T.C.
ADIYAMAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DOKTORA TEZİ

MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN MATEMATİKSEL MODELLEME PROBLEMİ HAZIRLAMA BECERİLERİNİN İNCELENMESİ

SEDA ŞAHİN

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

ADIYAMAN, 2019

T.C.
ADIYAMAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN MATEMATİKSEL MODELLEME PROBLEMİ HAZIRLAMA BECERİLERİNİN İNCELENMESİ

Seda ŞAHİN

Doktora Tezi

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Bu tez 24/06/2019 tarihinde aşağıdaki jüri üyeleri tarafından oybirliği/~~oyçokluğu~~ ile kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Ramazan GÜRBÜZ
Danışman

Prof. Dr. Adnan BAKİ
Üye

Prof. Dr. Bilal ALTAY
Üye

Prof. Dr. Bülent GÜVEN
Üye

Dr. Öğr. Üyesi M. Fatih DOĞAN
Üye

Prof. Dr. Murat KOCA
Enstitü Müdürü

ÖZET

Doktora Tezi

MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN MATEMATİKSEL MODELLEME PROBLEMİ HAZIRLAMA BECERİLERİNİN İNCELENMESİ

Seda ŞAHİN

Adıyaman Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman : Prof. Dr. Ramazan GÜRBÜZ
Yıl : 2019, Sayfa sayısı: 201

Jüri : Prof. Dr. Ramazan GÜRBÜZ
Prof. Dr. Adnan BAKİ
Prof. Dr. Bülent GÜVEN
Prof. Dr. Bilal ALTAY
Dr. Öğr. Üyesi M. Fatih DOĞAN

Öğretim programlarında yer almasıyla birlikte matematiksel modellemenin öğretiminde öğretmen yeterlikleri tartışılan konulardan biri olmuştur. Öğretmenlerin bu yeterliklere ne düzeyde sahip olduklarını belirlemek için kullanılabilecek yöntemlerden biri matematiksel modelleme problemi hazırlama becerilerinin incelenmesidir. Bu araştırmada matematiksel modelleme eğitimi verilen 6 matematik öğretmeninin problem hazırlama süreçleri incelenmiştir. Çoklu durum çalışması olarak tasarlanan çalışmanın verileri yarı yapılandırılmış mülakatlar, problem seti değerlendirme formu ve matematiksel modelleme eğitimi video kayıtları ile toplanmıştır. Verilerin analizinde açık ve eksensel kodlama ile içerik analizi yöntemleri kullanılmıştır. Araştırma sonuçları öğretmenlerin problem hazırlama sürecinde başarılı performans sergilemelerine rağmen birtakım zorluklar yaşadıklarını; bu zorlukların genel olarak matematiksel modelleme problemlerinin özelliklerinin farklı algılanmasından kaynaklandığını göstermiştir. Öğretmenlerin özellikle matematik ile gerçek yaşam arasında ilişki kurmada başarılı oldukları, problem hazırlarken öncelikli olarak varsayımlara dayalı, yoruma açık ve düşündürücü olma kriterlerini dikkate aldıkları tespit edilmiştir. Sonuçlar, matematiksel modellemenin sınıf ortamına taşınmasında öğretmen yeterliklerinin önemli bir rol oynadığını, bu sebeple matematiksel modellemenin öğretiminde öğretmenlerin teorik ve pratik bilgi eksikliklerinin giderilmesinin öncelikli konular arasında yer alması gerektiğini göstermektedir.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel modelleme; Öğretmen yeterlikleri; Problem hazırlama; Çoklu durum çalışması.

ABSTRACT

PhD Dissertation

INVESTIGATION OF MATHEMATICAL MODELING PROBLEM POSING COMPETENCIES OF MATHEMATICS TEACHERS

Seda ŞAHİN

Adiyaman University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Mathematics and Science Education

Supervisor : Prof. Dr. Ramazan GÜRBÜZ
Year : 2019 , Number of pages: 201

Jury : Prof. Dr. Ramazan GÜRBÜZ
Prof. Dr. Adnan BAKİ
Prof. Dr. Bülent GÜVEN
Prof. Dr. Bilal ALTAY
Asst. Prof. Dr. M. Fatih DOĞAN

Teachers' competencies for teaching mathematical modeling are being one of the discussed topics that is infused in the math curriculum. One of the methods that can be used to determine the level of teachers' competencies is to examine the process of posing mathematical modeling problems. In this study, process of posing problem by 6 mathematics teachers who had mathematical modeling training is investigated. The current study is designed as a multiple case study and data are collected through semi-structured interviews, the assessment form of problem set, and mathematical modeling training video recordings. Data are analyzed by using open and axial coding and content analysis methodologies. The results of study showed that teachers performed successfully at posing problem process while having various challenges that were based on misconceptions about criteria of mathematical modeling. It is identified that teachers were successful at connecting mathematics and real life. Also, assumption, interpretation, and complexity were top criteria that they considered while preparing a problem. Results reveal that teachers' competencies are significant at utilizing mathematical modeling in classroom. Therefore, eliminating lack of teachers' theoretical and practical knowledge about mathematical modeling has to be in prior subjects for teaching mathematical modeling.

Key Words: Mathematical modeling; Teacher compentencies; Posing problem; Multiple case study.

DESTEKLER

Bu tez çalışması TÜBİTAK tarafından 117K169 numaralı proje ile desteklenmiştir.

BEYAN

"Matematik Öğretmenlerinin Matematiksel Modelleme Problemi Hazırlama Becerilerinin İncelenmesi" başlıklı tezimde çalışmaların tamamen akademik kurallara ve etik değerlere sadık kalınarak yürütüldüğünü ve yazımda yararlandığım eserlerin kaynakçada gösterilenlerden oluştuğunu ayrıca alıntılardan bilimsel etiğe uygun atıf yaparak yararlanmış olduğumu beyan ederim.

Seda ŞAHİN

TEŞEKKÜR

Doktora eğitimim boyunca bana birçok öğrenme fırsatı sunan sayın danışmanım Prof. Dr. Ramazan Gürbüz'e teşekkür ederim.

Tezimin eksiklerinin giderilmesi ve son şeklinin verilmesine katkı sağlayan değerli hocalarım Prof. Dr. Adnan Baki, Prof. Dr. Bülent Güven ve Prof. Dr. Bilal Altay'a teşekkür ederim. Sadece jüri üyesi olarak değil tez çalışmam boyunca bilgisi, tecrübesi ve sabrıyla benden desteğini esirgemeyen, akademik serüvenim devam ettikçe hep yanımda olmasını dilediğim ve birlikte çalıştığımız sürece hem hocam hem arkadaşım olan Dr. Muhammed Fatih Doğan'a teşekkür ederim.

Doktora yolculuğuna birlikte başladığımız benden bir adım önde giderek bana rehber olma görevini üstlenen ve bunu sabırla yerine getiren, birlikte güzel işler yaptığımız ve daha da güzel işler çıkaracağımızı umut ettiğim doktora ve proje arkadaşım Dr. Zeynep Çavuş Erdem'e teşekkür ederim. Yine bu yolda bana eşlik eden, bir daha yollarımızın ayrılmayacağını temenni ettiğim güzel arkadaşım Zühal Gün Şahin'e bana kattığı her güzellik ve değer için teşekkür ederim.

Doktora eğitiminin başarıyla tamamlanmasında sevdiklerinin desteği hiç şüphesiz akademik destek kadar önemli ve en az o kadar değerlidir. Birilerinin, *üstelik tam olarak ne yaptığınızı bilmeden* sadece sizin için önemli olduğunun farkında oldukları ve size değer verdikleri için koşulsuz arkanızda durması bu süreçteki en anlamlı, en motive edici ve en güçlü harekettir. Sadece bu aşamada değil hayatımın her anında, aldığım her kararda ve yaptığım her işte yanımda olan aileme sonsuz teşekkür ederim.

Bu çalışmanın verilerinin önemli bir bölümü TÜBİTAK tarafından desteklenen "Matematiksel Modelleme Yoluyla Bir Öğrenme Ortamının Tasarlanması, Uygulanması ve Değerlendirilmesi: Disiplinler Arası Geçiş" adlı proje kapsamında toplanmıştır. Bu sebeple bana çalışma imkânı sağlayan TÜBİTAK'a maddi desteğinden dolayı teşekkür ederim.

Son olarak çalışmalarıma doğrudan ya da dolaylı olarak katkı sağlayan, beni destekleyen, iyi dileklerini ve dualarını esirgemeyen adını sayamadığım hocalarım, arkadaşlarım ve tüm sevdiklerime teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

ÇİZELGELER DİZİNİ

ŞEKİLLER DİZİNİ

1. GİRİŞ

Matematiksel modelleme genel olarak matematiksel olmayan bir fenomenin matematiksel temsillerle açıklanması şeklinde tanımlanabilir [1]. Bunu yaparken bireylerin önceden belirlenmiş standart bir kurallar dizisine uymaları gerekmez ancak birey problemin ne olduğuna karar vermek, yorumlamak ve yorumlarına uygun şekilde matematiksel işlemler yapmak zorundadır [2].

Matematik eğitimi araştırmalarına bakıldığında matematiksel modelleme odaklı çalışmaların giderek arttığı ve matematiksel modellemenin birçok yönüyle ele alındığı görülmektedir. Bu konuda yapılan araştırmaların ivme kazanmasının temel sebebi gerçek dünya problemlerine çözüm üretebilen, karmaşık sistemleri yorumlayabilen ve etkili iletişim kurabilen bireylere ihtiyaç duyulmasıdır. Birçok araştırmacı, öğrencilere okulun dışında başarılı olmak için gerekli olan bilgi ve yeterliklerin kazandırılması konusuna okullarda gereken önemin verilmediğini düşünmektedir [3, 4]. Oysa günümüz dünyasında öğrencilerin okul sınırları içinde başarılı olmasının ötesinde gerçek yaşamda iyi birer problem çözücüler olmaları gerekmektedir [5, 6]. Bunun için matematik eğitiminde, kuralları ve çözüm prosedürü belirlenmiş problemler yerini öğrencileri matematiksel düşünmeye ve matematiksel fikir üretmeye teşvik edecek problemlere bırakmalıdır [5]. Matematiksel modelleme problemlerinin gerçek dünya durumlarının matematikselleştirilerek çözüme ulaştırılması süreci; anlama, yorumlama, tanımlama, açıklama, tahmin etme, yapılandırma ve değerlendirme gibi becerileri kapsar. Öğrencilere bu yeterliklerin kazandırılması onların dünyayı daha iyi anlamalarına fırsat sunar. Aynı zamanda, gerçek dünya ile desteklendiğinde matematik daha anlaşılır hale gelir ve öğrencilerin matematik öğrenme motivasyonu artar [7].

Matematiksel modelleme üzerine yapılan araştırmalar incelendiğinde araştırmacıların modellemenin farklı bileşenlerine ya da farklı özelliklerine yoğunlaştıkları görülmektedir. Bazı çalışmalarda modelleme süreci incelenirken [8-10]; bazı araştırmacılar matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesine odaklanmışlardır [11-13]. Ayrıca literatürde matematiksel modelleme hakkındaki görüşler, modelleme yeterlikleri ve modelleme sürecinde karşılaşılan zorluklar gibi çeşitli konulara rastlanmaktadır [14-16]. Bunların yanı sıra matematiksel modelleme ile kavram öğretimi veya matematiksel modellemenin kavramsal öğrenmeye etkisi üzerine yapılmış çalışmalar da bulunmaktadır [17-19]. Çalışma grubuna göre de farklılıkların olduğu matematiksel modelleme araştırmaları genel olarak öğrenciler, öğretmen adayları veya öğretmenlerle yürütülmektedir. Çalışma grupları dikkate alındığında araştırmalarda öğrenciler ve öğretmen adayları ön plana çıkmaktadır. Oysa matematiksel modelleme etkinliklerinin sınıfa taşınmasında en önemli rol öğretmenindir. Öğretmenlerin sahip oldukları bilgi ve yeterlikler öğrenci öğrenmelerini doğrudan etkiler. Kaliteli öğretimin gerçekleşmesi öğretmen yeterliklerinin eksiksiz olmasına bağlıdır [7, 20]. Bunun için öğretmenlerin doğru bilgi ve gerekli yeterliklere sahip olmaları gerekir. Öğretmenlerin matematiksel modellemeyi nasıl anladıkları öğretime nasıl yansıtacaklarının önemli bir göstergesidir. Dolayısıyla matematiksel modellemenin tam anlamıyla amacına ulaşabilmesi için öğretmen adayları ve öğretmenlerin matematiksel modelleme eğitimlerine özel olarak önem verilmelidir. Literatürde öğretmenlerin matematiksel modelleme anlayışlarını geliştirmek, matematiksel modellemeyi öğrenmek ve uygulamak için ihtiyaç duydukları desteği tespit etmek üzere yapılan araştırmaların genellikle uzun soluklu ve nitelikli mesleki gelişim programlarına dayalı projeler olduğu görülmektedir [21-23]. Öğretmen eğitimlerinde uzun süreli ve kapsamlı mesleki gelişim programlarının tercih edilmesi etkili sonuçlar elde edilmesini sağlamaktadır. Bununla birlikte mesleki gelişim programlarının oluşturulması ve uygulanmasının zor ve yorucu bir süreç gerektirmesi öğretmenlerle yürütülen araştırmaların neden diğer katılımcı gruplarına göre daha az sayıda olduğunu açıklayan bir faktör olarak değerlendirilebilir.

Matematiksel modelleme eğitiminin verilmesi öğretmenlerin bu konudaki bilgi ve yeterlikleri kazanmalarında önemli rol oynar. Ancak eğitim kadar eğitimin sonunda bu bilgi ve yeterliklerin ne düzeyde kazanıldığını tespit etmek de önemlidir. Öğretmenlerin zihinlerinde oluşan matematiksel modelleme algılarını ortaya çıkarmak hem yanlış ve eksik bilgilerin giderilmesi hem de eğitimin etkisini ve sınırlılıklarını görmek için bir gerekliliktir. Öğretmenlerin matematiksel modelleme anlayışlarının açığa çıkarılmasında kullanılabilecek yöntemlerden biri öğretmenlerden matematiksel modelleme problemi hazırlama becerilerini incelemektir. Bir matematiksel modelleme problemi hazırlarken nasıl bir süreçten geçtiklerini araştırmak öğretmenlerin hangi perspektifi benimsediklerinden modelleme kriterlerinin ne olduğuna kadar araştırmacılara zengin bir veri sunar. Bu nedenle öğretmenlerin matematiksel modelleme problemi hazırlama becerilerinin incelenmesinin önemli bir araştırma konusu olduğu söylenebilir.

