



Examining the 7th Grade Students' Surface Area Calculation Knowledges and Skills in Mathematical Modelling Activities Based Learning Environments*

Zeynep Çavuş Erdem^{1**}, Ramazan Gürbüz²

¹ Ministry of Education, Mehmet Akif Ersoy Secondary School, Adiyaman

² Adiyaman University Faculty of Education, Adiyaman

ARTICLE INFO

Article History:

Received

08.10.2018

Received in revised form

24.11.2018

Accepted

26.11.2018

Available online

30.11.2018

ABSTRACT

In this study, in which effect of mathematical modelling activities on students' surface area calculation knowledge and skills has been examined, the study group consists of six 7th grade students who are selected upon purposeful sampling. The data collection instruments of the study include mathematical modelling activities, which is prepared depending on the acquisitions of the surface area calculation theme, and pre-application interview form. The data were analyzed via embedded theory coding method. In the study, it has been determined that the students' theoretical knowledge about surface area calculation is deficient and wrong, thus they are incapable of calculating the surface area of polygons and apply the calculation rules by heart. Application procedure has supported their learnings and affected their surface area calculation skills positively. Refreshing the pre-learned knowledge, sharing their knowledge with their friends, questioning the knowledges via relational mathematics and, consequently, realizing the mathematical relations are the contributing features of the mathematical modelling activities-based learning environments that support the students' improvement. Moreover, explaining the surface area calculation rules with mathematical modelling activities and in relation to unit/square has affected their learnings positively. Results have shown that it is important to include mathematical modelling in teaching plans.

© 2018 AUJES. All rights reserved

Keywords: Mathematical Modeling, Area Measurement, Mathematics Teaching

Extended Abstract

Purpose

Mathematical modeling, which can be defined as solving real-life problems by mathematical methods and evaluating the solution in real world, is an important research topic in mathematics education. Through mathematical modeling, students discover mathematics in real life and realize how mathematics is needed in real life (Borromeo Ferri, 2018). Mathematical modeling helps students understand the relation between mathematical concepts better and allows them to develop different perspectives on a problem case

*This study includes a part of the Ph.D. Thesis "Examining the Learning Procedures Based on Mathematical Modelling Activities in relation to Surface Area Calculation Topic" by the first Author.

**Corresponding author's address: Ministry of Education, Mehmet Akif Ersoy Secondary School, Adiyaman
e-mail: zcavuserdem@hotmail.com

(Chamberlin and Moon, 2005). For this reason, many countries include mathematical modeling applications in their teaching plans and emphasize significance of mathematical modeling.

However, the primary and secondary school teaching plans (MEB, 2018) of our country handle modelling as modelling of mathematics (Cirillo, Pelesko, Felton-Koestler, Rubel, 2016). Therefore, studies that can reveal the effect of mathematical modelling on teaching mathematics are needed. In literature, the studies examining the effect of mathematical modeling on mathematics teaching are limited (Stohlmann, DeVaul, Allen, Adkins, Ito, Lockett and Wong, 2016). Therefore, this study investigates the effects of mathematical modeling activities on students' area calculation knowledge and skills.

Method

As a case study, this research includes a part of the first author's doctoral thesis. The study group is consisted of six 7th grade students who are determined by purposeful sampling. To determine the students' previous knowledge about area calculation, a form developed by the researchers has been applied and the study group has been formed by conducting individual interviews with the students with insufficient knowledge. Then, the mathematical modeling activities, one of which was adopted from relevant literature and the other was developed by the researchers, have been applied with the students. During the development of the activities, the principles defined by Lesh et al. (2000) and the activity characteristics defined in the literature have been considered. The data were analyzed via embedded theory coding method. In this method, data analysis is based on the creation of categories and continuous comparison (Jones and Alony, 2011). In this research, some of the data were coded by two researchers and the coder's security form by Miles and Huberman (1994) has been used for the concordance between the codes. After the satisfactory results, the codes have been unified and the analysis process has been completed by coding all data in this way.

Results

In the research, it has been determined that the students' pre-application knowledge about the surface area calculation was wrong and some students had a very wrong perception that they could calculate the area of a polygon with different edge-length by multiplying all edges. From the aspect of theoretical calculation skills, it has been seen that the students could calculate the area of square and rectangle correctly, but the area of triangle and parallelogram wrong. The findings maintained during the application process have shown that mathematical modeling activities have contributed to the improvement of students' surface area calculation knowledge and skills. The students remembered their previous knowledge as they were engaged in activities and shared their knowledge due to the nature of activities. Questioning the knowledge via relations in the activities and reaching the correct information have contributed to their improvement. That they discovered unit-

square via relations in the activities is also one of the maintained findings. The students have mathematically explained the area relation of the rectangle by discovering. The fact that they explain the area of a triangle by associating with the unit square and their correct calculation of the area of all given polygons including the trapezoid in the last activity has been determined as the findings related to their area calculation improvement. The fact that some of the students formed the area relation of the trapezoid is one of the important findings showing the improvement.

Discussion

Before the application, the students in this study commented that area calculation is just multiplication of the edges rather than defining dimensions. However, area calculation includes two different steps, namely, defining the area as a restricted region and the dimensions of this region. (Simon and Blume, 1994). But instead of covering the zone with units, the students have commented the second step depending on algorithms based on the length of polygons. Therefore, they calculate the area of the polygons wrong.

During the application process, students were able to remember their information and question their knowledge about the context and reach the correct information about the subject. Considering that mathematical modeling activities offer students significant opportunities to question and evaluate their knowledge and group members significantly were influenced during this process (Lesh & Doerr, 2003a; English, 2006; Ng, 2011), it can be said that the results of the study correspond to the fact that modelling is effective at teaching mathematics. The fact that they learn the unit square via the relations in the activity and explain the area of polygons in relation to unit square can be stated as one of the important factors showing the improvement because it is very important to cover surface areas with equal units and to relate the number of units with area relation while explaining the surface area formulas mathematically (Kidman and Cooper, 1997; Stephan and Clements, 2003). Seeing this relation also affects the area calculation skills positively. From this point of view, the study results correspond to the findings in the literature.

Conclusion

Results of the study show that mathematical modeling affects students' learning about the area calculations positively. It can be said that the learning environment provided by mathematical modeling and the developments related to some relations about the area calculation are effective in the observed improvements. Carrying out the studies involving the teaching of mathematics through mathematical modeling activities are significant to make the results more generalizable. Therefore, carrying out modeling studies covering other subjects of mathematics and including mathematical modeling activities in the curriculum of mathematics are the suggestions offered by considering the results of this study.



Matematik Modelleme Etkinliklerine Dayalı Öğrenme Ortamında Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Alan Ölçme Bilgi ve Becerilerinin İncelenmesi*

Zeynep Çavuş Erdem^{1**}, Ramazan Gürbüz²

¹Milli Eğitim Bakanlığı, Mehmet Akif Ersoy Ortaokulu, Adıyaman

²Adıyaman Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Adıyaman

MAKALE BİLGİ

Makale Tarihiçesi:
Alındı 08.10.2018
Düzeltilmiş hali
alındı 24.11.2018
Kabul edildi
26.11.2018
Çevrimiçi yayımlandı
30.11.2018

ÖZET

Matematiksel modelleme etkinliklerine dayalı öğrenme ortamında öğrencilerin alan ölçme bilgi ve becerilerinin incelendiği araştırmada, amaçlı örneklem yöntemiyle seçilen 6 yedinci sınıf öğrencisi çalışma grubunu oluşturmaktadır. Alan ölçme konusunun kazanımlarına göre hazırlanan matematiksel modelleme etkinlikleri ve uygulama öncesi görüşme formu araştırmacının veri toplama araçlarını oluşturmaktadır. Elde edilen veriler gömülü teori kodlama yöntemiyle analiz edilmiştir. Araştırmada öğrencilerin uygulama öncesi alan ölçmeye ilişkin bilgilerinin eksik ve hatalı olduğu, bunun sonucu olarak çokgenlerin alanını ölçmede yetersiz oldukları ve kuralları ezbere bir biçimde uyguladıkları tespit edilmiştir. Matematiksel modelleme etkinlikleri uygulama süreci, öğrencilerin öğrenmelerini desteklemiş ve alan ölçme becerilerini olumlu yönde etkilemiştir. Araştırmada, öğrencilerin geçmiş bilgilerini hatırlaması ve akranlarıyla bilgi paylaşımı, bağlamdaki matematik yoluyla bilgilerin sorgulanması ve bunun sonucu olarak matematiksel ilişkilerin görülmesi, matematiksel modelleme etkinlikleriyle oluşturulan öğrenme ortamının öğrencilerin gelişimlerine etki eden özellikleri olarak belirlenmiştir. Öte yandan, alan ölçmede alan formüllerinin matematiksel modelleme etkinlikleri yardımıyla birim kareyle ilişkilendirilerek açıklanması öğrencilerin öğrenmesine olumlu etki sağlamıştır. Sonuçlar, matematiksel modellemenin öğretim programında yer almasının önemli olduğunu göstermektedir.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel Modelleme, Alan Ölçme, Matematik Öğretimi.

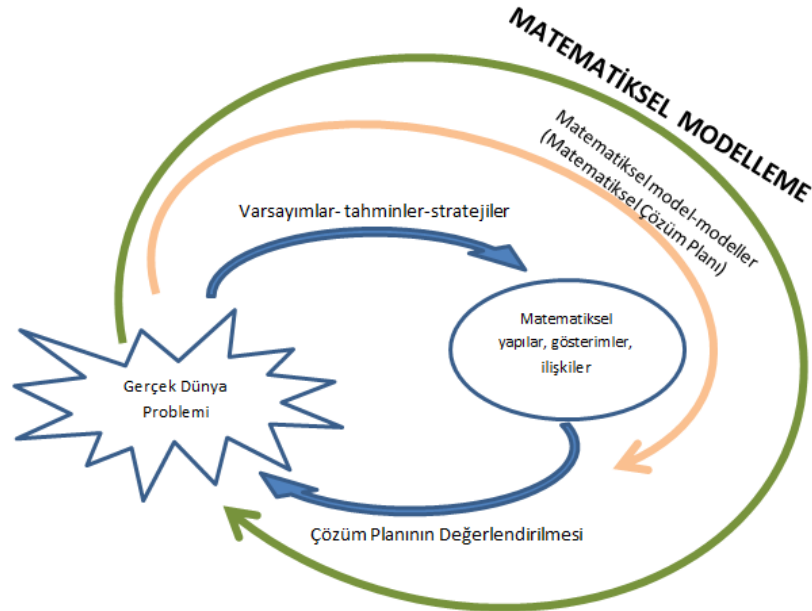
Giriş

Bilginin teknoloji ile harmanlandığı ve değişim hızının her geçen gün arttığı günümüz dünyası, eğitim sisteminin çağın gereklilikleri açısından sorgulanmasını gerekli kılmaktadır. Geleneksel eğitim sisteminin bu bakımdan yetersiz kaldığı göz önüne alındığında (Lesh ve Doerr, 2003a), bu durum daha önemli bir hal almaktadır. Bunun sonucu olarak son yıllarda eğitim alanında farklı yaklaşımlar ve anlayışlar yer almaya başlamıştır. Matematiksel modelleme bu yaklaşımlardan birisidir. Gerçek hayat problemlerinin matematiksel olarak çözümlenmesi olarak ifade edebileceğimiz

*Bu araştırma birinci yazarın "Matematiksel Modelleme Etkinliklerine Dayalı Öğrenim Sürecinin Alan Ölçme Konusu Bağlamında İncelenmesi" isimli doktora tezinin bir bölümünü kapsamaktadır.

**Sorumlu yazarın adresi: Mehmet Akif Ersoy Ortaokulu, Adıyaman
e-posta: zcavuserdem@hotmail.com

matematiksel modelleme, matematik eğitimi araştırmalarında ve uygulamalarında önemli bir araştırma konusu olarak karşımıza çıkmaktadır. Matematiksel modelleme, en genel ifadeyle gerçek yaşamda karşılaşılan bir problem durumunun matematiksel olarak formüle edildiği, oluşturulan matematiksel modeller yardımıyla çözüme ulaştırıldığı, çözümin gerçek dünyada yorumlandığı ve değerlendirildiği karmaşık bir süreci içermektedir (Berry ve Houston,1995). Bu süreçte gerçek dünya durumlarını temsil etmek, analiz etmek, tahminler yapmak veya başka türlü anlamlandırmak için matematik kullanılır (Bliss ve Libertini, 2016). Matematiksel modellemede birey gerçek yaşamda karşılaştığı veya karşılaşabileceği bir probleme, çözümlü oluşturacak matematiksel bir model oluşturmaya çalışır. Söz konusu model, matematiksel her türlü yapıyı içermesinin yanı sıra, çözüme ilişkin tahminleri, varsayımları ve stratejileri de içinde barındırır (Lesh ve Doerr, 2003a). Bir diğer deyişle, probleme dair oluşturulan ve çözümlü için kullanılan varsayımları, tahminleri ve matematiksel araçları içeren çözümlü planı, bireyin o problem için matematiksel modelini oluşturmaktadır. Oluşturulan model, matematiksel olarak doğru olmasının yanında, gerçek hayat için anlamlı ve uyarlanabilir olmalıdır. Birey problemi çözerken, bir taraftan çözümlünün gerçek dünya için anlamlı olmasını da değerlendirmelidir. Bireyin model oluşturmasına ek olarak gerçekteştirmiş olduğu tüm bu süreç ve problem çözümlünün tüm aşamaları matematiksel modellemeyi ifade etmektedir (Çavuş Erdem, 2018). Buradan hareketle, problemin çözümlü için matematiksel yapılar kullanılarak oluşturulan ve tahmin, varsayım ve stratejileri de içinde barındıran çözümlü planı matematiksel modeli, çözümlü planının oluşturulması, gerçekte hayata uyarlanması, yorumlanması ve değerlendirilmesini içeren problem çözümlü süreci ise matematiksel modellemeyi ifade etmektedir (Şekil 1).



