



## The Role of Technology in Pre-Service Teachers' Mathematical Modeling Process\*

Ebru Saka<sup>1</sup>, Derya Çelik<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Kafkas University, Faculty of Education, Kars

<sup>2</sup>Trabzon University Faculty of Education, Trabzon

### ARTICLE INFO

#### Article History:

Received

24.09.2018

Received in revised form

12.11.2018

Accepted

27.11.2018

Available online

30.11.2018

### ABSTRACT

The purpose of this study is to reveal the role of computer technology in process of solving mathematical modeling problems (theoretical-experimental) of preservice mathematics teachers. The study sample consisted of 20 pre-service teachers in their last year at the Elementary Mathematics Education Program at a state university. The participants worked on six mathematical modeling problems, three experimental and three theoretical problems, in groups of four. Each group was provided a computer with GeoGebra software and internet access and was free to use technology as they want. The data were collected from the videos recorded during their work, the focus group discussions, the screen casts of the groups on the computers and the observation notes of the researcher. The data that obtained from different sources were analyzed comparatively using content analysis. The determined codes are classified under the steps of the mathematical modeling process. The results of the study showed that technology facilitates complex and difficult mathematical modeling. For the experimental modeling problems, technology played an active role in every phase of the modeling. It was also used in all phases in the theoretical modeling problems except for the understanding the problem phase. For both the experimental and the theoretical modeling problems, technological tools allowed to analyze the relationships among the data dynamically, to obtain real-life data regarding the problem and produce hypotheses, to determine the variables and analyze the equivalent of the model results in real life. However, overconfidence about the results they obtained using the technology during the generation and verification of appropriate mathematical models yielded negative results. These results suggest that technology should be integrated in the mathematical modeling process in order to reduce the complexity of the modeling process and provide richer learning environments for students.

© 2018 AUJES. All rights reserved

Keywords: Mathematical Modeling, Technology, Pre-Service Mathematics Teachers, Experimental Modeling, Theoretical Modeling

### Extended Abstract

#### Purpose

In information and communication age, new innovations have increased the need for individuals with different skills and have restructured mathematics learning-teaching processes. In this context, the aims of mathematics education have changed as to educating

\*This study is a summary of a part of the PhD thesis named "The Role of Technology in Pre-Service Teachers' Mathematical Modeling Process" prepared by the first author.

individuals with the ability to meet real life necessity and solve real life problems (Baki, 2008). Mathematical modeling has an important place in mathematics education in terms of the relationship between real life and mathematics. When the results of many studies on mathematical modeling are examined, it is seen that students have some difficulties in the designed learning environments and these difficulties prevent the development of mathematical modeling competences. In this context, alternative searches have emerged that facilitate the mathematical modeling process. Blomhøj (1993) noted that technology has an important place in teaching programs and that technological tools will contribute positively to the mathematical modeling process and must be used effectively in lessons. As a consequence, in recent years, studies have been increasingly focused on the effect of technology on the mathematical modeling process, especially in international literature. In these studies, it has been found that technological tools provide opportunities such as discovery of relations, creation of dynamic models, discovery of the model, determination of different strategies (Ang, 2010; Geiger, 2011; Santos-Trigo & Reyes-Rodríguez, 2011; Siller & Greefrath, 2010). When these studies are examined, it is seen that researchers have not considered the classification of mathematical modeling problems and have studied the process more generally. In this study, mathematical modeling problems which are used in the study by considering the classification in mathematical modeling problems are determined as experimental and theoretical modeling problems. Thus, by studying different types of mathematical modeling problems, the role of technology in the modeling process has been elaborated. There is a limited number of study (Hıdıroğlu, 2012; 2015) in mathematical modeling and technology research in the national literature. Hıdıroğlu (2012) examined mathematical modeling processes of preservice teachers in a technology-supported environment and provided documentation such as video, animation and pictures for participant. In this study, computers with internet access were provided to preservice teachers. So that they are allowed to reach the information about the real-life situation themselves. Thus in this study, it was aimed to reveal the role of technology in solving mathematical modeling problems of preservice elementary mathematics teachers and to investigate how the role of technology differs in experimental and theoretical modeling problems.

### **Method**

The case study method was used in this study. The study sample consisted of 20 preservice teachers in their last year at the elementary mathematics education program. Each of the preservice teachers has experience with mathematical modeling and using GeoGebra software. The participants worked on six mathematical modeling problems, three experimental and three theoretical problems, in groups of four. Groups included in the study

were coded as G1, G2, G3, G4, G5. Each group was provided a computer with GeoGebra software and internet access and was free to use technology as they want. Participants' works during the process was recorded with video camera. The data were collected from the videos recorded, the focus group discussions, the work files and screencasts of the groups on the computers and the observation notes of the researcher. The data were analyzed comparatively using content analysis. Coding was done to find out what difficulties preservice teachers had in the process of solving mathematical modeling problems. The codes obtained were classified under the steps of the mathematical modeling process. Finally, it has been determined how the effects of computer usage are in terms of eliminating the difficulties faced by preservice teachers in the modeling process.

### **Results**

According to the findings, preservice teachers used the technology in all stages of the modeling process while solving the experimental modeling problems. In the theoretical modeling problems, preservice teachers did not use technology only in the step of understanding the problem. Different roles of technology emerged in the process of solving experimental and theoretical modeling problems. In the experimental modeling problems, the internet was used to investigate the context of the problem, while in the theoretical modeling problems internet was used in the simplification step to determine the assumptions and variables. In experimental modeling problems, technological tools enable the use of graphical representations. In theoretical modeling problems, technological tools have made it possible to use both graphical and dynamic representations together. Due to the fact that experimental modeling problems contain large data groups consisting of real life data, GeoGebra software enabled real data to be converted into a more workable state quickly and accurately. In theoretical modeling problems, GeoGebra software provided the creation of dynamic structures containing variables. Besides, similar roles appeared in both modeling types. Groups have developed numerical data for some theoretical problems and turned the problem into an experimental modeling problem. Then they made a graphical representation of these data in GeoGebra software and made a regression analysis. In this context, GeoGebra plays the role of graph drawing in the simplification step of both experimental and theoretical modeling problems, and graphic analysis role in the mathematization step. In both the experimental and theoretical modeling problems, the internet provided important opportunities for comparison and discussion of the results obtained from the model with real life data. In the mathematical modeling process, some negative roles have emerged besides the positive roles of technological tools. The fact that preservice teachers rely too much on the results they obtain with the help of technology during modeling and validation has emerged as a negative role of technological tools.

## Discussion

As a result of this study, many positive roles of technological tools have emerged to support the mathematical modeling process. In the simplification step, technological tools, have contributed to visualizing the problem, determining appropriate assumptions, and discovering relationships for both types of modeling problems. Preservice teachers watched different solutions in the mathematization step, creating a dynamic structure or analyzing the data they created for the problem. As Ferruci and Carter (2003) stated, technological tools have allowed students to choose different representations of dynamic representations, algebraic and statistical analysis forms. The use of technological tools in the mathematical working step has helped preservice teachers to focus on the implementation of the model rather than struggling with complex numerical calculations. In the interpreting step, the internet contributed to the search for the mathematical results in real life. In the verification step, GeoGebra software makes it easy to test the results and compare the model to the different models. The use of technological tools in the verification step has led to some negative situations as well as providing these possibilities. Preservice teachers have been highly confident in technology, especially with experimental modeling problems, and this has led to the ignorance of the validity of the model. The technological tools in this study are not only graphical drawing or calculation tools, but also provide research on real life situations, new ideas and solution strategies.

## Conclusion

Depending on the results of this research, it is recommended that students be provided with appropriate technological tools in the process of working with mathematical modeling problems. Also, it is suggested that the mathematical modeling lessons should include the technology-supported mathematical modeling activities. It is also proposed to develop and implement modeling activities that will integrate mathematical modeling with technology. In the future studies, a learning environment for technology-based mathematical modeling can be designed and investigated its effectiveness.



## Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Teknolojinin Rolü\*

Ebru Saka<sup>1</sup>, Derya Çelik<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Kafkas Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Kars

<sup>2</sup> Trabzon Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Trabzon

### MAKALE BİLGİ

*Makale Tarihi:*  
Alındı 24.09.2018  
Düzeltilmiş hali  
alındı 12.11.2018  
Kabul edildi  
27.11.2018  
Çevrimiçi yayınlandı  
30.11.2018

### ÖZET

Bu çalışmada matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme problemlerini (teorik-deneysel) çözme sürecinde bilgisayar teknolojisinin nasıl bir rol oynadığını ortaya koymak amaçlanmıştır. Araştırmanın katılımcılarını bir devlet üniversitesinin İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı son sınıfında öğrenim gören 20 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Katılımcılar 3'ü deneysel, 3'ü teorik olmak üzere toplam 6 matematiksel modelleme problemi üzerinde dörder kişilik gruplar halinde çalışmıştır. Uygulama sürecinde her bir grup için GeoGebra yazılımını içeren ve internet erişimine sahip bilgisayarlar tedarik edilmiş olup, gruplar teknoloji kullanımı konusunda serbest bırakılmıştır. Araştırmanın verileri video kayıtları, odak grup görüşmeleri, bilgisayar ekran çıktıları ve araştırmacının alan notları ile elde edilmiştir. Farklı kaynaklardan elde edilen veriler sürekli karşılaştırmalı bir yaklaşımla içerik analizine tabi tutulmuştur. İçerik analizi sonucunda ortaya çıkan kodlar matematiksel modelleme sürecinin basamakları dikkate alınarak sınıflandırılmıştır. Araştırmadan elde edilen sonuçlar teknolojinin varlığının, karmaşık ve zor olarak tanımlanan matematiksel modelleme sürecini kolaylaştırıcı bir rol oynadığını ortaya koymaktadır. Deneysel modelleme problemlerinde teknolojik araçlar modelleme sürecinin tüm basamaklarında aktif bir rol oynamıştır. Teorik modelleme problemlerinde ise problemi anlama basamağı hariç tüm basamaklarda teknoloji kullanımı ortaya çıkmıştır. Hem deneysel hem de teorik modelleme problemlerinde teknolojik araçlar veriler arasındaki ilişkilerin dinamik olarak incelenmesini, problem durumu ile ilgili gerçek hayat verilerine ulaşılmasını ve böylelikle varsayımların oluşturulmasını, değişkenlerin belirlenmesini ve oluşturulan modellerin sonuçlarının gerçek yaşamdaki karşılığının incelenmesini sağlamıştır. Tüm bunlara ek olarak öğretmen adaylarının uygun matematiksel modelleri oluşturma ve bu modelleri doğrulama esnasında teknoloji yardımıyla elde ettikleri sonuçlara çok fazla güvenmesi olumsuzluk yaratan bir durum olarak ortaya çıkmıştır. Bu sonuçlar ışığında, modelleme sürecinin karmaşıklığını gidermesi ve öğrencilere daha zengin öğrenme ortamları sağlama amacıyla teknolojinin matematiksel modelleme sürecine entegre edilmesi önerilmektedir.

© 2018 AUJES. Tüm hakları saklıdır

Anahtar Kelimeler: Modelleme Süreci, Bilgisayar Teknolojisi, Matematik Öğretmeni Adayları, Deneysel Modelleme, Teorik Modelleme

\* Bu çalışma birinci yazarın hazırladığı "Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Teknolojinin Rolü" adlı doktora tezinin bir bölümünün özetidir.  
Sorumlu Yazarın Adresi: Kafkas Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Kars.  
e-posta: ebrudmirici@gmail.com

## Giriş

Bilgi ve iletişim teknolojilerinin insan hayatının her anını etkilediği çağımızda yeni bilgiler, fırsatlar ve araçlar matematiğe bakış açımızı, matematikten beklentilerimizi ve matematiği kullanma biçimimizi şekillendirmektedir. Söz konusu yenilikler farklı becerilere ve donanımlara sahip bireylere olan ihtiyacı arttırmış ve matematik öğrenme-öğretme süreçlerini de yeniden yapılandırmıştır. Bu bağlamda matematik eğitiminin amaçları da gerçek yaşam problemlerini çözebilecek becerilere sahip bireyler yetiştirmek olarak değişim göstermiştir (Baki, 2008). Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]) 2000 yılında yayınladığı okul matematiği standartlarında, matematiğin gerçek dünya ile ilişkilendirilmesinin gerekliliğini tekrar vurgulamıştır. Türkiye’de ise 2005 yılında yenilenen matematik dersi öğretim programında (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2005) gerçek yaşam durumları ile matematik arasındaki ilişkiyi fark eden, yaşamında matematiği kullanabilen bireylerin yetiştirilmesi gerektiğine dikkat çekilmektedir. Bu vurgu günümüz programlarında da devam etmektedir (MEB, 2018a; 2018b). Gerçek yaşam ile matematik arasındaki ilişkiyi ortaya koyması bakımından matematiksel modelleme matematik eğitiminde önemli bir yere sahiptir.

Matematiksel modellemeye ilişkin literatürde birçok tanımlama yer almaktadır. Farklı tanımlar araştırmacıların matematiksel modellemeye farklı bakış açılarını ve kullanım amaçlarını yansıtmaktadır. Bu çalışmada matematiksel modelleme; gerçek yaşam problemlerini matematiksel olarak ifade etme, matematiğin yöntem ve tekniklerini kullanarak matematiksel bir sonuca ulaşma ve bulunan sonucu tekrar gerçek hayata yorumlama süreci (Ang, 2001; Haines & Crouch, 2007) olarak ifade edilecektir.