1.1. Araştırmanın Amacı ve Araştırma Soruları

Öğretmenlerin matematiksel modellemeyi öğretebilmeleri için sahip olmaları gereken bir takım mesleki yeterlikler vardır. Borromeo Ferri (2018) bu yeterlikleri dört boyutta ele almaktadır: 1)Teorik boyut, 2)Etkinlik boyutu, 3)Öğretim boyutu ve 4)Tanılama (teşhis) boyutu. Bu boyutlar birbirleriyle etkileşim içindedir dolayısıyla birbirinden bağımsız düşünülmemelidir. Ancak bu çalışmada yukarıdaki öğretmen yeterliklerinden "etkinlik boyutu" ele alınmıştır. Etkinlik boyutunda öğretmenin öncelikle matematiksel modelleme etkinliklerini çözebilme becerisine sahip olması beklenir. Modelleme problemlerini analiz etme ise bir matematiksel modelleme probleminin sahip olması gereken özellikleri bilme, bir problemin modelleme problemi olduğunu araştırırken hangi kriterleri dikkate alacağının farkında olma ve modelleme problemlerini geleneksel problemlerden ayırt edebilme becerisi şeklinde tanımlanabilir. Bu becerileri kazanan öğretmenin son olarak matematiksel modelleme problemi hazırlayabilmesi öğretmenin etkinlik yeterliğine sahip olduğunu gösterir.

Bu çalışmanın amacı öğretmenlerin matematiksel modelleme problemi hazırlama becerilerini incelemektir. Bu amaç doğrultusunda üç araştırma sorusu belirlenmiştir. Araştırma soruları şu şekildedir:

1. Öğretmenlerin matematiksel modelleme eğitimi almadan önce modellemeye yönelik bilgileri nelerdir?

2. Öğretmenlerin bir problemin matematiksel modelleme problemi olup olmadığını araştırırken dikkate aldıkları kriterler nelerdir?

3. Öğretmenlerin matematiksel modelleme problemi hazırlama süreci nasıldır?

Birinci araştırma sorusunun amacı öğretmenlerin matematiksel modelleme hakkındaki özellikle ön bilgilerini belirlemektir. Öğretmenlerin matematiksel modelleme problemlerinin geleneksel problemlerden farklı bir yapıda olduğunu görüp göremedikleri ön bilgilerini ortaya koyacak önemli bir bileşendir. Öğretim programında yer almasına rağmen öğretmenler için henüz yeni bir konu olan matematiksel modellemeyi mevcut bilgileriyle nasıl tanımladıklarını belirlemek alacakları eğitimden ne düzeyde faydalandıklarını göstermesi açısından da önemli olduğu düşünülmektedir.

İkinci araştırma sorusunun amacı öğretmenlerin sahip oldukları teorik bilgiyi pratikte nasıl kullandıklarını görmektir. Böylelikle öğretmenlerin etkinlik yeterliklerinden analiz boyutuna ne düzeyde hâkim oldukları tartışılabilecektir.

Üçüncü araştırma sorusunun amacı öğretmenlerin matematiksel modellemeyi nasıl algıladıklarını ve tanımladıklarını, geleneksel problem çözmeden farkını ayırt etme becerilerini ve bir matematiksel modelleme problemi hazırlarken hangi unsurları niçin dikkate aldıklarını ortaya koymaktır. Böylelikle öğretmenlerin matematiksel modellemeyi sınıfa taşımadan önce etkinlik yeterliğine ne düzeyde sahip oldukları belirlenecek ve tartışılabilecektir.

1.2. Araştırmanın Önemi

Matematik eğitimindeki temel inançlar, tüm öğrencilerin yüksek kaliteli matematik eğitimine erişebilmeleri, matematik öğrenebilmeleri ve üst düzey matematiksel yeterlilik seviyelerine erişebilmelerini gerektirir [24]. Günümüz dünyasında matematiksel yeterlik, okul dışında da işlevsel olacak bir matematik anlayışına sahip olma anlamı taşımaktadır [25]. Özellikle 21. Yüzyıl becerileri olan eleştirel düşünme, yaratıcılık, iletişim ve işbirliği yeterliklerinin kazandırılmasında matematiksel hesaplama yeteneğinin ötesine geçilmesi gerekmektedir. Matematiksel modelleme de tüm öğrencilerin yüksek kalitede matematik eğitimine erişimini sağlayacak, onların matematiksel yeterliklerinin gelişimini destekleyen bir araçtır [26]. Matematiksel modelleme birçok öğretmen için yeni bir kavram olup ne olduğu ve nasıl uygulanacağı hakkında yeterli bilgiye sahip olmadıkları söylenebilir [27]. Bu sebeple matematik öğretmenlerinin, matematiksel modellemeyi ve matematiksel modellemeyi etkili bir şekilde öğretebilecek ve değerlendirebilecek kadar sağlam bir anlayışla matematiksel modelleme hakkında bilgi edinmeleri gerekir [28]. Borromeo Ferri'ye [7] göre öğretmenlerin matematiksel modelleme anlayışlarının gelişmesi için dengeli bir şekilde teorik ve uygulamalı bir eğitim almaları gerekmektedir. Çünkü öğretmenler matematiksel modellemeyi sınıflarında etkili bir şekilde uygulayabilmek için gerekli yeterliklere sahip olmalılardır.

Öğretmenlerin matematiksel modellemeyi algılama ve anlamlandırma şekillerinin açığa çıkarılabileceği en uygun yöntemlerden biri modelleme problemi hazırlama becerilerini incelemektir. Alan yazında öğretmenlerle bu tür çalışmalara az sayıda da olsa karşılaşmak mümkündür [22, 23]. Ancak ülkemizde bu tür proje tabanlı bir çalışmaya rastlanmamıştır. Araştırmanın bu yönüyle özgün bir değere sahip olduğu söylenebilir. Matematiksel modellemenin eğitim ortamına taşınmasında muhakkak ki öğretmen adayları da önemli role sahiptir. Dolayısıyla matematiksel modelleme ve öğretme yeterliği kazanmaları gerekir. Ancak alan yazında yer alan çalışmalar incelendiğinde genellikle öğretmen adaylarının matematiksel modelleme bilgileri üzerine odaklanıldığı, öğretmen adayı olmaktan ziyade öğrenci katılımcı olarak görüldüğü söylenebilir. Bu anlamda bu araştırmanın katılımcıları kadar matematiksel modellemenin ele alınma amacının da özgün bir niteliğe sahip olduğu düşünülmektedir.

1.3. Araştırmanın Sınırlılıkları

Çoklu özel durum çalışması olan bu araştırmanın sonuçları genellenebilir nitelik taşımamaktadır. Araştırmanın sonuçları altı matematik öğretmeninden sağlanan verilerle sınırlıdır.

2. KURAMSAL TEMELLER

2.1. Matematiksel Modelleme ve Modelleme Süreci

Modelleme, gerçek yaşamda yer alan bir nesne veya durumun bir modele indirgendiği bilişsel bir yöntemdir. Model üzerinde çalışılan her konu modelin temsil ettiği gerçek yaşamdaki nesne veya durum için genellenebilir. Modelleme mutlaka matematiği gerektirmez. Bu nedenle modelleme becerisi matematiksel modelleme becerisinden daha kapsamlı bir beceri olarak ele alınmalıdır [29]. Ancak bu çalışmada "modelleme" tamamen matematiksel modellemeyi temsilen kullanılacaktır.

Matematiksel modelleme, matematiksel becerileri kullanarak gerçek yaşam ile matematiğin ilişkilendirme sürecidir. Matematiksel model ise bu zihinsel sürecin dış temsilidir [2]. Gerçek yaşam durumlarının matematikselleştirilmesi aşamasında dikkat edilmesi gereken önemli noktalar vardır. Matematiğin sembolik bir dilinin, kendine has bir yapısının ve kurallarının olması matematiksel modelin gözlemlenen gerçek modelden uzaklaşmasına sebep olabilir. Gerçek dünya ile matematiksel model arasında bir bağ olmalı ancak modelin soyut niteliğinin sağlam olması gerektiği göz ardı edilmemelidir [30]. Modelleme sürecinde genellikle zor olan şey, orijinal durumun anlaşılması, neyin elde tutulup neyin atılacağına karar verilmesi ve sonuçların gerçek dünyada anlamlı olduğunun doğrulanmasıdır [31]. İyi bir matematiksel modelleme problemi hem gerçek dünya ile ilişkili olmalı hem de öğrenciyi problemin çözümüyle ilgilenmek için motive etmelidir. Modelleme etkinliklerinin temel amacı öğrencileri gerçek yaşam durumunu matematikselleştirerek çözmeye teşvik etmek iken bir diğer amacı da öğrenciye bağımsız düşünme ve çalışma becerisi kazandırmaktır [32].

Matematiksel modelin ve modellemenin birbirine benzer fakat belli noktalarda farklılaşan tanımları bulunmaktadır. Esasında tüm matematiksel modelleme tanımları gerçek yaşamda karşılaşılması mümkün olan karmaşık durumların matematikselleştirilerek çözülmesini içermektedir. Örneğin, Lesh ve Doerr [2] modeli bazı sistemlerin davranışlarını tanımlamak, açıklamak ya da tahmin etmek için kullanılabilecek işlemler, ilişkilendirmeler ve kurallar sistemi olarak tanımlamaktadır.

Bu perspektife göre matematiksel modelleme de gerçekçi karmaşık durumları içeren ve problemi çözecek kişinin okul deneyiminin ötesine geçerek matematiksel düşünmesini gerektiren ve ortaya çıkacak ürünlerin genellikle ihtiyaç duyulan ya da belirli bir amacı olan karmaşık durumlara açıklık getirmesi beklenen problemler olarak görülmektedir [33]. Matematiksel modelleme etkinliklerinin özelliklerinden biri problemi çözen kişide çaresizlik ve güvensizlik hissi yaratmaktır ve problemi çözebilmek için bireysel tahminler, varsayımlar ve yorumlarla çözümünü kişiselleştirerek özgün modeller ortaya koymayı gerektirir [34]. Buradaki *çaresizlik ve güvensizlik hissi yaratma* ifadesi problemi çözen kişi üzerinde olumsuz duygular uyandırmak şeklinde kullanılmamıştır. Bu ifade ile anlatılmak istenen, problemle karşılaşan kişinin problemin çözümü için gerekli algoritmayı zorlanmadan bulup uygulamasından öte problemin kendisinde zihinsel bir dengesizlik yaratmasıdır.

Matematiksel modelleme birçok çalışmada etkili bir öğretim aracı olarak ele alınsa da esasında modelleme süreci düşünülenden oldukça karmaşık bir yapıya sahiptir. Ayrıca modelleme sürecindeki aşamaların teorik olarak irdelenmesi ve derinleştirilmesi bu sürecin deneysel olarak incelenmesini zorlaştırmakta; bu aşamaların pratikte ayırt edilip edilemeyeceği ise ayrı bir sorun teşkil etmektedir [8]. Özellikle, geleneksel öğretim yöntemlerinin hâkim olduğu bir öğrenme ortamında öğrencilerden bir şeyi yorumlamaları ya da bir formül oluşturmalarını beklemek modellemenin zor bir süreç olduğunun görülmesi için yeterlidir. Sürekli hazır olarak kendilerine sunulan formülleri ve sorularda verilen sayıları kullanarak problem çözmeye çalışan öğrenciler için matematiksel modelleme problemlerini çözmek zor geldiğinden müfredatta yer almasına rağmen öğretmenlerin de bu tür problemleri uygulamaktan kaçındıkları görülmektedir [35].

Zihinsel yapının doğası gereği modelleme sürecinde öğrencilerin zihinsel modellerini (temel matematiksel kavram imajı) deneysel araştırmalarla keşfetmek oldukça zordur ve zihinsel modeller hakkında bilgi toplamada birçok teorik ve metodolojik problemler vardır [36]. Belki de bu sebepten ilgili literatür incelendiğinde modelleme sürecine ilişkin birçok farklı şemanın olduğu görülmektedir. Bunun temel nedeni olarak ise araştırmacıların modellemeye farklı perspektiflerden bakmaları gösterilmektedir. *Gerçekçi yaklaşımda* [37], matematiksel modelleme uygulamalı problem çözme olarak görülür ve gerçek yaşam durumlarının modellenmesine ve disiplinler arası yaklaşımlara vurgu yapılır. Bu yaklaşımın öğrenmedeki temel kriteri öğrencilerin gerçek yaşam durumlarını matematiksel modelleme yoluyla çözme başarılarıdır. Gerçekçi bakış açısı matematiksel modellemeyi farklı disiplinlerde önemli bir rol oynayan problem çözme faaliyeti olarak değerlendirir. *Bağlamsal perspektifte* [2, 38], genel öğrenme teorileri dikkate alınarak modellemenin psikolojik yönü incelenir. Model oluşturma etkinliklerinin hazırlanması ve test edilmesi üzerine çalışılır. *Eğitimsel perspektif* [39-43] iki farklı temayı içermektedir: modellemeyi matematiği öğrenme aracı olarak kullanma ve modelleme becerisi kazandırmayı amaç olarak görme. Modellemeyi bir araç olarak gören bakış açısına dayanan temada “Öğrencilerin özellikle yanlış kavram imajlarına bağlı matematiksel zorlukların aşılmasında modelleme nasıl etkili olabilir?” sorusuna cevap aranır. Bu amaçla belirli matematiksel kavram ve konulara yönelik iyi tasarlanmış matematiksel modelleme problemleri kullanılır. Temel amacı öğrencilere modelleme becerisi kazandırmak olan ikinci temada ise iyi bir modelleme etkinliğinin nasıl olması gerektiği üzerine çalışılır. Öğrencilerin modelleme basamaklarında ne tür zorluklarla karşılaştıkları ve bu zorlukların nedenleri araştırılır. *Epistemolojik perspektifte* [44, 45] gerçek yaşamda bulunan fakat sıklıkla karşılaşılmayan durumlar ele alınır. Genel anlamda bir teorinin ortaya çıkmasında etkili olan gerçek hayat durumlarını içerir (Newton’un elma problemi ile yer çekimi yasasını bulması gibi). Bu perspektifin amacı eğitimsel değil bilimseldir [46]. Bu nedenle eğitim araştırmalarında benimsenen bir perspektif olarak karşımıza çıkmaz. *Bilişsel perspektifte* (Piaget, Skemp) [8] öğrencilerin matematiksel modelleme sürecinde hangi bilişsel yapıları işe koştuklarına odaklanılır. Temel amacı öğrencilerin modelleme sürecindeki bilişsel engelleri tespit etmektir. Bu perspektifte öğrenciye modelleme becerisi kazandırmak da önemli bir husustur. Bu açıdan eğitimsel bakış açısını kapsayıcı nitelikte olduğu söylenebilir. *Sosyo-eleştirel perspektif* [47-49] toplumsal yaşamın matematiksel modelleme ve modeller aracılığıyla yorumlanmasını ele alır. Ekonomi ve sağlık gibi önemli toplumsal sorunların matematiksel modeller ile açıklanması sosyal ve ekonomik hayatın şekillenmesinde önemli rol oynamaktadır. Özellikle gelişmiş ve gelişmekte olan ülkelerde matematiksel modelleme oldukça önemsenmektedir. Eğitimsel olarak ise öğrencilere gerçek yaşam durumlarına eleştirel gözle bakma becerisi kazandırılmaya çalışılır [50]. Matematiksel modelleme perspektifleri, araştırma soruları ve temsilcileriyle birlikte Çizelge 2.1'de özetlenmiştir.