Şekil 1. Matematiksel Modellemenin Genel Yapısı (Çavuş Erdem, 2018)

Matematiksel modellemede, model oluşturulurken kavramsal sistemler ve yapılar daha anlamlı bir şekilde geliştirilir (Lesh ve Doerr, 2003a). Matematiksel modelleme

yoluyla öğrenciler, gerçek yaşamdaki matematiği keşfederek, matematiğin yaşamdan ayrı bir disiplin olmadığını, yaşamla iç içe olduğunu görme fırsatı yakalar. Birey matematiksel modellemeyle, matematiğe gerçek hayatta nasıl ihtiyaç duyulduğunu fark eder (Borromeo Ferri, 2018). Matematiksel modelleme, öğrencilerin matematiksel kavramlar arasındaki ilişkiyi daha iyi anlamalarına yardımcı olur ve bir problem durumu üzerinde farklı bakış açıları geliştirmelerini sağlar (Chamberlin ve Moon, 2005). Aynı zamanda matematiksel modellemenin sağladığı zengin öğrenme ortamından dolayı, matematik öğretimi için etkili bir araç olduğu belirtilmektedir (Ärlebäck, Doerr ve O’Neil, 2013; Dunne ve Galbraith, 2003; Gürbüz ve Doğan, 2018; Lesh ve Doerr, 2003a). Literatürde, matematik öğretiminde matematiksel modellemeyle öğrencilerin matematiksel gelişimini inceleyen araştırmalar yer almaktadır (Dunne ve Galbraith, 2003; Çiltaş, 2011; Freeman, 2014; Harel ve Lesh, 2003; Işık, 2016; Park, Park, Park, Cho ve Lee, 2013). Dunne ve Gabrailth (2003), matematiksel modelleme etkinlikleriyle oluşturulan bir öğretim programının öğrencilerin matematiksel kavram ve becerilerinin gelişimine etkisini inceledikleri araştırmalarında, modellemenin bir şeyi bilmenin ötesinde, o şeyin nasıl olduğunu bilmek konusunda öğrencilere önemli fırsatlar sunduğunu ifade etmiştir. Harel ve Lesh (2003), öğrencilerin kendi bilgilerini oluşturma ve deneyimleme fırsatı yakalaması ve düşünme düzeylerinin gelişmesi için matematiksel modelleme etkinlikleriyle bir öğrenme ortamının sağlanmasının önemli olduğunu vurgulamıştır. Park ve diğerleri (2013), matematiksel modelleme etkinliklerini kullanarak türev ve integral hesaplamalarının kavramsallaştırmasını amaçlayan çalışmalarında, modellemenin kavramsallaştırmayı desteklediği ve öğrenmeyi kolaylaştırıcı bir rolü olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Çiltaş (2011) diziler ve seriler konusunun matematiksel modelleme yoluyla öğretimini amaçladığı çalışmasında, modellemenin öğrenme güçlüklerini büyük ölçüde azalttığı sonucuna ulaşmıştır. Benzer şekilde Işık (2016), matematiksel modelleme etkinliklerinin geleneksel problem çözme etkinliklerine göre işlem bilgisi ve kavram-işlem ilişkisinde daha etkili olduğu ve üst bilişsel becerilere katkı sağladığını ifade etmiştir. Diğer çalışmalardan farklı olarak Freeman (2014) deneysel olarak yürüttüğü çalışmasında matematiksel modelleme etkinliklerinin doğrusal ve ikinci dereceden fonksiyonların öğretiminde geleneksel öğretime kıyasla çok büyük bir fark oluşturmadığı ve öğrencilerin kazanımlara ulaşmalarını önemli ölçüde etkilemediği sonucuna ulaşmıştır. Literatürde farklı sonuçlar ortaya çıksa da modellemenin matematiksel kavramların ve yapıların gelişimine katkıda bulunduğu birçok çalışmanın ortak sonucudur. Matematiksel modelleme problemlerinin kavramsal gelişimi destekleyici bu yararı ve diğer yararlarından dolayı, son yıllarda farklı ülkelerin matematik öğretim programlarında matematiksel modelleme kazandırılması gereken temel bir beceri olarak ele alınmakta ve modellemeye öğretim uygulamalarında daha fazla yer verilmesi gerektiği vurgulanmaktadır (Common Core State Standards for Mathematics, 2011; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; Ministry of Education Singapore, 2007). Ülkemizde de lisans düzeyinde matematiksel modelleme ilköğretim matematik ve matematik öğretmenliği programları için zorunlu bir ders olarak okutulmaya başlanmıştır (Yükseköğretim Kurulu Başkanlığı, 2018). Fakat,

yürürlükteki ilkokul ve ortaokul matematik dersi öğretim programında (MEB, 2018) matematiksel modelleme uygulamaları yer almamakta, modelleme “matematiği modelleme” şeklinde ele alınmakta ve programda model olarak ifade edilen yapılar, somut ve görsel yapılarla sınırlı kalmaktadır (Çavuş Erdem, Doğan, Gürbüz ve Şahin, 2017). Matematiği modelleme, kavram ve fikirlerin anlatılması için matematik temsillerinin kullanılması olarak ifade edilmekte ve matematiksel modellemeden çok farklı olduğu belirtilmektedir (Cirillo, Pelesko, Felton-Koestler ve Rubel, 2016). Matematiksel modellemenin her yaş düzeyinde uygulanabilir olduğunu ve öğretim programında yer alması gerektiğini belirten çalışmalar göz önüne alındığında (Çiltaş, 2011; Dunne ve Gabrailth, 2003; Lesh ve Doerr, 2003a; Park ve diğerleri, 2013; Doğan, Gürbüz, Çavuş Erdem ve Şahin, 2018), ilkokul ve ortaokul programında matematiksel modelleme uygulamalarına yer verilmesi oldukça önemlidir. Ayrıca, matematiksel modelleme etkinliklerinde ortaya çıkan matematiksel yapılar ve öğrencilerin kavramsal gelişimini inceleyen araştırmaların artırılması önem kazanmaktadır ve bu husus literatürde vurgulanmaktadır (Stohlmann, DeVaul, Allen, Adkins, Ito, Lockett ve Wong, 2016). Bir konunun matematiksel modelleme etkinlikleri kullanılarak öğretilmesine ilişkin yapılan çalışmalar ulusal literatürde de sınırlı sayıdadır (Cinislioğlu, 2017; Çiltaş, 2011; Işık, 2016; Özaltun Çelik, 2018; Özturan Sağırılı, 2010; Sandalcı, 2013;). Bu araştırmada ortaokul öğrencilerinin matematiksel modelleme etkinliklerine dayalı öğrenme ortamında alan ölçme bilgi ve becerilerini incelemek amaçlanmıştır. Dolayısıyla araştırmanın orta okul öğrencileriyle yürütülmesi ve matematiksel modelleme yoluyla matematiksel bilgi ve becerilerin incelenmesi boyutlarıyla literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Bir nesnenin veya durumun bir özelliğini, aynı özelliğe sahip bir birim ile karşılaştırılması olarak ifade edebileceğimiz ölçme, matematiğin önemli alanlarından biridir (Van de Walle, Karp ve Williams, 2014). Ölçmenin alt öğrenme alanlarından biri olan alan ölçme de benzer şekilde programda üçüncü sınıftan itibaren her sınıf seviyesinde yer almakta ve programda ölçme kazanımlarının önemli bir bölümünü kapsamaktadır. Alan ölçme, bir bölgenin bir birim cinsinden miktarını bulmayı içerir (Fauzan, 2002). Stephan ve Clements (2003), alan ölçmede a) bölümlenme, b) birimin tekrarlanması, c) korunum ve d) bir dizinin yapılandırılması şeklinde en az dört temel kavramın olduğunu belirtmektedir. Bunun yanı sıra alan ölçmenin anlaşılması için temelde alan ve ölçmenin doğru bir şekilde anlaşılması gerekmektedir. Alan, sınırlı bir bölgenin yüzeyini kaplayan belirli bir miktardır (Batur ve Nason, 1996), alan ölçme ise bu miktarı belirleme işidir ve belirlemede ölçme aracının yani birimin anlaşılması önemlidir. Çünkü alan ölçme, sınırlı bir düzlemin aynı tür ve uygun ölçü biriminden kaç tanesiyle kaplanacağını belirlemek işidir (Reynolds ve Wheatley, 1996). Bu şekilde yapılan ölçmede ise sistemli sayma ön plana çıkmaktadır (Outhred ve Mitchelmore, 2000). Öyle ki bir dikdörtgenin uygun ve eş birimle kaplanması sonucunda, her satıra kaç birim denk geldiğini ve her satırdan kaç tane olduğunu hesaplamak ve sistemli bir saymaya dönüştürmek gerekmektedir. Çünkü alan ölçümünün çarpımsal boyuta geçilmesinde sütun- satır koordinasyonunu görmek ve bunu kenar uzunluklarının çarpımıyla ilişkilendirmek oldukça önemlidir

(Huang ve Witz, 2013; Zembat, 2010). Böylelikle öğrencilerin alan formülündeki çarpma işlemi kavramsal olarak anlayabilmesi mümkün olabilmektedir (Outhred ve Mitchelmore, 2000; Van De Walle, Karp ve Bay-Williams, 2014). Bu araştırmada, bu hususlar dikkate alınmış ve öğrencilerin alanın bir bölge olduğu algısını oluşturmaya, uygun birimlerle bu bölgeyi kaplamaya ve sonrasında alan bağıntısına geçişini sağlamayı hedefleyen bir uygulama amaçlanmıştır.

Kuramsal Çerçeve

Matematiksel modelleme literatürde kullanıma amacına göre ikiye ayrılmaktadır (Gabrailth, 2012). Birinci yaklaşımda, matematiksel modelleme etkinlikleri öğrencilere modelleme becerisi kazandırmak için uygulanmaktadır (Çelik ve Temurtaş, 2018). Yani bu yaklaşımda amaç, modellemeyi öğretmektir. Bu araştırmanın kuramsal çerçevesinin temelini oluşturan diğer yaklaşımda matematik modelleme, matematik öğretmek için kullanılan bir yöntem (araç) olarak ele alınmaktadır. İkinci yaklaşımda amaç, matematiksel kavramların öğretimidir ve matematiksel modelleme, sözü geçen amaca ulaşmak için bir araç veya yöntem olarak kabul edilir. Uygulanan modelleme etkinliklerinde hedeflenen matematiksel yapılar ve kavramlar öğrencilerde bir gereklilik oluşturduğundan daha anlamlı bir öğrenmenin gerçekleşmesi bu yaklaşımın en temel amacını oluşturmaktadır. Lesh ve Doerr'un (2003a) öncüsü olduğu Model ve Modelleme Perspektif'inde (MMP), öğrencilerin matematiksel modelleme etkinlikleriyle meşgul olurken güçlü matematiksel yapılar geliştirdikleri ifade edilmektedir. Bir öğrenme ve öğretmen teorisi olarak ifade edilen MMP, düşünme ve öğrenme yapılarını bütün bir şekilde ele alan bir kuramsal çerçeve olarak kabul edilmektedir (Lesh ve Zawojewski, 2007; Stohlmann ve diğerleri, 2016). Genel olarak bu perspektif, yapısalcı ve sosyokültürel felsefelerin matematiksel kavramlar ve öğrenmelerin doğası hakkındaki düşünce yapılarıyla uyuşmakta, bazı yönleri ile farklılık göstermektedir (Lesh ve Doerr, 2003b). Modellemenin bir araç olarak kabul edildiği bu araştırmada, MMP'in öne sürdüğü bazı açıklamalar, araştırmanın tasarımında dikkate alınmıştır. Matematiksel modellemede, ortada olan bir gerçek yaşam problemi mevcuttur. Her birey problem durumunu kendi deneyimleriyle ve sahip olduğu kavramsal yapılarla açıklar. Yani birey deneyimlerini modeller ve modelleme etkinliğinde ortaya koyduğu model, öğrencinin sahip olduğu kavramsal sistem hakkında önemli derecede ipuçları verir. MMP'in bu görüşünden hareketle bu araştırmada, öğrencilerin oluşturdukları modeller, sahip oldukları matematiksel yapıları yansıttığı varsayılarak incelenmiştir. Ayrıca, MMP modelleme etkinliklerinin 3'er veya 4'er kişilik öğrenci gruplarıyla uygulanmasını önermektedir (Zawojewski, Lesh ve English, 2003). Onlara göre öğrenciler sadece eldeki somut dokümanlarla bireysel etkileşime geçerek değil, diğer bireylerle etkileşime geçerek modelleri şekillendirirler. Herhangi bir durumda bireyin, bir konuyu bütün bileşenleriyle ele alması ve yorumlaması her zaman mümkün değildir. Bazı öğrenciler büyük resme bakarken ayrıntıların farkında olmayabilir. Bazıları da ayrıntılara odaklanırken büyük resmi göremeyebilir. Grupla çalışmak modelleme etkinliğinde bu durumun etkisini azaltmaya yardımcı olabilir (Lesh ve Carmona, 2003). Ayrıca grupla işbirliği, bireylere destekleyici bir güç sağlayarak farklı bakış açıları kazanma ve düşüncüyü geliştirme

olanağı sağlayabilir. Modelleme etkinliklerinde grupla çalışmanın en temel nedenlerinden biri de budur. Matematiksel modelleme etkinliklerinde grupla çalışmanın önemini açıklayan bu hususlar araştırmanın tasarımında dikkate alınmıştır.

