyorsa ne tür zorluklar yaşıyorlar?
  - Bu zorlukları yaşamalarının nedenleri sizce nelerdir?
- 2) Bu konuyu öğretirken hangi tür etkinlikler/problem örnekleri kullanıyorsunuz? Sınıfta kullanıldığınız problem örneği verir misiniz?
- 3) “Kareköklü İfadeler” konusunun öğretiminde zorlanıyor musunuz?
  - Eğer zorlanıyorsanız ne tür zorluklar yaşıyorsunuz? Neden?

**SORU 1:**

$\sqrt{54}$  kareköklü ifadesini  $a\sqrt{b}$  şeklinde nasıl yazabiliriz?

1. Öncelikle bu soruyu incelemenizi istiyorum. Siz bu soruyu sınıfınızda uygularmydınız?
2. Uygularsanız, nasıl uygulardınız?
3. Sizde bu soruyu sınıfta öğrencilerinize çözeniz istense nasıl çözerdiniz ve çözerken nasıl bir yol izlerdiniz?
4. Sizce sizin öğrencileriniz bu soruyu nasıl çözerlerdi?

Ayşe adlı öğrencimiz  $\sqrt{54}$  kareköklü ifadesini  $a\sqrt{b}$  şeklinde yazmak için şöyle bir yol izlemiştir:

1. Adım: Karekök içindeki sayıları asal çarpanlarına ayıralım.

$$\begin{array}{r|l}
 2. \text{ Adım:} & 54 & 2 \\
 & 27 & 3 \\
 & 9 & 3 \\
 & 3 & 3 \\
 & 1 & 
 \end{array}$$

3. Adım:  $54 = 2 \cdot 3^3$  olduğuna göre her iki tarafın karekökünü alalım.

$$4. \text{ Adım: } \sqrt{54} = \sqrt{2 \cdot 3^3}$$

$$5. \text{ Adım: } \sqrt{54} = 3^2 \sqrt{2}$$

$$6. \text{ Adım: } \sqrt{54} = 9\sqrt{2} \text{ olur.}$$

- Size Ayşe'nin bu çözümü doğru mu? Ayşe'nin çözümüne katılıyor musunuz?
- Eğer Ayşe hata yapmış ise hangi basamakta hata yapmıştır? Hatayı açıklar mısınız?
- Size Ayşe bu hatayı neden yapmıştır? Hata yapmasının altında yatan neden neler olabilir?
- Sizin öğrencileriniz bu hatayı yapar mı?

## ETKİNLİK 1:

Ayşe, öğretmenin tahtaya yazdığı soruyu defterine yazmış ve aşağıdaki şekilde çözmüştür:

“ $\sqrt{54}$  kareköklü ifadesini  $a\sqrt{b}$  şeklinde yazınız.”

1. Adım: Karekök içindeki sayıları asal çarpanlarına ayıralım.

2. Adım:

54	2
27	3
9	3
3	3
1	

3. Adım:  $54 = 2 \cdot 3^3$  olduğuna göre her iki tarafın karekökünü alalım.

4. Adım:  $\sqrt{54} = \sqrt{2 \cdot 3^3}$

5. Adım:  $\sqrt{54} = 3^2\sqrt{2}$

6. Adım:  $\sqrt{54} = 9\sqrt{2}$  olur.

*Ayşe, öğretmenin tahtaya yazdığı soruyu adımlar halinde çözmüştür.  
Sizce Ayşe'nin bu çözümü doğru mu?*

Sizler bu etkinliği;

- Sınıf ortamında uygular mıydınız?
- Bu etkinliği sınıf ortamında uygularsanız öğrencileriniz hatayı bulabilirler mi? Hatayı bulabilecek öğrencilerin oranı sizce nedir?
- Sizce sınıf içerisinde bu etkinliği uygulamak öğrenci öğrenmeleri için etkili olur mu? Olursa öğrenci öğrenmesi üzerine nasıl olumlu bir etkisi olurdu?

**SORU 2:**

-  $4\sqrt{7}$  sayısını  $\sqrt{a}$  şeklinde nasıl ifade edebiliriz?