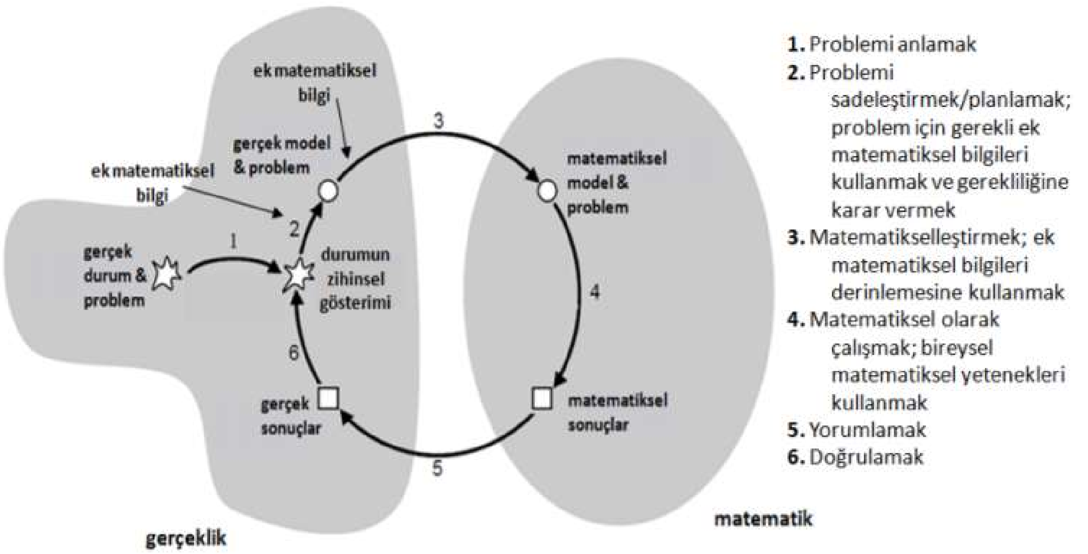
Bu çalışmanın temelinde ortaokul matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme problemi hazırlama becerilerinin incelenmesi yatmaktadır. Öğretmenlerin problem hazırlama sürecinde ne düşündükleri, niçin öyle düşündükleri ve karşılaştıkları zorlukların tespit edilmesi öğrenme ve öğretme faaliyetlerini açıklamak için şüphesiz çok önemli unsurlardır. Dolayısıyla bu araştırmada matematiksel modelleme bir araç olarak görülmektedir. Belirli bir perspektife bağlılık söz konusu olmamakla birlikte araştırmacının bilişsel ve eğitimsel modelleme perspektiflerini benimsediği söylenebilir.

Çizelge 2.1 Matematiksel modelleme araştırmalarının dayandığı perspektifler [50]

Perspektif	**Amaçları**	**Temsilcileri**	**Araştırma soruları**	**Modelleme döngüsünün işlevi/rolü**
Gerçekçi	Pragmatik hedefler	Pollak [37]	Belirli bir gerçek durumu modellemek için gerekli olan koşullar nelerdir?	Gerçek hayat uygulamalarını ya da problem durumlarını analiz etmek için kullanılır.
Bağlamsal	Konuyla ilişkili ve psikolojik hedefler	Lesh & Doerr [2] Lesh & Caylor [38]	Öğrencilerin anlamlı modelleme aktiviteleri için nasıl bağlam oluşturulur?	Modelleme sürecine değil model oluşturma aktivitelerine odaklanılır.
Eğitimsel-Matematiği öğrenme	Matematik öğrenme aracı olarak modelleme	Niss [39, 40] Blum & Niss [41] Blum & Leiss [42] Blum vd. [43]	Öğrencilerin matematiksel kavramlarıyla (yanlış kavram imajları vb.) nasıl baş edilir ve matematiksel öğrenmeleri nasıl desteklenir?	Öğrencilerin öğrenmeleri için belirli bir amaç doğrultusunda modelleme etkinlikleri tasarlamak ve analiz etmek için kullanılır
Eğitimsel-Modellemeyi öğrenme	Modelleme becerisini bir eğitim hedefi olarak görme		İyi bir modelleme etkinliği nedir? Modellemenin farklı basamaklarında hangi öğrenme güçlükleriyle karşılaşılabilir?	Bir öğrenme hedefi olarak matematiksel modelleme becerisini tanımlamak için kullanılır.
Epistemolojik	Modelleme ile matematiği yeniden yapılandırma, Gerçekçi Matematik Eğitimi, matematiksel organizasyon (mathematical praxelogies)	Freudenthal [44] Traffers [45] Chevallard	Öğrenme için kavramın yeniden yapılandırılmasında modelleme nasıl kullanılabilir?	Matematikselleştirme ve geçiş modelini vurgulama. Modelleme davranışının özelliklerini belirlemek için kullanılır.
Bilişsel	Matematiksel modelleme sırasında bilişsel süreçlerin analiz edilmesi	Piaget, Skemp Borromeo Ferri [8]	Modelleme becerisinde hangi bilişsel yapılar vardır ve modelleme döngüsünün farklı evrelerinde hangi bilişsel beceriler vardır?	Belirli bir durumun modellenmesinde ihtiyaç duyulan bilişsel becerileri tanımlamak için modelleme sürecini yapılandırmak için kullanılır.
Sosyo-eleştirel	Gerçekliğe ve matematiksel modelleme kullanımına eleştirel ve dönüşümlü anlayışla bakma	Skovsmose [47, 48] D'Ambrosio [49]	Matematiksel modellemenin biçimlendirici gücünü ortaya çıkarmak. Öğrenciler arasında dönüşümlü söylemler nasıl oluşturulur?	Modelleme süreci ve uygulama süreci ile ilgili eleştiri ve yansımaları yapılandırmak.

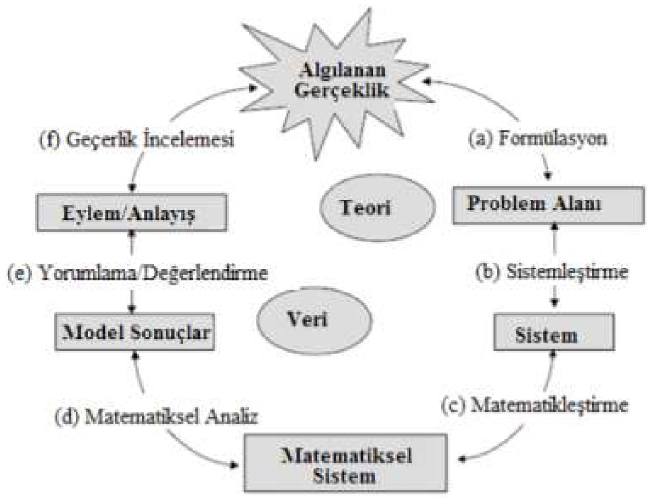
Matematiksel modelleme araştırmaları incelendiğinde çalışmaların genellikle matematiksel modelleme süreçlerine yoğunlaştığı görülmektedir. Bu alanda yapılmış birçok çalışma bulunmakta ve halen günümüzde bu alanda çalışmalar devam etmektedir [46]. Yapılan çalışmalarda modelleme basamakları, modelleme döngüsü, modelleme süreci, modelleme sürecindeki temel etkenler gibi başlıklar altında birçok şema ortaya koyulmuştur. Birbirinden farklı olmalarına rağmen modelleme sürecinin lineer değil, döngüsel bir yapıda olduğu tüm şemaların ortak özelliğidir. Öğrenciler her basamakta önceki aşamalara dönebileceği gibi herhangi bir basamağı atlayarak da süreci tamamlayabilir. Ancak tam bir modelleme sürecinde tüm basamakların karşılığı mutlaka vardır [8]. Örneğin öğrencilerin ortaya koydukları örnek çözümlerde varsayım ya da tahminde bulunma düzeyleri sınırlı sınırlı olabilir ancak bu problemin modelleme sürecine uygun olmadığını göstermez.

Modelleme sürecinin tanımlanmasında kullanılan temel öğeler gerçek durum (Real Situtation), durumun modeli (Situtation Model), zihinsel model (Mental Represantation of Situtation), gerçek model (Real Model) ve matematiksel model (Mathematical Modelling) olarak sıralanabilir. Matematik eğitimi araştırmacılarının modelleme sürecini tanımlarken genellikle gerçek durum ile matematiksel model basamakları arasında "durum modeli" ve/veya "zihinsel model" oluşturmada fikir ayrımında oldukları söylenebilir. Modelleme sürecinde bireylerin bilişsel süreçlerini dikkate alan araştırmacılar gerçek durumdan gerçek modele geçiş yaparken mutlaka zihinsel bir modelin oluştuğunu savunmaktadırlar [51]. Çünkü problem durumunun anlaşılması gerçek durum ile durum modeli arasında ilişki kurabilmeyi gerektirir [51]. Borromeo Ferri [52], ise benzer bir modelleme süreci tanımlamış ve durum modeli yerine zihinsel model ifadesini kullanmayı tercih etmiştir. Ona göre bireyin karmaşık bir modelleme problemini anlamaya çalışırken meydana gelen zihinsel süreçlerini resmetmek için bu tabirin kullanılması daha doğrudur (Şekil 2.1).



Şekil 2.1 Bilişsel perspektifte modelleme süreci [8, 52]

Matematiksel modelleme sürecini bilişsel perspektif altında inceleyen Blomhoj ve Jensen [53] yaptıkları bir çalışmada bu süreci doğrusal olarak ele almışlardır. Daha sonra 2007 yılında sürecin döngüsel olduğunu kabul ederek şemalarını revize etmişlerdir [9] (Şekil 2.2).



Şekil 2.2 Matematiksel modelleme süreci [9]

Blomhoj ve Jensen'e [9] göre modelleme sürecinin temel etkenleri algılanan gerçeklik ile matematiksel sistem arasında problem alanı, sistem, modelin sonuçları ve eylem/kavrayıştır. Modelleme sürecinin basamakları ise şu şekilde açıklanmıştır:

(a) Formülasyon: Gerçek yaşam durumunun özelliklerinin belirlenmesi ve zihinsel modelin oluşturulması

(b) Sistematikleştirme: Durumun matematiksel olarak temsil edilmesi için ilgili nesneler ve ilişkilerin belirlenmesi. Matematiksel olarak ifade edilen bir sisteme (gerçek model) ulaşırken bu süreç teorik, deneyimsel ya da varsayımsal temellere dayanabilir.

(c) Matematikselleştirme: Sistemdeki nesne ve ilişkileri matematiksel olarak tutarlı bir şekilde ifade etmek.

(d) Matematiksel analiz: Matematiksel sonuçlara ulaşabilmek için matematiksel yöntemler kullanma.

(e) Yorumlama/Değerlendirme: Sonuçların ve görüşlerin başlangıçtaki gerçek yaşam durumu ile ilişkilendirilerek yorumlanması.

(f) Doğrulama: Modelin geçerliliğinin teorik bilgi, deneyim ya da varsayımlarla karşılaştırılması ve modelleme sürecinin yansımalarının değerlendirilmesi.

Burada detaylı olarak ele alınmasa da literatürde farklı matematiksel modelleme şemaları yer almaktadır. Bu şemalarda bazı adımlar birleştirilmiş, bazı şemalar ise daha fazla aşamadan oluşmaktadır ancak tüm modelleme süreci şemalarının en belirgin ortak özelliği döngüsel bir yapıya sahip olmasıdır. Bu çalışmada belirli bir şema çerçevesinde matematiksel modelleme süreci incelenmeyecektir. Ancak etkili modelleme problemlerinin oluşturulabilmesi için öğretmenlerin dikkate aldıkları adımlar önemlidir. Bu sebeple modelleme şemalarındaki basamakları doğrudan ve bilinçli olarak takip etmeseler de belirli bir prosedür izlemeleri açısından modelleme süreci bu çalışma için önem arz etmektedir.

2.2. Problem Çözmede Yeni Bir Yaklaşım Olarak Matematiksel Modelleme

Lester [54] problemi, doğrudan çözüme ulaştıracak bir prosedürün olmadığı, kişi ya da kişilerin çözümü bulmaya istekli ya da çözüme ihtiyaç duydukları ve çaba gösterdikleri bir durum olarak tanımlamaktadır. Bazen matematiksel fikirleri öğretmenin en iyi yolu çözümünde düşünmeyi ve fikir üretmeyi gerektiren ilginç problemlerle işe başlamaktır. Bu durumda alışılagelmiş "önce matematik geliştirilir sonra problemler uygulanır" şeklindeki öğretim prosedürü ters yönde işler [55]. Hamilton'un [6] rutin sözel problemlerin kullanımına yönelik "önce kavram sonra problem" yaklaşımında öğrencilerden birkaç adımlık süreçte tamamlanan aritmetik işlemler yapmaları beklenmektedir. Çoğunlukla da problem durumu matematikselleştirilmiş olarak öğrenciye verilir. Bu problemlerdeki amaç matematikselleştirilmiş olan belli durumlara çözüm üretecek şekilde bilinen işlemleri kullanmaktır. Hamilton'a [6] göre eğer öğrencilerin matematik deneyimlerinin çoğunun doğası böyle ise gerçek yaşam problemleri çözme becerileri körelecektir. Oysa her sınıf düzeyinde öğrencilerin sadece önceden öğretilen kural ve prosedürlerin uygulamalarıyla değil; matematiksel düşünmeye ve matematiksel fikir üretmeye teşvik eden problemlerle karşılaşmaları gerekmektedir. Gerçek dünyadaki problemlere çözüm bulmak için öğrencilerin buna ihtiyacı vardır [5].