Yöntem

Bu araştırmada durum çalışması yöntemi (case study) kullanılmıştır. Durum çalışması, bir sistem hakkında genel bir bilgiye ulaşmak için tek veya çok sayıda sistem ögesinin gerçek bağlamı içinde ayrıntılı ve kapsamlı bir biçimde incelenmesi olarak ifade edilmektedir (Creswell, 2013). Burada amaç, ele alınan durumu gerçek bağlamıyla ve bütün yönleriyle ele alarak incelemektir ve durumu ya da durumları incelemek için nicel ve nitel yöntemlerden faydalanılabilir (Yin, 2009). Bu araştırmada matematiksel modelleme etkinliklerine dayalı öğrenme ortamında öğrencilerin alan ölçme bilgi ve becerileri incelenen durumu oluşturmaktadır ve söz konusu durum nitel araştırma yöntemleriyle incelenmiştir.

Çalışma Grubu

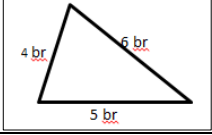

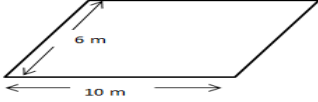
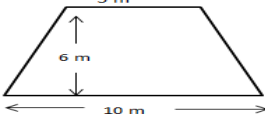

Araştırmanın çalışma grubunu amaçlı örneklem yöntemiyle seçilen ve şehir merkezinde yer alan bir devlet okulunun yedinci sınıfında öğrenim gören altı öğrenci oluşturmaktadır. Çalışma grubu üç aşamada oluşturulmuştur. Alan ölçme konusu ilkokul üçüncü sınıftan itibaren matematik programında yer almaktadır ve bu nedenle uygulama grubunun konuya ilişkin ön bilgilerinin mevcut olduğu düşünülmektedir. Bu varsayımdan hareketle birinci aşamada, öğrencilerin konuya ilişkin ön bilgilerini belirlemek amacıyla alan ölçme konusunun kazanımlarını ölçmeyi hedefleyen açık uçlu sorulardan oluşan ve araştırmacılar tarafından geliştirilen “Alan Bilgisi Değerlendirme Formu” uygulanmıştır. Uygulama neticesinde konuya ilişkin bilgilerinin eksik olduğu belirlenen öğrenci grubu arasından ortaokul not sistemine göre akademik not ortalaması orta düzeyde olan 10 öğrenci seçilmiştir. Öğrencileri çalışma grubunu belirlemenin ikinci aşamasını oluşturan bu basamakla tipik durum örneklemesini oluşturmak amaçlanmıştır. Son aşamada ise araştırma problemini daha doğru bir şekilde inceleyebilmek adına uygulama öncesi görüşmeler gerçekleştirilmiş ve on öğrenci arasından düşüncelerini açıkça ifade edebilen, paylaşabilen ve tartışabilen öğrenciler belirlenerek 6 kişilik çalışma grubu oluşturulmuştur. Daha önce matematiksel modelleme etkinliği deneyimi olmayan ve uygulama öncesinde araştırmacılar tarafından bilgilendirilen çalışma grubu 3 erkek, 3 kız öğrenciden oluşmaktadır. Öğrenciler Serhat, Mehmet, Ali, Meral, Esma ve Pelin isimleriyle kodlanmıştır.

Veri Toplama Araçları ve Veri Toplama Süreci

Bu araştırma Çavuş Erdem'in (2018) doktora tezinin bir bölümünü ele almaktadır. Araştırmada öğrencilerin alan ölçme bilgi ve becerisi incelenmektedir. Bu nedenle bu çalışmada tezdeki veri toplama araçlarının alan ölçme bilgi ve becerisini belirlemeye yönelik kısımları sunulacaktır.

Öğrencilerin alan ölçmeye ilişkin bilgi ve becerilerini belirlemek amacıyla matematiksel modelleme etkinliklerini uygulama öncesinde yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Araştırmacılar tarafından, ortaokul matematik dersi öğretim programında alan ölçme bilgi ve becerisine ilişkin yedinci sınıf ve yedinci sınıfa kadar yer alan kazanımlar (MEB, 2018) dikkate alınarak geliştirilen görüşme formunda yer alan, alan ölçme bilgi ve becerisini belirleyen bazı sorular örnek teşkil etmesi bakımından Tablo 1’de sunulmuştur.

Tablo 1. Ön Görüşmedeki Örnek Sorular

Görüşme Formunda Yer Alan Örnek Sorular	
Soru 2:Yanda verilen üçgenin alanını nasıl hesaplıyorsunuz? Bulduğunuz sonuç neyi ifade ediyor? Açıklayınız.	
Soru 3: Bir dikdörtgen düşünün. Dikdörtgenin kenar uzunlukları iki katına çıkarıldığında, dikdörtgenin alanı nasıl değişir? Açıklayınız.	
Soru 7: Bir fayans ustasının elinde 60 metre karelik fayans bulunmaktadır. Usta elindeki fayansları kullanarak bir odanın tabanını kaplamak istiyor. Ustanın elindeki fayanslar farklı şekillerde verilen tabanların hangileri için yeterli hangileri için yetersizdir? Açıklayınız.	
1. Oda 	2. Oda 
3. Oda 	4. Oda 

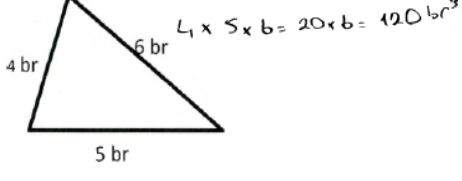

Uygulama sürecinde öğrencilere uygulanan matematiksel modelleme etkinliklerinden 3 tanesi öğrencilerin alan ölçmeye ilişkin bilgi ve becerilerini ortaya çıkaracak ve geliştirecek şekilde tasarlanmıştır. Bu araştırmanın veri toplama araçlarını oluşturan söz konusu etkinliklerden ikisi araştırmacılar tarafından geliştirilmiş biri ise literatürden alınmıştır. Etkinlikler geliştirilirken Lesh, Hoover, Hole, Kelly ve Post’un (2000) tanımladığı matematiksel model oluşturma etkinlikleri prensipleri ve literatürde tanımlanan etkinlik özellikleri (Borromeo Ferri, 2018) dikkate alınmıştır. Araştırmacılar tarafından geliştirilen “**Geri Dönüşüm Macerası**” etkinliği, alan ölçme konusunun temel kavramlarından biri olan birim kare kavramının oluşumunu ve alan bağıntısını birim kareyle ilişkilendirerek açıklama kazanımını hedeflemektedir. “**Miras Paylaşımı**” etkinliği yamuk, paralelkenar, üçgen, dikdörtgen ve kare gibi çokgenlerin alan bağıntısını oluşturabilme ve alanını hesaplayabilme kazanımını hedeflemektedir. Literatürden alınan “**Okul Partisi**” etkinliği (Henning ve Keune, 2005’den akt. Doruk, 2010), birimler arası dönüşümü içeren bir etkinlik olmasının yanı sıra, dikdörtgen, üçgen, kare, yamuk gibi farklı çokgenlerin alanını hesaplama becerisini gerektirmekte ve bu beceriyi geliştirmeyi hedeflemektedir. Örnek teşkil etmesi bakımından Miras Paylaşımı etkinliği Ek A’da sunulmuştur.

Öğrencilerin hem süre kısıtlaması olmaksızın problem durumu üzerinde düşünmelerini sağlamak hem de derslerinden geri kalma endişesinden dolayı etkinliğe odaklanmalarını engelleyecek bir durum yaşamamaları için etkinlikler okul ders saati dışında uygulanmıştır. Kuramsal çerçeve başlığı altında belirtilen husulardan (Lesh ve Carmona, 2003; Zawojewski ve diğerleri, 2003) dolayı matematiksel modelleme etkinliklerinin uygulanması 3'er kişilik gruplarla gerçekleştirilmiştir. Etkinlik uygulamalarında öğrenciler üçer kişilik iki grup şeklinde çalışmıştır. Her etkinlikte gruplar farklı öğrencilerden oluşmuştur. Grupların problemi beş on dakika bireysel değerlendirmeleri sonrasında grup arkadaşlarıyla birlikte değerlendirmeleri ve çözüm için bir model geliştirmeleri istenmiştir. Grup çözümlerinin tamamlanmasından sonra gruplar sunumlarını gerçekleştirmiş ve toplu değerlendirme, savunma ve tartışma bölümüne geçilmiştir. Araştırmada araştırmacılar, öğrencilerin tepkilerini, yaşadığı zorlukları, öğrenme deneyimlerini birinci elden görmek amacıyla uygulayıcı rolünü üstlenmişlerdir. Uygulamayı gerçekleştirirken, her etkinlikte ilginç gelen noktaları ve detayları not tutmuş, öte yandan modelleme etkinliği uygulama sürecinde "Neden bu şekilde düşündün?", "Neden bu yolu izledin?" gibi öğrencilerin düşüncelerini açığa çıkartmaya yönelik sorular yöneltilmişlerdir. Bu şekilde uygulanan etkinliklerle birlikte uygulama süreci tamamlanmıştır.

Verilerin Analizi

Araştırmanın veri analizinde gömülü teori yaklaşımı dikkate alınmıştır. Gömülü teori (Grounded theory) en genel ifadeyle araştırılan durumdan elde edilen verilerin sistematik bir şekilde analiz edilmesi sonucunda bir olguya, teoriye ve kurama ulaşma yöntemidir (Creswell, 2013; Strauss ve Corbin, 1990). Gömülü teori araştırma ve analiz yöntemi olarak ayrı ayrı ele alınabilmektedir (Ilgar ve Ilgar, 2013). Bu araştırmada gömülü teori veri analizi yöntemi olarak ele alınmıştır. Gömülü teori yönteminde veri analizi kategoriler oluşturma ve sürekli karşılaştırma esasına dayanır (Jones ve Alony, 2011). Verilerin kodlanarak analiz edildiği bu yaklaşımda genel olarak açık, eksensel ve seçici kodlama olmak üzere üç ana kodlama aşaması bulunmaktadır. Bu kodlama türleri kavramsal olarak farklı anlamlara sahip olup, genel olarak birbiriyle örtüşerek eş zamanlı bir şekilde ilerler (Ilgar ve Ilgar, 2013). Bu araştırmada veri analizi süreci şu şekilde işlemiştir. Araştırmada tüm veriler toplandıktan sonra, verilerin tamamı transkript edilmiştir. Sonrasında verilere güçlendirme yöntemi uygulanmış (Ellis, Ozgur, Kulow, Dogan ve Amidon, 2016), her uygulamaya ilişkin video ve ses kayıtlarının tamamı, o uygulamanın transkript metni dikkate alınarak yeniden izlenmiş ve sözlü ifadeler jest, tavır, çizimler ve görüntülerle zenginleştirilmiştir. Transkriptlerin tamamlanmasının ardından kodlama sürecine geçilmiştir. Analiz sürecindeki kodlamaya örnek Tablo 2'de sunulmuştur.