Matematiksel modelleme sürecini inceleyen ve modelleme yeterliklerini öğrencilere kazandırmaya dönük araştırmalar (örn., Blum & Borromeo-Ferri, 2009; Galbraith & Stillman, 2006; Kant, 2011; Korkmaz, 2010; Sol, Giménez & Rosich, 2011) öğrencilerin bu süreçte bazı zorluklar yaşadıklarını ortaya koymaktadır. Araştırmalarla ortaya konan bu zorluklar; (i) problemi anlama, (ii) temel değişkenleri belirleme, (iii) değişkenler arasındaki ilişkileri keşfetme ve test etme, (iv) gerçek hayatla matematik arasında karşılıklı bağlantı kurma, (v) modelin geçerliliğini sağlama ve alternatif modeller geliştirme şeklinde özetlenebilir. Buradan matematiksel modellemenin öğrenciler açısından oldukça zorlayıcı bir süreç olduğu çıkarımı yapılabilir.

Araştırmalarla ortaya koyulan birçok öğrenci güçlüğü, araştırmacıları matematiksel modelleme sürecini kolaylaştıracak ve sürece olumlu katkılar sağlayacak arayışlara yöneltmiştir. Yaklaşık otuz yıl önce Uluslararası Matematik Eğitimi Komisyonu (International Commission on Mathematical Instruction [ICMI], 1986) yayınladığı raporda matematiksel modelleme sürecini destekleyici bir araç olarak bilgisayar teknolojilerinin kullanımının gerekliliğine vurgu yapmıştır. Bu vurgu farklı araştırmacılar tarafından da (örn., Blomhøj, 1993; Jiang, 2001; Niss, Blum & Galbraith, 2007; Yang & Yin, 2015) tekrarlanmıştır. Bu bağlamda son yıllarda

özellikle uluslararası literatürde bilgisayara dayalı teknolojilerin matematiksel modelleme sürecine entegrasyonuna yönelik çalışmaların sayısı artmıştır (örn., Ang, 2010; Arzarello, Ferrara & Robutti, 2012; Geiger, 2011; Ghosh, 2012; Jiang, 2001; Niss, Blum & Galbraith, 2007; Santos-Trigo & Reyes-Rodríguez, 2011; Siller & Greefrath, 2010; Yang & Yin, 2015). Bu çalışmalarda, araştırmacılar genellikle öğrencilerin matematiksel modelleme sürecinin hangi aşamasında bilgisayar teknolojilerini kullandıklarını ve bu teknolojilerin onlara ne tür imkânlar sağladığını ortaya koymuştur. Bu çalışmalardan elde edilen sonuçlar matematiksel modelleme sürecinde öğrencilerin değişkenleri belirleme, değişkenler arasındaki ilişkilere dönük varsayımlarını test etme, matematiksel ilişkilere ve yapılara ulaşma ile doğrulama aşamalarında bilgisayar teknolojilerinden yararlandıklarını göstermektedir. Ayrıca bu teknolojilerin varlığı öğrencilere hesaplama kolaylığı, ilişkilerin keşfedilmesi, dinamik modellerin oluşturulması, modelin keşfedilmesi, farklı stratejilerin belirlenmesi şeklinde birçok olanak sunmaktadır.

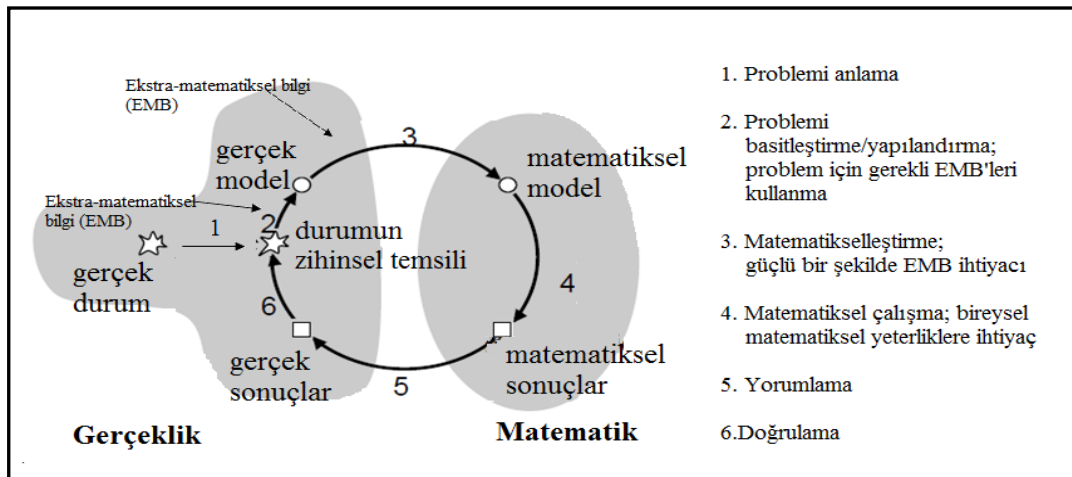
Uluslararası çalışmalarda teknolojinin matematiksel modelleme sürecindeki önemine vurgu yapılmasına rağmen ulusal literatürde matematiksel modelleme ile teknoloji ilişkisini araştıran sınırlı sayıda çalışma (örn., Hıdıroğlu, 2012; 2015) yer almaktadır. Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme süreçlerini inceleyen Hıdıroğlu (2012) çalışmasında kullandığı modelleme problemlerine yönelik katılımcılara video, animasyon ve resim gibi dokümanlar sağlamıştır. Bu çalışmada ise öğretmen adaylarına sağlanan internet erişimine sahip bilgisayarlar ile katılımcıların gerçek yaşam durumu ile ilgili bilgilere kendilerinin ulaşması sağlanmıştır. Böylelikle öğretmen adaylarına araştırma yapma imkânı sağlanarak farklı fikirlerin ve çözüm stratejilerinin oluşmasına olanak sağlanmıştır.

### **Matematiksel modelleme süreci**

Kaiser ve Sriraman (2006) matematiksel modelleme ile ilgili çalışmalarını incelediği araştırmasında; farklı araştırmacıların farklı perspektiflere sahip olduğu, bunun bir sonucu olarak matematiksel modellemenin ne olduğu, işlevi ve uygulama şekline ilişkin farklılıklar ortaya çıktığını ifade etmiştir. Bu farklılıkları altı ana kategoride (gerçekçi/uygulamalı modelleme, bağlamsal modelleme, eğitimsel modelleme, sosyo-kritik modelleme, epistemolojik/teorik modelleme ve bilişsel modelleme) sınıflandırmıştır. Kaiser ve Sriraman'ın (2006) meta-perspektif olarak tanımladığı bilişsel modelleme yaklaşımı son zamanlarda sıklıkla referans verilen yaklaşımlardan biri olup temel amacı modelleme sürecinde gerçekleşen bilişsel süreçleri ortaya çıkarmak olarak ifade edilebilir. Bunu yaparken öğrenci-öğretmen açısından süreçte yaşanan güçlüklerle de odaklanmaktadır. Bu şekilde modelleme becerilerinin etkili bir şekilde öğretimi için ortam tasarlamada dikkat edilmesi gereken noktalar şeklinde önemli sonuçlar üretir. Bu önemine istinaden bu çalışmada bilişsel modelleme yaklaşımının öncülerinden Borromeo-Ferri'nin (2006) matematiksel modelleme süreci temele alınmıştır (Bkz. Şekil 1).

Bilişsel modelleme sürecine göre problemi anlama basamağında kişi gerçek yaşam problemini tanımlar ve içeriğini yorumlar. Basitleştirme basamağında

probleme ait veriler arasındaki ilişkileri inceleme, modelde kullanılacak değişkenleri belirleme, varsayımda bulunma gibi çalışmalar yürütülür. Matematikselleştirme basamağında model oluşturulur, matematiksel çalışma basamağında ise oluşturulan matematiksel model aracılığıyla problemin çözümü yapılır. Yorumlama basamağında modelin uygulamalarının ve matematiksel sonuçların yorumlaması yapılarak gerçek yaşam durumu ile ilişkilendirilir. Doğrulama basamağında ise modelin çözümünden önceki koşullar ele alınarak modelin geçerliliği araştırılır ve gerekli görülürse model yeniden üretilir.



Şekil 1. Bilişsel modelleme döngüsü (Borromeo-Ferri, 2006)

### Matematiksel Modelleme Problemlerinin Sınıflandırılması

Matematiksel modellemeye ilişkin çalışmalar incelendiğinde, araştırmacıların matematiksel modelleme problemlerini farklı şekillerde sınıflandırdıkları görülmektedir (Berry & Houston,1995; Hickman,1987). Berry ve Houston (1995) matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerindeki farklılığa dikkat çekmiş ve problemlerin yapısına göre matematiksel modelleme problemlerini deneysel, teorik, boyutsal analiz ve simülasyon modelleme problemleri olarak 4 gruba ayırmıştır. Eldeki verilerle grafik ya da bir eşitlik elde edilerek yapılan modellemeye deneysel modelleme, matematiksel modelin formüle edilmesinde, veriden daha çok teoriye dayanan problem çözme süreci ise teorik modelleme olarak ifade edilmektedir (Berry & Houston, 1995).Bu çalışmada kullanılan matematiksel modelleme problemleri deneysel ve teorik modelleme problemleri olarak iki kategoride hazırlanmıştır. Bu araştırma kapsamında yapılan ön çalışmalarda, öğretmen adaylarının deneysel ve teorik modelleme problemlerinde farklı çözüm süreçlerinden geçtiği ve farklı problem türleri için teknolojinin rollerinde de farklılaşmaların olduğu gözlemlenmiştir. Bu gözlem araştırma kapsamında farklı matematiksel modelleme problemlerinin dikkate alınması gerekliliğini kuvvetlendirmiştir.

Geleceğin öğretmeni konumundaki öğretmen adaylarının, öğretim programlarında yer bulan "öğrencilere matematiksel modelleme becerilerini kazandırma" şeklindeki hedefi gerçekleştirme konusunda sahip oldukları yetkinliklerin önemi açıktır (Şahin, Doğan ve Gürbüz, 2018). Bu gerçek bu çalışmanın odağının



matematik öğretmeni adaylarına çevrilmesinin temel sebeplerinden biridir. Bu çalışmada öğretmen adaylarının deneysel ve teorik modelleme problemlerini çözme sürecinde bilgisayara dayalı teknolojilerden nasıl yararlandığı sorusu, adayların modelleme problemleri üzerinde çalışma süreçleri analiz edilerek ortaya koyulmaya çalışılmıştır. Ayrıca matematiksel modelleme ve teknoloji kullanımına odaklanan çalışmaların, farklı modelleme problemlerine ait sınıflandırmaları dikkate almadıkları ve teknolojinin rollerini daha genel bir şekilde inceledikleri görülmektedir (örn., Arzarello, Ferrara & Robutti, 2012; Galbraith & Stillman, 2006; Ghosh, 2012; Siller & Greefrath, 2010). Literatürde farklı modelleme problemleri için öğretmen adaylarının bilişsel süreçlerine ve teknoloji kullanıma odaklanan çalışmalara çok fazla rastlanılmamaktadır. Araştırmanın bu yönüyle öğretim programlarında önemli bir yer edinen matematiksel modelleme uygulamalarında teknolojik araçların kullanımı konusunda araştırmacı ve öğretmenlere detaylı bilgiler sunacağı düşünülmektedir.

### **Araştırmanın amacı**

Bu çalışmanın amacı ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde teknolojik araçların (GeoGebra yazılımı, Excel programı ve internet) rolünün ortaya koyulması, deneysel ve teorik modelleme problemleri açısından bu rollerde nasıl bir farklılaşma olduğunun incelenmesidir.

## **Yöntem**

### **Araştırma Deseni**

Bu çalışmada nitel araştırma desenlerinden durum (örnek olay) çalışması yöntemi kullanılmıştır.

### **Çalışma Grubu**

Araştırmanın çalışma grubunu Karadeniz Teknik Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı son sınıfında öğrenim gören 20 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Araştırma 2014-2015 güz yarıyılında *Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi* dersi kapsamında 8 haftalık bir sürede gerçekleştirilmiştir. Uygulama kapsamında öğretmen adayından gönüllük esasına dayalı olarak dört kişilik gruplar oluşturmaları istenmiştir. Çalışmaya katılan öğretmen adaylarının her biri matematiksel modelleme, Excel programı ve GeoGebra yazılımını kullanma ile ilgili deneyime sahiptir. Tüm uygulamalar bilgisayar laboratuvarında gerçekleştirilmiştir. Her bir grup GeoGebra yazılımına ve internet erişimli bilgisayarlara ulaşım imkânına sahip olmuştur. Öğretmen adayları bilgisayarlardan yararlanma veya yararlanmama konusunda ise serbest bırakılmıştır. Asıl çalışma problemlerinin uygulanmasından önce gruplar ısınma alıştırmaları olarak biri deneysel diğeri teorik olmak üzere iki matematiksel modelleme etkinliği üzerinde çalışmıştır. Araştırmaya dâhil olan gruplar G1, G2, G3, G4, G5 şeklinde kodlanmıştır.

### **Veri toplama Araçları**

Araştırmanın temel veri toplama aracı, literatür desteğinde araştırmacılar tarafından geliştirilen, altı matematiksel modelleme problemidir. Çalışmada kullanılan matematiksel modelleme problemlerinin belirlenmesi amacıyla ilköğretim matematik öğretmenliği programında iki ayrı sınıfta toplam 80 öğrenci ile ön çalışmalar yapılmıştır. Ön çalışmalar sırasında öğretmen adayları literatürde bulunan veya araştırmacı tarafından geliştirilen 20 matematiksel modelleme problemi üzerinde, beş hafta boyunca çalışmıştır. Bu çalışmalar sonunda öğretmen adaylarının seviyesine uygun ve modelleme sürecine ilişkin zengin veri sağlayabilecek problemler test edilmiştir. Bununla birlikte asıl çalışmada kullanılacak olan matematiksel modelleme problemlerine son şeklini vermek ve verilerin analizinde nasıl bir yol izleneceğini belirlemek amacıyla pilot çalışma yapılmıştır. Pilot çalışma ilköğretim matematik öğretmenliği programı son sınıfa devam eden gönüllü 6 öğretmen adayıyla (üçer kişilik iki grup şeklinde) gerçekleştirilmiştir. Öğretmen adayları pilot çalışmada, ön çalışma sonucunda belirlenen dördü deneysel dördü teorik olmak üzere toplam 8 modelleme problemiyle çalışmıştır. Katılımcıların çalışmalarının analizi sonucunda çözüm süreçlerinin benzerliği ve bağlam kaynaklı güçlükler sebebiyle iki problem elenmiştir. Sonuç olarak Tablo 1’de verilen üç deneysel ve üç teorik modelleme problemi ile asıl çalışmanın yapılmasına karar verilmiştir. Çalışmada kullanılan matematiksel modelleme problemlerine ait bilgiler Tablo 1’de yer almaktadır (Ek 1’ de bir deneysel modelleme ve bir teorik modelleme problem yer almaktadır).