Dünyada, okul dışında ihtiyaç duyulan matematiksel düşünme ve problem çözmede hızlı değişimler yaşanmaktadır. Birçok araştırmacı, okullarda okulun dışında başarılı olmak için ihtiyaç duyulan bilgi ve yeterliklere gereken önemin verilmediğine dair endişelerini dile getirmektedir. Örneğin, matematik ve fen ile ilgili çalışma alanlarında potansiyel çalışanlarda aranan bazı özellikler; karmaşık sistemleri yorumlama ve etkili çalışma, uzman ekiplerle etkili ve anlamlı iletişim kurma, karmaşık ve çok aşamalı projelerde süreci planlama, takip etme ve değerlendirme ve sürekli gelişen teknolojiye hızlı adapte olma şeklinde sıralanabilir [33]. Eğitim liderleri, öğrencilerin okulun ötesindeki başarıya yönelik karmaşık sistemlerle başa çıkma yeteneklerinin geliştirilmesi gerektiğine vurgu yapmaktadır. Bu yetenekler; yorumlama, tanımlama, açıklama, yapılandırma ve tahmin etmeyi kapsamaktadır [4, 56]. Bu matematiksel düşünme becerilerini gerektiren problem çözme anlayışı beraberinde önemli değişiklikleri getirmiştir [6]. Buna bağlı olarak gerçek dünya problemlerine matematiksel olarak çözüm bulma uygulamaları giderek artmaktadır. Örneğin trafik sıkışıklıklarının giderilmesi için trafik ışıklarının modellenmesi, gelecekteki gelişmeleri tahmin etmek ve siyasi bunalımların önüne geçmek seçim durumlarının modellenmesi ya da internet arama motorlarının geliştirilmesi farklı matematiksel modellere dayanmaktadır. Son on yıla kadar yapılan araştırmalar matematikteki bu hızlı değişime ve okulun ötesinde ihtiyaç duyulan problem çözmeye okul matematiğinin ayak uyduramadığını göstermektedir. Okul matematiği ile çalışma hayatı arasındaki farklılıkları belirlemek ve anlamak problem çözmeye yeni bir bakış açısı kazandırmak açısından oldukça önemlidir. Sınıfın ötesindeki problem çözme ile ilgili yapılan araştırmalarda ortaya çıkan önemli bulgulardan biri matematiksel modellemede uzmanlaşmaya ihtiyaç duyulmasıdır. Nanoteknoloji gibi birçok yeni alanda, karşılaştıkları karmaşık problemleri çözebilmek için basit ama güçlü yapılar ve kavramsal sistemler oluşturabilecek çalışanlara ihtiyaç vardır. Ortaya çıkan problemleri çözmek için oluşturulan matematiksel model buradaki anahtar bileşenlerden biridir [5]. Ancak model ve modelleme terimleri literatürde birçok farklı durumları temsil etmek için kullanılmaktadır. Uluslararası alanda modellemenin epistemolojik bir arka planının ve ortak bir modelleme anlayışının olmaması matematiksel modellemenin öğreniminde ve öğretiminde fikir birliğine varmayı engellemektedir [57]. Özellikle öğrencilerin matematiksel modelleme süreçlerinin gelişimi, karşılaştıkları zorluklar ve bunların nasıl üstesinden gelineceği ve öğrencilerin modelleme becerilerinin geliştirilmesiyle ilgili zorluklar modelleme çalışmalarında sıklıkla karşılaşılan ortak sorunlardır [58]. Bunların dışında öğrencilerin problem çözme becerilerini sınıfın dışına nasıl taşıdıkları ile ilgili de çok az şey bilinmektedir. Oysa öğrencilerin matematiksel bilgi ve becerilerini okul dışında veya diğer alanlarda kullanmalarında yaşadıkları zorluklar hakkında daha çok bilgi sahibi olmamız gerekmektedir [5].

Matematiksel modelleme problemleri sadece matematiksel düşünme becerisi kazandırmaya ya da matematik öğretmeye yönelik aktiviteler olarak görülmemelidir. Matematiksel modelleme problemleri aynı zamanda duygusal hedeflere yöneliktir ve öğrencilerin matematiğin dünyayı temsil etme gücünü anlamaları ve bunu takdir etmelerini destekler. Bazen bir modelleme etkinliği öğrencilerin yaratıcı çalışmalara katılmanın verdiği hazzı ve memnuniyeti tecrübe etmeleri için bir fırsattır. Çünkü modelleme etkinlikleri öğrencilere çalışmalarını farklı yönlerde ele alma ve çeşitlendirmelerinde özgür bir ortam sunar [59]. Matematiksel modelleme problemleri öğrencilerin dünyayı daha iyi anlamaları sağlayabilir. Çünkü bu problemler toplum ve çevre temellidir ve karmaşık, dağınık ve gerçekçi problemlerin çözümünde matematiği kullanmayı gerektirir. Böylelikle çoğu zaman duyduğumuz “Bunu (matematikte öğrendiklerimizi) ne zaman kullanacağız?” sorusuna cevap bulabiliriz [60, 61].

2.2.1. Matematiksel Modelleme ve Geleneksel Problem Çözme

Lesh ve arkadaşları [62] matematiği gerçek dünya durumları (real-world situtations) ile bağlamsallaştırmayı açıklarken matematiksel modelleme ile matematiği modelleme arasındaki farka vurgu yapmışlardır. Örneğin altıncı sınıf öğrencisine bir pizza göstererek “Bu pizzanın tamamını ve bunun gibi bir pizzanın da üçte birini yersem toplamda ne kadar pizza yemiş olurum?” diye sorduğunuzu düşününün. Burada pizza yerine portakal, kurabiye ya da vişneli turta da denilebilirdi. Pizza bir parçayı ya da bütünü temsil etmek için kullanılmıştır. Matematiksel bir bağlamın bir nesne aracılığıyla gerçek hayat ile ilişkilendirildiği doğudur fakat bu ilişkilendirmede pizzanın kullanılması problemi çözmek için bir gereklilik değildir. Öyle ki öğrencinin çözüm yapabilmesi için pizza hakkında herhangi bir şey bilmesine gerek yoktur. Bu örnekte de açıkça görülebildiği gibi problem gerçek dünyadan ziyade matematik dünyasına aittir. Dolayısıyla burada matematiksel modelleme değil matematiği modelleme söz konusudur. Bonotto [63] çoğu sözel problemde gerçekliğin ve akıl yürütme becerilerinin ihmal edildiğini belirterek yegâne sonuca değil sürece ve bu süreçte gerçek dünyadaki matematiksel ilişkilendirmelere odaklanılması gerektiğini düşünmektedir. Böylelikle matematikte daha gerçekçi ve kalıplaşmamış bir bakış açısı yakalanabilir. Geleneksel problemlerde öğrenciler o kadar çok düşünmeden uzaklaştırılmışlardır ki tek amaçları problemde verilen sayılarla işlemler yaparak nihai sonuca ulaşmak haline gelmiştir ve çözümün gerçekçi yönleri hakkında düşünme çabası göstermemektedirler [64]. Örneğin, Siver, Shapiro ve Deutsch [65] yaptıkları bir çalışmada öğrencilere “Bir askeri otobüs 36 asker taşıyabildiğine göre 1128 askeri eğitim alanına götürmek için kaç otobüse ihtiyaç vardır?” şeklinde bir problem sormuşlardır. Öğrencilerin sadece % 23’ü problemi doğru cevaplayarak 32 otobüse ihtiyaç duyulduğunu bulabilmiştir. Kalan öğrenciler 1128’i 36’ya bölerek cevabı 31.333… olarak bulmuşlardır. Palm [66] buna benzer bir çalışmada öğrencilerin çözümlerinde gerçekliği ve uygunluğu yansıtamadıklarını, matematiği bir dizi işlem yapma olarak gördüklerini tespit etmiştir. Palm'un [66] da dediği gibi bu şekilde öğrenciler sadece düşünmeden yapılan hesaplamaları (mindless calculations) takip edebilirler. Görüldüğü gibi sözel problemlerde öğrenciden beklenen tek gerçeklik algısı çözümün uygunluğunu test etmek olmasına rağmen bunu yapamamaktadırlar.

Pollak [67] matematiksel modelleme ile geleneksel problem çözme arasındaki en büyük farklardan birini şu şekilde açıklamaktadır: (geleneksel) problem çözmede problem gerçek dünyada başlamak zorunda değildir, ama öyle olsa dahi genellikle matematiksel olarak ifade edilen idealize edilmiş gerçek dünya durumları söz konusudur. Ayrıca matematikle başlayan problem durumu matematiksel sonuçlarla sonlandırılır. Aksine, matematiksel modelleme düzenlenmemiş (unedited) dünyada başlar, problem çözme sırasında sonuçların etkili olacağı orijinal bağlamın yer aldığı gerçek dünyaya dönüşler yapılır. Dolayısıyla, geleneksel problem çözmede problemi çözen kişinin matematik dünyasında çalışması yeterliyken modelleme sürecinde matematik dünyası ile gerçek dünya arasında yolculuk etmesi gerekir ve bu süreçte iki dünya arasındaki bağı koparmama sorumluluğunu taşır. Başka bir ifadeyle modelleme sürecinde hem dış dünyaya hem de matematiğe önem verilir ve çözümlerin gerçek dünya bağlamında matematiksel olarak doğru ve makul olması gerekir [67]. Geleneksel problemlerde öğrenciler genellikle ihtiyaç duyulan tüm bilgilerin verildiği etkinlikler üzerinde çalışırlar. Ancak matematiksel modelleme öğrencilere farklı düzeylerde kavramsal bilgiler içeren bir harita sunar [68]. Böylelikle modelleme, öğrencilerin kişisel aktiviteleri aracılığıyla kendi stratejilerini ve matematiği anlamalarını sağlar [69]. Gravemeijer [70] matematiğin, öğrencilerin kendilerinden bağımsız olan bazı şeyler arasında bağlantı kurmak zorunda oldukları bir şey olmadığını, aksine matematikselleştirme yoluyla öğrenci aktiviteleriyle büyüyen bir şey olarak görülmesi gerektiğini vurgular. Oysa geleneksel problemlerde sıklıkla gerçek dışı unsurlar da kullanılmaktadır. Matematik derslerindeki başarı gerçek hayatın askıya alınmasını gerektirmemelidir. Öğrencilere gerçek hayatta karşılığı olmayan durumların örtük ya da açık olarak verilmesi öğrencilerde soruları gerçek hayattaki bilgileriyle çözerlerse başarısız olacakları algısı yaratır [71, 72]. Gerçek hayatta aynı ray üzerinde karşılıklı yolculuk eden trenler ya da gün boyu aynı hızla evlerini boyayan insanlar yoktur ancak matematikte başarılı olmak için öğrenciler bunu kabul etmeleri gerektiğine inandırılmışlardır [72].

English ve Sriraman [5] ise matematiksel modelleme ile geleneksel problem çözme arasındaki farklılıkları ve matematiksel modellemenin üstün yönlerini şu şekilde sıralamaktadır:

1. Gerçek yaşam durumlarını matematikselleştirmek için ihtiyaç duyulan nicelikler ve işlemler geleneksel okul matematiğinin ötesindedir. Gerçek durumlardaki nicelikler olasılıkları, frekansları, sıraları ve vektörleri; işlemler ise sıralama, düzenleme, seçme, miktar belirleme ve büyük veri kümelerini dönüştürmeyi kapsamaktadır [73-75]. Modelleme problemleri öğrencilerin kendileri için bu önemli yapıları oluşturma fırsatı sunar.

2. Matematiksel modelleme klasik sözel problemlerden daha zengin bir öğrenme deneyimi sunar. Hamilton'un [6] belirttiği gibi, sözel problemlerde öğrencilerden bilinen matematiksel nicelik ve işlemleri kullanarak kendilerine matematikselleştirilmiş olarak verilen problem durumlarını bir ya da birkaç adımda çözmeleri beklenmektedir. Bu problemlerde problem çözme bağlamı genellikle vurgulanmak istenen kavramla sınırlandırılmış bir yapaylığa sahiptir. Bu da çocukların kendi matematiksel yapılarını oluşturmalarını engellemektedir. Gerçekten de ders kitaplarındaki problemleri çözmenin okul dışında karşılaşılan problemleri çözmede matematiği kullanma yetkinliğini desteklediğine dair çok az kanıt bulunmaktadır. Aksine, modelleme çocukların problem üzerinde çalışırken kendi matematiksel fikirlerini, yapılarını ortaya koymaları için fırsat sunar. Modelleme problemleri çocukların var olan durumu kendileri için anlamlı olacak şekilde matematikselleştirmelerini gerektirir. Bu da problemin yorumlanmasını, uygun niceliklerin (değişkenlerin) seçilmesini, işlemlerin belirlenmesini ve anlamlı gösterimlerin oluşturulmasını içeren döngüsel bir süreçtir [76].

3. Matematiksel modellemeyi sınıfın ötesine taşıyan avantajlarından biri de gerçek dünya bağlamını farklı disiplinleri de kullanarak ele almasıdır. Dış dünyada modelleme sadece matematikle sınırlı değildir; fen, ekonomi, bilişim sistemleri, sosyal ve çevre bilimleri, sanat gibi birçok bilim dalı karmaşık problemleri çözümünde güçlü matematiksel modeller oluşturulmasına büyük katkı sağlar [77-79]. Buna karşılık, matematik müfredatlarında matematiğin diğer disiplinlerle olan ilişkisinden yeterince yararlanılmamaktadır.

4. Matematiksel modellemeyi mevcut uygulamalardan ayıran özelliklerinden biri genellenebilir modeller oluşturmaya teşvik etmesidir. Öğrenciler öncelikle belirli bir sistemin davranışını tanımlamak, açıklamak ya da tahmin etmek için bir model oluşturmaya ihtiyaç duyacakları bir problem durumu ile karşılaşırlar (Lesh ve Doerr [76] bunu model oluşturma problemi (model-elicting problem) olarak tanımlamaktadır). Öğrenciler daha sonra oluşturdukları modelleri genişletme, keşfetme ve yeniden düzenlemelerine (iyileştirme) olanak sağlayan model keşfetme (model-exploration) ve model uygulama problemleri (model-application problems) üzerinde çalışırlar. Öğrencilerin bu problem dizisinde çalışırken ortaya koydukları ürünler kendilerince önemli ve anlamlı kavramlar arasındaki faktörleri, ilişkileri ve işlemleri içerdiğinden öğrencilerin matematiksel ve bilimsel düşünmelerine önemli katkılar sağlayabilir.

5. Son olarak modelleme problemleri karmaşık bir durumu çözmek için “yerel uygulama komitesi (local community of practice)” olarak adlandırılabilecek küçük grup uygulamaları için hazırlanır [33]. Öğrencilerin ürünlerini akranlarına iletmeleri, değerlendirmeleri ve hazırlamaları için çeşitli sorular, sorunlar, anlaşmazlıklar, düzeltmeler ve kararlar ortaya çıkar. Ürünlerin başkaları ile paylaşılması ve onlar tarafından kullanılması, ekibin ve diğer sınıf üyelerinin incelemelerini gerektirir.

Görüldüğü gibi matematiksel modelleme geleneksel problemlerle kazandırılması zor olan hatta bazen mümkün olmayan eleştirel, yansıtıcı, analitik, yaratıcı ve üst bilişsel düşünme becerilerinin gelişimine katkı sağlar. Öğrencilerin matematiği öğrenmelerinin yanı sıra gerçek dünyayı matematik ile anlamlandırmalarına fırsat sunar. Böylelikle öğrenciler bir yandan gerçek dünya problemlerine çözüm üretirken bir yandan matematiğin işlevselliğini görerek motive olur ve matematiğe karşı olumlu tutum geliştirebilirler [60]. Ayrıca matematiksel modelleme problemleri öğretmenlere öğrencilerinin matematiksel düşünmeleri ortaya çıkarmalarını ve onları anlamalarına fırsat sunar. Birincisi, öğretmenler öğrencilerin model oluşturma sürecinde ne düşündüklerini takip edebilirler. Modelleme sürecinde öğrencilere sorular sorarak onlara metabilişsel koçluk yapabilirler. Öğrencilere neyi neden yaptıklarını sorgulatarak özdeğerlendirme yapmalarını ve yaratıcı olmalarını sağladıkları kadar öğrencileri fikirlerini açıklamaya teşvik ederek onların ne düşündüklerini de anlayabilirler. İkinci olarak öğrencilerden bir çözüm raporu istedikleri takdirde bu yazılı dokümanları analiz etme fırsatı yakalarlar. Üçüncüsü, öğrencilerden çözümlerini sunmaları istenerek akranlarının sunum yapan öğrencilere soru sorma imkânı sağlanır. Böylece hem soru soran öğrencilerin hem de sunum yapan öğrencilerin kendilerini ifade etmeleri öğretmenlere öğrencilerin düşündüklerini araştırma olanağı verir [80].