Tablo 2. Analiz Sürecine İlişkin Örnek Kodlama

Örnek Açıklama	Açık Kod	Eksensel Kod	Seçici Kod
 <p>Araştırmacı: Burada neden 3 kenarını çarptın?</p> <p>Meral: Kenarları eşit olmadığı için</p> <p>Araştırmacı: Eşit olmadığı için anladım. Mesela şöyle bir şekil verseydim mesela 4 kenarı farklı olsaydı (şekil çiziyor) Mesela burası 7 cm burası 8 burası 6 burası 5, bu durumda ne yapacaktın alanı bulmak için?</p> <p>Meral: Dört kenarını çarpardım.</p>	<p>Alan ölçme= Çokgendeki farklı uzunlukların çarpımı</p>	<p>Alan hesaplamaya ilişkin bir açıklama yapmama veya yanlış bir bilgiye sahip olma.</p>	<p>Alan Ölçme Bilgisi</p>
 <p>Araştırmacı: Arkadaşlar, bu kumaşın alanını 11 ile 4'ü çarparak 44 birim kare bulunduğunuzu söylediniz. Bana burada 44'ü çarpmadan gösterebilir misiniz?</p> <p>Mehmet: Mesela burada (ilk sırayı gösteriyor) 11 tane kare var bu sırada da 11 tane var, toplam 44.</p> <p>Araştırmacı: Peki neden kenarlarını çarpıyoruz, alanı bulmak için.</p> <p>Pelin: Çünkü hocam 4 tane 11 olduğu için. Mesela boylamasına 4, enlemesine de 11 sıra olduğu için 4 ile 11 i çarparız 44.</p>	<p>Üçgenin alanını hatalı ölçme</p>	<p>Üçgenin alanını ölçme becerisi</p>	<p>Alan Ölçme Becerisi</p>
<p>Araştırmacı: Bir bölgenin alanını birim kare ile kaplayarak ölçme</p>	<p>Dikdörtgen alanını doğru ölçme</p>	<p>Dikdörtgen alanını ölçme becerisi</p>	<p>Alan Ölçme Becerisi</p>
<p>Araştırmacı: Dikdörtgen alan bağıntısı açıklama</p>	<p>Dikdörtgen alan bağıntısı açıklama</p>	<p>Matematiksel bir durumu doğru açıklama</p>	<p>Matematiksel ilişkileri açıklama</p>

Kodlama sürecinde kod geçerliliğini ve güvenilirliğini sağlamak adına uygulamanın her aşamasından (ilk görüşme- uygulama süreci- son görüşme) birer transkript olmak üzere üç transkript araştırmacılar tarafından kodlanmıştır. Üç transkript bu şekilde kodlandıktan sonra, kodlar arasındaki uyum için Miles ve Huberman (1994) kodlayıcı güvenilirliği formülü ([Uyumlu kodlar/ (Uyumlu kodlar + Uyumsuz kodlar)] x100) uygulanmış ve ilk görüşme için % 84, etkinlik için %80 olduğu belirlenmiştir. Nitel çalışmalarda kod güvenilirliğinin en az %80 düzeyde çıkması (Miles ve Huberman, 1994) kriteri dikkate alındığında elde edilen sonuçların nitel araştırma güvenilirliği için yeterli olduğu değerlendirilmektedir. Aynı anlamı taşıyan ve farklı isimlendirildiği belirlenen kodlarda isim birliğine gidilmiştir. Uyumsuz olan kodlar değerlendirilmiş,

duruma göre yeni kodlar oluşturulmuştur. Tüm veri bu şekilde kodlanmış ve analiz süreci tamamlanmıştır.

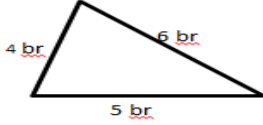
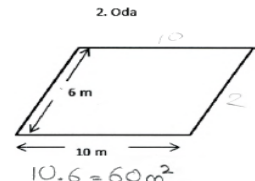
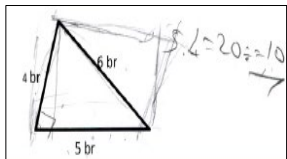
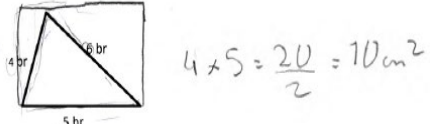
Bulgular

Araştırmada elde edilen bulgular uygulama öncesi ve uygulama süreci olmak üzere iki başlık altında sunulacaktır.

Uygulama Öncesine İlişkin Bulgular

Uygulama öncesi yapılan ön görüşme neticesinde öğrencilerin alan ölçmeye ilişkin bilgileri ve çokgenlerin alanını ölçme becerisine ilişkin bir takım bulgular elde edilmiştir. Öğrencilerin alan ölçmeye ilişkin bilgileri Tablo 3'te sunulmuştur.

Tablo 3. Öğrencilerin Uygulama Öncesi Alan Ölçme Bilgisi

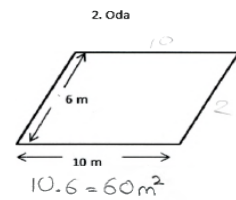
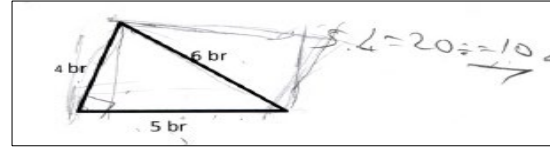
ALAN ÖLÇME BİLGİSİ	
Öğrencinin Alan Ölçme Bilgisi	Örnek Açıklama
Alan ölçmeye ilişkin yanlış bir bilgiye sahip olma	<p>S.2. Yanda verilen üçgenin alanını nasıl hesaplırsınız? Bulduğunuz sonuç neyi ifade ediyor? Açıklayınız.</p>  <p>Esmâ ve Meral</p> <p><i>Esmâ: (Soruyu okuyor ve 27 saniye düşünüyor) Kenar uzunlukları eşit olmadığı için hepsini çarpıyız (Hesaplama yapıyor.) Bununla bunu çarptım. (4br ve 6 br). Sonra 5'le çarptım.</i> <i>Araştırmacı: Karede iki kenarı çarptın, burada ise (çeşitkenar üçgen) üç kenarı çarptın. Sebebini bir daha söyleyebilir misin?</i> <i>Esmâ: Burada (karede) eşit olduğu için hepsi, iki taneyi çarptım. Burada eşit olmadığı için üç taneyi.</i></p>
Alan ölçmeyi kenarların çarpımıyla sınırlama.	<p>Araştırmacı: Peki 2.odanın sence nasıl bulabiliriz alanını? Mehmet: Aynı, 10 çarpı 6= 60 tan bulabiliriz. Araştırmacı: Tamam. Birimi ne olur sence? Mehmet: 60 metre kare olur.</p>  <p>Serhat, Mehmet ve Ali</p> <p><i>Serhat: 'Yanda verilen üçgenin alanını nasıl hesaplıyoruz?' Hocam üçgeni verildiği alanda nasıl anlatayım, burayla buranın çarpımı yani hocam iki yerin çarpıp ikiye bölerek buluyor buluyorduk. Hocam mesela biz burada 20 olur.</i> Araştırmacı: Evet. Serhat: 20'yi de 2 ye bölersek hocam 10 diye buluruz.</p> 
Alan ölçmeye ilişkin doğru bir bilgiye sahip olma.	 <p>Pelin</p> <p><i>Pelin: Şöyle yaparsak 4 çarpı 5 bölü 2 değil mi?</i> Araştırmacı: Yaz istersen konuşalım hesaplama üstünde. Pelin: Tam boylamasına birimi belli olur (Kalemle yüksekliği gösteriyor). Eni de (taban) zaten belli 5 birim. Burada eni le boyunu çarpıp ikiye böleriz.</p>

Tabloda öğrencilerin bir şeklin alanının ölçümüne dair bilgileri yer almaktadır. Açıklamalara bakıldığında öğrencilerin çoğunda alan ölçmeye dair hatalı bilgiler

olduğu söylenebilir. Öğrencilerden ikisi (Esmâ ve Meral), bir çokgende farklı uzunluğa sahip tüm kenarların çarpımıyla alanın bulunması şeklinde oldukça yanlış bir bilgiye sahiptir. Öğrencilerin daha önceki öğrenmelerini yanlış bir şekilde genellediği ve hatalı bir bilgi oluşturduğu söylenebilir. Diğer üç öğrenci (Serhat, Ali, Mehmet) ise kenarların diklik şartını ihmal ederek işlem yapmakta, alan hesaplamasını iki kenarın çarpımıyla sınırlandırmaktadır. Bu bilgi kare ve dikdörtgenin alan hesaplamasının aşırı genellemesinin bir sonucu olabilir. Sadece bir öğrencinin (Pelin) alan ölçme kuralını doğru bir şekilde açıklamıştır. Fakat diyalog incelendiğinde öğrencinin aynı zamanda uzunluk korunuma sahip olmadığı ve yüksekliği, üçgenin kısa kenar uzunluğu ile aynı kabul ettiği görülmektedir. Dolayısıyla öğrencinin doğru bilgisi, uzunluk korunumu yetersizliği sebebiyle öğrenciyi yanlış sonuca götürmektedir. Alan ölçme becerisi, uygulama öncesi öğrencilerde incelenen bir diğer durum olmuştur. Öğrencilerin uygulama öncesi alan ölçme becerilerine ilişkin bulgular Tablo 4'te sunulmuştur.

Tablo 4. Öğrencilerin Uygulama Öncesi Çokgenlerin Alanını Ölçme Becerisi

Alan Ölçme Becerisi		Örnek Açıklama
Kare ve Dikdörtgen	Kare ve dikdörtgenin alanını doğru ölçme.	Tüm Öğrenciler <i>Esmâ: Kare olduğu için bütün kenarları eşit olur. İki tanesini çarpalım 25 cm olur.</i>
Üçgen	Dik üçgenin alanını doğru ölçme, diğer üçgenlerin alanını yanlış ölçme.	Tüm Öğrenciler <i>Serhat: Burada 5 ile 4'ü çarpıp ikiye bölüyoruz. Böylelikle toplam alanını bulmuş oluruz.</i> <i>Meral: Hocam 3 kenarı da çarpalım. (18 sn düşünüyor).</i> <i>Araştırmacı: 3 kenarını da çarpıyoruz.</i> <i>Meral: (11 sn hesaplıyor) 120 hocam</i>
Paralelkenar	Paralelkenarın alanını yanlış ölçme.	Tüm Öğrenciler <i>Araştırmacı: Peki 2.odayı sence nasıl bulabiliriz alanını?</i> <i>Mehmet: İki kenarını çarparak buluruz. 10 çarpı 6 = 60 olur burası.</i>



Tablo 4'deki açıklamalar çalışmaya katılan tüm öğrencilerin kare ve dikdörtgenin alanını doğru, paralelkenar ve üçgenin alanını ise yanlış hesapladıkları göstermektedir. Alan ölçme bilgisi yanlış ve iki kenarın çarpımı şeklinde olan öğrenciler doğal olarak üçgen ve paralelkenar gibi alanı yükseklikle hesaplanan çokgenlerin alanını yanlış hesaplamaktadır. Öte yandan alan ölçme kuralını doğru bir

şekilde uygulayan öğrenci ise uzunluk korunumuna sahip olmadığı için (yüksekliğin uzunluğunu, çokgenin diğer kenar uzunlukları ile eşit kabul etme) hesaplamayı yanlış yapmaktadır. Öğrenciler alan ölçme bilgisi ve uzunluk korunumu yetersizliğinden dolayı dik üçgen dışındaki üçgenlerin ve paralelkenarın alanını yanlış hesaplamaktadır. Bulgular uygulama öncesi, öğrencilerin alan ölçme bilgilerinin genel anlamda hatalı olduğu ve çokgenlerin alanını yanlış bir şekilde hesapladıklarını göstermektedir.

Uygulama Sürecine İlişkin Bulgular

Matematiksel modelleme etkinliklerini uygulama sürecinde öğrencilerin alan ölçme bilgi ve becerilerinde olumlu yönde değişimler yaşanmıştır. Yaşanan değişimlerde matematiksel modelleme etkinliklerinin rolü üç başlık altında sunulacaktır.

Alan Ölçmeye Ait Geçmiş Bilgileri Hatırlama ve Bilgi Paylaşımı

Matematiksel modelleme etkinlikleri uygulamalarında öğrencilerin alan ölçmeye ilişkin bilgilerini hatırlaması ve akranlarının bilgilerine ulaşmasında etkili bir rol oynadığı tespit edilmiştir. Bu durum uygulanan tüm etkinliklerde ortaya çıkmıştır. Öğrencinin bilgilerini hatırlaması bazı durumlarda etkinliğin gerektirdiği matematiksel yeterlik gereği ortaya çıkmış, bazı durumlarda ise akranlarından edindiği bilgi yoluyla gerçekleşmiştir. Akran yoluyla paylaşılan bilgi, ayrıca öğrencilerin yeni bilgileri edinmesini sağlamış, bu yönüyle gelişimine katkıda bulunmuştur. Söz konusu durum, uygulama sürecinin ilk etkinliğinde ortaya çıkan aşağıda sunulan diyalogda görülmektedir. İlk etkinlik olan Geri dönüşüm Macerası etkinliğinde belirli bir miktar çitle en geniş otlığı bulmaya çalışan öğrenciler otlığın paralelkenar olması durumunu değerlendirmiştir:

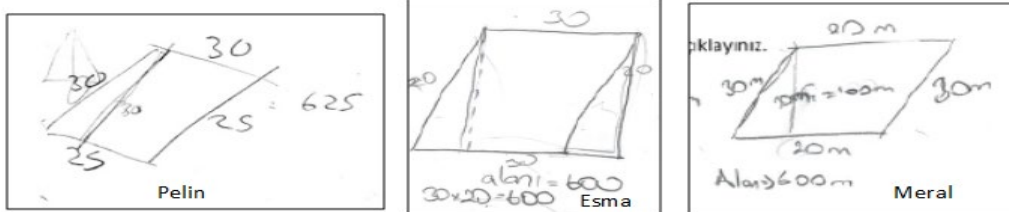
Pelin: Paralelkenar deneyelim. Belki o daha büyük çıkar.