Tablo 1. Çalışmada kullanılan matematiksel modelleme problemleri

Matematiksel Modelleme Problemleri		Probleme Yönelik Bilgi ve Beklentiler
Deneysel Modelleme Problemleri	Bir Mil Dünya Rekordu Problemi	Atletizm ile ilişkili bir bağlamda sunulan veriler arasında doğrusal bir ilişki olduğunu fark etme, doğrusal bir modele ulaşma ve ulaşılan model yardımıyla geleceğe yönelik tahminde bulunma.
	Dünyadaki Sıcaklık Artışı Problemi	Coğrafi bir bağlamda sunulan veriler arasında üstel bir ilişki olduğunu fark etme, üstel bir modele ulaşma ve ulaşılan model yardımıyla geleceğe yönelik tahminde bulunma.
	Yağış Miktarı Problemi	Coğrafi bir bağlamda sunulan veriler arasında trigonometrik bir ilişki olduğunu fark etme ve bu verileri kullanarak trigonometrik bir model oluşturmaları beklenmektedir.
Teorik Modelleme Problemleri	Deniz Feneri Problemi	Coğrafi bir yer problemi bağlamında kıyıdaki bir deniz fenerinin ilk kez görüldüğü anda, bir geminin kıyıda yaklaşık olarak ne kadar uzakta olduğunu ifade eden bir matematiksel model oluşturma.
	Merdiven Problemi	Duvara dayalı duran merdivenin üzerindeki herhangi bir noktanın merdivenin kayma sürecindeki hareketini ifade eden matematiksel modeli oluşturma.
	Dönme Dolap Problemi	Bir dönme dolabının en alt noktasındaki koltuğun zamana bağlı olarak yerden yüksekliğindeki değişimi veren trigonometrik bir model oluşturma.

Modelleme problemlerini çözme sürecinde her bir grubun çalışması ayrı ayrı video ile kayıt altına alınmıştır. Matematiksel modelleme problemlerini çözme

sürecinde teknolojik araçların rolüyle ilgili grupların görüşlerini almak amacıyla her uygulama sonrasında odak grup görüşmeleri gerçekleştirilmiştir. Bunun yanında öğretmen adaylarının bilgisayarda yapmış oldukları tüm çalışmalara ilişkin ekran kayıtları alınmıştır. Böylelikle tekrar edilmesi zor veya nadiren oluşan olgu ve olayların saptanması mümkün olmuştur.

### **Verilerin Toplanması**

Veriler 6 matematiksel modelleme problemiyle toplanmıştır. Her hafta öğretmen adaylarına üzerinde çalışmaları için bir matematiksel modelleme problemi verilmiştir. Öğretmen adayları gruplar halinde her bir problem üzerinde yaklaşık 3 ders saati çalışmıştır. Tüm uygulamalara ilk yazar ders sorumlusu olarak katılmıştır. Araştırmacı uygulama sürecinde gruplar arasında dolaşmış ve alan notları almıştır. Bu alan notları grupların matematiksel modelleme sürecinde karşılaştıkları güçlükleri ve teknolojinin bu güçlüklerin giderilmesinde nasıl bir rol oynadığını daha ayrıntılı betimleme ve örneklendirme imkânı vermiştir. Her uygulamanın bitiminde araştırmacıların öncülüğünde odak grup görüşmeleri gerçekleştirilmiştir.

### **Verilerin analizi**

Araştırmadan elde edilen veriler nitel analiz teknikleri kullanılarak analiz edilmiştir. Verilerin analizinde video kayıtları, odak grup görüşmeleri, alan notları, bilgisayar ekranı kayıtları ve öğretmen adaylarının kâğıt üzerindeki çalışmalarından elde edilen veriler bir araya getirilerek bir bütünlük içinde analiz edilmiştir. Her bir gruba ait veriler ayrı ayrı incelenerek matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde teknolojinin nasıl bir rol oynadığına ilişkin kodlamalar yapılmıştır. Kodların oluşturulmasında matematiksel modelleme sürecinin kendi doğasına yönelik matematiksel kavramların kullanılmasına özen gösterilmiştir. Elde edilen kodlar Borromeo ve Ferri'nin (2006) ortaya koymuş olduğu bilişsel modelleme sürecinin basamaklarına göre gruplandırılarak tümdengelimsel bir yol izlenmiştir. Bu doğrultuda farklı veri toplama araçlarından elde edilen veriler sürekli karşılaştırılarak analiz edilmiş, benzerlikler tespit edilerek birbirleri ile ilişkilendirilmiştir.

### **Bulgular ve Yorum**

Bu bölümde çalışmadan elde edilen bulgular “Deneysel modelleme problemlerini çözme sürecinde teknolojinin rolüne ilişkin bulgular” ve “Teorik modelleme problemlerini çözme sürecinde teknolojinin rolüne ilişkin bulgular” olmak üzere iki ana başlık altında sunulmuştur.

#### **Deneyisel Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular**

Öğretmen adaylarının deneysel modelleme problemlerini çözerken modelleme sürecinin hemen hemen tüm basamaklarında bilgisayar teknolojilerine başvurdukları belirlenmiştir. Deneysel modelleme problemleri için “problemi anlama” ve “yorumlama” grupların bilgisayar teknolojilerinden en az yararlandığı basamaklar

olmuştur. Öğretmen adaylarının bilgisayar teknolojisinden nasıl yaralandıkları sorusuna cevap vermek için çözüm sürecinde yaptıkları tüm eylemler matematiksel modelleme sürecinin basamakları dikkate alınarak kodlanmıştır. Tablo 2’de bu kodlar sunulmuştur.

Tablo 2. Deneysel Modelleme Problemlerinde Teknolojinin Rolüne İlişkin Kodlar

Matematiksel Modelleme Süreci	Kodlar	Açıklama
Problemi Anlama	Araştırma yapma	Problem durumu ile ilgili gerçek yaşam verilerine ulaşmak ve incelemek amaçlı interneti kullanma.
Basitleştirme	Verileri düzenleme	Problem verilerini, üzerinde daha rahat çalışılabilir duruma dönüştürme.
	Verilerin grafiğini çizme	Gerçek yaşam verilerinin somut ve kullanışlı hale getirilmesi ve değişkenler arasındaki ilişkilerin ortaya konulması amacıyla grafik çizme.
Matematikselleştirme	Grafik analizi	Aynı veri grubuna ait farklı matematiksel modellerin incelenmesi ve bunlardan en uygununa karar verilmesi
Matematiksel Çalışma	Matematiksel hesaplama yapma	Oluşturulan matematiksel modeller ile ilgili matematiksel sonuçların elde edilmesine yönelik yapılan matematiksel çalışmalar
	Çözümün doğrulanması için ek sonuçlar elde etme	Oluşturulan matematiksel modelin geçerliliğini araştırmak amacıyla problemde bulunması istenen matematiksel sonuçların dışında ek sonuçların elde edilmesi
Yorumlama	Çözümün gerçek yaşamdaki karşılığını inceleme	Matematiksel modelden elde edilen sonuçların, gerçek yaşamdaki karşılığını araştırmak amaçlı interneti kullanma
Doğrulama	Modelin doğruluğunu veriler aracılığıyla test etme	Problem verileri ile modelden elde edilen verilerin karşılaştırılarak modelin doğruluğunun incelenmesi
	Modelin genellenebilirliğini test etme	Oluşturulan modellerin benzer şartlardaki durumlar için geçerli olup olmadığının incelenmesi
	Modelin doğrulanmasını göz ardı etme	Teknolojinin olumsuz bir rolü olarak ortaya çıkmış olup teknolojik yazılımların her zaman doğru sonuçları verdiği düşüncesi ile modelin geçerliliğini sağlamanın göz ardı edilmesi

Tablo 2’den görülebileceği gibi bilgisayar teknolojisi deneysel modelleme problemlerini çözme sürecinin her bir basamağında farklı roller üstlenmiştir. Problemi anlama basamağında bir bilgisayar teknolojisi olan internete öğretmen adayları tarafından *araştırma yapma* rolü verilmiştir. İnternetin oynadığı bu rol G2 grubu *Yağış Miktarı* problemi üzerinde çalışırken net bir şekilde ortaya çıkmıştır. G2 grubu *Yağış Miktarı* probleminde istenenleri belirleme konusunda güçlük yaşamıştır. Grup üyeleri

problemi okuduktan sonra problemde Amerika Birleşik Devletleri'nin Hawaii ve Chicago eyaletlerine ait yıllık ortalama yağış miktarları verileri ile tek bir model mi, ya da iki ayrı model mi sunmaları gerektiği konusunda kararsız kalmıştır. Bunun üzerine grup üyeleri bu eyaletler ile ilgili bilgi toplamak amacıyla internette araştırma yapmaya karar vermiştir. Bu durum üzerine G2 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

Ö1: Amerika Birleşik Devletleri'nin hepsi kuzeyde değil di mi?

Ö2: Yarısı aşağıda, yarısı yukarıda. Ama Hawaii ile şey...

Ö1: Chicago. Birisi kuzeyde birisi güneyde sanki. Bu değerler birbirinin zıttı sanki. Biri artarken diğeri azalıyor. Acaba farklı yönlerde oldukları için mi?

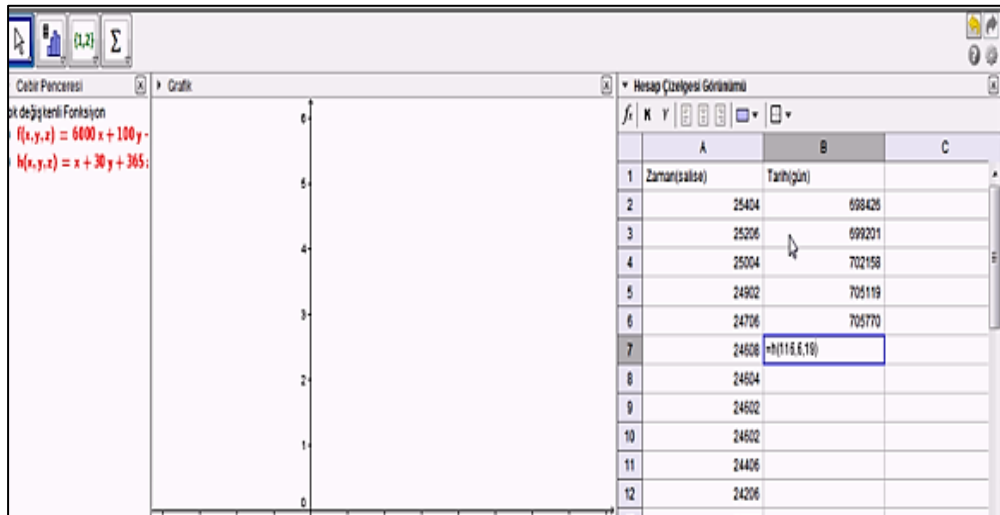
Ö2: Ben de öyle düşündüm. Dur bakalım (İnternette araştırma yapılıyor)... Güneyde mi oluyor bu (Hawaii'yi kast ederek)? Evet, güneyinde oluyor...

Ö1: O zaman bu değerler arasındaki farklar konumlarının farklı olmasından kaynaklanıyor.

Ö2: Yani... O zaman her ikisi için ayrı modeller bulmak lazım.

G2 grubu internet aracılığıyla yaptığı araştırmada ilgili eyaletlerde yağış miktarlarındaki farklılığın sebepleri hakkında bilgi sahibi olmuştur. Bu şekilde problemde istenenleri doğru bir şekilde belirleyebilmiştir. Böylelikle matematiksel modelleme sürecinde internet, katılımcılara problemin anlaşılması ve bağlamının yorumlanması açısından araştırma yapma imkânı sağlamıştır. Ayrıca modelleme sürecinde internetin varlığı gerçek yaşam durumundan kaynaklı anlaşılmayan kısımların açıklanmasına ve problemin içeriğinin tartışılmasına yardımcı olmuştur.