2.2.2. Matematikselleştirme ve Matematik Diline Transfer Etme

Önceki bölümlerde de bahsedildiği gibi matematiksel modelleme çeşitli basamaklardan oluşan döngüsel bir sürece sahiptir. Örneğin, Blum ve Leiss [42] matematiksel modelleme döngüsünü açıklarken bu basamakları: anlama, sadeleştirme (basitleştirme), matematikselleştirme, matematiksel çalışma, yorumlama ve doğrulama şeklinde adlandırmıştır. Ancak bazı öğrencilerin bazı basamakları atlayabilmeleri ya da bazı etkinlikler bu basamakların tümünü açığa çıkarmada yeterli olmaması mümkündür. Bu nedenle bu basamaklar arasında keskin geçişler olmadığından basamaklar arasında ayrım yapmak zordur [8] ve daha genel olarak gerçek modelin matematiksel modele dönüştürülme süreci matematikselleştirme olarak tanımlanmaktadır [51]. Benzer şekilde Djepaxhija, Vos ve Fuglestad [81], matematiksel modelleme problem durumundan matematiksel model oluşturmaya kadar geçen sürecin tamamını "matematikselleştirme" olarak adlandırmaktadır. Dolayısıyla matematikselleştirme öğrencilerin tamamen matematiksel çalışmaya başlamadan önceki tüm aktivitelerini içerir. Araştırmacılar matematikselleştirmeyi gözlemlenebilir dört kategoride değerlendirmişlerdir: (1) varsayımlarda bulunmak, (2) açıklayıcı sorular sormak, (3) değişkenleri, parametreleri ve sabitleri belirlemek, (4) matematiksel ifadeler formüle etmek (formül oluşturma, bir değişken için bir aralığı ifade etmek gibi). Jupri ve Drijvers [82] ise gerçek hayat durumu içeren problemlerde matematikselleştirme sürecinin problemi anlamakla başladığını düşünmektedir.

Gerçekçi matematik eğitiminde modelleme yaklaşımına dair iki durum söz konusudur. Birincisi, modelleme sürecinin didaktik bir işleve sahip olmasıdır. Burada asıl olan matematikselleştirmenin öğrencilerin informal olarak bilgi edindikleri gerçek hayat bilgileriyle başlayan ve algoritmaların, kavramların ve notasyonların kullanılmasına rehberlik etmesidir. Öğrencilerin gerçekliklerinden beklenen matematiksel bilginin anlamlı ve kullanışlı bir şekilde yapılandırılmasını sağlamaktır. İkincisi, modellemenin öğrencilerin matematikselleştirmeyi uyguladıkları bir düzenleme aktivitesi (organizing activity) olmasıdır. Bu deneyim öğrencilere uygulamalı problemleri çözmelerinde etkili olacağı gibi bu bakış açısına göre, öğrencilerden bilmedikleri bir soruna hazır çözüm prosedürlerin uygulanmasını gerektiren bir durum olarak değil matematikselleştirilmesi gereken bir durum olarak yaklaşmaları beklenmektedir. Bu öğrencilerin çözüm süreci hakkındaki bilgilerinin herhangi bir rolü olmadığı anlamına gelmez ancak öncelikli amaç öğrencinin problemi anlamasıdır. Uygulamada, problemin yorumlanması ve uygun prosedürün gözden geçirilmesi arasında geri gidip gelme söz konusudur. Bununla birlikte, öğrenci hazır çözüm prosedürünü bilmiyorsa modelleme yaklaşımı öğrenciye uygun bir informal çözüm bulma imkânı sağlar. Dahası, modelleme yeterliği, matematikselleştirilmesi gereken bir durum olarak yeni bir probleme yaklaşım şekli herhangi hazır çözüm prosedürüne göre daha genel bir değer/anlam taşır [83]. Gavemeijer'e [83] göre matematik eğitiminde modelleme, matematik diline çeviri eylemi olarak değil matematiği organize etme şeklinde ele alınmalıdır. Bu çalışmada da Gavemeijer'in [83], Jupri ve Drijvers [82] ve Djepaxhija ve arkadaşlarının [81] görüşlerinden yola çıkarak özgün bir "matematikselleştirme" anlayışı benimsenmiştir. Buna göre matematiksel modellemenin temel özelliklerini barındıran kapsamlı bir terim olarak "matematikselleştirme" matematik diline çevirmeden farklı olmakla birlikte, problemi anlama, varsayımlarda bulunma, değişkenleri belirleme, değişkenlere değer verme ve matematiksel olarak formüle etme adımlarını içeren gerçek yaşam durumlarının matematiksel model oluşturulmasına kadar olan tüm süreci ifade etmektedir. Matematiksel modellemenin bu özelliği onu geleneksel problemlerden ayıran önemli bir farklılığıdır. Öyle ki geleneksel problemlerde problem durumu matematikselleştirilmiş olarak öğrenciye sunulurken, matematiksel modellemede matematikselleştirmeyi yapmak öğrencinin sorumluluğundadır. Gerçek yaşam durumlarının yer aldığı geleneksel problemlerde matematik diline transfer edilmesi söz konusu olabilir fakat bu matematikselleştirme ile karıştırılmamalıdır. Örneğin, 8. Sınıf doğrusal denklemler konusunda ders kitabında yer alan [84] ve diğer kaynak kitaplarda da sıklıkla karşılaşılan problemlerden biri aşağıdaki gibidir:

Diyetisyen Problemi

90 kg olan Nazım Bey, kilosunun fazla olduğunu düşünerek diyetisyene gidiyor. Diyetisyen, yaptığı tahliller sonucunda Nazım Bey'in ideal kilosunun 75 kg olduğunu söylüyor ve Nazım Bey'in bu kiloya gelebilmesi için her ay 3 kg verebileceği şekilde bir diyet programı hazırlıyor.
Diyetisyenin Nazım Bey'e hazırladığı programı içeren denklemi yorumlayabilir misiniz?

Diyetisyen probleminde 90 kg olan Nazım Bey'e ayda 3 kg vererek ideal kilosu 75 kilograma ulaşmasını sağlayacak diyet programına ait denklemin yazılması istenmektedir. Dikkat edilirse, burada öğrenciden sadece problemi semboller, işlemler, değişkenler vb. kullanarak matematik diline transfer etmesi beklenmektedir. x ay sayısı olmak üzere, $90 - 3x = 75$ problem durumunun matematiksel denklem olarak ifade edilmiş şeklidir. Sonrasında gerekli işlem adımları uygulanarak tek ve kesin sonuca ulaşılması mümkündür.

Aşağıdaki problem ise bir matematiksel modelleme problemidir [85]:

Bir Fermi Problemi: Bir Ağaçta Kaç Yaprak Vardır?

Selim ile Elvin, bahçelerindeki büyük çınar ağacının dökülen yapraklarını toplarken Elvin şöyle diyor: "Bu ağacın bence bir milyon yaprağı var." Selim, "Bu ağacın kaç yaprağı var bilmiyorum ama bir milyon tane olmadığından eminim." deyince Elvin iddiasında ısrar ediyor. Bunun üzerine ağaçta gerçekten kaç yaprak olduğunu merak eden kardeşler ağaçtaki yaprak sayısını nasıl hesaplayabileceklerini düşünüyorlar.

Sizce Selim ile Elvin ağaçta yaklaşık kaç yaprak olduğunu hesaplamak için nasıl bir yol izlemelidir? Kullanılabileceklerini düşündüğünüz stratejiyi açıklayan bir rapor hazırlayınız.

Büyük bir çınar ağacının ortalama kaç yaprağı olabileceğinin sorulduğu bu Fermi probleminde öğrencileri doğrudan çözüme götürecek veriler yer almamaktadır. Öğrencilerin çözüme ulaşmaları için farklı yöntemleri kullanmalarına fırsat sunan problemde öğrencilerden beklenen oran-orantıyı kullanarak kabul edilebilir çözümler üretmeleridir. Örnek çözümlerden biri ortalama büyüklükte bir daldaki yaprakları saymak ve ağacın bunun gibi ortalama kaç dalı olduğunu tahmin ederek elde edilen yaprak sayısının ortalama dal sayısı ile çarpılması ile bulunabilir. Matematiksel olarak ise;

ağaçtaki ortalama yaprak sayısı = ortalama dal sayısı x daldaki yaprak sayısı

şeklinde ifade edilebilir. Dolayısıyla bu örnek çözümde gerçek bir yaşam durumunun varsayımlarda ve tahminlerde bulunularak değişkenlerin belirlenmesi, değişkenlere sayısal değerler verilmesi ve matematiksel olarak bir denklemle ifade edilmesi söz konusudur. Problemi anlamayla başlayan bu süreç matematikselleştirmedir.

Yukarıda verilen iki örnekle açıklanmaya çalışıldığı gibi matematik diline transfer etmek ile matematikselleştirmek birbirinden farklı iki durumu ifade etmektedir. Buna rağmen literatürde bu kavramlar arasındaki anlamsal farkın gözetilmediği çalışmalara [86-88] rastlamak mümkündür. Bu çalışmaların bir kısmında gerçek yaşam durumlarının matematik diline transfer edilmesini anlamsal olarak doğru kullandıkları fakat yanlış değerlendirdikleri görülmektedir. Örneğin, Larina [88] öğretmenlerden verilen problemleri değerlendirmelerini istediği çalışmasında gerçek yaşam bağlamlı problemleri üç grupta sınıflandırmıştır: (1) durumsal ilişki (situational relevance), (2) matematiksel modelleme ve (3) önemsiz (non-triviality) problemler. Araştırmacı matematiksel modellemeyi tanımlarken Blum ve Niss'in [41] "gerçek yaşam durumlarının matematik diline transfer edilmesi" tanımını referans almıştır. Ancak aynı çalışmada Blum ve Niss [41] matematikselleştirmenin bundan farklı bir kavram olduğunu anlatmış ve matematiksel modellemeyi matematikselleştirme ile açıklamışladığı görülmektedir. Larina [88] referans aldığı tanımı modelleme bağlamında kendi bakış açısına uygun şekilde değerlendirmiş olsa da matematiksel modelleme olmayan bu tür problemleri matematiksel modelleme olarak nitelendirmiştir.

2.3. Matematiksel Modelleme Öğretiminde Öğretmenin Rolü

Matematiksel modellemenin tüm öğrencilerin matematiksel yeterliklerinin önemli bir parçası olduğu yapılan çalışmalarla kabul edilmiş bir durumdur [89, 90]. Kaiser [91, Kaynak: 7] ve Blum [92, Kaynak: 7] matematiksel modellemenin öğrenciler için neden önemli olduğunu dört gerekçe ile açıklamışlardır:

- Pragmatik nedenler: Gerçek dünya durumlarını anlamak ve problemleri çözmede ustalaşmak için matematiksel modellemeye ihtiyaç vardır.
- Biçimlendirici nedenler: Modelleme faaliyetlerine katılmak bazı becerilerde yetkinlik kazanılmasını sağlar.
- Kültürel nedenler: Gerçek dünya ile ilişki kurulması matematiğin tüm resmini görmek için vazgeçilmezdir.
- Psikolojik nedenler: Modelleme etkinlikleri öğrencilerin matematiğe olan ilgilerini ve motivasyonlarını artırabilir, matematiksel içeriği yapılandırmalarını ve daha iyi anlamalarını sağlayabilir. Daha genel olarak matematiğin öğrenciler için anlamlı olmasını sağlar.

Araştırmacılar bu faktörlerin dikkate alınarak modelleme eğitiminin ilkokuldan öğretmen eğitimine (lisans düzeyinde) kadar her kademede verilmesi gerektiğini vurgulamışlardır. Matematiksel modellemenin başarılı bir şekilde öğretimi ise iki şeye bağlıdır: uygun etkinlik seçimi ve daha da önemlisi tüm seviyelerde kaliteli eğitimin sağlanması. Bunun için ise en önemli faktörün öğretmen olduğu açıktır. Bu farkındalık öğretmenlerin matematiksel modelleme alanında sahip olmaları gereken bilgi ve becerilerini akla getirmektedir. Matematiksel modellemenin başarılı bir şekilde öğretilmesi öğretmen yeterlikleri ile doğrudan ilgilidir [28]. Matematiksel modelleme eğitimi almayan, bu tür etkinliklerle karşılaşmamış öğretmenlerden matematiksel modellemeyi etkili bir şekilde öğretmeleri beklenemez. Eğer bir öğretmenden matematiksel modellemeyi öğretmesi bekleniyorsa onun derin ve geniş bir öğretme bilgisine sahip olması kadar [93] modelleme deneyiminin olması [28] da gerekmektedir. Eğitim araştırmalarında alan bilgisi, pedagojik bilgi ve pedagojik alan bilgisi gibi öğretmen yeterlikleri birçok alanda detaylı olarak ele alınmasına rağmen, matematiksel modellemede yapılan araştırmalar oldukça sınırlı sayıdadır [7, 94]. Bu sebeple öğretmenlerin matematiksel modelleme bilgilerini geliştirecek programlara, onlara rehberlik edebilecek çalışmalara ihtiyaç duyulmaktadır. Özellikle matematiksel modellemenin sınıf ortamına nasıl taşınacağı tartışılması gereken oldukça önemli bir konudur. Ancak matematiksel modellemenin okul matematiğine etkili bir şekilde nasıl entegre edileceği ya da öğretmen eğitiminde bu konunun nasıl ele alınacağı sorularına henüz net bir cevap verilememiştir. Bunun en önemli sebebi etkili modelleme öğretimi için öğretmenlerin sahip olmaları gereken yeterliklere ilişkin tanımlanmış standart kriterlerin belirlenmemiş olmasıdır [7]. Buna rağmen az sayıda da olsa öğretmenlerin matematiksel modellemeyi sınıfa nasıl taşıyabilecekleri ve bunun için gerekli yeterlikler üzerine çalışmalar yapılmıştır [20, 95-97]. Müfredatta önemli bir yeri olan matematiksel modellemenin nasıl öğretilmesi gerektiği konusunda öğretmen eğitiminin sağlam temellere oturtulması gerektiğini savunan Borromeo Ferri ve Blum [20] öğretmen adaylarının aldıkları eğitimle bu yeterliklere sahip olabilmeleri için teori ve uygulamanın dengeli bir şekilde verilmesi gerektiğini vurgulamaktadırlar.