Esmâ: Paralelkenarın alanını nasıl hesaplıyorduk?

Pelin: Karşılıklı kenarları eşit oluyordu. Buradan enini belli ediyorduk (yüksekliği çizeriz). Sonra bunları çarpıyorduk.

Esmâ: Tamam evet öyle yapıyorduk. Hatırladım şimdi.

Pelin, Esmâ ve Meral paralelkenarı çizip alanını hesaplıyorlar.



Araştırmacı: Paralelkenarın alanını nasıl hesapladınız?

Pelin: Bir tane dik indirdim. Bu yan kenar 30 ise bu dik kenarda 30'dur. Çarptım sonuç 625 çıktı.

Araştırmacı: Esmâ sen ne düşünüyorsun? Sence bu dik uzunluk 30 cm mi?

Esmâ: Evet eğer bu yan uzunluk 30 cm ise bu dik uzunlukta öyledir.

Meral: Evet ben de aynı görüşteyim.

Örnekte öğrencilerden Esmâ'nın, paralelkenarın alanını hesaplamayla ilgili Pelin'in bilgisine başvurarak hesaplama yaptığı görülmektedir. Öğrencilerin çözümü ile ilgili şekilde görüldüğü gibi, üç öğrencide hesaplama yaparken yüksekliği çizmiştir. Ön görüşmelerde sadece Pelin'in sergilediği bu davranışı, etkinlik çözüm sürecinde Esmâ ve Meral'in de sergiliyor olması, bilgi paylaşımıyla bilgilerin hatırlanmasının bir göstergesidir. Esmâ ve Meral ilk defa bu şekil üzerinde yüksekliği çizmiştir. Açıklamalarda aynı zamanda öğrencilerin yüksekliği paralelkenarın kısa kenar uzunluğuyla eşit kabul ettiği ve bu anlamda uzunluk korunumuna sahip olmadıkları görülmektedir. Örnekte öğrenciler paralelkenarın alanını hatalı bir şekilde hesaplamaya çalışmış olsa da Esmâ ve Meral'in hesaplama yaparlarken yüksekliği çizmeleri olumlu bir gelişme olarak görülmektedir. Bilgi paylaşımıyla ilgili bir diğer örnek aynı etkinlikte diğer grup arasında geçmiştir:

Ali: Üçgen olsun otlak, üçgeni deneyelim.

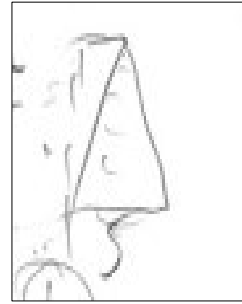
Serhat: Tamam olur üçgeni deneyelim.

Ali: Üçgeni alanı nasıldı serhat?

Serhat: Himm (gülüyor), üçgenin alanı böyleydi bak (bir üçgen çiziyor tabanına 5 yazıyor). Bu üçgen burası 5 cm olsun diyelim. Hatırlamıyor musun bak. Buradan bir çizik (dışardan yüksekliği çiziyor).

Ali: Evet, şuradan kesip, bu tarafa yapıştırıyorduk.

Serhat: Atıyorum burası da 5 olsun. 5 kere 5 25 oluyordu.



Açıklamalarda, Serhat üçgenin alan hesaplamasıyla ilgili Ali'yi bilgilendirmiş ve böylelikle Ali'nin de geçmiş bilgileri açığa çıkmıştır. Tablo 4'de örneklendirildiği gibi, ön görüşmelerde yükseklik kullanmadan üçgenin alanını hesaplayan Serhat ise, Ali'ye açıklarken üçgenin yüksekliğini kullanarak üçgenin alanını hesaplamıştır. Etkinliğin gerektirdiği matematiksel bilgi, Serhat'ın üçgenin alanıyla ilgili daha doğru olan bilgilerini hatırlamasını sağlamıştır. Verilen açıklama, matematiksel modelleme etkinliklerinde bilgi paylaşımıyla ve etkinliğin gerektirdiği matematik bilgisinin etkisiyle öğrencilerin geçmiş bilgilerini hatırlamasına örnek teşkil etmektedir. Öte yandan bu başlık altında verilen örneklerin ikisinde de öğrenciler alan hesaplamayı yanlış bir şekilde yapmaktadır. İlk etkinlik olması nedeniyle ortaya çıkan ön görüşme bulgularıyla örtüşen bu durum diğer etkinliklerde farklılaşmaktadır. Konuyla ilgili bulgular bir sonraki başlıkta sunulacaktır.

Bağlam Yoluyla Bilgilerin Sorgulanması

Araştırmada matematiksel modelleme etkinliklerindeki bağlamın/problem durumunun, bazı matematiksel yapıların/kavramların anlaşılmasında kolaylaştırıcı bir rol üstlendiği belirlenmiştir. Gerçek hayat problem durumunda bilgilerin doğruluğunu sorgulama fırsatı yakalayan öğrencilerin etkinlik çözüm sürecinde aktif bir rol alması ve bağlamla etkileşim içinde olması alan ölçmeye ilişkin öğrenmelerini desteklemiştir. Birim kare kavramının öğrenilmesi ve alan bağıntılarını birim kare kavramı ile açıklamayı hedefleyen "Geri Dönüşüm Macerası" etkinliğinde ortaya çıkan diyaloglar,

bağlamın, matematiksel yapıların/kavramların anlaşılmasında kolaylaştırıcı bir rol üstlendiği göstermeye örnek teşkil etmektedir:

Mehmet: Burası için gereken kumaşı bulduk 16 birim kare olur.

Araştırmacı: Peki bana burada birim kareyi gösterebilir misiniz

Pelin: Bakın hocam burası birim kare (iki kenar uzunluğunu çiziyor)

Araştırmacı: Meral sen birim kareyi gösterebilir misin?

Meral: İki birimin çarpımı birim karedir ama burada neresi olduğunu birazdan göstereyim.

Mehmet: Hocam bakın burası bir birim (iki benek arasını gösteriyor). Birim kare ise buranın tamamı olur içiyle beraber.

Araştırmacı: Biraz daha açıklayabilir misin?

Mehmet: Evet tabi ya. Bu kenar bir birim bu da karesi, bir birim kare. Bakın hocam sayınca 1, 2, 3.....16 çıkıyor. Alanı da 16 zaten.



Örnekte öğrencilerin birim kare kavramıyla ilgili açıklamaları yer almaktadır. Ön görüşmelerde birim kare kavramıyla ilgili bilgilerinin yetersiz olduğu belirlenen (Tablo 3, Tablo 4) öğrencilerden Mehmet'in, kumaş üzerinde beneklerden yararlanarak birim kare ile ilgili doğru bir açıklamada bulunduğu görülmektedir. Mehmet'in ayrıca karenin alan ölçme sonucu ile birim kare sayısını eşleştirerek düşüncesini doğrulamaya çalıştığı görülmektedir. Problemdaki gerçek yaşam durumuyla etkileşim, öğrencinin birim kare kavramına ilişkin muhakemesini kolaylaştırmış ve öğrenmesini desteklemiştir. Bir diğer örnek, Okul Partisi etkinliğinde gözlemlenmiştir. Okulda düzenlenecek bir konser için maksimum öğrenci sayısını belirlemeye çalışan ve bunun için bahçenin ebatlarını belirleyen öğrenciler, etkinlik sırasında alan ölçme konusunda hatalı sonuç bulmalarına neden olan bilgilerinin yanlış olduğunu fark etmiştir. Duruma ilişkin diyalog aşağıda sunulmuştur:

Mehmet: Gerekli bütün uzunlukları belirledik mi?

Serhat: Hayır üçgenin alanı için şu dik uzunluğu belirlememiz lazım. (Kırmızı yerle gösterilen).

Pelin: Şu çaprazı bulduk zaten. Orasını 20 m bulduk, o dik uzunluk ta 20 olur.

Serhat: Ya akıl var mantık var. Sence o uzunluk 20 m duruyor mu?

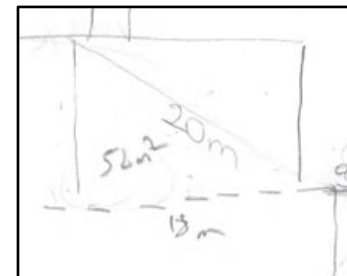
Birlikte ölçüyorlar.

Mehmet: Burası 6 metre çıktı. Kızlar bak eski etkinliklerin cevabını burada aldınız.

Ali: Gördünüz mü? İki uzunluk eşit değil.

Araştırmacı: Kızlar ne düşünüyorsunuz?

Meral: Hocam eşit değilmiş, biz yanlışmışız.



Daha önceki örneklerde verilen açıklamalarda da belirtildiği gibi uygulama öncesinde bazı öğrencilerin çokgenin yüksekliği ile kenar uzunluğunun eşit kabul etme şeklinde hatalı bir bilgileri bulunmaktaydı. İlk etkinliklerde bu şekilde devam eden öğrenciler, bu etkinlikte uzunlukların eşit olmadığını deneyimleme fırsatı bulmuş ve hatalarını fark etmişlerdir. Sonraki süreçte öğrenciler iki uzunluğu farklı kabul eden hesaplamalar yapmıştır. Etkinlikteki bağlamın uygulama boyutu, öğrencilerin alan ölçme becerilerini önemli ölçüde etkileyen bilgiyi düzeltmelerini sağlamıştır. Uygulama sürecinde bağlamın öğrencilerin öğrenmelerini desteklediğine dair daha çok sayıda örnek bulunmakta olup, açıklayıcı olması adına sunulan örneklerin yeterli olduğu düşünülmektedir.

Alan Ölçme Bağlantılarında Matematiksel İlişkilerin Fark Edilmesi

Öğrencilerin etkinliklerle etkileşim içindeyken matematiksel ilişkileri fark etmeleri, alan ölçme becerilerini olumlu yönde etkileyen bir diğer araştırma bulgusu olmuştur. Bu duruma ilişkin ilk örnek Geri Dönüşüm Macerası etkinliğinde yaşanmıştır. Etkinlik çözümünün sonunda grup sunumları yapılırken araştırmacılar öğrencilere birim kare ve alan bağlantısının birim kare ilişkilendirilmesine yönelik sorular sormuştur. Öğrencilerin açıklamaları aşağıda sunulmuştur:

Araştırmacı: Arkadaşlar, bu kumaşın alanını 11 ile 4'ü çarparak 44 birim kare bulunduğunuzu söylediniz. Bana burada 44'ü çarpmadan gösterebilir misiniz?

Mehmet: Mesela burada (ilk sırayı gösteriyor) 11 tane kare var bu sırada da 11 tane var, toplam 44.

Araştırmacı: Peki neden kenarlarını çarpıyoruz, alanı bulmak için.

Pelin: Çünkü hocam 4 tane 11 olduğu için. Mesela boylamasına 4, enlemesine de 11 sıra olduğu için 4 ile 11 i çarpabiliriz 44.

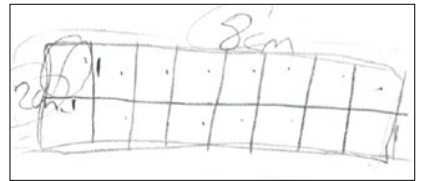
Araştırmacı: Peki uzun kenarı 8 cm, kısa kenarı 2 cm olan bir dikdörtgen çizerek alanını birim kare cinsinden gösterebilir misiniz?

Meral: Şöyle olmaz mı? Şöyle ikiye bölersek enlemesine, boylamasına da 8 parçaya ayırırız. 16 cm kare oldu

Ali: Hocam bence doğru yapıyor.

Araştırmacı: O kareler neyi temsil ediyor peki?

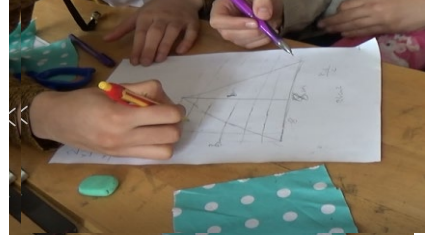
Pelin: Bir cm'lik kareyi temsil ediyor.