1. Öncelikle bu soruyu incelemenizi istiyorum. Siz bu soruyu sınıfınızda uygularmydınız?
2. Uygularsanız, nasıl uygulardınız?
3. Sizde bu soruyu sınıfta öğrencilerinize çözeniz istense nasıl çözerdiniz ve çözerken nasıl bir yol izlerdiniz?
4. Sizce sizin öğrencileriniz bu soruyu nasıl çözerlerdi?

Kök içinde yer alan bir sayıyı kök dışına çıkarmayı öğrenen öğrencimiz Kerem,  $-4\sqrt{7}$  sayısını  $\sqrt{a}$  şeklinde ifade etmek için şunları yapıyor.

1. Adım: Kök dışında yer alan sayı kökün içine karesi alınarak girer. Dolayısıyla dışarda yer alan -4 sayısını içeriye karesini alarak yerleştirelim.

$$-4\sqrt{7} = \sqrt{(-4)^2 \cdot 7}$$

2. Adım: Kök içine alınan -4 sayısının karesini alalım.  $(-4)^2 = (-4) \cdot (-4) = 16$ .

$$-4\sqrt{7} = \sqrt{(-4)^2 \cdot 7} = \sqrt{16 \cdot 7}$$

3. Adım: Kök içinde yer alan 16 ve 7 sayıları çarpılır ve  $4\sqrt{7}$  sayısı  $\sqrt{a}$  şeklinde ifade edilmiş olur. Bu durumda;

$$-4\sqrt{7} = \sqrt{(-4)^2 \cdot 7} = \sqrt{16 \cdot 7} = \sqrt{112} \text{ ' dir.}$$

- Sizce Kerem'in bu çözümü doğru mu? Kerem'in çözümüne katılıyor musunuz?
- Eğer Kerem hata yapmış ise hangi basamakta hata yapmıştır? Hatayı açıklayınız?
- Sizce Kerem bu hatayı neden yapmıştır? Hata yapmasının altında yatan neden neler olabilir?
- Sizin öğrencileriniz bu hatayı yapar mı?



## ETKİNLİK 2:

Kök içinde yer alan bir sayı kök dışına çıkarmayı öğrenen Kerem, öğretmenin ödev olarak verdiği soruyu aşağıdaki şekilde çözmüştür:

“  $-4\sqrt{7}$  sayısını  $\sqrt{a}$  şeklinde yazınız. ”

1. Adım: Kök dışında yer alan sayı kökün içine karesi alınarak girer. Dolayısıyla dışarda yer alan -4 sayısını içeriye karesini alarak yerleştirelim.

$$-4\sqrt{7} = \sqrt{(-4)^2 \cdot 7}$$

2. Adım: Kök içine alınan -4 sayısının karesini alalım.  $(-4)^2 = (-4) \cdot (-4) = 16$ .

$$-4\sqrt{7} = \sqrt{(-4)^2 \cdot 7} = \sqrt{16 \cdot 7}$$

3. Adım: Kök içinde yer alan 16 ve 7 sayıları çarpılır ve  $4\sqrt{7}$  sayısı  $\sqrt{a}$  şeklinde ifade edilmiş olur. Bu durumda;

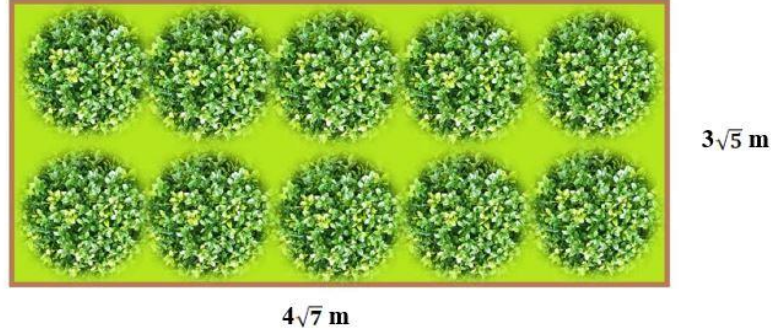
$$-4\sqrt{7} = \sqrt{(-4)^2 \cdot 7} = \sqrt{16 \cdot 7} = \sqrt{112} \text{ ' dir.}$$

*Öğretmenin ödev olarak verdiği soruya ait Kerem'in çözümünü inceleyiniz. Sizce Kerem'in bu çözümü doğru mu?*