Doerr ve Lesh [95] çalışmalarında modelleme perspektifine göre öğretmen bilgisini üç kategoride değerlendirmişlerdir: (a) matematiksel içeriği anlama, (b) öğrencilerin geliştirebileceği farklı düşünme şekillerini anlama, (c) öğrencilerin matematiksel düşüncelerinin gelişimini desteklemek için farklı konu ve bağlamlardan yararlanılarak oluşturulabilecek pedagojik stratejiler bilgisine sahip olma. Araştırmacılar bu sınıflandırmayı yaparken öğretmenlerin hem kavramsal hem işlemsel bilgilerinin etkileşim içinde olduğuna ve etkili öğretim için her ikisine de sahip olunması gerektiğine vurgu yapmışlardır. Benzer şekilde Borromeo Ferri [96] de matematiksel modellemede öğretmen yetkinliğinin teorik ve uygulama olmak üzere temel iki bileşeninden bahsetmektedir. Buradaki teorik bilgi ve uygulama becerisinin Doerr ve Lesh'in [95] çalışmalarındaki öğretmenlerin kavramsal ve işlemsel bilgilerine karşılık geldiği söylenebilir. Garfunkel ve Montgomery [97] ise matematiksel modellemeyi sınıfta uygularken öğretmenlere rehberlik etmek ve destek olmak amacıyla "Matematiksel Modelleme Eğitiminde Değerlendirme ve Öğretim Rehberi (Guidelines for Assessment and Instruction in Mathematical Modeling Education (GAIMME))" adlı bir rapor hazırlamışlardır. Bu raporda matematiksel modellemenin önemini ve eğitim boyunca her öğrencinin matematik deneyiminde modellemenin nasıl ve neden önemli bir parçası olması gerektiği açıklanmıştır. Araştırmacılar uygulamaya dönük örnek problemlerle matematiksel modellemenin ne olduğu ve farklı sınıf seviyelerine göre modellemenin nasıl öğretileceğine dair öğretmenlere pratik tavsiyelerde bulunmuşlardır.

Yukarıda örneklendirildiği gibi öğretmenlerin mesleki yeterliklerinin ele alındığı bu çalışmaların ortak özelliği, matematiksel modellemenin sınıfta uygulanma aşamasında öğretmenlerin dikkat etmeleri gereken hususlara odaklanmasıdır. Elbette bu önemli bir öğretmen yeterliğidir fakat uygulama aşamasından önce öğretmenin konu alan bilgisine sahip olması etkili bir uygulamanın ön koşuludur. Ayrıca öğretmenin, amacına uygun etkinlikleri belirleme ve buna göre ders planı yapma, karşılaşılan zorlukları tespit ederek uygun şekilde müdahale etme becerilerinde yetkin olması yapacağı uygulamaları doğrudan etkileyecek unsurlardır. Borromeo Ferri ve Blum [20] matematiksel modellemenin öğretiminde öğretmenlerin sahip olmaları gereken yeterlikleri dört boyutta ele almıştır: 1) Teorik boyut (theoretical dimension), 2) Etkinlik boyutu (task dimension), 3) Öğretim boyutu (instruction dimension) ve 4) Tanılama/teşhis boyutu (diagnostic dimension) (Şekil 2.3).

Teorik Boyut	a) Modelleme döngüleri b) Modellemenin amaçları ve perspektifleri c) Modelleme etkinliği türleri
Etkinlik Boyutu	a) Modelleme etkinliklerinin farklı çözümleri b) Modelleme etkinliklerinin bilişsel analizi c) Modelleme etkinliği tasarlama
Öğretim Boyutu	a) Modelleme etkinliğinin kullanılacağı dersi planlama b) Modelleme etkinliğini uygulama c) Müdahaleler, destek ve dönüt verme
Tanılama/Teşhis Boyutu	a) Modelleme süreci basamaklarını tanımlama b) Zorluk ve hataları tanımlama c) Modelleme etkinliklerini değerlendirme

Şekil 2.3 Matematiksel modelleme öğretiminde öğretmen yeterlikleri modeli [20, 96]

Birinci boyut olan teorik boyutta, "Matematiksel modelleme ile ne kastedilmektedir?" sorusuna odaklanılır ve matematiksel modellemenin nasıl yorumlandığı ele alınır. Öncelikle öğretmen matematiksel modellemenin ve amacının ne olduğunu bilmeli ve öneminin farkında olmalıdır. Matematiksel modelleme, gerçek yaşam ile matematik arasındaki bağın farklı şekillerde tanımlanan modelleme döngüleriyle açıklandığı karmaşık bir süreçtir. Bunun sebebi matematiksel modellemeye farklı amaç ve perspektiflerle yaklaşılmasıdır. Öğretmenin kendi perspektifini belirlemesi ve modelleme anlayışına uygun bir öğretim yapması ise onun tercihi ve sorumluluğundadır. Dolayısıyla öğretmenin en azından modelleme döngülerinin bir kısmını bilmesi önemlidir. Öğretmenin matematiksel modellemeye bakış açısı öğrenme ve öğretme faaliyetlerini doğrudan etkileyecektir. Bu da öğretmenin rolünü modelleme sürecini sadece yöneten izleyici olmasından öteye taşıyarak sürece dâhil olan bir katılımcı yapar. Öğretmenin benimsediği perspektife göre öğretim faaliyetlerini gerçekleştirmesi için ondan beklenen hangi modelleme döngüsünün kaç adımdan oluştuğunu bilmesinden ziyade hangi döngünün hangi amaçlarla kullanıldığının farkında olmasıdır [7]. Matematiksel modelleme hakkında teorik bilginin ilk aşamada verilmesi öğretmen adayları ve öğretmenler için zordur ve hatta onlara anlamlı gelmeyebilir. Ancak etkinliklerin uygulanması ile birlikte tüm resmin görülebilmesi için gerekli bir bölüm olduğunu fark edebilirler [7].

Borromeo Ferri'ye [7] göre öğretmenlerin sahip olması gereken ikinci yeterlik olan etkinlik boyutunun amacı matematiksel modelleme etkinliklerini çözme ve modelleme etkinliği kriterlerini belirleyebilmedir. Bu boyutta esas olarak "İyi bir matematiksel modelleme etkinliğinin sahip olması gereken kriterler nelerdir?" sorusuna cevap aranır. Öğretmenlerin matematiksel modelleme etkinliklerini modelleme sürecine uygun olarak çözebilmeleri ve bu etkinlikleri geleneksel problemlerden ayıran özellikleri belirleyebilmeleri gerekir. Matematiksel modellemede geleneksel problemlerden farklı olarak "kesinlik" yoktur. Matematiksel modelleme varsayımlarda bulunmayı ve çözüm için gerekli değişkenlerin içinden önemli olanları tercih etmeyi gerektirir. Bu nedenle nadiren özdeş modeller ortaya çıkar. Seçimler, varsayımlar ve tahminler makul olduğu ve çözüm süreci mantığa aykırı olmadığı sürece ne kadar farklı olursa olsun tüm modeller kabul edilebilirdir [98]. Matematiksel modellemenin bu özelliği geleneksel problemlerdeki "çözüm için gerekli tüm bilgiler problemde verilir ve bu bilgiler ile tek ve kesin sonuca ulaşılır" algısını değiştirmektedir. Matematiksel modellemeyi geleneksel problem çözmeden ayıran önemli özelliklerinden biri de matematikselleştirme sürecidir. Blum ve Niss'e [41] göre matematikselleştirme gerçek yaşam durumunun matematik diline transfer edilme sürecidir. Geleneksel problemlerde genellikle tüm veriler ve bu veriler arasındaki ilişkilendirmeler sayılar, semboller ya da grafikler gibi matematiksel formda sunulur. Matematiksel modellemede ise karmaşık gerçek yaşam durumlarından matematiğe ulaşmak, başka bir deyişle gerçek yaşam durumunu matematikselleştirmek problemi çözen kişinin sorumluluğundadır. Matematiksel modelleme, çözüm süreci ile de geleneksel problem çözmeden farklılaşmaktadır. Matematiksel modelleme süreci döngüsel ve yinelenen bir süreçtir. Dinamik bir süreç olması en iyi problem çözücülerin bile sürekli olarak modellerini geliştirebilmesine olanak sağlar. Oysa geleneksel problemlerde çözüme ulaşıldığında (doğruluğu da kontrol edildikten sonra) görev tamamlanmış olarak kabul edilir [98]. Şunu da belirtmek gerekir ki, matematiksel bir kuralı olmayan açık uçlu otantik bir probleme matematiksel bir çözüm üretmek kolay değildir [7]. Dolayısıyla matematiksel modelleme etkinlikleri geleneksel problemlerden daha çok düşünme ve uğraş gerektiren bir yapıya sahiptir. Kısaca matematiksel modelleme etkinliklerinin genel özellikleri şu şekilde sıralanabilir [7, 14, 98-100]:

- gerçek yaşama uygunluk
- açık (uçlu) olma
- karmaşık ya da düşündürücü olma
- modelleme sürecine uygun çözülebilme

Matematiksel modellemenin tanımından da anlaşılacağı üzere problemin *gerçek yaşama uygun* olması ilk özelliğidir. *Açık uçlu olma* özelliği, modelleme etkinliklerinin varsayımlara ve tahminlere dayalı olmasını; dolayısıyla farklı ve özgün çözümlerin ortaya çıkmasını gerektirir. *Karmaşık ya da düşündürücü olma*, problemle karşılaşıldığında problemin kişide çaresizlik hissi yaratması şeklinde tanımlanabilir [34]. Problem gerçek yaşam bağlamını anlamaya ve model oluşturmak için gerekli verileri araştırmaya teşvik etmelidir [7]. Başka bir ifadeyle, bu etkinliklerde matematiğin örtük olarak yer almasıdır. Problem durumu, sadece matematiksel işlemler ve formüller kullanılarak sonuca ulaşma fikri uyandırmamalı; gerçek yaşam durumunu matematikselleştirmeye olanak sağlamalıdır. *Modelleme sürecine uygun çözülebilme* özelliği ise problemin modelleme döngüsündeki adımlara göre çözülebilmesi gerektiğini ifade etmektedir. Burada, bilinen matematik formüllerini ya da matematiksel işlemleri uygulamak yerine problemi anlama, varsayımlarda bulunma ve değişkenleri belirleme, zihinsel model oluşturma, model oluşturma, modeli çözme, dönüştürme ve değerlendirme basamaklarını döngüsel olarak takip etme ve son olarak çözümü raporlaştırma vurgulanmaktadır. Matematiksel modelleme için sıralanan bu özellikler aynı zamanda matematiksel modelleme etkinliklerini geleneksel problemlerden ayırt etmek için birer kriter olarak değerlendirilebilir. Ancak bu özelliklerin birini veya birkaçını taşıması bir problemin matematiksel modelleme olması için yeterli değildir. Örneğin, gerçek yaşam durumu içeren her problem matematiksel modelleme olarak nitelendirilemez. Benzer şekilde sonuca ulaşmak için birçok matematiksel işlem yapmayı gerektiren karmaşık ve düşündürücü problemler de matematiksel modelleme problemi olmayabilir.

Aşağıdaki üç problem matematiksel modelleme kriterleri dikkate alınarak şu şekilde incelenmiştir:

Alışveriş Problemi

Esra Hanım marketten 2 kg un ve 1 kg şeker alarak 8 TL ödüyor. Fatma Hanım marketten 1 kg un ve 2 kg şeker alarak 10 TL ödüyor. Un ve şekerin kilogramının kaç lira olduğunu cebirsel yöntemle ve grafik kullanarak bulalım.

Yukarıdaki alışveriş problemi 8. Sınıf Matematik Ders Kitabı'nda "Denklem Sistemleri" konusunda ele alınan bir problemdir [101]. Bu problem, ders kitaplarında sıklıkla karşılaşılan, öğrenciden problemdeki sayısal verileri kullanarak çözüme ulaşması istenen problemlerden biridir. Problemle karşılaşan her öğrenci benzer metodlar kullanarak tek ve kesin bir sonuca ulaşacaktır. Dikkat edilirse bu problemde özel olarak problemin nasıl çözülmesi istendiği metin içinde verilerek öğrenci yönlendirilmektedir. Gerçek yaşam boyutu açısından değerlendirildiğinde ise gerçek hayata aykırı bir durum bulunmamakla birlikte problemi çözen kişi için problemin hikâyesinin anlamlı bir etkiye sahip olmadığı söylenebilir. Öyle ki öğrenci çözüm yaparken ne Esra Hanım'ın ne de Fatma Hanım'ın marketten un ve şeker almasıyla ilgilenmez; bunlar onun için çözümü etkilemeyen, sadece sıradan birer değişkendir. Hiçbir tahmin ya da varsayımda bulunmadan sayısal verilerle gerekli işlemler yapılarak problem çözülebilir. Dolayısıyla bu problem kapalı uçlu, özgün çözümlerin ortaya çıkmasına imkân vermeyen tek çözümlü geleneksel bir matematik problemidir.

Oyuncakçı Giapetto

Giapetto tahtadan oyuncak asker ve tren yapmaktadır. Satış fiyatları, bir oyuncak asker için 27 ₺, bir oyuncak tren için 21 ₺'dir. Bir asker için 10 ₺'lik hammadde ve 14 ₺'lik işçilik kullanılmaktadır. Bir tren için ise söz konusu miktarlar sırasıyla 9 ₺

ve 10 ₺'dir. Her bir asker için 2 saat cilalama ve 1 saat marangozluk gerekirken, her bir tren için 1 saat cilalama ve 1 saat marangozluk gerekmektedir. Eldeki hammadde miktarı sınırsızdır, fakat haftada en çok 100 saat cilalama ve 80 saat marangozluk kullanabilen Giapetto'nun haftada en fazla 40 oyuncak asker satabileceğini göz önünde bulundurarak kârının maksimum olması için hangi oyuncaktan haftada kaç adet üretmesi gerektiğini bulunuz.

Oyuncakçı Giapetto problemi [102] ders kitaplarında karşılaşılabilecek orta zorluk seviyesinde geleneksel bir problemdir. Problemin çözümü için gerekli tüm değişkenler ve sayısal veriler problemde açıkça verilmiştir. Birer oyuncak asker ve trenin yapılması için gerekli süre ve maliyeti ile oyuncakların satış fiyatları verilerek bir hafta içinde üretilebilecek maksimum oyuncak sayısının belirlenmesi istenmiştir. Problem öğrenciye varsayımda bulunma fırsatı sunmamaktadır. Doğru matematiksel işlemler yapılarak tek doğru cevaba ulaşılması mümkündür. Her ne kadar problem, gerçek yaşam durumunu yansıtsa da problemin çözümü sırasında öğrenci için bu önemli bir anlam ifade etmemektedir. Öğrencinin tamamen matematiksel işlemler yaparak uygun adımlarla sonuca ulaşması ve bu sonucun gerçek hayattaki karşılığını değil matematiksel olarak doğruluğunu test etmesi yeterlidir. Dolayısıyla bu problem gerçek yaşamın matematikselleştirilmesinde oldukça yetersizdir. Yukarıdaki alışveriş probleminden farklı olarak, daha fazla matematiksel işlem yapmayı gerektirmektedir. İşlem adımlarının fazla olması kadar farklı değişkenlerin yer alması probleme düşündürücü ya da karmaşık bir görüntü vermektedir. Ancak problemin düşündürücü veya karmaşık olması matematiksel modelleme olması için yeterli değildir ve çözüm sırasında matematiksel modellemenin tüm niteliklerine sahip olmadığı açıkça görülebilmektedir.