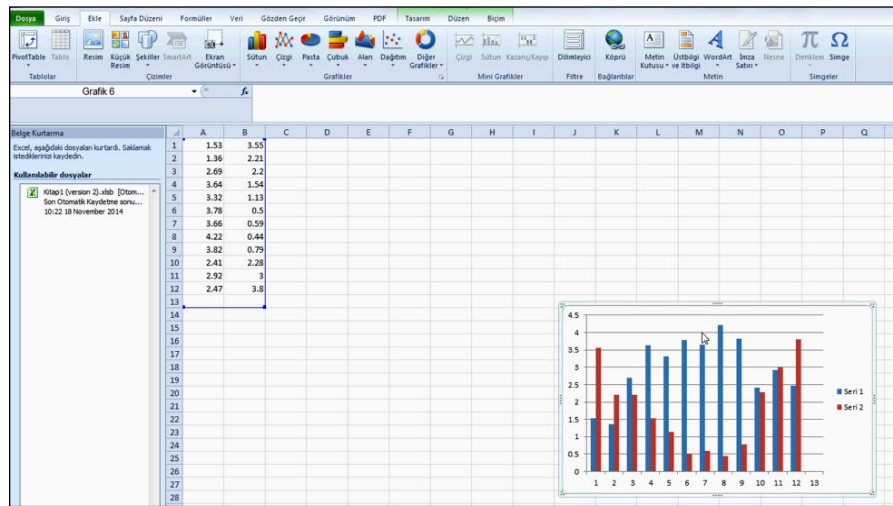
Basitleştirme basamağında GeoGebra ve Excel yazılımı ön plana çıkmış olup, bu araçlar öğretmen adayları tarafından verileri düzenleme ve verilerin grafiğini çizmede kullanılmıştır. Verileri düzenleme rolü yalnızca G4 grubunun 1 Mil Dünya Rekoru problemiyle çalışması sırasında ortaya çıkmıştır. G4 grubu 1 Mil Dünya Rekoru probleminde dakika, saniye ve salise cinsinden verilen karmaşık verileri GeoGebra yazılımının cebir penceresinde tanımladıkları bir fonksiyon aracılığıyla tek bir birime (saliseye) dönüştürerek düzenlemiştir. Şekil 2'de görüldüğü gibi G4 grubu yine aynı problemde gün, ay, yıl olarak verilen verileri de başka bir fonksiyon tanımlayarak tek birime (güne) dönüştürmüştür.



## Şekil 2. G4 grubunun verileri düzenlemeye yönelik yaptığı çalışmalar

GeoGebra yazılımı yardımıyla gerçekleştirilen *verileri düzenleme* eylemi öğretmen adaylarına, verileri üzerinde daha kolay düşünülebilir ve çalışılabilir bir duruma dönüştürme fırsatı sağlamıştır. Ayrıca G4 grubunun verileri düzenlemede takip ettiği bu yolun, diğer gruplara kıyasla modele daha hızlı ulaşmalarında etkili olduğu da söylenilebilir.

Verilerin grafiğini çizmede gruplar hem GeoGebra hem de Excel yazılımından faydalanmıştır. Tüm gruplar her üç deneysel modelleme probleminde de GeoGebra yazılımından yararlanarak gerçek yaşam verilerine ait grafikleri kolaylıkla oluşturabilmiştir. G1 grubu *1 Mil Dünya Rekoru* ve *Yağış Miktarı* problemlerinde verilerin grafiğini çizmek amacıyla GeoGebra yazılımının yanı sıra Excel'den de yararlanırken, diğer gruplar yalnızca GeoGebra yazılımını kullanmıştır. G1 grubunun *Yağış Miktarı* problemi için Excel programında çizmiş olduğu sütun grafiği Şekil 3'te verilmiştir.



Şekil 3. G1 grubunun Yağış Miktarı Problemi için Excel'de çizdiği sütun grafiği

G1 grubu Excel'de iki ayrı veri grubuna ait oluşturduğu sütun grafiği ile iki veri grubu arasında ters orantılı olabilecek bir ilişki olduğunu fark etmiştir. Grup üyelerinin çizdiği bu grafik onlara verilerin nasıl bir dağılıma sahip olduğunu inceleme, verilerin eğilimi hakkında yorum yapma ve model hakkında ön tahminlerde bulunma fırsatı sağlamıştır. Bununla birlikte verilerin grafiğini çizme konusunda teknolojik araçlar, kâğıt kalem ile yapılan ölçeklendirme ve çizim hatalarının önüne geçilmesine de katkıda bulunmuştur.

Matematikselleştirme basamağında teknolojik araç olarak GeoGebra yazılımı ön plana çıkmış olup, yazılım *grafik analizi* yapma rolünü üstlenmiştir. Tüm gruplar matematiksel modeli oluşturmak amacıyla problem verilerini hesap çizelgesine girerek regresyon analizi yardımıyla verileri analiz etmiştir. Gruplar bu basamakta yazılım aracılığıyla olası fonksiyonlar üretmiş ve bu fonksiyonlar içinden veriler için en uygun olanı belirlemeye çalışmıştır. Bu doğrultuda GeoGebra yazılımının grafik analizi rolü, öğretmen adaylarını hangi modelin en uygun model olduğunu belirleme



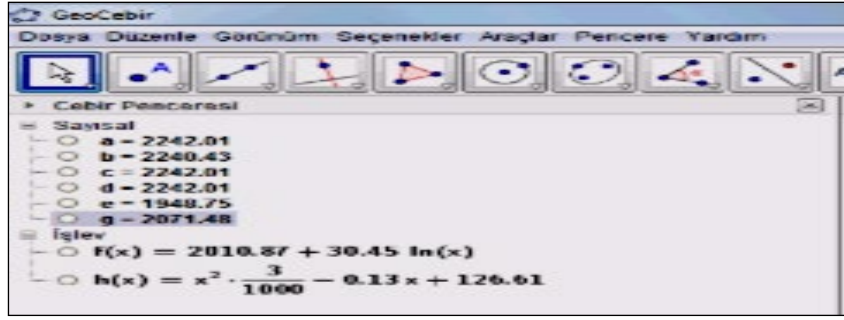
Şekil 5'te görüldüğü gibi G3 grubu *1 Mil Dünya Rekoru* probleminde birden fazla fonksiyon türünü referans alan regresyon analizleri yapmış ve elde ettikleri modellere ilişkin grafikleri incelemiştir. Grup üyeleri elde ettikleri her bir modele ait grafiğin verilerden kaçının üzerinden geçtiğine odaklanmış, sonuç olarak en fazla nokta üzerinden geçen 6. dereceden polinom fonksiyonu aranan model olarak belirlenmiştir. Burada temel ölçüt modelin verilen noktaları sağlaması olmuştur. Modelin bağlama uygunluğu, kullanılabilirliği ise dikkate alınmamıştır. Bu bulgulardan hareketle matematikselleştirme basamağında GeoGebra yazılımı bazı grupların uygun modellere hızlı ve kolay bir şekilde ulaşmasını sağlarken, bazı grupların ise bağlamdan kopuk modeller oluşturmalarına sebep olmuştur. Dolayısıyla bu durum, yazılımın sunduğu kolaylıkların tek başına bir anlam ifade etmediğinin en güzel örneklerinden biridir.

Matematiksel çalışma basamağında teknolojik araç olarak GeoGebra yazılımı ön plana çıkmış olup, yazılım *matematiksel hesaplama yapma* ve *çözümün doğrulanması için ek sonuçlar elde etme* rollerini üstlenmiştir. *Matematiksel hesaplama yapma rolü* tüm gruplarda ve tüm modelleme problemlerinde ortaya çıkmıştır. Gruplar seçtikleri modeller için verilerin değerini bulmak ve problemlerde istenen geleceğe yönelik tahminleri elde etmek amacıyla GeoGebra yazılımını kullanmıştır. Gruplar yazılımın değer bulma özelliği ile hesaplamalarını yapmış veya modeli cebir penceresine fonksiyon olarak yazarak verilerin fonksiyondaki karşılıklarını hesaplamıştır. G4 grubu üyelerinin *Dünyadaki Sıcaklık Artışı* probleminde matematiksel hesaplama yapma üzerine aralarında geçen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

- Ö1: *Tamam modeli bulduk.  $f(x)=2010,87+30,45\ln(x)$  şeklinde ifade ettikleri modeli giriş çubuğuna yazıyor.*
- Ö2: *Şu ikinci soruyu cevaplayalım bakalım.*
- Ö3: *x değeri 7,32 olacak.*
- Ö2: *1980 den 7 derece fazla olacak. Evet, yani 7,32 oluyor.*
- Ö1: *(Oluşturdukları  $f(x)$  fonksiyonunda 7,32 değerini yazıyor) 2071 çıktı.*
- Ö2: *Ha, 2071 yılında 7 derece artıyor yani.*

G4 grubuna ait konuşmalardan da görüleceği gibi grup üyeleri matematiksel modeli elde ettikten sonra modeli GeoGebra yazılımının cebir penceresine fonksiyon olarak yazmıştır (Bkz. Şekil 6). G4 grubu daha sonra problemde sorulan dünyadaki sıcaklık artışının 7 derece artacağı yılı hesaplamak amacıyla bu fonksiyonu kullanmıştır.





Şekil 6. G4 grubunun GeoGebra yazılımında yaptıkları matematiksel hesaplamalar

Matematiksel çalışma basamağında GeoGebra yazılımı, karmaşık gerçek yaşam verileri ile ilgili hesaplamaları yapmada öğretmen adaylarına büyük kolaylık sağlamıştır. Öğretmen adayları GeoGebra yazılımı ile hızlı ve hatasız bir şekilde hesaplamalarını yapabilmıştır. GeoGebra yazılımı matematiksel hesaplamaların kolaylıkla yapılmasının yanında elde edilen *çözümün doğrulanması için ek sonuçlar elde edilmesi* rolünü de üstlenmiştir. Yazılımın üstlendiği bu rol G4 ve G5 gruplarında ortaya çıkmıştır. Bu gruplar GeoGebra yazılımını kullanarak oluşturdukları model yardımıyla problem verilerinin dışında farklı değerler için matematiksel sonuçlar elde etmiştir. Böylelikle gruplar farklı veriler için elde ettikleri sonuçlar yardımıyla modellerinin geçerli olup olmadığını sorgulama fırsatı elde etmiştir. *1 Mil Dünya Rekoru* probleminde bu durum üzerine G5 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

Ö1: Şimdi yıl söyleyin bana.

Ö2: Eee..Yıl mı? 1903 yaz.

Ö1: (GeoGebra yazılımında elde ettikleri modele değeri giriyor) 229 saniye.

Ö3: Tamam, elimizdekilerden (problem verilerinden) oluşuyor da, ileriye dönük tahmin yapmak için modelimiz elverişli mi?

Ö2: 2015 yılını yaz o zaman.

Ö1: 274 saniye. Mantıklı gibi ne diyorsunuz?

Ö3: Yani mantıklı bir sonuç. Doğru gibi... Olabilir yani.

Ö2: Tamam işte, cevap bu, modelimiz bu olacak.

G5 grubuna ait konuşmalardan görüldüğü gibi grup üyeleri öncelikle GeoGebra yazılımında oluşturdukları model için problem verilerini hesaplamıştır. Grup üyeleri daha sonra elde ettikleri modelin problem verileri dışındaki farklı değerler için kullanışlı olup olmadığını incelemek amacıyla ek sonuçlar elde etmiştir. Grupların GeoGebra yazılımı aracılığıyla elde ettikleri ek sonuçlar modelin doğrulanmasına ve düzeltilip geliştirilmesine katkıda bulunmuştur.

Yorumlama, öğretmen adaylarının bilgisayar teknolojilerinden en az yararlandıkları basamaklardan biri olup mevcut kullanımlarda daha çok internetten faydalanılmıştır. İnternet burada *çözümün gerçek yaşamdaki karşılığını inceleme* rolünü üstlenmiştir. Bu rol G2 ve G5 gruplarına çözümlerinin gerçek yaşam açısından uygun olup olmadığını araştırma fırsatı sağlamıştır. *1 Mil Dünya Rekoru* probleminde G5 grubunda aşağıdaki diyaloglar gerçekleşmiştir:

- Ö1: *Bir şey diyeyim mi? Şu değer gerçekte kaç acaba? (1 milin 3 dakika 40 saniyede koşulduğu yılı kastediyor).*
- Ö2: *İnternette bakalım o zaman. Onu ben de merak ettim (İnternette “Bir mil için kırılan dünya rekorları” şeklinde açıklama girerek araştırma yapıyor)...Oo bulduk. (Bkz. Şekil 7).*
- Ö3: *Bak işte 1999 yılı. Bizim bulduğumuz şu. Doğru tutturabilmiş miyiz?*
- Ö4: *Biz de 3 dakika 40 saniye için bulduk. Hemen hemen aynı.*
- Ö2: *Yani. Evet. Bir kaç saniye fark ediyor.*
- Ö3: *Zaten yaklaşık bir değer bulmamız isteniyor.*
- Ö2: *Yaklaşık değer olarak tutuyor.*
- Ö1: *Gerçekçi bir çözüm oldu o zaman.*

Bu diyalogdan, grup üyelerinin elde ettikleri çözümlerin gerçek yaşama uygunluğuna karar vermek için internette araştırma yaptıkları anlaşılmaktadır.

Etkinlik	Rekor	Atlet	Milliyet	Tarih	Turnuva	Yer	Kaynak	Video
100 m Gelişim	9.58 (+0,9 m/s)	Usain Bolt	<span><span><span></span></span><span> </span></span> Jamaika	16 Ağustos 2009	Dünya Şampiyonası	<span><span><span></span></span><span> </span></span> Berlin, Almanya	[5]	[3]
200 m Gelişim	19.19 (-0,3 m/s)	Usain Bolt	<span><span><span></span></span><span> </span></span> Jamaika	20 Ağustos 2009	Dünya Şampiyonası	<span><span><span></span></span><span> </span></span> Berlin, Almanya	[6]	[4]
400 m Gelişim	43.18	Michael Johnson	<span><span><span></span></span><span> </span></span> ABD	26 Ağustos 1999	Dünya Şampiyonası	<span><span><span></span></span><span> </span></span> Seville, İspanya		[5]
800 m Gelişim	1.41.01	David Rudisha	<span><span><span></span></span><span> </span></span> Kenya	29 Ağustos 2010	Rieti Yarışları	<span><span><span></span></span><span> </span></span> Rieti, İtalya	[6][7]	[6]
1000 m	2.11.96	Noah Ngeny	<span><span><span></span></span><span> </span></span> Kenya	5 Eylül 1999	Rieti Yarışları	<span><span><span></span></span><span> </span></span> Rieti, İtalya		[7]
1500 m Gelişim	3.26.00	Hicham El Guerrouj	<span><span><span></span></span><span> </span></span> Fas	14 Temmuz 1998	Golden Gala	<span><span><span></span></span><span> </span></span> Roma, İtalya		[8]
Mil Gelişim	3.43.13	Hicham El Guerrouj	<span><span><span></span></span><span> </span></span> Fas	7 Temmuz 1995	Golden Gala	<span><span><span></span></span><span> </span></span> Roma, İtalya		[9]
2000 m	4.44.79	Hicham El Guerrouj	<span><span><span></span></span><span> </span></span> Fas	7 Eylül 1999	ISTAF	<span><span><span></span></span><span> </span></span> Berlin, Almanya		[10]

Şekil 7. G2 grubunun çözümü yorumlamak amacıyla internette yaptığı araştırma

G2 grubu internette yaptıkları araştırmayla gerçek hayat verilerinin çözümlerine çok yakın değerler olduğunu görmüştür. Böylelikle yorumlama basamağında internetin varlığı, matematiksel dünyadan gerçek dünyaya geçişi kolaylaştırmıştır. Bunun yanında öğretmen adaylarının yaptıkları çözümün, internet aracılığıyla yaptıkları araştırma sonucunda, gerçek dünyada karşılığı olduğunu görmeleri bu türden problemleri çözmeye yönelik ilgilerini artırmıştır.