Açıklamalarda, öğrencilerin dikdörtgenin alan bağlantısını birim kare ile ilişkilendirerek matematiksel olarak açıkladığı görülmektedir. Araştırmacıların başka bir örnekle de pekiştirmek istediği bu tespit, öğrencilerin o soruyu da doğru bir şekilde cevaplama ve açıklama üzerine araştırmanın önemli bulgularından biri haline gelmiştir. Alan ölçmede kenar uzunlukların çarpılma sebebinin doğru bir şekilde açıklayan öğrenciler için bu durum, alan ölçme becerilerinin gelişimini önemli ölçüde destekleyen bir unsur olmuştur. Aynı gelişme üçgenin alan bağlantısında da görülmüştür. Araştırmacılar, etkinliğin devamında öğrencilere yüksekliği ve taban uzunluğunu verilen bir üçgenin alanını birim kare cinsinden nasıl gösterebileceklerini

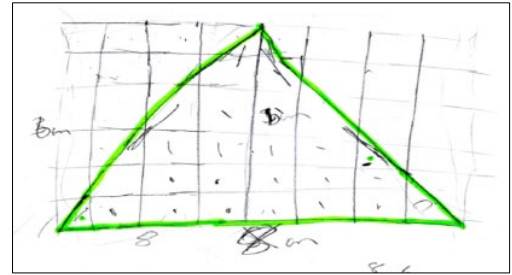
sormuşlardır. Öğrencilerin tamamı üçgenin alanının “taban çarpı yükseklik bölü iki” olduğunu ifade ederek alanını doğru bir şekilde hesaplamış ve sonucu 24 olarak bulmuştur. Öğrencilerin üçgenin alan hesaplamasında ilerleme kaydettikleri söylenebilir. Araştırmacılar bu sonucu birim kareyle ilişkilendirerek göstermelerini istemiştir. Öğrenciler kendi aralarında bir süre düşünüp tartıştıktan sonra farklı yöntemler geliştirerek soruyu cevaplamaya çalışmışlardır:

Meral: Nasıl gösterebiliriz. Şöyle yapabiliriz. Şuradan bir tane indiririz (dışardan yükseklik) altıya böleriz. Şuradan alttan da sekize böleriz. (Pelin kalemle dışardan yükseklik çizip bölmeye başlıyor). Orayı altıya böleceğiz pelin, aralıklara dikkat et eşit yapmaya çalış.



Esmâ: Eşit kabul ederiz aralıkları (çizimi bitiriyorlar).

Pelin: (Birim kareleri sayıyorlar). Yarım olanları tamamlarız. 1,223 oldu. Toplam 24 olacaktır.

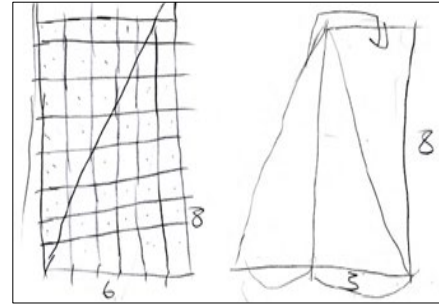


Meral: Aralıkları eşit çizmedik ondan oldu. Dedim ben sana eşit çiz diye.

Pelin: Evet. Doğru neyse bir şey olmaz. 24 çıkacak belli zaten

Araştırmacı: Siz nasıl yaptınız Serhat.

Serhat: Ben burada tamamladım. Ters çevirip birleştirdim. Buraya getirdim (üçgeni gösteriyor). Ama şimdi burada ikisini sayarsak nasıl anlatayım 48 çıkıyor bir hata var sanki.






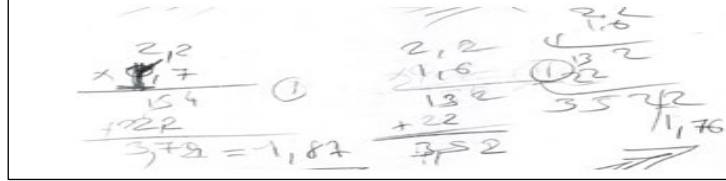

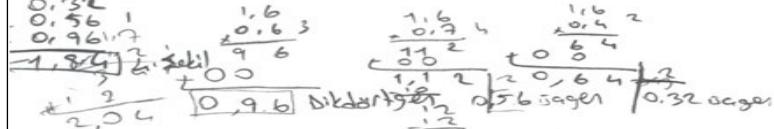
Meral: Serhat burası 3 olmaz mı, yarısını alıyorsun çünkü.

Serhat: Evet ben yanlış yapmışım doğru. Çünkü bunu çevirsem şekilde bir değişiklik olmaz. Tek fark burası 3, yükseklik sekiz kalır. 3 kere sekizi çarparsak bu üçgenin içini yani alanını bulmuş oluruz.

Meral: Bir çok yoldan çıkabilir.

Açıklamalarda öğrencilerin üçgenin alanını birim kareleri kullanarak doğru bir şekilde hesapladıkları ve farklı yöntemlerle hesaplama yaptıkları görülmektedir. Uygulama öncesi üçgenin alanını hatalı bir şekilde hesaplayan öğrenciler için bu durum önemli gelişme olarak ifade edilebilir. Alan bağıntısıyla elde edilen sayısal sonucun bölgeyi kaplayan birim karelerin sayısı ile eşit olduğunun tespiti, öğrencilerin kuralları daha doğru bir şekilde uygulamalarını sağlamıştır. İlerleyen etkinliklerde öğrenciler çokgenlerin alanını doğru bir şekilde hesaplamışlardır. Alan ölçme becerisinin gelişimini hedefleyen Miras Paylaşımı etkinliğinde öğrencilerin yapmış olduğu çözümler bu düşünceyi doğrulamaktadır. Etkinlikte, üçgen, paralelkenar ve yamuk şeklindeki bölgelerin alanı doğru bir şekilde belirleyen öğrencilerin çözümleri Tablo 5'te sunulmuştur.

Tablo 5. Öğrencilerin Uygulama Sürecinde Alan Ölçme Becerileri

Üçgenin Alanını Ölçme	<p>Serhat: Şimdi bu yükseklik değil mi (üçgenin yüksekliğini çiziyor). Şimdi burası da taban değil mi? Çarparsak paralelkenarı buluruz. Sonra üçgeni bulmak için ikiye böleriz. Çok mantıklı. Şimdi bunu herkes paralelkenar olarak kabul ediyor değil mi? Herkes evet dedi.</p> <p>Serhat: Şimdi burayı alıp buraya yapıştırırsak bildiğimiz bir şekle dönüşür (paralelkenarı dikdörtgene dönüştürüyor).</p> <p>Ali: Evet mantıklı. Çünkü bunu buraya geçirdiğinde hiçbir ölçüt azalıp artmıyor.</p> <p>Serhat: Şimdi bu dikliği ölçeriz. Tabanla çarpalım çıkar.</p> <p>Meral: (Ölçüyor) 3.5 cm taban, 1.5 cm yükseklik. Çarpıp ikiye bölersek 2,625 çıktı.</p>	
Paralelkenarın Alanını Ölçme	<p>Meral: Şimdi bu paralelkenar değil mi? Dikmesini indirsek şurdan şunu alıp şuraya yapıştırırız. Karşımıza dikdörtgen çıkar çarpıp hesaplarız.</p> <p>Ali: Paralelkenarın şu kısmını buraya getirmesek yok saymış oluruz. Ama buraya getirdiğimizde azalma veya artma olmadığı için sıkıntı olmaz. Burayla da (yükseklik) burayı çarpığımız da dikdörtgen olur. Onu geri paralelkenara dönüştürürsek sıkıntı olmaz.</p> <p>Serhat: Hiç kesip yapıştırmanıza gerek yok. Niye kesip yapıştırıyorsunuz. yükseklik ile tabanı çarp yeter. Çünkü eksiltip ya da azalttığımız bir şey yok ki tabanla yüksekliği çarp işte.</p>	
Yamuğun Alanını Ölçme	<p>Serhat: Böyle ters çevirince paralelkenar oluyor yaptım ben.</p> <p>Pelin: Evet paralelkenar doğru.</p> <p>Serhat: Bizim için önemli olan yükseklik ve taban. Burayı (tabanı) bulup ikiye çarpcaz. Sonra yükseklikle çarpacağız. Onu da ikiye bölersek burayı (yamuğu) buluruz.</p> <p>Mehmet: Ölçelim taban ne çıkıyor. 2,2 çıktı. Yükseklik 1,6 çıktı</p> <p>Mehmet: Tamam. Hesaplama yapıyor. 1,87 çıktı.</p>	
		
	<p>Meral: Yamuğu böyle bölersek arada bir dikdörtgen çıkar. Üçgenlerden birini alıp diğerinin üstüne tamamlasak dikdörtgen olur hesaplarız. Şurayı alıp şuraya katarsak iki tane dikdörtgen çıkar.</p> <p>Ali: Olmaz tamamlamaz. Ölçütleri farklı. Aradaki dikdörtgeni ayrı buluruz. Bu iki üçgen dik zaten onları da çarpıp buluruz.</p>	
		

Açıklamalarda öğrencilerin çokgenlerin alanını doğru bir şekilde hesapladıkları görülmektedir. Çokgenlerin alanını hesaplarken tamamlama yöntemini kullanan ve aynı çokgenin alanını farklı yöntemlerle hesaplayan öğrencilerin uygulama öncesine göre önemli ölçüde gelişme kaydettikleri söylenebilir. Açıklamalarda dikkat çeken bir diğer husus, öğrencilerin daha önce öğrenmedikleri yamuğun alanını doğru bir şekilde hesaplamaları bu hesaplamayı yaparlarken yamuğun alan bağıntısını farkında olmadan kullanıyor olmalarıdır. Uygulama esnasında bunu fark eden araştırmacılar öğrencilerden yamuğun alan bağıntısını ifade etmelerini istemişlerdir. Bunun üzerine aşağıda verilen geçen diyalog yaşanmıştır:

Serhat: Benim aklımda bir fikir geldi söyleyebilir miyim?

Ali: Alanı bulmak için şuradaki üst tabanın bilinmesi gerekir.

Serhat: Alta tabanın da bilinmesi gerekir. Bir de yüksekliğin bilinmesi lazım.

Araştırmacı: Peki bunu cebirsel olarak ifade edebilir misiniz?

Ali: Tabi ki yapabiliriz. Yukarıya a diyelim. Buraya da b diyelim

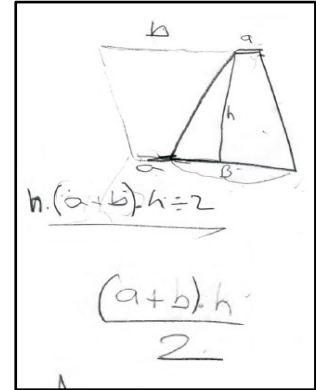
Mehmet: Bir de yükseklik h .

Serhat: Hocam söyleyebilir miyim. a artı b çarpı h bölü 2 olur. Serhat formülünü yazıyor (parantez içine almıyor).

Esmâ: Paranteze al paranteze. İlk önce toplayıp sonra.

Mehmet: dağıtıyoruz öyle

Serhat: Paranteze alınırsa önce toplayıp sonra çarparız.



Öğrenciler üçgenin alan bağıntısını da aşağıda verildiği şekilde açıklamıştır:

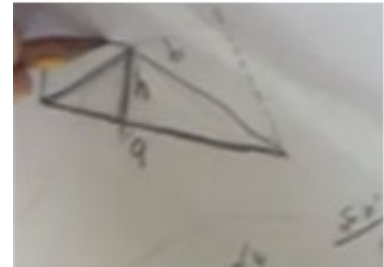
Pelin: Bir üçgen çizelim. Hocam dışardan bir dikme indiririz. (çiziyor)

Araştırmacı: Peki şurayı taban kabul etseniz olur mu (uzun kenarı)

Pelin: Olur hiç fark etmez. Öyle de bakabiliriz. O zaman yükseklik burası olur (Doğru yeri çiziyor). Tabana a diyelim. Yükseklik h olur. a çarpı h bölü 2 olur.

Serhat: Hepsinin formülü taban çarpı yükseklik bölü 2.

Eğer tamamlarsak ta ters çevirirsek paralelkenar yoksa da dikdörtgen olur çeşitkenar üçgen de ama.



Açıklamalarda öğrencilerin hem üçgenin hem de yamuğun alan bağıntısını doğru bir şekilde oluşturdukları ve açıkladıkları görülmektedir. Yukarıda sunulan örnekler, matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin alan ölçmeyi gerektiren bir durumu matematiksel olarak açıklamasında, matematiksel ilişkileri yapılandırmasında destekleyici bir role sahip olduğunu göstermektedir.