Matematiksel modelleme problemlerini geleneksel problemlerden ayırt etmek her zaman kolay olmayabilir [103]. Bunun için öğretmenlerin bir problemi değerlendirirken matematiksel modelleme kriterlerini dikkate almaları gerekmektedir. Gerçek yaşam durumu bu kriterlerin başında gelmelidir. Çünkü gerçek hayatı yansıtmayan bir problemin matematiksel modelleme problemi olması mümkün değildir. Yalnız bu kriteri uygularken gerçek yaşam durumlarının günlük hayatla sınırlandırılmamasına dikkat edilmelidir. Elbette ki, bir problemi tanımlamak, problemi her yönüyle değerlendirebilmek ve matematiksel olarak çözüm üretmek için problem durumunun kişinin kendi hayatının bir parçası olması önemli bir etkiye sahiptir. Ancak bu tür bir sınırlandırma matematiksel modelleme problemlerinin sınıf kültürüne ya da yaşanılan ortama göre değişkenlik göstereceği gibi yanlış bir algıya sebep olabilir. Kültürel etmenler matematiksel modelleme sürecini doğrudan etkileyen önemli bir faktör olmakla birlikte bir problemin matematiksel modelleme bağlamında değerlendirilmesinde kullanılacak bir kriter değildir. Şahin ve arkadaşları [103] çalışmalarında öğretmen adaylarından birinin, bir problemin matematiksel modelleme olup olmamasının kişinin yaşadığı çevreye göre değişkenlik gösterebileceği inancına sahip olduğunu tespit etmişlerdir. Oysa önemli olan problem durumunun problemi çözen kişi için gerçek hayatta anlamlı olmasıdır. Dikkat edilmesi gereken değerlendirme kritelerinden bir diğeri ise problemin açık uçlu olmasıdır. Genellikle ders kitaplarında tek ve net çözümlü problemlerle karşılaşılmaktadır. Matematiksel modelleme etkinlikleri ise farklı varsayımların dikkate alındığı özgün çözümlere açık bir özelliğe sahiptir ve bu onu geleneksel problemlerden ayıran en belirgin özelliklerinden biridir. Karmaşık ya da düşündürücü olma özelliği, matematiksel modelleme etkinliklerinin zor olduğunu ifade etmek için kullanılmamasına rağmen böyle bir izlenim oluşturabilir. Bu sebeple öğretmenler düşündürücü, çok değişkenli ve fazla sayısal verinin yer aldığı ya da çözüm için yoğun işlemler gerektiren problemleri matematiksel modelleme olarak nitelendirebilirler [104]. Şahin ve arkadaşları [103], çalışmalarında öğretmen adaylarının bu özelliğe sahip olduğunu gerekçe göstererek geleneksel problemleri matematiksel modelleme problemi olarak değerlendirdiklerini tespit etmişlerdir. Oysa karmaşık ya da düşündürücü olma, problem durumunda matematiğin örtük olarak yer alması anlamı taşımaktadır. Matematiksel modellemenin bu özelliği, aynı zamanda ilgi çekici, farklı ihtimalleri düşünmeyi gerektiren mantık problemleri ile karıştırılmasına sebep olabilir. Ancak mantık problemleri genellikle tek çözümlüdür ve açık uçlu olma kriterini taşımaz. Aşağıdaki "Suçlu Kim?" problemi bu durumu açıklayabilecek güzel bir örnektir:

Suçlu Kim?

Bir soygunda şüpheli olarak gözaltına alınan A, B ve C şahısları için karar verilecektir ve polis tutanaklarında şu bilgiler yer almaktadır:

- Eğer *A* suçsuzsa, hem *B* hem *C* suçludur.
- Ya *B* ya da *C* suçsuzdur.
- Ya *A* suçsuzdur ya da *B* suçludur.

Sizce suçlu ya da suçlular bulunabilir mi?

Bu problem ilk bakışta geleneksel problemlerden farklı, düşünmeyi gerektiren hatta karmaşık olarak bile nitelendirilebilecek, gerçek yaşama aykırı olmayan bir problemdir. Ancak sadece problem durumunda verilen bilgiler üzerine düşünerek kimin ya da kimlerin suçlu olduğu bulunabilir. Problemin matematiksel olarak da çözülmesi mümkündür. Problemdeki önermelerin doğruluk tablosu yapılarak doğru cevaba ulaşılabilir. Problemi çözen kişinin herhangi bir varsayımda ya da tahminde bulunması gerekmez. Bir problemin matematiksel modelleme olabilmesi için modelleme sürecine göre çözülebilmesi gerekmektedir ve bu tür problemlerin bu sürece uygun olarak çözülmesi söz konusu değildir. Önceki bölümlerde de ayrıntılı olarak ele alındığı gibi modelleme süreci perspektiflere göre değişkenlik gösterebilir. Burada, öğretmenlerin geleneksel problemlerden farklı olarak, problemin çözümünde varsayımlara dayalı farklı modellerin açığa çıkabileceğinin ve bu modellerin değiştirilebilir ve geliştirilebilir olduğunun farkında olmaları önemlidir.

Etkinlik yeterliğine sahip olmanın son aşaması matematiksel modelleme etkinliği hazırlayabilmektir. Borromeo Ferri [7] öğretmenlere gruplar halinde matematiksel modelleme etkinlikleri hazırlatmış ve bu sürecin uzun ve zor bir süreç olduğunu belirtmiştir. Öte yandan etkinlik hazırlamanın matematiksel modellemeyi anlamlandırmada önemli bir uygulama olduğuna dikkat çekmiştir. Etkinlik hazırlama süreci gruplarla olabileceği gibi bireysel olarak da yürütülebilir. Bireysel çalışmalar, öğretmenlerin matematiksel modelleme anlayışlarının daha belirgin bir şekilde ortaya çıkması açısından önemlidir. Öğretmenler her ne kadar teorik olarak matematiksel modelleme hakkında yeterli bilgi sahibi olsalar ve matematiksel modelleme etkinliklerini geleneksel problemlerden ayırt edebilseler de bu yeterliklerini etkinlik hazırlarken de etkili bir şekilde kullanmaları gerekmektedir. Matematiksel modelleme etkinliği hazırlamak, aynı zamanda öğretmenlere kendi yeterliklerini görebilme fırsatı sunar. Teorik bilgilerini uygulamada ne kadar etkin kullandıklarını değerlendirme açısından faydalı olduğu kadar öğretmenlere öğrencilerin karşılaşabilecekleri zorlukları öngörerek bu zorlukların önüne geçme ya da zorluklara nasıl müdahale edebileceklerini belirleme imkânı da verir. Böylelikle öğretmenler bir başka öğretmen yeterliği olan uygulama yeterliklerine de katkı sağlamış olurlar.

Öğretmen yeterliklerinin üçüncü boyutu olan öğretim boyutunda matematiksel modelleme problemlerine uygun ders planı yapma ve uygulama yeterlikleri ön plandadır. Bu, teori ile uygulama arasındaki dengenin sağlanması adına oldukça önemli bir yeterliktir. Öğretim boyutu öğretmenlerin modelleme etkinliklerini sınıfa nasıl taşıyacaklarını, uygulama sırasında öğrencilere nasıl destek olacaklarını ve nasıl dönüt vereceklerini içeren tüm uygulamaları kapsamaktadır [7]. Öğretmenlerin matematiksel modelleme uygulamalarındaki rolü birçok çalışmada tartışılan bir konu olmuştur [94, 98, 105]. Matematiksel modelleme etkinliklerinin geleneksel problemlerden farklı olması doğal olarak uygulamada da farklılıklara yol açmaktadır. Geleneksel problemden farklı olarak öğrenciler modelleme sürecinde sürekli varsayımlarını ve çözümlerini denetlemek zorundalardır ve bunun için ciddi anlamda öğretmenin rehberliğine ihtiyaç duyarlar. Öğrencilerin yaptıkları çalışmaların anlamlarını sormaları, öğretmen için geleneksel problem çözme pedagojisinden daha fazlasını gerektirir. Çünkü matematiksel modelleme süreci, bilinen çözüm yollarına sahip geleneksel problemler gibi kolay anlaşılır ya da doğrusal bir süreç değildir. Öğrencilerin çalışmalarını değerlendirmek ve onların bilinen işlemsel yollarda hareket etmelerine rehberlik etmek yerine; öğretmenin rolü, öğrencilerin kendi çalışmalarının öz-değerlendirmesini yapmalarına destek olmak ve kendilerine anlamlı gelecek şekilde fikirlerini revize etmelerine teşvik etmektir [106]. Öğrencilerin düşüncelerini dinlemek ve onlara uygun dönütü vermek öğretmen için zor bir görevdir [106-108]. Öğrenciler modelleme etkinlikleri üzerine çalışırken çoğu zaman süreç içinde çeşitli fikirler üretirler. Öğretmenin rolü bu fikirlerin ortaya çıkmasını teşvik etmek olduğu kadar, ortaya çıkan fikirlerden modellemeye yönelik kaliteli tartışmalar da yaratmaktır. Öğretmenin bu tür tartışmalar yaptırması, öğrencilerin kendi fikirlerini sorgulamaları ve yeni fikir üretebilmeleri açısından oldukça önemlidir [95]. Matematiksel modellemede yetkin olan öğretmen, öğrencilerinin modellerini yorumlayabilecekleri, açıklayabilecekleri, savunabilecekleri ve değerlendirebilecekleri ortamı onlara sağlamalıdır [109]. Öğrencilerin fikirlerini ifade etmeleri, fikirleri arasında karşılaştırma yapma ve uygun olanı seçmeleri üzerine yaptıkları bu tartışmalar öğretmen için öğrenci düşünceleri altında yatan mantıksal çıkarımlarını görmek adına bir fırsat yaratır. Ayrıca öğrencilerin sunum yapmaları ve arkadaşlarıyla çözümleri üzerine tartışmaları kendilerini ifade etme becerilerini destekler [2, 46]. Burada öğretmenin daha üretken yolların farkında olma, öğrencileri daha az yararlı bilgiden daha çok yararlı bilgiye yönlendirme ve öğrencilerin fikirleri arasında bağlantı kurmaları için destekleme becerilerine sahip olması beklenir. Öğrenme karmaşık ve etkileşimli bir süreç olduğuna göre bu durumlarda tek bir yaklaşım türünden ziyade bir yaklaşım çeşitliliğinin olması gerektiğini kabul etmek gerekir. Öğrenci fikirlerinin çeşitliliğini nasıl gördüğü, nasıl yorumladığı ve öğrenmede nasıl işe koştuğu ise öğretmenin kavramsal bilgisi ile ilgilidir. Modelleme sürecinde bu çeşitlilik önceden tam olarak öngörülemediği için öğretmenin kavramsal bilgisi oldukça önemlidir [95]. Dolayısıyla etkili bir öğretim sürecinde öğretmenlerin uygulama ve kavramsal bilgilerini dengeli bir şekilde kullanmaları gerekmektedir [7].

Borromeo Ferri [7] matematiksel modellemenin öğretiminde öğretmenlerin sahip olması gereken dördüncü ve son yeterliği tanılama/teşhis yeterliği olarak ele almaktadır. Tanılama boyutu, öğretmenlerin matematiksel modelleme sürecinde ortaya çıkan zorlukları görebilme ve matematiksel modelleme etkinliklerini değerlendirme becerilerini kapsamaktadır. Yukarıda tek tek ele alınan öğretmen yeterlikleri birbirinden bağımsız düşünülemez; her yeterlik diğerlerinin tamamlayıcısı niteliğindedir. Özel olarak tanılama boyutu ile öğretim boyutu birbiriyle birçok noktada örtüşmektedir [7]. Öğretim sırasında öğrencilere uygun destek ve dönüt müdahalelerinde bulunabilmek için öğrencinin yaşadığı zorluğun teşhis edilmesi ilk adımdır. Tanılama, öğrencilerin ürettikleri çözümleri anlamayı sağlar ve öğretmen ancak zorluğu tanıladıktan sonra öğrenciye bireysel destek verme, dönüt verme ya da müdahale etme kararını verebilir. Öğretmenlerin etkinliği uygulamaya geçmeden önce modelleme basamaklarına uygun olarak en az bir çözüm yapması öğrencilerin karşılaşabilecekleri zorlukları anlamaları açısından oldukça önemlidir [60]. Ayrıca bu metod sadece sınıf içi uygulamalarda değil öğrenci raporlarını değerlendirirken de öğretmenler için büyük avantaj sağlayacaktır. Bunların dışında Borromeo Ferri [7] tanılama formu kullanılarak ya da öğrencilerin yazılı dokümanlarının incelenerek de öğrenci zorluklarının tespit edilebileceğini belirtmektedir.

Bu bölümde matematiksel modellemenin öğretiminde öğretmenlerin sahip olmaları gereken yeterlikler ele alınmıştır. Bu yeterlikler aynı zamanda öğretmenlerin öğretme sorumluluğu ile yakından ilişkilidir. Öğretmen adayları bu alanda beklenen yeterlikleri kazanmış olarak göreve başladıklarında sorumluluklarını yerine getirmek için sağlam bir temele sahip olacaklardır. Ancak bu eğitimi alma şansına sahip olmayan öğretmenlerin matematiksel modellemeyi öğretime entegre etmeleri kolay değildir. Matematiksel modelleme, öğretmenlerin bilgi ve deneyim sahibi olmadan öğrencilere kazandırabilecekleri bir beceri değildir [96, 98] ve özel olarak öğrenilmesi gerekir [96]. Önceki bölümlerde de ayrıntılı olarak ele alındığı gibi matematiksel modelleme birçok bileşeni olan 21. Yüzyıl problem çözme becerisi olarak görülmektedir. Bu anlamda geleneksel problem çözmeden gerek amaç gerekse yapısal açıdan oldukça farklıdır ve bu farklılık uygulama sürecine de yansımaktadır. Matematiksel modellemenin doğru ve etkili bir şekilde sınıfa taşınabilmesi ise öğretmenlerin iki temel bileşende yetkin olmalarına bağlıdır: teorik bilgi ve uygulama bilgisi [95, 96]. Bu temel bileşenlere bağlı olarak öğretmenlerden beklenen yeterlikler; matematiksel modellemenin ne olduğunu, amacını ve önemini bilme; matematiksel modelleme etkinliklerini bilişsel olarak analiz etme; matematiksel modelleme etkinlikleri ile yürütülecek bir dersi planlama ve yürütme; son olarak matematiksel modelleme etkinliklerinde öğrenci çözümlerini değerlendirmeleridir.

Bu çalışmanın kuramsal temelini Borromeo Ferri ve Blum'un [20] belirlediği ve daha sonra Borromeo Ferri [96] tarafından son şekli verilen matematiksel modelleme öğretiminde öğretmenlerin sahip olmaları gereken yeterlikler oluşturmaktadır. Çalışmada özel olarak, bu yeterliklerin "etkinlik boyutu"nun matematiksel modelleme etkinliği hazırlama yeterliği araştırılmıştır. Şunu da belirtmek gerekir ki, farklı araştırmacılar matematiksel modellemeyi farklı şekillerde adlandırmaktadırlar. Örneğin, Lesh ve Doerr [76] model oluşturma aktivitesi (model-eliciting activity) tabirini tercih ederken Borromeo Ferri ve Blum [20] ise matematiksel modelleme etkinliği (mathematical modeling task) demeyi tercih etmişlerdir. Sonraki bölümlerde de daha detaylı bir şekilde açıklandığı gibi matematiksel modelleme etkinliği ile matematiksel modelleme problemi arasındaki fark literatürde açıkça belirtilmemiştir. İsimlendirmedeki bu farklılıkların bir anlam karmaşasına sebep olmaması açısından çalışmanın kuramsal çerçevesinin kaynağı olan Borromeo Ferri'nin [7] çalışması dikkatli bir şekilde incelenmiş ve araştırmacının "etkinlik" kavramıyla eşdeğer olarak "problem" kavramını da kullandığı görülmüştür. Bu nedenle "problem" ifadesinin kullanılmasının bir sakıncası olmadığına kanaat getirilerek bu çalışmada araştırmacının tercihi "matematiksel modelleme problemi" olmuştur. Bu isimlendirmenin araştırmanın kuramsal çerçevesine aykırı olmadığı düşünülmektedir.