Doğrulama basamağında öğretmen adayları daha çok internette ve GeoGebra yazılımından faydalanmıştır. Burada bu teknolojiler *modelin doğruluğunu veriler aracılığıyla test etme ve modelin genellenebilirliğini test etme* rollerini üstlenmiştir. Bilgisayar teknolojisinin sahip olduğu olumlu bu iki rolün yanı sıra teknolojiye aşırı güven nedeniyle *modelin doğrulanmasını göz ardı etme* şeklinde olumsuz olarak nitelendirilebilecek bir durumda ortaya çıkmıştır. *Modelin doğruluğunu veriler aracılığıyla test etme* rolü G1, G4 ve G5 gruplarının her üç deneysel modelleme problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır. Bu gruplar tüm modelleme problemlerinde, problem verileri ile modelden elde edilen verileri GeoGebra yazılımında karşılaştırarak modelin doğruluğunu incelemiştir. G1 grubunun *1 Mil Dünya Rekoru* probleminde modeli doğrulamaya yönelik aralarında geçen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

- Ö1: *Tamam. Modeli bulduk. Şimdi bence bir x, y değerlerini deneyelim. Bakalım doğru sonuçları veriyor mu?*
- Ö2: *Tamam. Mesela şunu bir deneyelim. 247 olacak, 1934 vermesi lazım.*
- Ö1: *(GeoGebra'da modele değeri yazıyor )1933 çıktı.*
- Ö3: *Zaten virgülü var baksana.*
- Ö2: *O zaman 1934 çıkıyor. Tam olarak doğru değeri elde ettik.*
- Ö1: *Başka bir değer söyleyin.*
- Ö2: *243 için 1943 vermelii. 243 yaz.*
- Ö1: *(GeoGebra'da modele değeri yazıyor)*
- Ö3: *1943 çıkıyor. Tamam ya. Bence doğru modeli bulduk.*

Bu diyaloga göre G1 grubu modelden elde ettikleri değerlerin problem verileriyle tutarlılığını karşılaştırarak modellerinin doğruluğuna karar vermiştir. Benzer şekilde G4 ve G5 grupları da GeoGebra yazılımını kullanarak problem verilerinin dışında ek veriler için modellerini test etmiş ve sonuçların mantıklı olup olmadığını tartışmıştır.

Doğrulama basamağında internet ve GeoGebra yazılımının üstlendiği diğer bir rol ise *modelin genellenebilirliğini test etmedir*. İnternet ve GeoGebra yazılımının üstlendiği bu rol G2 grubunun *Yağış Miktarı* problemiyle çalışması sırasında ortaya çıkmıştır. G2 grubu çözüme ulaştıktan sonra modelin benzer şartlardaki durumlar için geçerli olup olmadığını araştırmaya karar vermiştir. Grup üyeleri bu amaçla problemde verilen eyaletlere (Chicago ve Hawaii)yakın diğer eyaletlerdeki yıllık yağış miktarlarını internette araştırmıştır. Bu araştırma sonucunda Chicago eyaletine yakın bir konumda olan New Jersey Eyaletinin yıllık yağış miktarı verilerine ulaşmıştır. Grup üyeleri daha sonra bu verileri GeoGebra yazılımına girerek yaklaşık sonuçlar elde etmiş ve modellerinin genellenebilir bir model olduğu sonucuna varmıştır. Bu bağlamda doğrulama basamağında internet ve GeoGebra yazılımı matematiksel modelin benzer şartlardaki durumlar için geçerli olup olmadığının incelenmesine yardımcı olmuştur.

Doğrulama basamağında GeoGebra yazılımının olumlu rollerinin yanı sıra olumsuz bir rolü de ortaya çıkmıştır. Öğretmen adaylarının matematiksel modeli doğrulama esnasında yazılım yardımıyla elde ettikleri sonuçlara çok fazla güvenmesi teknolojinin olumsuz bir rolü olarak ortaya çıkmıştır. Yazılımın bu olumsuz etkisi G3 grubunun *1 Mil Dünya Rekoru* ve *Yağış Miktarı* problemleriyle çalışması sırasında ortaya çıkmıştır. G3 grubu ile yapılan odak grup görüşmesinde grup üyeleri, elde ettiği matematiksel modelin doğruluğundan şüphe etmesine rağmen modeli GeoGebra ile oluşturdukları için doğru olduğuna inandıklarını ifade etmiştir. *1 Mil Dünya Rekoru* probleminde G3 grubu ile bu durum üzerine yapılan odak grup görüşmesi aşağıda verilmiştir:

- Araştırmacı: Modellememizden şüphe duyduk demişsiniz. Neden?*
- Ö1: *Arkadaşımız (Ö2) bizden çok farklı düşünüyordu ama biz programa güvendik.*
- Ö2: *Şurada diyorum altı üstü 2 saniye kadar rekor farklılığı var. Yıl olarak sadece bu kadar yıl var diyorum. Bu seferde diyolar ki mesela aynı dakikada koşmuş ama yıl olarak yine aynı yılda koşmuş.*

Ö1: *Yani böyle farklılıklar demek ki olabiliyor. Yani bir şey bulmak imkânsız zaten. Yani matematiksel modellemede zaten tam net bir sonuç bulamıyorduk. Yaklaşık değerler falan buluyorduk. Onun için ben mesela bu sonucu daha güvenilir buldum yani bilgisayardaki sonucu. Mesela doğrusal yaptığımızda 2011 bulmuştuk.*

Ö2: *Ben 2011'i yine doğru kabul etmezdim mesela. 2011 çok uzak geliyor bana. 1998, 2001, 1999 bunlar daha mantıklı geliyor ama yapamadık, ispatlayamadık bu durumu.*

Araştırmacı: *Hala daha emin değilsiniz yani.*

Ö1: *Biz GeoGebra'ya güveniyoruz.*

Bu görüşme kayıtlarıG3 grubunun GeoGebra yardımıyla oluşturdukları modelin doğruluğu konusunda kararsızlığa düştüklerini, grup üyelerinden birinin (Ö2) elde ettikleri sonuçların mantıksız ve gerçeğe çok uzak sonuçlar olduğu konusunda ısrar ettiğini göstermektedir. Diğer grup üyeleri ise matematiksel modelin kesin sonuçlar vermesi gerektiğini, yaklaşık sonuçlar verebileceğini ve GeoGebra'dan elde ettikleri sonuçlara güvendiklerini belirtmiştir. Bu durumda, bilgisayar yazılımların her zaman doğru sonuçları verdiği düşüncesi, modelin geçerliliğini sağlamaya dönük çabaların göz ardı edilmesinin en temel sebeplerinden biri olmuştur.

### **Teorik Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular**

Gruplar deneysel modelleme problemlerine kıyasla teorik modelleme probleminde bilgisayar teknolojilerine daha az başvurmuştur (Merdiven probleminde neredeyse hiç kullanmamışlardır). Teorik modelleme problemlerinde teknoloji en fazla yararlanılan yer “basitleştirme” basamağı olmuştur. Deneysel modelleme problemlerine benzer şekilde “problemi anlama” ve “yorumlama” basamağı bilgisayardan en az yararlanılan (ya da hiç yararlanılmayan) basamaklar olmuştur.

Teorik modelleme problemlerini çözme sürecinde bilgisayar teknolojisinin öğretmen adayları tarafından nasıl kullanıldığına ilişkin yapılan içerik analizinden elde edilen kodlar Tablo 3 de özetlenmiştir.

Tablo 3. Teorik Modelleme Problemlerinde Teknolojinin Rolüne İlişkin Kodlar

Matematiksel Modelleme Süreci	Kodlar	Açıklama
Basitleştirme	Modelde kullanılacak değişkenleri belirleme*	Varsayımları ve durumu etkileyen değişkenleri belirlemek için problem durumu ile ilgili gerçek hayat verilerini araştırma amaçlı interneti kullanma
	Değişkenler ile ilgili sayısal verilere ulaşma*	Modelde kullanılacak değişkenlerin gerçek hayattaki sayısal değerlerini elde etmek amaçlı interneti kullanma
	Değişkenleri içeren dinamik yapıyı kurma*	Matematiksel modeli oluşturmak için belirlenen değişkenleri içeren dinamik yapının kurulması ve bu yapı yardımıyla ilişkilerin keşfedilmesi, açıklanması ve test edilmesi

Tablo 3'ün devamı

	Sayısal veri oluşturarak grafiğini çizme*	Değişkenlere yönelik sayısal verilerin elde edilmesi ve bu verilere ait grafiğin çizilerek ilişkilerin incelenmesi
Matematikselleştirme	Grafik Analizi	Ulaşılan gerçek hayat verileri veya problem durumu için oluşturulan veriler ile aynı veri grubuna ait farklı matematiksel modellerin incelenmesi ve bunlardan en uygununa karar verilmesi
	Problem durumunu yansıtan dinamik bir model oluşturma*	Belirlenen değişkenlere yönelik kurulan dinamik yapı yardımıyla çözüme ilişkin verileri elde etme
Matematiksel Çalışma	Matematiksel hesaplama yapma	Oluşturulan matematiksel modeller ile ilgili sayısal hesaplamaların yapılmasına yönelik yürütülen matematiksel çalışmalar
	Çözümün doğrulanması için ek sonuçlar elde etme	Matematiksel modelin geçerliliğini araştırmak amacıyla problem için oluşturulan verilerin dışında ek matematiksel sonuçların elde edilmesi
Yorumlama	Çözümün gerçek yaşamdaki karşılığını inceleme	Matematiksel modelden elde edilen sonuçların, gerçek yaşamdaki karşılığını araştırmak amaçlı interneti kullanma
Doğrulama	Gerçek ölçüleri yansıtan bir çizimle doğrulama yapma*	Oluşturulan model için kâğıt-kalem ile çizilen şeklin, GeoGebra yazılımına aktarılarak şekil üzerinde yapılan ölçümlerle modelin doğruluğunun incelenmesi
	Modelin doğruluğunu farklı değerler için test etme	Problem için oluşturulan sayısal verilerin haricinde farklı sayısal değerler için modelin doğru sonuç verip vermediğinin araştırılması

Teorik modelleme problemleri için modelleme sürecinin basitleştirme basamağında, bilgisayar teknolojisi (özellikle internet ve GeoGebra yazılımının kullanımı açısından) *modelde kullanılacak değişkenleri belirleme, değişkenler ile ilgili sayısal verilere ulaşma, değişkenleri içeren dinamik yapıyı kurma, sayısal veri oluşturarak grafiğini çizme* şeklinde deneysel modelleme problemlerinde sahip olduğundan farklı roller üstlenmiştir.

*Modelde kullanılacak değişkenleri belirleme* rolüne G2 grubunun *Deniz Feneri* problemi üzerindeki çalışması örnek verilebilir. G2 grubu *Deniz Feneri* probleminde, problem durumu etkileyen değişkenlerin tespiti ve mevcut değişkenleri içinden hangilerinin dikkate alınması gerektiği konusunda yaşadığı güçlükleri aşmak için internet üzerinden araştırma yapmıştır. Bu süreçte G2 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

- Ö1: *Bence deniz fenerlerini bir araştıralım. Mesela yüksekliklerini inceleyelim. Deniz fenerlerinin özellikleri yazsana.*
- Ö2: *(İnternette araştırıyor)*
- Ö1: *Bak burada deniz fenerlerinin çeşitleri varmış. Kıyı fenerleri, ada fenerleri falan.*
- Ö3: *Onlara gerek yok. Devam et.*

- Ö4: Işıkların da çeşitleri de varmış. Beyaz ışık, sarı ışık, kırmızı ışık diyor. Bunların hepsi farklı uzaklıklardan görünüyormuş.
- Ö2: Onları ihmal ederiz. Sonuçta hepsi için ayrı denklem yazamayız. Daha genel bir şey bulmamız lazım bizim.
- Ö1: Türkiye'deki deniz fenerlerine bak. Bence bu deniz fenerlerinin boylarına göre görüş mesafelerine bakalım. Böyle birkaç tane bulursak aralarında belki bir bağıntı vardır.

G2 grubu internet üzerinden yaptığı araştırma neticesinde deniz fenerlerinin çeşitleri, ışık türleri gibi değişkenler belirlemiş, bunlardan hangilerini modelde kullanacakları, hangilerini ihmal edecekleri konusunda tartışmıştır. Basitleştirme basamağında internet kullanımını problemin çözümüne ilişkin varsayımların oluşturulması ve çözüm için dikkate alınacak değişkenlerin belirlenmesine yardımcı olmuştur.