Tartışma

Matematiksel modelleme etkinliklerine dayalı öğrenme ortamında öğrencilerin alan ölçme bilgi ve becerilerinin incelendiği araştırmada, öğrencilerin öncelikle uygulama öncesi alan ölçme bilgi ve becerileri incelenmiştir. Yapılan görüşmelerde öğrencilerin tamamının alan ölçmeyi kenar uzunluklarının çarpımı şeklinde yorumlayarak formüle dayalı bir biçimde açıkladığı belirlenmiştir. Öğrenciler, alan ölçmeyi miktar belirlemeden ziyade, iki uzunluğun çarpımı şeklinde yorumlamaktadırlar. Bu bulgu, öğrencilerde alan ölçme algısının sınırlı bir şekilde oluştuğunu göstermektedir. Oysa alan ölçme, alanı sınırlı bir bölge olarak değerlendirmek ve bu bölgenin miktarını belirlemek şeklinde iki farklı aşamadan oluşmaktadır (Simon ve Blume, 1994). İlk aşama alanın bölge olduğunu anlamayı, ikinci aşama ise bölgenin uygun birimle kaplanıp, miktarının belirlenmesini içerir. Alan ölçmeyi kapsayan ikinci aşamayı, araştırmadaki öğrencilerin bölgeyi birimle kaplamaktan ziyade çokgenin uzunluklarına dayalı algoritmalara bağlı olarak yorumladıkları ve alan ölçmeye ilişkin oluşan bilgilerinin de çoğunlukla hatalı olduğu belirlenmiştir. Bazı öğrencilerde alan ölçmeyle ilgili “farklı her kenar uzunluğunun çarpımı” şeklinde oldukça hatalı bir algı olduğu, bazı öğrencilerin ise alanı diklik şartı aranmadan iki kenarın çarpımı şeklinde yorumladığı tespit edilmiştir. Araştırmadaki öğrencilerin büyük çoğunluğu, bir çokgenin alanını hesaplamak için çokgene ait kenar uzunluklarının kullanılması gerektiğini düşünmektedir. Genel olarak alan ölçme konusunun öğretiminde kare ve dikdörtgenin alan hesaplamasının daha önce öğretilmesi ve söz konusu öğretimde alan ölçmenin kenar uzunluklarıyla ilişkilendirilerek açıklanması, algının şekillenmesindeki en önemli nedenlerdendir. Öğrenciler kare ve dikdörtgenin alan hesaplamasını üçgen ve paralelkenar gibi diğer şekillere göre daha doğru bir şekilde hesaplayabilmektedir (Gürefe, 2018; Stephan ve Clements, 2003). Bundan dolayı öğrenciler için kare ve dikdörtgenin alan formülü daha anlaşılır, daha kalıcı ve kullanılabilir olabilmektedir. Kare ve dikdörtgende alan hesaplamasının taban ve yükseklik kavramları yerine en ve boyla ilişkilendirilmesi öğrencilerde alan hesaplamasının kenar uzunluğuyla yapılacağı algısını desteklemektedir. Kidman ve Cooper (1997), öğretimden kaynaklanan sorunların ve öğretmenin bilgi yetersizliğinin öğrencilerin alan ölçme konusundaki hatalarında önemli bir unsur olabileceğini belirtmiştir. Benzer şekilde yapılan çalışmalarda konunun kurallara dayalı geleneksel öğretim anlayışla gerçekleştirilmesinin hatalara ve zorluklara neden olabileceği belirtilmektedir (Kidman ve Cooper, 1997; Stephan ve Clement, 2003). Alan formülüyle yapılan öğretim, özellikle erken dönemlerde öğrencilerin alanı aritmetik bir formda yorumlamalarına neden olabilmektedir. Algoritmalara dayalı anlayışla birlikte, alanın eş birimlerle kaplama olduğu algısını oluşturmak ve sütun-satır koordinasyonundan sistemli bir saymaya dönüştürerek çarpımsal boyuta geçmek daha doğru bir yaklaşım olacaktır (Huang ve Witz, 2013; Outhred ve Mitchelmore, 2000). Aksi takdirde alan bağıntıları öğrenciler için işlemsel boyutun ötesine geçmemekle birlikte ezberlenmiş bir forma dönüşmektedir. Bu araştırmada elde edilen bulgular bu düşüncüyü desteklemektedir. Araştırmada öğrencilerin alanı ölçme becerilerine ilişkin bulgular incelendiğinde, kare ve

dikdörtgenin alan bağıntısını doğru bir şekilde kullandıkları ve hesaplamaları doğru bir şekilde yaptıkları, bunun dışında üçgen ve paralelkenarın alanını hesaplamada ciddi hatalar yaptıkları ve alan bağıntılarını bilmedikleri belirlenmiştir. Elde edilen bulgular diğer araştırmaların sonuçlarıyla örtüşmektedir (Gürefe, 2018; Stephan ve Clements, 2003). Alan formülleri alan ölçmede kavramsal bir düzeyde öğrenildiğinde oldukça etkili ve kısa yoldan sonuca götüren bir strateji olarak karşımıza çıkmaktadır (Lehrer, Jaslow ve Curtis, 2003'den aktaran Huang ve Witz, 2013). Fakat matematiksel olarak anlaşılır bir boyuta ulaşmadıkça, öğrencilerin ezbere bir biçimde uyguladığı kurallar yığını olarak şekillenmektedir. Araştırmadan elde edilen sonuçlar, bu düşünceyle örtüşmektedir. Ayrıca alan ölçmeyi alan formülleriyle gerçekleştirmede dolaylı bir ölçme söz konusudur (Zacharos, 2006). Bir bölgenin alanını ölçerken, formüldeki uzunlukların ölçümü dikkate alınarak dolaylı bir ölçme gerçekleştirilmektedir ve bu durum bazı öğrenme zorluklarına sebep olabilmektedir. Tüm bu nedenlerden dolayı ölçmeyi matematiksel olarak anlamlı kılan yollar tercih edilmelidir (Huang ve Witz, 2013).

Araştırmada uygulama sürecine ilişkin önemli sonuçlar elde edilmiştir. Matematiksel modelleme etkinliklerine dayalı öğrenme ortamının öğrencilerin alan ölçme bilgi ve becerilerinin gelişimine katkı sağladığı gözlenmiştir. Matematiksel modelleme etkinliklerinin sağladığı katkıyla ilgili üç önemli etkenden bahsetmek mümkündür. Matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin alan ölçmeye ilişkin geçmiş bilgilerini aktive etmesi ve doğası gereği bilgi paylaşımını gerektirmesi, öğrencilerin gelişiminde etkili olan faktörlerden biri olarak belirlenmiştir. Öğrencinin model oluşturma sürecinde etkin bir rol alması, modelleme süreci boyunca hem bilgilerini hatırlamalarına hem de sorgulamalarına olanak sağlamaktadır. Lesh ve Doerr, (2003a), öğrencilerin güçlü, paylaşılabılır modeller oluştururken kavramsal yapılarını farkında olmadan gözden geçirdiğini ifade etmektedir. Araştırmada da öğrenciler uygulama öncesinde yanlış bir şekilde hesapladıkları üçgenin alan bağıntısını etkinlikle meşgul olurlarken hatırlamış ve uygulamışlardır. Öğrencilerin bilgilerindeki değişime bir diğer etken akran faktörüdür. Birçok araştırmada matematiksel modellemenin sosyo-kültürel yönüne vurgu yapılarak, modelleme etkinliklerinin grup çalışmasıyla yürütülmesinin etkili olduğu belirtmiştir (Dunne ve Gabrailth, 2003; Lesh ve Doerr, 2003a, 2003b; Lesh ve Harel, 2003). Grupla çalışmak, öğrencilerin etkinlikte fark edemediği ve kendi deneyimlerinin yetersiz olduğu durumlarda bilgiyi çarpıtma ve yanlış kullanmanın önüne geçmesi adına önemli bir güç olarak görülmektedir (Lesh ve Doerr, 2003b). Bu süreçte, grup içinde öğrencilerin bilgileri sunmaları ve karşılardaki bireyin bilgilerine ulaşmaları şeklinde gerçekleşen bilgi paylaşımı, model oluşumu için bilginin grup üyelerinin onayından geçerek kullanılması doğal bir karşılaştırma ve değerlendirme sürecini barındırır. Akran değerlendirmesi olarak ifade edebileceğimiz bu durum öğrenciye rehberlik etmesi konusunda oldukça önemlidir (Lesh ve Harel, 2003). Ng (2011), öğrencilerin modelleme etkinliğini anlamada, bağlamı yorumlamada, matematiksel bilgilerini kullanmada ve akıl yürütmeye grup üyeleri tarafından önemli bir biçimde etkilendiklerini belirtmektedir. Araştırmada öğrenciler bilgi paylaşımı yoluyla geçmiş

bilgilerini hatırlamış ve yeni bilgiler edinmişlerdir. Üçgenin alan bağıntısında yüksekliği kullanmaları, alan bağıntısını hatırlamaları elde edilen örnek durumlardır. Bu anlamda araştırma sonuçları literatürü desteklemektedir. Araştırmada öğrencilerin gerçek yaşam bağlamındaki matematik yoluyla bilgilerini sorguladığını tespit edilmiştir ve bu durum öğrencilerin gelişimindeki bir diğer etkidir. Matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin bilgilerini sorgulamaları ve değerlendirmeleri için önemli fırsatlar sunduğu araştırmalarda belirtilmektedir (English 2006; Lesh ve Doerr, 2003a; Lesh ve Harel, 2003; Yoon, 2007). Matematiksel modelleme etkinliklerinde öğrenciler aktif bir şekilde rol alır ve gerçek hayatta matematiğin ne işe yaradığını görme fırsatı yakalar (Borromeo Ferri, 2018). Bağlamla ve bağlamın içindeki matematikle etkileşim içinde olmak doğru bilgiye ulaşmada önemli bir etkiye sahiptir. Park ve diğerleri (2013), modellemenin matematiksel kavramların keşfine olanak sağlayan bir öğrenme ortamını içerdiğini vurgulamışlardır. Bu araştırmada da durum bu şekilde olmuş ve öğrenciler bağlam yoluyla uzunluk korunumuyla ilgili hatalı bilgilerini düzeltmiş ve başka bir örnekte de birim kare kavramını keşfetmişlerdir. Birim kare ile ilgili yaşanan keşif, öğrencilerin alan bağıntısını matematiksel olarak açıklamalarına zemin hazırlamış ve matematiksel ilişkilerin kurulmasını kolaylaştırmıştır. Matematiksel modelleme etkinliklerinin söz konusu ilişkiyi sağlamadaki etkisi, araştırmada belirlenen faktörlerden üçüncüsüdür. Matematiksel modelleme etkinliklerinde ortaya konulan model, bireyde var olan kavramsal sistemlerin güçlü bir temsilcisidir ve öğrencilerin kavramsal bilgilerine dair önemli bilgiler sunar (Lesh ve Doerr, 2003a). Bunun yanı sıra matematiksel model oluşturmak, bireyin kavramsal sistemlerinin gelişimi daha derin ve anlamlı matematiksel bilgiler inşa etmesini de desteklemektedir (Hitt ve González-Martín; 2015; Lesh ve Doerr, 2003a). English (2006), erken yaş dönemlerinde matematiksel modellemenin öğrencilerin kendi fikirlerini oluşturmaları, geliştirmeleri, değerlendirmeleri ve revize etmelerine olanak sağlaması bakımından matematiksel yapıların gelişimi için zengin bir öğrenme ortamı sunduğunu ifade etmiştir. Matematiksel modellemenin sağladığı fırsatlardan dolayı, matematik öğretimi için etkili bir araç olduğu çeşitli çalışmalarda vurgulanmıştır (Dunne ve Galbraith, 2003; Lesh ve Doerr, 2003a; Ärlebäck, Doerr ve O'Neil, 2013). Ayrıca matematiksel modellemenin matematik öğretimi için bir araç olarak kullanıldığı yaklaşım (Gabrailth, 2012), modellemenin matematik öğretimi üzerinde olumlu etkisinin en önemli göstergelerindendir. Bu bağlamda araştırmadan elde edilen sonuçlar, diğer araştırma sonuçlarını desteklemektedir.

Araştırmada öğrencilerin alan ölçme bilgi ve becerilerinin gelişiminde konuya ilişkin bazı kavram ve yapıların anlam kazanması tetikleyici olmuştur. Öğrencilerin Geri Dönüşüm Macerası etkinliğinde birim kare kavramını keşfetmesi, aynı etkinlikte hesaplama sonucunu bölgeyi kaplayan birim kare sayısı ile ilişkilendirmesi, alanın bir bölge olduğu algısını desteklemenin yanı sıra, dikdörtgenin alan bağıntısının matematiksel olarak anlaşılmasını da kolaylaştırmıştır. Aynı etkinlikte öğrenciler üçgenin alan formülünü de birim kare ile ilişkilendirerek açıklamıştır. Uygulama öncesinde alan bağıntılarını yanlış ve ezbere bir biçimde kullanan öğrencilerin, alan

formüllerini matematiksel olarak açıklayabilmesi, önemli bir gelişme olarak görülmekte ve bu gelişmede birim kare kavramının oluşmasının etkili olduğu düşünülmektedir. Çünkü, alan formüllerinin matematiksel olarak açıklanabilmesinde yüzeyin eş birimlerle kaplanması ve birim sayısının alan bağıntısıyla ilişkilendirilmesi oldukça önemlidir (Kidman ve Cooper, 1997; Outhred ve Mitchelmore, 2000; Stephan ve Clements, 2003). Bunun sonucu, öğrencilerin alan ölçme becerisine de yansımıştır. Araştırmada öğrencilerin daha önce öğrenimini görmemiş oldukları yamuk dahil olmak üzere çokgenlerin alanını doğru bir şekilde hesapladıkları, yamuğun alan formülünü keşfedip cebirsel olarak doğru bir şekilde tanımladıkları belirlenmiştir. Alan ölçme formüllerinin matematiksel olarak anlam kazanmasının, alan ölçme becerisini etkilemesi oldukça doğaldır. Fakat, öğrencilerin yamuğun alan formülünü keşfetmeleri öğrencilerdeki gelişimin alan ölçme becerisiyle sınırlı kalmayıp, daha üst düzey becerileri de kapsadığını göstermektedir. Tüm bu açıklamalar, matematiksel modelleme etkinliklerine dayanan öğrenme ortamında, öğrenciler için alan ölçmenin daha anlamlı bir hale geldiğini göstermektedir.