Sizler bu etkinliği;

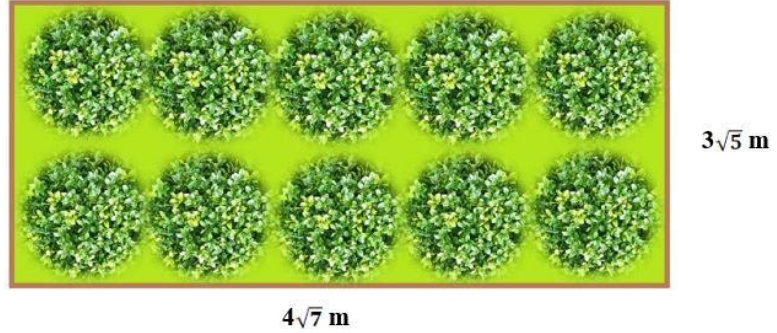
- Sınıf ortamında uygular mıydınız?
- Bu etkinliği sınıf ortamında uygularsanız öğrencileriniz hatayı bulabilirler mi? Hatayı bulabilecek öğrencilerin oranı sizce nedir?
- Sizce sınıf içerisinde bu etkinliği uygulamak öğrenci öğrenmeleri için etkili olur mu? Olursa öğrenci öğrenmesi üzerine nasıl olumlu bir etkisi olurdu?

## SORU 3:



Ali Amca kenar uzunlukları verilen dikdörtgen şeklindeki tarlasının etrafına tel çekecektir. Çekilen telin metresi 2 TL' den satılmaktadır. Ödenmesi gereken miktar yaklaşık olarak ne kadardır?

1. Öncelikle bu soruyu incelemenizi istiyorum. Siz bu soruyu sınıfınızda uyguladınız mı?
2. Uygularsanız, nasıl uyguladınız?
3. Sizden bu soruyu sınıfta öğrencilerinize çözeniz istense nasıl çözerdiniz ve çözerken nasıl bir yol izlediniz?
4. Sizce sizin öğrencileriniz bu soruyu nasıl çözerlerdi?



Ali Amca kenar uzunlukları verilen dikdörtgen şeklindeki tarlasının etrafına tel çekecektir. Çekilen telin metresi 2 TL' den satılmaktadır. Ali Amca'nın torunu Murat, ödenmesi gereken miktarın yaklaşık değerini şu şekilde bulmuştur:

1. Adım: Ali Amca dikdörtgen şekilden bahçesinin etrafına tel çekecekse gerekli tel miktarını bulalım. Bunun için tarlanın çevresini bulalım. Dikdörtgenin çevresi; iki kısa kenar ve iki uzun kenarın toplamıdır.
2. Adım: İki kısa kenarın toplamı;  $2 \cdot 3\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$  m 'dir.  
İki uzun kenarın toplamı;  $2 \cdot 4\sqrt{7} = 8\sqrt{7}$  m 'dir.
3. Adım: Çevre = İki kısa kenar + İki uzun kenar  
Çevre =  $6\sqrt{5} + 8\sqrt{7}$   
Çevre =  $6+8\sqrt{5+7}$   
Çevre =  $14\sqrt{12}$  m'dir.
4. Adım: Tarlanın çevresi  $14\sqrt{12}$  m olduğuna göre yaklaşık miktarı bulmak için  $\sqrt{12}$ 'nin yaklaşık değerini bulalım.  $\sqrt{12}$ ; 3 ile 4 arasında ve 4'e daha yakındır. O zaman  $\sqrt{12}$ 'yi 3,4 alalım. Ödemesi gereken ücret yaklaşık olarak;

$$14\sqrt{12} \cdot 2 \approx 14 \cdot 3,4 \cdot 2 \approx 95,2 \text{ TL öder.}$$

- Size Murat'ın bu çözümü doğru mu? Murat'ın çözümüne katılıyor musunuz?
- Eğer Murat hata yapmış ise hangi basamakta hata yapmıştır? Hatayı açıkla mısınız?
- Size Murat bu hatayı neden yapmıştır? Hata yapmasının altında yatan neden neler olabilir?
- Sizin öğrencileriniz bu hatayı yapar mı?