Basitleştirme basamağında internet *değişkenler ile ilgili sayısal verilere ulaşma* şeklinde bir rolde üstlenmiştir. Teorik modelleme problemleri doğası gereği çok fazla sayısal bilgi içermemektedir. Öğretmen adayları kendileri için temel bir güçlük kaynağı olan bu durumu, internet vasıtasıyla probleme ilişkin sayısal veriler elde ederek aşma gayretine girmiştir. G2, G3, G4 ve G5 grupları *Deniz Feneri* problemi üzerinde çalışırken interneti bu amaçla kullanmıştır. Burada internet matematiksel modelde kullanılacak değişkenlere ilişkin sayısal değerlerinin elde edilmesi, bu verileri kullanarak matematiksel modelin belirlenmesi ve sayısal hesaplamaların yapılması açısından önemli fırsatlar sağlamıştır. Örneğin; G2 grubu internet aracılığıyla Türkiye'de bulunan deniz fenerlerinden Rumeli Feneri ve Anadolu Feneri'nin boyu, denizden yüksekliği ve görüş mesafesi ile ilgili verilerine ulaşmıştır (Bkz. Şekil 8).

Türkiye'de bulunan diğer deniz fenerlerinin görüş mesafesinde yola çıktık.

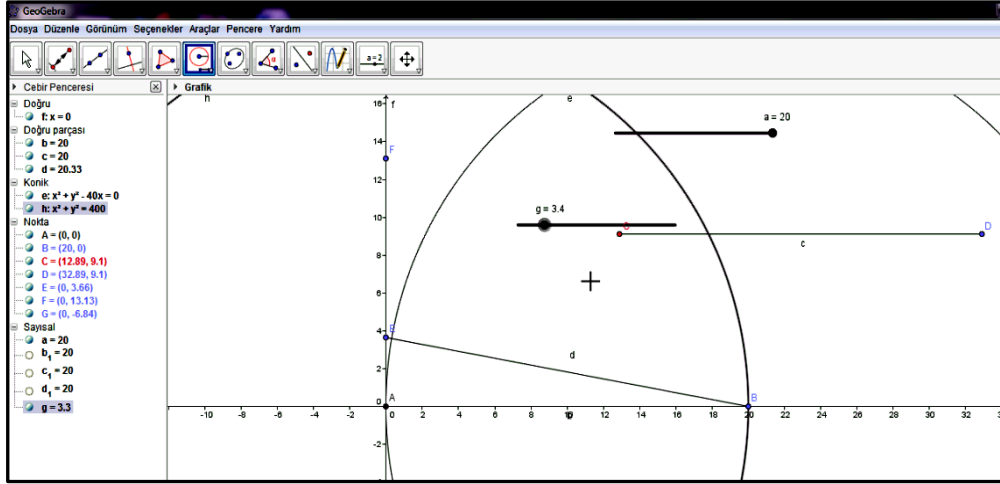
	Boy	Denizden yüksekliği	Görüş mesafesi
Rumeli:	30 m	58 m	18 mil
Anadoluf:	20 m	75 m	16 mil

Şekil8. G2 grubunun değişkenlere ilişkin internetten elde ettiği veriler

Çözüm sürecinin ilerleyen aşamalarında G2 grubu bu veriler arasında nasıl bir ilişki olduğuna odaklanmış ve problem durumuna uygun matematiksel modeli elde etmeye çalışmıştır. Bu bağlamda teorik modelleme sürecinde internetin varlığı, değişkenlerin sayısal olarak ifade edilmesi ve böylelikle modele daha kolay ulaşılması açısından öğretmen adaylarına yardımcı olmuştur.

Basitleştirme basamağında bilgisayar teknolojisinin (özellikle GeoGebra yazılımının) üstlendiği rollerden bir diğeri *değişkenleri içeren dinamik yapıların oluşturulmasıdır*. GeoGebra yazılımı, öğretmen adaylarına belirlenen değişkenleri içeren yapının dinamik bir şekilde kurulması, bu dinamik yapı vasıtasıyla değişkenler arasındaki ilişkilerin keşfedilmesi, açıklanması ve test edilmesi olanağı sunmuştur. Teorik modelleme problemleri incelendiğinde *Deniz Feneri* probleminde G1 grubu,

*Dönme Dolap* probleminde G2 grubu ve *Merdiven* probleminde (G2 grubu hariç) tüm gruplar GeoGebra yazılımını kullanarak değişkenleri içeren dinamik yapılar oluşturmaya çalışmıştır. Gruplar oluşturdukları bu dinamik yapılar yardımıyla değişkenler arasındaki ilişkileri görmeye çalışmıştır. G5 grubunun *Merdiven* problemi için oluşturduğu dinamik yapı Şekil 9'da verilmiştir.



Şekil 9. G5 grubunun *Merdiven* problemi için oluşturduğu dinamik yapı

Şekil 9'da görüldüğü gibi G5 grubu koordinat eksenleri üzerinde sabit uzunluklu birer doğru parçası oluşturmuştur. Daha sonra merdivenin uç noktaları için sürgü oluşturarak yazılımın iz bırakma özelliğini kullanmak istemişlerdir. Ancak G5 grubu sürgüyü doğru şekilde uygulayamamıştır. Benzer şekilde G1, G3 ve G4 grupları da merdivenin her iki ucunun aynı anda hareket etmesini ve merdivenin boyunun sabit kalmasını sağlayacak dinamik yapıyı oluşturmada oldukça zorlanmıştır. Yapılan görüşmelerde gruplar yaşadıkları bu zorluğun dinamik yapıları kurmaya yönelik yeterli deneyimlerinin olmamasından kaynaklandığını ifade etmiştir. *Merdiven* problemi için grupların hiçbiri problem durumunu yansıtan dinamik yapıyı GeoGebra yazılımıyla tam olarak oluşturmada başarılı olamamıştır. Ancak bu gayret G5 grubunun merdiven üzerindeki noktanın elips şeklinde bir yörüngede hareket ettiğini fark etmesini sağlamıştır. G5 grubu oluşturduğu dinamik yapıda merdivenin uzunluğunu sabit tutamasa da, noktanın her iki eksene olan uzaklığının değiştiğini ve bu uzaklıkların toplamının sabit olduğunu görmüştür. Bu bağlamda GeoGebra yazılımı, değişkenler arasındaki ilişkilerin dinamik olarak incelenmesine ve keşfedilmesine yardımcı olmuştur.

Basitleştirme basamağında bilgisayar teknolojisi son olarak *oluşturulan sayısal verilerin grafiğinin çizilmesi* rolünü üstlenmiştir. Özellikle GeoGebra yazılımının üstlendiği bu role G2 grubunun *Deniz Feneri* problemi, G1, G2, G3 ve G5 gruplarının *Dönme Dolap* problemi üzerindeki çalışmaları örnek gösterilebilir. G1, G2, G3 ve G5 grupları *Dönme Dolap* probleminde sayısal veri oluşturmaya dayalı bir çözüm yolu takip etmiştir. Bu gruplar dönme dolabın bir turu dönme sürecinde koltuğun belli noktalardaki yerden yüksekliğine ait veriler oluşturmuştur. Gruplar daha sonra bu verileri GeoGebra yazılımında hesap çizelgesine girerek grafiğini çizmiştir. Gruplar oluşturdukları veriler için çizdikleri grafik yardımıyla veriler arasındaki ilişkileri

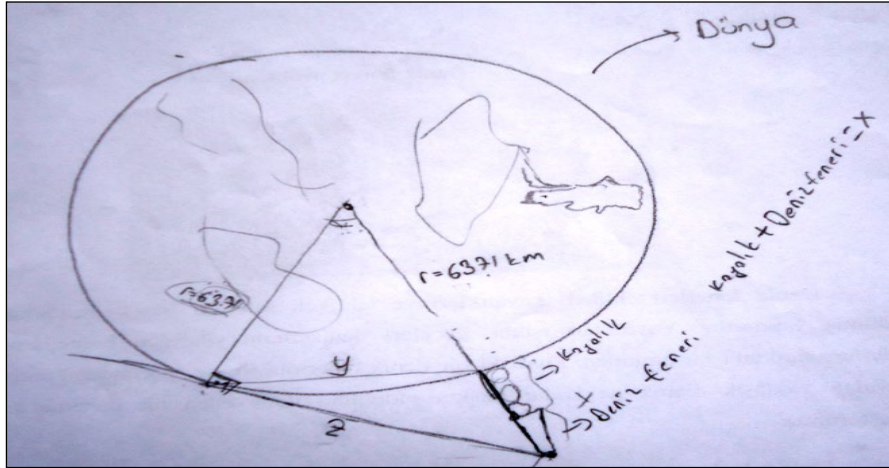






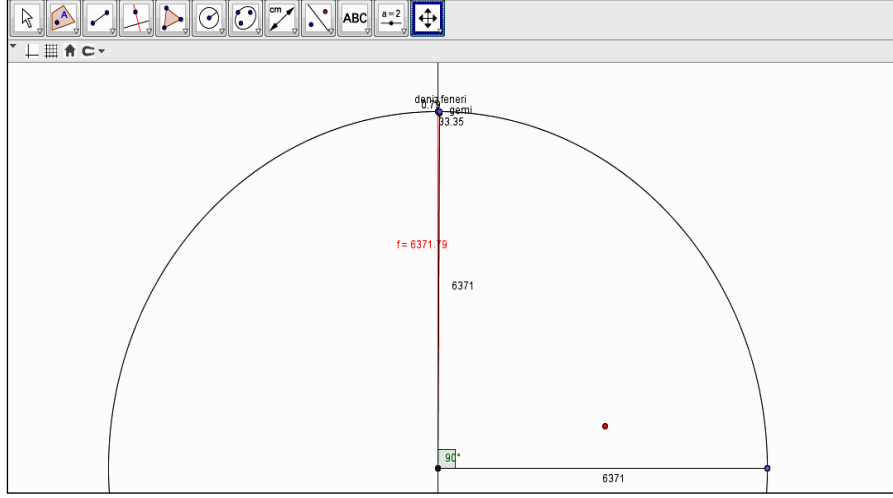
çizmiştir. Burada [AB] deniz fenerini temsil etmektedir. Daha sonra yatay doğru üzerinde geminin yerini temsil eden bir hareketli bir C noktası almışlardır. G1 grubu problemde 79m olarak verilen Şile Deniz Feneri'nin uzunluğunu yazılımda cm cinsinden ele almıştır. Kurdukları bu dinamik yapı yardımıyla G1 grubu, geminin deniz fenerini ilk kez gördüğü açı (0 derece) için geminin deniz fenerine olan uzaklığını hesaplamıştır. Bu sırada grup, yazılımının cebir penceresini kullanarak oluşturdukları dinamik yapıda değişkenler arasındaki ilişkiyi temsil eden fonksiyonu elde etmeye çalışmıştır. Burada görüldüğü gibi GeoGebra yazılımının geometri ve cebir penceresinin etkileşimli olarak kullanılabilmesi, öğretmen adaylarına modeli hem dinamik hem de cebirsel olarak temsil etme olanağı sunmuştur. Teorik modelleme problemlerinin matematiksel çalışma basamağında, tıpkı deneysel modelleme problemlerinde olduğu gibi, GeoGebra yazılımı ön plana çıkmış olup *matematiksel hesaplama yapma ve çözümün doğrulanması için ek sonuçlar elde etme* rollerini üstlenmiştir. Yine deneysel modelleme problemlerine benzer şekilde, teorik modelleme problemlerinde yorumlama basamağında internet ön plana çıkmış ve internet kullanımı *çözümün gerçek yaşamdaki karşılığını inceleme* rolünü üstlenmiştir.

Doğrulama basamağında GeoGebra yazılımı *gerçek ölçüleri yansıtan bir çizimle doğrulama yapma ve modelin doğruluğunu farklı değerler için test etme* rollerini üstlenmiştir. *Gerçek ölçüleri yansıtan bir çizimle doğrulama yapma* rolü G4 grubunun *Deniz Feneri* problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır. G4 grubu *Deniz Feneri* probleminde kâğıt-kalem çalışmasıyla oluşturduğu modelin (Bkz. Şekil 12) doğruluğunu incelemek amacıyla, problem durumundaki ölçülere sahip bir yapıyı GeoGebra yazılımında oluşturma gayreti içine girmiştir.



Şekil 12. G4 grubunun Deniz Feneri Problemi için kâğıt-kalemle çizdiği şekil

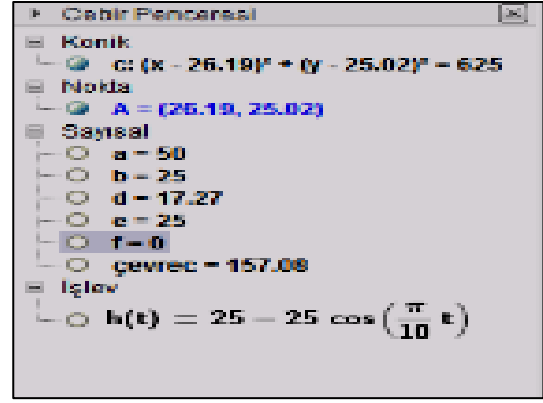
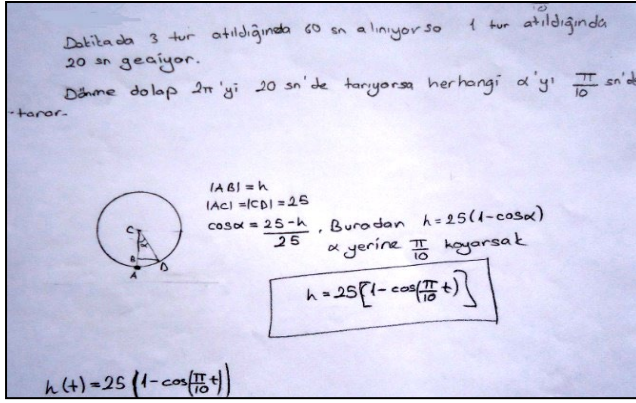
Grup üyeleri bu amaçla problemde metre cinsinden verilen değerleri santimetre cinsine dönüştürmüştür. G4 grubunun *Deniz Feneri* probleminde modelin doğruluğunu test etmeye yönelik yazılım üzerinde yaptığı çalışmalar ise Şekil 13'te verilmiştir.