Sonuç ve Öneriler

Bu araştırmada, son yıllarda birçok ülkenin öğretim programında yer verdiği ve önemini vurguladığı matematiksel modellemeye dayalı öğrenme ortamında öğrencilerin alan ölçme bilgi ve becerilerini incelemek amaçlanmıştır. Elde edilen sonuçlar, matematiksel modellemenin öğrencilerin konuya ilişkin öğrenmelerini olumlu yönde etkilediğini göstermektedir. Belirlenen gelişmenin yaşanmasında matematiksel modellemenin sağladığı öğrenme ortamının ve alan ölçme konusundaki bazı kavramlarla ilgili yaşanan gelişmelerin etkili olduğu söylenebilir. Öğrencilerin geçmiş bilgilerini hatırlamaları ve modelleme sürecindeki bilgi paylaşımları, bağlamdaki matematik yoluyla bilgilerin sorgulanması ve bunun sonucu olarak matematiksel ilişkilerin görülmesi, matematiksel modelleme etkinlikleriyle oluşturulan öğrenme ortamının öğrencilerin gelişimlerine etki eden özellikleri olarak belirlenmiştir. Öte yandan, öğrencilerin alan ölçme becerilerinin gelişiminde alan formüllerinin matematiksel olarak anlaşılmasının önemli olduğu ve bunun sağlanmasında bölgenin uygun birimle kaplanarak alan bağıntısıyla ilişkilendirilmesinin etkili olduğu belirlenmiştir. Araştırma sonuçları, matematiksel modelleme etkinliklerinin sağladığı öğrenme ortamından dolayı matematik öğretiminde etkili bir araç olabileceğini göstermektedir. Matematik konularının matematiksel modelleme etkinlikleriyle öğretimini kapsayan çalışmaların yapılması, sonuçların daha genellenebilir olması adına önemlidir. Dolayısıyla diğer matematik konularını kapsayan ve matematiksel modellemenin bir araç olarak ele aldığı çalışmaları yürütmek ve matematik öğretim programında matematiksel modelleme etkinliklerine yer vermek, bu araştırmanın sonuçları dikkate alınarak sunulan önerilerdir.

Kaynaklar

- Ärlebäck, J. B., Doerr, H. M., & O'Neil, A. H. (2013). A modeling perspective on interpreting rates of change in context. *Mathematical thinking and learning*, 15(4), 314-336.
- Baturo, A., & Nason, R. (1996). Student teachers' subject matter knowledge within the domain of area measurement. *Educational studies in mathematics*, 31(3), 235-268.
- Berry, J. ve Houston, K. (1995). *Mathematical modelling*. Bistol: J. W. Arrowsmith Ltd.
- Bliss, K., & Libertini, J. (2016). What is mathematical modeling. *Guidelines for assessment & instruction in mathematical modeling education (GAIMME)*, 7-21.
- Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning How to Teach Mathematical Modeling in School and Teacher Education*. Springer International Publishing, Cham, Switzerland.
- Chamberlin, S. A., & Moon, S. M. (2005). Model-eliciting activities as a tool to develop and identify creatively gifted mathematicians. *Journal of Secondary Gifted Education*, 17(1), 37-47.
- Cirillo, M., Pelesko, J. A., Felton-Koestler, M. D., & Rubel, L. (2016). Perspectives on modeling in school mathematics. In C. R. Hirsch & A. R. McDuffie (Eds.), *Mathematical modeling and modeling mathematics* (pp. 3–16). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Common Core State Standards for Mathematics, (2011). 15 Ocak 2017 tarihinde "http://www.corestandards.org/wp-content/uploads/Math_Standards1.pdf ", adresinden erişildi.
- Creswell, J. W. (2013). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches (4nd ed.)*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Çavuş Erdem, Z., Doğan, M. F., Gürbüz, R., & Şahin, S., (2017). Matematiksel Modellemenin Öğretim Araçlarına Yansımaları: Ders Kitabı Analizi. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 7(1), 61-86.
- Çavuş Erdem, Z., (2018). *Matematiksel Modelleme Etkinliklerine Dayalı Öğrenim Sürecinin Alan Ölçme Konusu Bağlamında İncelenmesi*. Doktora tezi, Adıyaman Üniversitesi, Adıyaman.
- Çelik, D. ve Temurtaş, A. (2018). Modelleme perspektifleri. R. Gürbüz ve M. F. Doğan (Ed.), *Matematiksel modellemeye disiplinler arası bakış: Bir STEM yaklaşımı*. (ss. 21-31). Ankara: Pegem Akademi.
- Çiltaş, A. (2011). *Dizi ve seriler konusunun matematiksel modelleme yoluyla öğretiminin ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının öğrenme ve modelleme becerileri üzerine etkisi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- Doğan, M. F., Gürbüz, R., Çavuş Erdem, Z. ve Şahin, S., (2018). STEM eğitimine geçişte bir araç olarak matematiksel modelleme. R. Gürbüz ve M. F. Doğan (Ed.), *Matematiksel modellemeye disiplinler arası bakış: Bir STEM yaklaşımı*. (ss. 43-56). Ankara: Pegem Akademi.

- Doruk, B.K. (2010). *Matematiği günlük yaşama transfer etmede matematiksel modellemenin etkisi*. Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Dunne, T., & Galbraith, P. (2003). Mathematical modelling as pedagogy—impact of an immersion program. In Q. X. Ye, W. Blum, K. Houston & Q.Y. Jiang (Eds.), *Mathematical modelling in education and culture* (pp-16-30). Horwood Publishing Chichester, England.
- Ellis, A. B., Ozgur, Z., Kulow, T., Dogan, M. F., & Amidon, J. (2016). An exponential growth learning trajectory: Students' emerging understanding of exponential growth through covariation. *Mathematical thinking and learning*, 18(3), 151-181.
- English, L. D. (2006). Mathematical modeling in the primary school: Children's construction of a consumer guide. *Educational studies in mathematics*, 63(3), 303-323.
- Fauzan, A. (2002). *Applying Realistic Mathematics Education (RME) in teaching geometry in Indonesian primary schools*. Doctoral thesis, University of Twente [Host], Enschede.
- Freeman, A. L. (2014). *The impact of small-group mathematical modeling activities on students' understanding of linear and quadratic functions*. Doctoral dissertation, Teachers College, Columbia University.
- Galbraith, P. (2012). Models of modelling: genres, purposes or perspectives. *Journal of Mathematical Modeling and Application*, 1(5), 3-16
- Gürbüz, R. ve Doğan, M. F. (2018). Giriş: Matematiksel modellemeye disiplinler arası bakış: Bir STEM yaklaşımı. R. Gürbüz ve M. F. Doğan (Ed.), *Matematiksel modellemeye disiplinler arası bakış: Bir STEM yaklaşımı*. (ss. 1-5). Ankara: Pegem Akademi.
- Gürefe, N., (2018). "Ortaokul Öğrencilerinin Alan Ölçüm Problemlerinde Kullandıkları Stratejilerin Belirlenmesi", *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 33(2), 417-438.
- Harel, G., & Lesh, R. (2003). Local conceptual development of proof schemes in a cooperative learning setting. In R. Lesh, & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*, (pp- 359-382).
- Hitt, F., & González-Martín, A. S. (2015). Covariation between variables in a modelling process: The ACODESA (collaborative learning, scientific debate and self-reflection) method. *Educational studies in mathematics*, 88(2), 201-219.
- Huang, H. M. E., & Witz, K. G. (2013). Children's conceptions of area measurement and their strategies for solving area measurement problems. *Journal of Curriculum and Teaching*, 2(1), 10.
- Ilgar, M. Z., & Ilgar, S. C. (2013). *Nitel bir araştırma deseni olarak gömülü teori (Temellendirilmiş Kuram)*, 197-247.
- Işık, N., (2016). *Matematiksel Modelleme Etkinliklerinin İlkokul 4. Sınıfta Sayılar Öğrenme Alanına İlişkin Zorluk Algısı ve Başarıya Etkisi*. Doktora Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya.

- Kidman, G. & Cooper, T.J. (1997). Area integration rules for grades 4, 6, 8 students. In E. Pehkonen (Ed.), *Proceedings of the 21st Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 132-143. Lahti, Finland: University of Finland.
- Lesh, R., & Carmona, G. (2003). Piagetian conceptual systems and models for mathematizing everyday experiences. In R. Lesh, & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp-71-96). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003a). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In R. Lesh, & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 3-33). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003b). In what ways does a models and modeling perspective move beyond constructivism. In R. Lesh, & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning and teaching* (pp. 519-556). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., & Post, T. (2000). Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers. In R. Lesh, & A. Kelly (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 591-645). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum
- Lesh, R., & Zawojewski, J. S. (2007). Problem solving and modeling. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 763–804). Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- M.B. Miles ve A.M. Huberman, (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook (2nd ed.)*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Ministry Of Education Singapore (2007). *Mathematics Syllabus Primary* [Pdf Belgesi] 20 Şubat 2017 tarihinde "https://www.moe.gov.sg/docs/defaultsource/document/education/syllabuses/sciences/files/mathematics_syllabus_primary_1_to_6.pdf adresinden erişildi.
- Milli Eğitim Bakanlığı, (2018). Talim Terbiye Kurulu [Pdf Belgesi], Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı. 20 Şubat 2018 tarihinde <http://mufredat.meb.gov.tr/Programlar.aspx> adresinden erişildi.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Ng, K. E. D. (2011). Mathematical knowledge application and student difficulties in a design-based interdisciplinary project. In G.Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 107-116). Springer, Dordrecht.
- Outhred, L. N., & Mitchelmore, M. C. (2000). Young children's intuitive understanding of rectangular area measurement. *Journal for research in mathematics education*, 144-167.

- Özaltun Çelik, A. (2018). *İkinci Dereceden Fonksiyonlara İlişkin Varsayımsal Öğrenme Yollarının ve Öğretim Dizisinin Tasarlanması*. Doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Park, J., Park, M. S., Park, M., Cho, J., & Lee, K. H. (2013). Mathematical modelling as a facilitator to conceptualization of the derivative and the integral in a spreadsheet environment. *Teaching Mathematics and its Applications: An International Journal of the IMA*, 32(3), 123-139.
- Reynolds, A., & Wheatley, G. H. (1996). Elementary students' construction and coordination of units in an area setting. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(5), 564-581.
- Simon, M. A., & Blume, G. W. (1994). Building and understanding multiplicative relationships: A study of prospective elementary teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13(2), 472-494.
- Stephan, M., & Clements, D. H. (2003). Linear and area measurement in prekindergarten to grade 2. Douglas. H. Clements & George. W. Bright (Eds.), *Learning and Teaching Measurement 2003 Yearbook* (s. 3-16). Reston,VA: NCTM.
- Strauss, A., & Corbin, J. M. (1990). *Basics of qualitative research: Grounded theory procedures and techniques*. Sage Publications, Inc.
- Stohlmann, M., DeVaul, L., Allen, C., Adkins, A., Ito, T., Lockett, D., & Wong, N. (2016). What Is Known about Secondary Grades Mathematical Modelling--A Review. *Journal of Mathematics Research*, 8(5), 12.
- Van De Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2014). *İlkokul ve ortaokul matematiği: gelişimsel yaklaşımla öğretim*. Soner Durmuş (Çev. Ed.), Nobel Akademik Yayıncılık.
- Yin, R. K. (2009). *Case study research: Design and methods (applied social research methods)*. London and Singapore: Sage.
- Yükseköğretim Kurulu Başkanlığı (2018). *Öğretmen Yetiştirme Lisans Programları*. Ankara Üniversitesi Basımevi Müdürlüğü
- Zacharos, K. (2006). Prevailing educational practices for area measurement and students' failure in measuring areas. *The Journal of Mathematical Behavior*, 25(3), 224-239.
- Zawojewski, J. S., Lesh, R. A., & English, L. D. (2003). A models and modeling perspective on the role of small group learning activities. In R. Lesh, & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 337-358). Lawrence Erlbaum Associates.

Ek A: Miras Paylaşımı Etkinliği

MİRAS PAYLAŞIMI ETKİNLİĞİ

Adıyaman' da yaşayan Ali Kemal, 2 kardeşiyle birlikte, babalarından miras kalan tarlaları adaletli bir şekilde bölüşmek istemektedir. Miras kalan 6 tarla bulunmaktadır, tarlaların büyüklükleri farklıdır her kardeş 2 tarla alacaktır. Paylaşımın olabildiğince adaletli yapılması gerekmektedir. Tarlaların uydu görüntüleri aşağıda verilmiştir. Tarlaları 3 kardeşe paylaşırınız. Paylaşımı nasıl yaptığınızı ayrıntılı bir biçimde açıklayınız.



****Paylaşırmanız gereken tarlalar kırmızı dairelerle gösterilmiştir.**