## ETKİNLİK 3:


 $4\sqrt{7} \text{ m}$ 
 $3\sqrt{5} \text{ m}$ 

Ali Amca kenar uzunlukları verilen dikdörtgen şeklindeki tarlasının etrafına tel çekecektir. Çekilen telin metresi 2 TL' den satılmaktadır. Ali Amca'nın torunu Murat, ödemesi gereken miktarın yaklaşık değerini şu şekilde bulmuştur:

1. Adım: Ali Amca dikdörtgen şekilden bahçesinin etrafına tel çekecekse gerekli tel miktarını bulalım. Bunun için tarlanın çevresini bulalım. Dikdörtgenin çevresi; iki kısa kenar ve iki uzun kenarın toplamıdır.
2. Adım: İki kısa kenarın toplamı;  $2 \cdot 3\sqrt{5} = 6\sqrt{5} \text{ m}$  'dir.  
İki uzun kenarın toplamı;  $2 \cdot 4\sqrt{7} = 8\sqrt{7} \text{ m}$  'dir.
3. Adım: Çevre = İki kısa kenar + İki uzun kenar  
Çevre =  $6\sqrt{5} + 8\sqrt{7}$   
Çevre =  $6+8\sqrt{5+7}$   
Çevre =  $14\sqrt{12} \text{ m}$ 'dir.
4. Adım: Tarlanın çevresi  $14\sqrt{12} \text{ m}$  olduğuna göre yaklaşık miktarı bulmak için  $\sqrt{12}$ 'nin yaklaşık değerini bulalım.  $\sqrt{12}$ ; 3 ile 4 arasında ve 4'e daha yakındır. O zaman  $\sqrt{12}$ 'yi 3,4 alalım. Ödemesi gereken ücret yaklaşık olarak;

$$14\sqrt{12} \cdot 2 \approx 14 \cdot 3,4 \cdot 2 \approx 95,2 \text{ TL öder.}$$

*Ali Amca'nın torunu Murat, dedesinin ödemesi için gereken yaklaşık miktarı yukarıdaki gibi bulmuştur. Sizce Murat'ın bu çözümü doğru mu?*

Sizler bu etkinliği;

- Sınıf ortamında uygular mıydınız?
- Bu etkinliği sınıf ortamında uygularsanız öğrencileriniz hatayı bulabilirler mi? Hatayı bulabilecek öğrencilerin oranı sizce nedir?
- Sizce sınıf içerisinde bu etkinliği uygulamak öğrenci öğrenmeleri için etkili olur mu? Olursa öğrenci öğrenmesi üzerine nasıl olumlu bir etkisi olur?

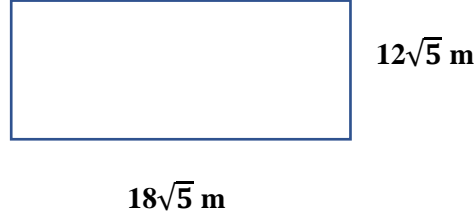
**SORU 4:**

Kenar uzunlukları  $12\sqrt{5}$  m ve  $18\sqrt{5}$  m olan dikdörtgen şeklindeki bir bahçeye ekim yapılacaktır. Kaç m<sup>2</sup>'lik alana ekim yapılacaktır?

1. Öncelikle bu soruyu incelemenizi istiyorum. Siz bu soruyu sınıfınızda uygularmydınız?
2. Uygularsanız, nasıl uygulardınız?
3. Sizden bu soruyu sınıfta öğrencilerinize çözeniz istense nasıl çözerdiniz ve çözerken nasıl bir yol izlerdiniz?
4. Sizce sizin öğrencileriniz bu soruyu nasıl çözerlerdi?

Kenar uzunlukları  $12\sqrt{5}$  m ve  $18\sqrt{5}$  m olan dikdörtgen şeklindeki bir bahçeye ekim yapılacaktır. Kaç  $m^2$ 'lik alana ekim yapılacağını bulmak isteyen Hüseyin soruya ait çözümünü aşağıdaki gibi yapmıştır:

1. Adım: Soruyu şema ile gösterelim:



2. Adım: Kenar uzunlukları  $12\sqrt{5}$  m ve  $18\sqrt{5}$  m olan bahçenin alanını bulmak için kenar uzunluklarını çarpmalıyız. Bu durumda bahçenin alanı  $12\sqrt{5}$  ve  $18\sqrt{5}$  in çarpımı olur.