Şekil 13. G4 grubunun modelin doğruluğunu şekil çizerek test etmeye yönelik yaptığı çalışmalar

Şekil 13'te G4 grubu GeoGebra yazılımında bir çember çizerek dünyayı temsil etmiştir. Çember üzerinde bir noktayı deniz fenerini bir başka noktayı ise geminin yerini temsil etmek amacıyla kullanmışlardır. G4 grubu daha sonra köşeleri sırasıyla çemberin merkezi, deniz feneri ve gemi için belirledikleri nokta olan bir dik üçgen oluşturmuştur. Grup üyeleri bu dik üçgen üzerinde yaptıkları hesaplamalardan elde ettikleri değerlerin gerçek hayat değerine yakın olduğunu gördüğünde yaptıkları çözümün doğru olduğuna ikna olmuştur.

Doğrulama basamağında GeoGebra yazılımının üstlendiği diğer bir rol *modelin doğruluğunu farklı değerler için test etmedir*. Yazılımın üstlendiği bu role G1, G4 ve G5 gruplarının *Dönme Dolap* problemi ile çalışmasında rastlanmaktadır. Bu gruplar *Dönme Dolap* problemi için oluşturdukları verilerin haricinde farklı değerler için matematiksel modelin doğru sonuç verip vermediğini araştırmıştır. Bu doğrultuda gruplar GeoGebra yazılımında koltuğun belli zaman aralıklarındaki yerden yüksekliği için elde ettikleri ek sonuçlar yardımıyla oluşturdukları modellerin geçerli olup olmadığını araştırmıştır. Örneğin G4 grubu oluşturduğu modeli yazılımın cebir penceresine fonksiyon olarak yazmış ve farklı zaman verileri (t) için koltuğun yüksekliğine ait sonuçları bu fonksiyon (h(t))yardımıyla test etmiştir. G4 grubunun modeli oluşturmaya yönelik çözüm kâğıdında yaptığı çalışmalar Şekil 14a'da, GeoGebra yazılımında modeli doğrulamaya yönelik yaptığı çalışmalar ise Şekil 14b'de verilmiştir.



Şekil 14a.G4 grubunun modeli oluşturmaya yönelik çözüm kâğıdında yaptığı çalışmalar

Şekil 14b. G4 grubunun modeli doğrulamaya yönelik GeoGebra yazılımında yaptığı çalışmalar

Doğrulama basamağında GeoGebra yazılımı matematiksel modelin ve modelden elde edilen sonuçların, problem durumuna gerçekçi bir çözüm getirip getirmediğinin sorgulanmasını sağlamıştır.

### Tartışma

Deneysel ve teorik modelleme problemlerinde teknolojik araçların rolünü belirlemek amacıyla yapılan bu çalışmada öğretmen adayları deneysel modelleme problemlerinde modelleme sürecinin tüm basamaklarında, teorik modelleme problemlerinde ise problemi anlama basamağı dışındaki tüm basamaklarda teknolojiyi aktif olarak kullanmıştır.

Her iki problem türü için de bilgisayara dayalı teknolojiler basitleştirme, matematikselleştirme, matematiksel çalışma, yorumlama ve doğrulama basamaklarında önemli roller üstlenmiştir. Basitleştirme basamağında gerçek yaşam problemine ait değişkenler grafiklerle veya dinamik yapılarla temsil edilmiştir. Böylece bu basamakta teknolojik araçlar problemin görselleştirilmesi, değişkenler arasındaki ilişkilerin keşfedilmesi ve uygun varsayımların belirlenmesine katkıda bulunmuş olup öğretmen adaylarına farklı buluşsal stratejiler üretme imkânı sunmuştur. Benzer nitelikte fırsatlar literatürde de yer almaktadır (Santos-Trigo & Reyes-Rodríguez, 2011). Matematikselleştirme basamağında teknolojik araçlar yardımıyla matematiksel model formüle edilmiştir. Bu süreçte öğretmen adayları bilgisayar ekranında oluşturdukları dinamik yapıları veya verilen duruma uygun elde ettikleri yeni verileri analiz etmiş, kağıt-kaleme dayalı ortamlardakinden daha farklı çözüm yolları izlemiştir. Ferruci ve Carter'ın (2003) teknolojik araçların öğrencilere dinamik yapılar oluşturma, geometrik, cebirsel ve istatistiksel analiz biçimlerini içeren farklı temsilleri seçme ve bu temsiller arasında geçiş yapma olanağı sunduğunu ifade etmektedir. Gerçekten de bu çalışmada, özellikle matematikselleştirme basamağında teknoloji kullanımı öğretmen adaylarının aynı veri grubuna ait farklı matematiksel modelleri kolaylıkla oluşturmalarını sağlamıştır. Bu ise en uygun modeli belirleme gibi daha üst

düzey bilgi ve beceri kullanmalarını gerektiren durumlarla öğretmen adaylarını karşı karşıya bırakmıştır. Matematiksel çalışma basamağında öğretmen adayları elde ettikleri modeller ile ilgili hesaplamalar yapma ve matematiksel sonuçları elde etme amacıyla sıklıkla GeoGebra yazılımını kullanmıştır. Bu bağlamda GeoGebra yazılımı öğretmen adaylarının karmaşık veya yorucu sayısal hesaplamalar ile mücadele etmek yerine, modelin uygulanmasına ve matematiğe odaklanmalarına yardımcı olmuştur. Bu sonuca benzer şekilde Ang (2010) de SARS, Excel gibi farklı teknolojik yazılımların modelleme sürecinde sağladığı hesaplama kolaylığına dikkat çekmektedir. Yorumlama basamağında internetin varlığı matematiksel sonuçların gerçek yaşamdaki karşılığının araştırılmasına destek olmuştur. Doğrulama basamağında ise teknolojik araçlar oluşturulan modellerin geçerliliğinin tartışılması açısından önemli fırsatlar sağlamıştır. Bu basamakta GeoGebra yazılımı problem verilerinin test edilmesinde, matematiksel modelin farklı modellerle karşılaştırılmasında ve böylelikle oluşturulan modelin eksik veya üstün yanlarının incelenmesinde kolaylık sağlamıştır.

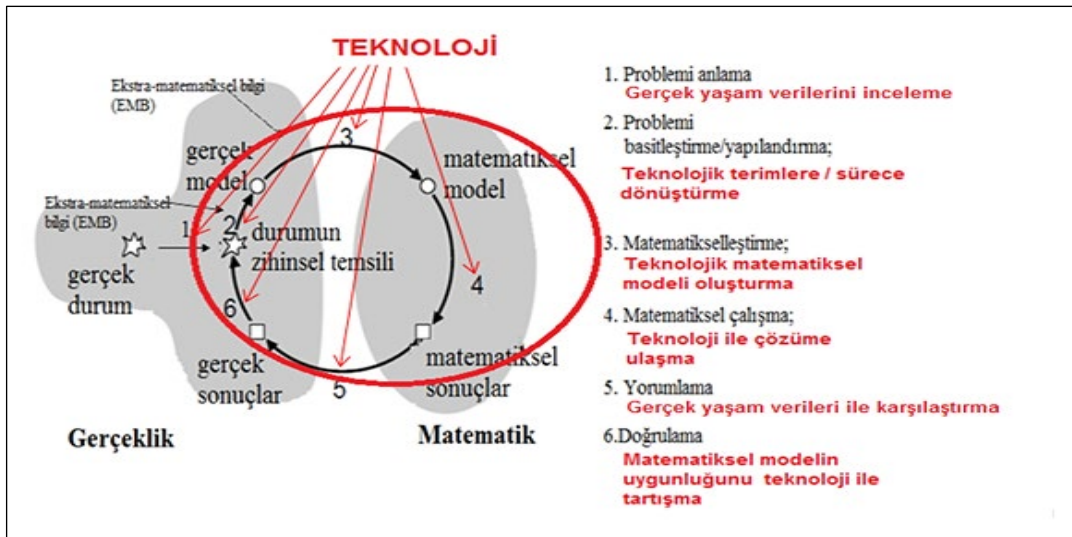
Genel anlamda matematiksel modelleme sürecinde bilgisayar teknolojilerin süreci destekleyen ve kolaylaştıran roller üstlendiği söylenilebilir. Ancak bazı durumlarda teknolojinin varlığı bir takım olumsuzluklara da sebep olmuştur. Bunlar en belirgin şekilde doğrulama basamağında görülmüştür. Öğretmen adayları özellikle deneysel modelleme problemleri ile çalışma sürecinde teknolojiye çok fazla güvenmiş ve bu durum modelin geçerliliğini sağlama aşamasının göz ardı edilmesine sebep olmuştur. Lingefjärd'in (2000) çalışması da benzer olumsuzlukları tespit etmiştir.

Deneysel ve teorik modelleme problemlerini çözme sürecinde teknolojinin farklı roller üstlendiği durumlarda olmuştur. Deneysel modelleme problemlerinde teknolojinin rolü basitleştirme, matematikselleştirme, matematiksel çalışma ve doğrulama basamaklarında ön plana çıkarken, teorik modelleme problemlerinde daha çok basitleştirme basamağında ön plana çıkmıştır. Her iki problem türünde internetin kullanım amacı da farklılık göstermiştir. Deneysel modelleme problemlerinde internet problemin bağlamını araştırmak amacıyla problemi anlama basamağında kullanılırken, teorik modelleme problemlerinde varsayımların ve değişkenlerin belirlenmesi amacıyla basitleştirme basamağında kullanılmıştır. Bu durumun teorik modelleme problemlerinde durumu etkileyen değişkenlerin fazlalığı nedeniyle uygun varsayımların belirlenmesinin daha karmaşık bir süreç olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Deneysel modelleme problemlerinde teknolojik araçlar grafiksel gösterimlerin kullanılmasını sağlarken, teorik modelleme problemlerinde hem grafiksel hem de dinamik gösterimlerin bir arada kullanılmasını sağlamıştır. Deneysel modelleme problemlerinin gerçek yaşam verilerinden oluşan büyük veri grupları içermesi nedeniyle verilerin düzenlenmesinde GeoGebra yazılımı gerçek yaşam verilerinin hızlı ve hatasız bir şekilde daha rahat çalışılabilir duruma dönüştürülmesini sağlamıştır. Teorik modelleme problemlerine gelindiğinde ise teknoloji değişkenleri içeren dinamik yapıların oluşturulmasını sağlamıştır. Kurulan dinamik yapılar öğretmen adaylarının farklı ihtimalleri deneyerek çıkarımlarda

bulunmasına yardımcı olmuştur. Her iki modelleme türünde teknolojinin rolüne yönelik ortaya çıkan farklılıkların deneysel ve teorik modelleme problemlerinin yapısından kaynaklı farklı çözüm süreçleri içermesinden kaynaklandığı söylenebilir.

Bilgisayar teknolojilerinin varlığı öğretmen adaylarına teorik modelleme problemlerinin doğasını deneysel modelleme problemlere dönüştürme ve çözme olanağı sunmuştur. Bu duruma örnek olarak dönem dolap problemi verilebilir. Bu ise her iki modelleme türünde teknolojinin benzer rollerin ortaya çıkmasına sebep olmuştur. Dönme Dolap probleminde gruplar bağlama uygun sayısal veriler oluşturarak problemi deneysel modelleme problemine çevirmiştir. Gruplar daha sonra GeoGebra yazılımında bu verilerin grafiğini çizerek, veriler ile regresyon analizi yapmıştır. Bu bağlamda hem deneysel hem de teorik modelleme problemlerinin basitleştirme basamağında teknoloji grafik çizme rolünü, matematikselleştirme basamağında ise grafik analizi rolünü üstlenmiştir. Matematiksel çalışma basamağında ise teknoloji her iki modelleme türü için hesaplama yapma ve çözümün doğrulanması için ek sonuç elde etme rollerini üstlenmiştir. Yorumlama basamağında hem deneysel hem de teorik modelleme problemlerinde internet modelden elde edilen sonuçların gerçek yaşam verileri ile karşılaştırılması ve tartışılması açısından önemli fırsatlar sağlamıştır. Ortaya çıkan bu benzerliklerin öğretmen adaylarının teorik modelleme problemlerini deneysel modelleme problemlerine dönüştürme yaklaşımı içine girmesinden kaynaklandığı düşünülmektedir.

Bu araştırmadan elde edilen sonuçlar doğrultusunda Borromeo-Ferri'nin (2006) matematiksel modelleme döngüsü, teknoloji boyutu eklenerek Şekil 15' teki gibi yeniden düzenlenmiştir.



Şekil 15. Teknoloji ile genişletilmiş bilişsel modelleme döngüsü

Şekil 15'te görüldüğü gibi teknoloji matematiksel modelleme sürecinin tüm aşamalarında rol oynamıştır. Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde ortaya çıkan yaklaşım ve düşünme süreçlerini

inceleyen Hıdıroğlu (2012) çalışmasının sonucunda modelleme sürecinin basamaklarının tümünün teknolojiye bağımlı olmadığını ancak basamakların büyük çoğunluğunun teknolojinin etkisiyle şekillendiğini ifade etmiştir. Bu çalışmada ise Hıdıroğlu'nun (2012) çalışmasından farklı olarak teknoloji modelleme sürecinin tüm basamaklarına etki etmiştir. Ortaya çıkan bu farklılığın süreç boyunca kullanılan teknolojik araçlardaki farklılıktan kaynaklandığı düşünülmektedir. Nitekim bu çalışmada Hıdıroğlu'nun (2012) çalışmasından farklı olarak kullanılan internet erişimine sahip bilgisayarlar özellikle problemi anlama, basitleştirme ve yorumlama basamaklarında önemli bir rol üstlenmiştir. Bu bağlamda bu çalışmada teknolojik araçlar yalnızca grafik çizimi veya hesaplama aracı olmaktan çıkıp, gerçek yaşam durumu ile ilgili araştırılma yapılmasını, yeni fikir ve çözüm stratejilerinin ortaya çıkmasını sağlamıştır.

### Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmanın sonucunda teknolojik araçların matematiksel modelleme sürecini desteklemeye yönelik birçok olumlu rolü ortaya çıkmıştır. Teknolojik araçların kullanımı karmaşık ve zor bir süreç olarak tanımlanan matematiksel modelleme sürecinde kolaylaştırıcı bir rol oynamıştır. Sürecin ilk basamağı olan problemi anlama basamağında internetin varlığı “bilgi sağlayıcı bir rol” üstlenmiş ve problem bağlamının yorumlanmasına katkıda bulunmuştur. Basitleştirme basamağında ise teknolojik araçlar “verileri düzenleyici”, “verilere ait grafikleri oluşturucu” ve “problem durumunu yansıtan dinamik yapılar oluşturucu” roller üstlenmiştir. Bu durum öğretmen adaylarına değişkenler arasındaki ilişkileri inceleme ve formüle etme olanağı sunmuştur. Matematikselleştirme basamağında “veriler üzerinde karmaşık analizleri (regresyon analizi gibi) yapma”, “olası matematiksel modeller oluşturma” ve “farklı çözüm stratejilerine olanak sağlayıcı” rollere sahip olmuştur. Matematiksel çalışma basamağında ise “hızlı ve hatasız hesap yapma” rolü ortaya çıkmıştır. Yorumlama basamağında internet varlığı modelden elde edilen sonuçların gerçek yaşamdaki karşılığının incelenmesi açısından kıyas yapmaya temel olacak veriler için yine “bilgi sağlayıcı bir rol üstlenmiştir denilebilir. Son olarak doğrulama basamağında “modeli test etme” rolüne sahip olmuştur. Bununla birlikte Öğretmen adaylarının matematiksel modelleri oluşturma ve bu modelleri doğrulama esnasında teknoloji yardımıyla elde ettikleri sonuçlara çok fazla güvenmesi teknolojinin olumsuz bir rolü olarak ortaya çıkmıştır.

Çalışmanın sonucunda deneysel ve teorik modelleme problemlerini çözme sürecinde teknolojik araçların rollerine ilişkin farklılıklar gözlenmiştir. Deneysel modelleme problemlerinde teknolojinin rolü basitleştirme, matematikselleştirme, matematiksel çalışma ve doğrulama basamaklarında ön plana çıkarken, teorik modelleme problemlerinde daha çok basitleştirme basamağında ön plana çıkmıştır. Deneysel modelleme problemlerinde grafiksel ve cebirsel gösterimler ön plana çıkmış olup, teorik modelleme problemlerinde grafiksel, cebirsel ve dinamik gösterimler bir arada kullanılmıştır. Deneysel modelleme problemlerinde internet problemin

bağlamını araştırmak amacıyla kullanılırken, teorik modelleme problemlerinde varsayımların ve değişkenlerin belirlenmesi amacıyla kullanılmıştır. Deneysel ve teorik modelleme problemlerinde farklı doğrulama yaklaşımları da ortaya çıkmıştır. Öğretmen adayları deneysel modelleme problemleri için oluşturduğu modellerin benzer şartlardaki durumlar için geçerli olup olmadığını internet ve yazılım aracılığıyla test etmiştir. Teorik modelleme problemlerinde ise model için kâğıt-kalem ile çizilen şekil, GeoGebra yazılımına aktarılarak şekil üzerinde yapılan ölçümlerle modelin doğruluğu incelenmiştir.

Gerçekleştirilen araştırmanın sonuçlarına bağlı olarak, teknolojik araçların öğretmen adayları için sağladığı zengin bilişsel ortam ve modelleme sürecinde sağladığı fırsat ve imkânlar düşünüldüğünde öğrencilerin matematiksel modelleme problemleri ile çalışmalarını sürecinde uygun teknolojik araçların sağlanması önerilmektedir. Bununla birlikte 2018 yılında yürürlüğe giren yeni ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programında (Yüksek Öğretim Kurulu [YÖK], 2018) da yer bulan matematiksel modelleme dersinin içeriğinde teknoloji destekli matematiksel modellemeye yer verilmesi, teknoloji ile matematiksel modellemeyi entegre edecek modelleme etkinlikleri geliştirilmesi ve uygulanması önerilmektedir. İleride yapılacak olan çalışmalarda teknoloji destekli matematiksel modellemeye yönelik bir öğrenme ortamı tasarlanarak etkililiği araştırılabilir. Benzer özellikte iki farklı çalışma grubundan birine teknoloji destekli matematiksel modelleme süreci, diğerine kâğıt-kaleme dayalı bir matematiksel modelleme süreci yaşatılarak teknolojinin matematiksel modelleme yeterliklerindeki değişime etkisi incelenebilir.

### Kaynaklar

- Ang, K. C. (2001). Teaching mathematical modelling in Singapore schools. *The Mathematics Educator*, 6(1), 63-75.
- Ang, K. C. (2010). *Teaching and learning mathematical modelling with technology*. Retrieved November 10, 2015 from [http://atcm.mathandtech.org/ep2010/invited/3052010\\_18134.pdf](http://atcm.mathandtech.org/ep2010/invited/3052010_18134.pdf).
- Arzarello, F., Ferrara, F., & Robutti, O. (2012). Mathematical modelling with technology: the role of dynamic representations. *Teaching Mathematics and its Applications*, 31(1), 20-30.
- Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Ankara: Harf Yayıncılık.
- Berry, J., & Houston, K. (1995). *Mathematical modelling*. Bristol: J. W. Arrowsmith Ltd.
- Blomhøj, M. (1993). Modelling of dynamical systems at O-level. In J. de Lange, C. Keitel, I. Huntley, & M. Niss (Eds.), *Innovation in mathematics education by modelling and applications* (pp. 257-268). Chichester: Ellis Horwood.
- Blum, W., & Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58.



- Borromeo-Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 86–95.
- Ferrucci, B. J., & Carter, J. A. (2003). Technology-active mathematical modelling. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34(5), 663-670.
- Galbraith, P., & Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *The International Journal on Mathematics Education*, 38(2), 143-162.
- Geiger, V. (2011). Factors affecting teachers' adoption of innovative practices with technology and mathematical modeling. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, and G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and Learning of Mathematical Modeling*, (ICTMA 14) (pp 305 – 314). New York: Springer.
- Ghosh, J. B. (2015). Learning mathematics in secondary school: the case of mathematical modelling enabled by technology. In S. J. Cho (Ed.), *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 203-222). Switzerland: Springer International Publishing.
- Haines, C., & Crouch, R. (2007). Mathematical modelling and applications: Ability and competence frameworks. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn, and M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (pp. 417-424). New York; NY: Springer.
- Hıdıroğlu, Ç. N. (2012). *Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinin analiz edilmesi: yaklaşım ve düşünme süreçleri üzerine bir açıklama* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Hıdıroğlu, Ç. N. (2015). *Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinin analizi: Bilişsel ve üstbilişsel yapılar üzerine bir açıklama* (Yayınlanmamış doktora tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Hickman, F. (1987). Application of AI techniques to formulation in Mathematical Modelling. *Mathematical Modelling*, 8, 43-47.
- Jiang, Z. (2001). *The use of technology in a college mathematical modeling class*. Retrieved November 06, 2015 from <http://epatcm.any2any.us/EP/EP2003/index.html>.
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *The International Journal on Mathematics Education*, 38(3), 302-310.
- Kant, S. (2011). *İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin model oluşturma süreçleri ve karşılaşılan güçlükler* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). On Dokuz Mayıs Üniversitesi, Samsun.



- Korkmaz, E. (2010). *İlköğretim matematik ve sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel modellemeye yönelik görüşleri ve matematiksel modelleme yeterlikleri (Yayınlanmamış doktora tezi)*. Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.
- Lingefjärd, T. (2000). *Mathematical modeling by prospective teachers using technology* (Doctoral dissertation, University of Georgia). Retrived from <http://files.eric.ed.gov>
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2005). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basımevi.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2018a). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar)*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2018b). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P. L. (2007). Introduction. In M. Niss, W. Blum, H. Henn, and P. L. Galbraith (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (pp. 3-32). New York: Springer.
- Santos-Trigo, M., & Reyes-Rodríguez, A. (2011). Teachers' use of computational tools to construct and explore dynamic mathematical models. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 42(3), 313-336.
- Siller, H. S., & Greefrath, G. (2010). Mathematical modelling in class regarding to technology. In Durand-Guerrier, V., Soury-Lavergne, S. and Arzarello, F. (Eds.), *Proceedings of the sixth congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2136-2145). France: Lyon.
- Sol, M., Giménez, J., & Rosich, N. (2011). Project modelling routes in 12–16-year-old pupils. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, and G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 231-240). Netherlands: Springer.
- Şahin, S., Doğan, M. F. ve Gürbüz, R. (2018). Matematiksel modelleme öğretiminde öğretmen yeterlikleri. R. Gürbüz ve M. F. Doğan (Ed.), *Matematiksel modellemeye disiplinler arası bakış: Bir STEM yaklaşımı*. (ss. 81-94). Ankara: Pegem Akademi.
- Yang, Z., & Yin F. (2015). The interaction between mathematical modeling and computer. In Yang, L. and Zhao, M. (Eds), *International Industrial Informatics and Computer Engineering Conference (IIICEC 2015)* (pp.685-688). China: Atlantis Press.
- Yükseköğretim Kurulu Başkanlığı [YÖK], (2018). *Yeni öğretmen yetiştirme lisans programları*. Retrieved June 11, 2018,

from [http://www.yok.gov.tr/documents/10279/41805112/Ilkogretim\\_Matematik\\_Lisans\\_Programi.pdf](http://www.yok.gov.tr/documents/10279/41805112/Ilkogretim_Matematik_Lisans_Programi.pdf)

## Ek 1. Çalışmada Kullanılan Matematiksel Modelleme Problemleri

### 1. Bir Mil Dünya Rekoru Problemi

Aşağıdaki tabloda 1913 ve 1993 yılları arasında 1 mil mesafe için kırılan dünya rekorlarına ait süreler (dakika ve saniye cinsinden) verilmiştir.

Zaman	İsim	Ülke	Tarih	Yer
4:14.4	John Paul Jones	USA	31.5.1913	Cambridge
4:12.6	Norman Taber	USA	16.7.1915	Cambridge
4:10.4	Paavo Nurmi	FIN	23.8.1923	Stockholm
4:09.2	Jules Ladoumegue	FRA	4.10.1931	Paris
4:07.6	Jack Lovelock	NZL	15.7.1933	Princeton, N.J.
4:06.8	Glen Cunningham	USA	16.6.1934	Princeton, N.J.
4:06.4	Sydney Wooderson	GBR	28.8.1937	Motspur Park
4:06.2	Gunder Hagg	SWE	1.7.1942	Gothenburg
4:06.2	Arne Anderson	SWE	10.7.1942	Stockholm
4:04.6	Gunder Hagg	SWE	4.9.1942	Stockholm
4:02.6	Arne Anderson	SWE	1.7.1943	Gothenburg
4:01.6	Arne Anderson	SWE	18.7.1944	Malmö
4:01.4	Gunder Hagg	SWE	17.7.1945	Malmö
3:59.4	Roger Bannister	GBR	6.5.1954	Oxford
3:58.0	John Landy	AUS	21.6.1954	Turku, Finland
3:57.2	Derek Ibbotson	GBR	19.7.1957	London
3:54.5	Herb Elliott	AUS	6.8.1958	Dublin
3:54.4	Peter Snell	NZL	27.1.1962	Wanganui
3:54.1	Peter Snell	NZL	17.1.1964	Auckland
3:53.6	Michel Jazy	FRA	9.6.1965	Rennes
3:51.3	Jim Ryun	USA	17.7.1966	Berkeley, Calif.
3:51.1	Jim Ryun	USA	23.6.1967	Bakersfield
3:51.0	Filbert Bayi	TAN	17.5.1975	Jamaica
3:49.4	John Walker	NZL	12.8.1975	Gothenburg
3:49.0	Seb Coe	GBR	17.7.1979	Oslo
3:46.31	Steve Cram	GBR	27.7.1985	Oslo
3:44.39	Noureddine Morceli	ALG	5.9.1993	Rieti

Bu veriler doğrultusunda aşağıdaki soruları cevaplayınız.

- Yıllara göre bir milin koşulma süresini veren bir matematiksel model oluşturunuz.
- Bu modeli kullanarak 1 milin yaklaşık olarak hangi yıl 3 dakika 40 saniyede koşulacağını tahmin ediniz.

### 2. Deniz feneri problemi



Deniz fenerleri tehlikeli kayalıkları ve tehlikeli sahilleri işaretlemek amacıyla inşa edilmiş yapılardır. Yayıdıkları ışıkla, geceleri denizcilerin yönlerini bulmalarına yardım ederler. Açıkta bir gemiden, kıyıdaki bir deniz fenerinin ilk kez görüldüğü anda, geminin kıyıdan yaklaşık olarak ne kadar uzakta olduğunu ifade eden bir matematiksel model oluşturunuz.

Türkiye'nin en büyük feneri olarak bilinen Şile Feneri deniz seviyesinden 60 metre yükseklikteki kayalıklar üzerine inşa edilmiş ve yüksekliği 19 metredir. Oluşturduğunuz modeli kullanarak bir geminin Şile Deniz Fenerini ilk defa gördüğü anda kıyıdan uzaklığını yaklaşık olarak hesaplayınız.