3. Adım: Bahçenin alanını A ile ifade edersek;

$$A = 12\sqrt{5} \cdot 18\sqrt{5} \text{ olur.}$$

4. Adım:  $A = 12 \cdot 18\sqrt{5}$

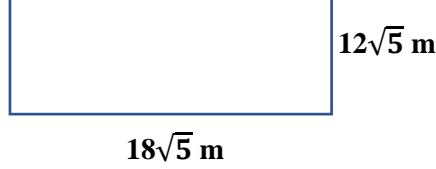
5. Adım:  $A = 216\sqrt{5} m^2$  dir.

- Sizce Hüseyin'in bu çözümü doğru mu? Hüseyin'in çözümüne katılıyor musunuz?
- Eğer Hüseyin hata yapmış ise hangi basamakta hata yapmıştır? Hatayı açıkla mısınız?
- Sizce Hüseyin bu hatayı neden yapmıştır? Hata yapmasının altında yatan neden neler olabilir?
- Sizin öğrencileriniz bu hatayı yapar mı?

## ETKİNLİK 4:

Kenar uzunlukları  $12\sqrt{5}$  m ve  $18\sqrt{5}$  m olan dikdörtgen şeklindeki bir bahçeye ekim yapılacaktır. Kaç  $m^2$ 'lik alana ekim yapılacağını bulmak isteyen Hüseyin soruya ait çözümünü aşağıdaki gibi yapmıştır:

1. Adım: Soruyu şema ile gösterelim:



2. Adım: Kenar uzunlukları  $12\sqrt{5}$  m ve  $18\sqrt{5}$  m olan bahçenin alanını bulmak için kenar uzunluklarını çarpmalıyız. Bu durumda bahçenin alanı  $12\sqrt{5}$  ve  $18\sqrt{5}$  in çarpımı olur.
3. Adım: Bahçenin alanını A ile ifade edersek;  
 $A = 12\sqrt{5} \cdot 18\sqrt{5}$  olur.
4. Adım:  $A = 12 \cdot 18\sqrt{5}$
5. Adım:  $A = 216\sqrt{5} m^2$ ' dir.

*Hüseyin, ekim yapacağı dikdörtgen şeklindeki bahçenin alanını bulmaya yönelik işlemlerini gerçekleştirmiştir. Sizce Hüseyin'in çözümü doğru mu?*

Sizler bu etkinliği;

- Sınıf ortamında uygular mıydınız?
- Bu etkinliği sınıf ortamında uygularsanız öğrencileriniz hatayı bulabilirler mi? Hatayı bulabilecek öğrencilerin oranı sizce nedir?
- Sizce sınıf içerisinde bu etkinliği uygulamak öğrenci öğrenmeleri için etkili olur mu? Olursa öğrencilerin öğrenmesi üzerine nasıl olumlu bir etkisi olurdu?

**SORU 5:**

“ $\sqrt{8^2 + B^2} = 17$ “ eşitliğine göre B yerine kaç farklı sayı gelebilir?

1. Öncelikle bu soruyu incelemenizi istiyorum. Siz bu soruyu sınıfınızda uyguladınız mı?
2. Uygularsanız, nasıl uyguladınız?
3. Sizden bu soruyu sınıfta öğrencilerinize çözmeniz istense nasıl çözerdiniz ve çözerken nasıl bir yol izlediniz?
4. Sizce sizin öğrencileriniz bu soruyu nasıl çözerlerdi?



Berna adlı öğrencimiz aşağıdaki sorunun çözümünü adım adım gerçekleştirmiş ve cevabını şu şekilde bulmuştur:

“ $\sqrt{8^2 + B^2} = 17$ ” eşitliğine göre B yerine kaç farklı sayı gelebilir?

1. Adım: Köklü ifadenin içerisinde yer alan sayıların kareleri alınmıştır. Dolayısıyla kökün içindeki ifade  $8+B$  olarak çıkar.
2. Adım:  $8 + B$  ifadesi ise  $17'$  ye eşittir.
3. Adım:  $8 + B = 17$  olur.
4. Adım:  $B = 17 - 8 = 9$
5. Adım: Bu durumda B sadece 9 olur ve 1 değer alır.

- Sizce Berna'nın bu çözümü doğru mu? Berna'nın çözümüne katılıyor musunuz?
- Eğer Berna hata yapmış ise hangi basamakta hata yapmıştır? Hatayı açıkla mısınız?
- Sizce Berna bu hatayı neden yapmıştır? Hata yapmasının altında yatan neden neler olabilir?
- Sizin öğrencileriniz bu hatayı yapar mı?

## ETKİNLİK 5:

Berna, öğretmeninin sınavda sorunun çözümünü adım adım gerçekleştirmiş ve cevabını şu şekilde bulmuştur:

$$\text{“} \sqrt{8^2 + B^2} = 17 \text{” eşitliğine göre B yerine kaç farklı sayı gelebilir?}$$

1. Adım: Köklü ifadenin içerisinde yer alan sayıların kareleri alınmıştır. Dolayısıyla kökün içindeki ifade 8+B olarak çıkar.
2. Adım: 8 + B ifadesi ise 17' ye eşittir.
3. Adım: 8 + B = 17 olur.
4. Adım: B = 17 – 8 = 9
5. Adım: Bu durumda B sadece 9 olur ve 1 değer alır.

*Berna'nın sınavda öğretmeninin sorduğu soruya ait çözümü bu şekildedir. Sizce Berna'nın bu çözümü doğru mu?*

Sizler bu etkinliği;

- Sınıf ortamında uygular mıydınız?
- Bu etkinliği sınıf ortamında uygularsanız öğrencileriniz hatayı bulabilirler mi? Hatayı bulabilecek öğrencilerin oranı sizce nedir?
- Sizce sınıf içerisinde bu etkinliği uygulamak öğrenci öğrenmeleri için etkili olur mu? Olursa öğrenci öğrenmesi üzerine nasıl olumlu bir etkisi olurdu?

**SON OLARAK;**

Sizlerle bugün “Kareköklü İfadeler” konusuna ait hatalı çözüm basamakları verilmiş örnekler üzerine görüşme gerçekleştirdik.

1. Daha önce bu tür etkinliklerle karşılaştınız mı?
2. Sınıfınızda (öğrencilerinizin hatayı bulmalarına yönelik) etkinlikler uyguladınız mı?
3. Peki, bundan sonra uygular mısınız?
4. Bir öğrencinin hatayı bulması sizce neden önemlidir?
5. Sizce bu etkinliklerin sınıf ortamında uygulanmasının öğrencilerin öğrenmesine yönelik ne tür avantaj ve dezavantaj sağlar?

## EK – 2: Etik Kurul Belgesi

TC  
ADYAMAN ÜNİVERSİTESİ  
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ETİK KURULU

PROJE ONAY FORMU

Adıyaman Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Yüksek Lisans Öğrencisi Zeynep Balak'ın "Hatalı Çözüm Metodunun Öğrenci Öğrenmesine Etkisi" adlı araştırması değerlendirilmiştir.

SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ETİK KURUL KARARI	
Başvuru formunun Etik Kurula ulaştığı tarih	29/12/2020
Etik Kurul toplantı tarihi ve karar sayısı	11/01/2021- 48
<input checked="" type="checkbox"/> Proje etik açıdan oy birliği ile uygun bulunmuştur.	
<input type="checkbox"/> Proje etik açıdan geliştirilmesi gerekmektedir. Açıklama <input style="width: 50px;" type="text"/>	
<input type="checkbox"/> Proje etik açıdan uygun bulunmamıştır. Açıklama <input style="width: 50px;" type="text"/>	

  
 Doç. Dr. Çağlar Çağlar  
 BAŞKAN

KATILDI  
Doç.Dr. Çiğdem Sabbağ

KATILDI  
Doç Dr. Mustafa Koç  
ÜYE

KATILDI  
Dr. Öğr. Üyesi Cem Koray Olgun  
ÜYE

KATILDI  
Dr. Öğr. Üyesi Tuba Koç Özkan  
ÜYE

KATILDI  
Dr. Öğr. Üyesi Esra Açıkgöz Fırat  
ÜYE

KATILDI  
Dr.Öğr. Üyesi Samet Zenginoğlu  
ÜYE