2.3.1. Matematiksel Modelleme ve Problem Hazırlama

Problem hazırlama matematik eğitiminde önemli bir yeterlik olarak kabul görmektedir [24]. Matematiksel modellemede de gerçek dünya fenomeninin matematiksel olarak idealize edilmesinde problem oluşturma modellemenin ayrılmaz bir yönüdür [110-112]. Bu nedenle problem oluşturma problem çözme kadar önemlidir [110, 111, 113] ve matematiksel düşünmede merkezi bir öneme sahiptir [114]. Problem oluşturma ile ilgili yapılan araştırmalarda böyle bir deneyim yaşamanın bireylerin konu ve kavramları daha iyi anladıklarını aynı zamanda ilgi alanlarını matematik eğitimleriyle ilişkilendirmelerini sağlayan bir fırsat sunulduğunda matematiğin doğasını ve dünyayı algılamalarına yardımcı olduğu görülmüştür [110, 114, 115]. Öğrencilerin bu tür deneyimleri yaşamalarına fırsat verilmeli [116, 117] ve bunu yaparken özellikle gerçek hayatlarıyla okul matematiği arasında bağlantı kurmalarına teşvik edilmelidir [118]. Böylelikle öğrencilerin günlük hayat aktivitelerinden yararlanılarak matematiksel durumları nerede olursa olsun karşılaştıklarında tanıma alışkanlığı kazandırılabilir [117]. Problem hazırlama sadece öğrenciler için zengin bir öğrenme ortamı sağlayan bir araç olarak görülmemelidir. Problem hazırlama aynı zamanda öğretmenlerin de sahip olmaları gereken bir beceridir. Hospesova ve Ticha [119] öğretmenlerin problem hazırlama becerilerine sahip olması gerektiğini üç nedenle şu şekilde açıklamışlardır:

- Problem hazırlama eğitimsel bir araçtır. Çünkü öğretmen sınıfta yaşanan özel bir durumla ilgili olarak problem hazırlamak zorundadır [120].
- Öğretmenlerin öğrencilerinin eksikliklerini ve karşılaştıkları zorlukları teşhis etmelerine yardımcı olan bir tanı aracıdır [121, 122].
- Problem hazırlama matematiksel bilgiyi anlamlandırmada önemli bir motivasyon kaynağıdır. Daha iyi anlayan öğretmen daha etkili bir öğretim gerçekleştirir ve öğretmenin yorum repertuarını genişletir.

Hospesova ve Ticha [119] çalışmalarında öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının problem hazırlama ile ilgili görüşlerini inceledikleri çalışmalarında altı öğretmen görüşünün ön plana çıktığını tespit etmişlerdir. Bu görüşler; (1) problem hazırlamak önemlidir, (2) problem hazırlamak beklenmedik bir şekilde zordur, (3) problem hazırlamak problem çözmeyi kolaylaştırır, (4) problem hazırlamak öğretmenin görevi değildir, (5) problemin öğretmenleri tarafından hazırlanması çocuklara daha çekici ve güncel gelir, (6) öğretmen tarafından hazırlanan problemler öğrencilerin (konuyu) anlamalarına yardımcı olur şeklinde kodlanmıştır. Araştırma sonuçlarına göre katılımcılardan kendi yazdıkları problemleri değerlendirmeleri istendiğinde sadece bir kısmı problem hazırlarken matematiksel bilgilerinin eksik olduğu kabul etmiş; öğrencilerin ilgisini çekebilecek şekilde yaratıcı olamadıklarını ifade etmiştir.

Öğretmenlere ve öğretmen adaylarına problem hazırlama becerisi kazandırılmadan önce bunun öğretimin ayrılmaz bir parçası olduğuna ikna edilmeleri gerekmektedir [119]. Klinshtern, Koichu ve Berman [123] problem hazırlama üzerine yapılan çalışmalarda [124, 125] genellikle bir laboratuvar ortamında araştırmacıların istek ve beklentileri doğrultusunda ya da bu konuda verilen bir mesleki gelişim programının etkisini görmek amacıyla öğretmenlerin problem hazırladıklarını iddia etmişlerdir. Problem hazırlama için ortaya koyulan görüşler matematiksel modelleme için de geçerlidir. Lisans öğrenimleri sırasında problem hazırlamaya yönelik yeterli eğitim almadıklarını düşünen öğretmenlerin problem hazırlamada zorluk çekmeleri [119] matematiksel modelleme eğitimi almayan hatta bu tür problemleri çözme deneyimi dahi yaşamamış olan öğretmenlerden matematiksel modelleme problemleri hazırlamaları ve uygulamalarını beklemenin doğru olmayacağını göstermektedir [7]. Bunun için öncelikle öğretmenler matematiksel modelleme problemi hazırlamanın öğretimi için gerekli olduğuna inandırılmalılardır. Stillman [126] matematiksel modellemeyi destekleyen bir eğitim programında problem bulma ve problem oluşturmanın temel unsurlar olduğunu savunmaktadır. Stillman'a [126] göre matematiksel modellemenin özelliklerinden biri de modelleyicilerin (modelers) çözmek için kendi problemlerini bulup oluşturmaktır. Ayrıca problem hazırlama öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının öğretim için gerekli matematiksel bilgilerinin düzeylerini (özellikle sınırlılıklarını) anlamalarını sağlar [127]. Bu çalışmada öğretmenlerin matematiksel modelleme problemleri hazırlamalarının bireysel olarak matematiksel modellemeyi daha iyi anlamalarını sağlayacağı ve buna bağlı olarak kaliteli eğitim vermelerine büyük katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Matematiksel modellemenin uygulanmasında öğretmenlerin etkili bir öğretim yapması bu tür problemler hazırlama yeterliğine sahip olmaları ile yakından ilgilidir [7, 60, 128]. Bu nedenle öğretmenlerin matematiksel modelleme problemleri hazırlarken nasıl bir süreçten geçtikleri, neleri dikkate aldıkları, ne gibi zorluklar yaşadıkları ve bu zorlukların nedenlerinin araştırılması öğretmenlerin matematiksel modelleme bilgileri kadar sınıf içi uygulamalarının niteliği hakkında da bilgi verecektir. Kula ve arkadaşları [128] öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemi hazırlarken dikkate aldıkları faktörleri araştırdıkları çalışmalarında katılımcıların ilgi çekici olma, anlaşılabilirlik, gerçek hayata ve modelleme sürecine uygunluk, farklı matematiksel kavramların kullanılmasına elverişli olma kriterlerinin ön plana çıktığını tespit etmişlerdir. Ellerton [129], öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemi oluşturma yeterlikleri üzerine yaptığı araştırmada problem hazırlamanın bireysel öğrenmelerine katkı sağlamakla birlikte bu süreçte katılımcıların bir takım zorluklar yaşadıklarını gösteren veriler elde edilmiştir. Bu zorluklar problemlerin çok fazla ve mantıklı düşünmeyi gerektirmesi, zaman alıcı olması, öğrencilerin düşünmelerini sağlamayı gerektirmesi (karmaşık olması) şeklinde sıralanabilir.

Matematiksel modelleme odaklı çalışmalarda "problem" ile "etkinlik (task)" arasındaki farkın belirgin bir şekilde ortaya koyulmadığı görülmektedir. Matematiksel modelleme araştırmalarında modelleme, modelleme aktivitesi [130], modelleme etkinliği [60], modelleme problemi [118] ve model oluşturma aktiviteleri [2] şeklinde ifade edilmektedir. Borormeo Ferri'nin [7] iki kavramı da eş ya da benzer anlamda kullandığı söylenebilir. Matematiksel modellemede olduğu gibi genel olarak matematik eğitimi araştırmalarında "problem" ile "etkinlik" arasındaki ilişki netleştirilmemiş ve tartışılan bir konu olmuştur [131]. Bazı araştırmacılar iki kavram arasında bir anlam ayrımı olmadığını düşünerek kavramları birbiri yerine kullanmıştır [132]. Brousseau [133] karmaşık ve birden fazla aşama içeren keşfetmeye yönelik problem türlerini etkinlik olarak görmektedir. Etkinlik kullanıcıları (öğretmen ve öğrenci) tarafından anlam kazanan [134] ve belirli bir pedagojik yaklaşımla uygulanan bir araç olarak da tanımlanmaktadır [131]. Etkinliklerin sahip olması gereken özelliklerin ise bir standardı olmadığı birçok araştırmacı tarafından farklı şekillerde belirlendiği söylenebilir [135-137]. Doyle [135] etkinliğin dört bileşeninden bahsetmektedir: ürün, operasyonlar, kaynaklar ve sorumluluk. Etkinlik uygulanırken öğrencilerin ihtiyaç duyduğu bilgiyi öğretmenden ya da kitaptan (kaynaklar) alarak çeşitli işlemler ve uygulamalar (operasyonlar) ile bir sonuca (ürün) ulaşılması adımlarını içerir. Etkinliklerin öğretim uygulamalarında bir "ağırlığının" olması yani görevin sonunda öğrencinin puanını ya da notunu etkilemesi ise etkinliğin sorumluluk bileşenini açıklamaktadır. Matematiksel modelleme etkinliklerinin sahip olması gereken özellikler ise benimsenen perspektiflere göre değişebilir [138]. Örneğin, realistik yaklaşımda etkinliğin açık uçlu olmasını ön planda tutarken, epistemolojik yaklaşımda karmaşık ve daha zor olabileceğini belirten araştırmacılar, sosyo-kritik perspektife uygun modelleme etkinliklerinde sosyal problemin önemli olduğu, bağlamsal ve eğitimsel modellemede ise matematiksel kavramları öğretmeye amaçlı olarak hazırlanabileceğini ifade etmiştir. Modelleme etkinliklerinin - *Lesh ve Doerr'un [2] ifadesiyle model oluşturma aktiviteleri (MOE) (model-eliciting activities (MEA))* – özellikleri bu etkinliklerin hazırlanması aşamasında birer kriter olarak görülmektedir. Literatürde ağırlıklı olarak Chamberlin [139, Kaynak: 17] ile Lesh ve

Doerr [2, Kaynak: 17] tarafından belirlenen altı prensibin dikkate alındığı söylenebilir. Bu prensipler kısaca şu şekilde açıklanabilir:

1. Gerçeklik Prensibi: Bu prensibe göre modelleme etkinliğindeki gerçek yaşam durumu, öğrencinin dünyasında anlamlı olmalıdır. Modelleme etkinlikleri hazırlanırken öğrencinin bilgi ve deneyimleriyle çözebileceği bir problem durumunun oluşturulmasına dikkat edilmelidir. Öğrenci, hazırlanan problem durumunun gerçek yaşamdaki karşılığını anlamlandırabilmelidir.

2. Model Oluşturma Prensibi: Bu prensibe göre, hazırlanan modelleme etkinliğinde öğrenci verilen problem durumundan verileri kullanarak bir model oluşturması gerektiği sonucuna varmalıdır.

3. Öz Değerlendirme Prensibi: Bu prensibe göre, öğrenciler oluşturdukları modellerin doğruluğunu, uygunluğunu ve kullanışlılığını grup içinde, gruplar arası veya bireysel olarak değerlendirebilmelidir.

4. Yapı Belgelendirme (Model Dokümantasyon) Prensibi: Bu prensip, öğrencilerin oluşturdukları modellerle ilgili düşüncelerini, varsayımlarını ve çözüm yollarını açık bir şekilde ortaya koyan yazılı bir belge oluşturmalarını gerektirir.

5. Model Genelleme Prensibi: Bu prensipte öğrenciler, oluşturdukları modelleri genelleyebilmeli ve buna benzer problem durumunda oluşturulan modeli kullanabilmelidir.

6. Etkili Prototip (Örnek model) Prensibi: Bu prensip oluşturulan modelin benzer başka durumlar için örnek model olmasını gerektirir.

Chamberlin ve Moon [80] çalışmalarında model oluşturma etkinliklerin özelliklerini dört kısımda ele almışlardır. İlk iki kısım problem bağlamının ve parametrelerin oluşturulduğu; son iki kısım ise problemin sunulduğu bölümdür. Birinci kısım, problem durumu ile ilgili öğrencilerin dikkatini çekecek ve tartışabilecekleri bir sayfalık gazete haberi gibi bir okuma metninden oluşmaktadır. İkinci kısım, okuma metni ile ilgili soruların yer aldığı bölümdür ve basit sorularla verilerin yorumlanmasını gerektiren sorulardan oluşur. Bu kısımda amaç öğrencilerin problemi çözebilmeleri için ihtiyaç duyacakları bilgiye sahip olmalarını sağlamaktır. Bu ilk iki kısımda yaratıcılığın gelişmesinden öte öğrencilerin problem durumuna ait bağlamı anlamalarına yardımcı olunmaktadır. Üçüncü kısım verilerin diyagram, tablo, harita gibi araçlar kullanılarak sunulduğu kısımdır. Bu bölüme genellikle ikinci kısma atıf yapılır ve final sorusunda mutlaka kullanılır. Etkinliğin dördüncü kısmında problem yer alır. Bu kısımdaki problem sorusu ya da durumu genellikle bir paragrafı aşmaz ve öğrencilerden karmaşık bir problemi matematiksel olarak çözmeleri istenir. MOE'lerin tipik özelliklerinden biri öğrencilerin verilen durum için problemi çözmeleri ve modellerini benzer durumlar için genelleştirebilmeleridir. Bu son iki kısım MOE'nin büyük bir parçasını oluşturur ve matematiksel modellemenin yanı sıra öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarını geliştirecek yapılandırılmamış bir problem (ill-structured problem) sunulur. Bu sebeple dördüncü kısım yaratıcığının en belirgin olduğu bölümdür. Şunu da belirtmek gerekir ki, matematikte yetenekli olan bazı çocuklar problemi çabuk bitirmek ve sonuca ulaşmak için çaba sarf ettiklerinde yaratıcılıklarının oldukça düşük düzeyde olduğu, problemi daha uzun sürede tamamlayan öğrencilerin daha yaratıcı çözümler ortaya koydukları görülmüştür. Bu sebeple MOE'lerin öğrencilerin üzerinde uğraşabilecekleri bir yapıda olması önemlidir.

Galbraith [140] matematiksel modelleme problemi hazırlarken dikkate alınması gereken prensipleri şu şekilde açıklamaktadır:

1. Prensip: Öğrencilerin gerçek dünyası ile bağlantı kurabileceği bazı gerçek bilgiler içerme

2. Prensip: Genel problem durumunu matematiksel olarak belirleme ve özelleştirebilme fırsatı sunma

3. Prensip: Öğrencilerin gerekli verileri toplama, varsayımlarda bulunma ve matematiksel olarak ulaşabileceği mümkün bir çözüm sürecine sahip olma

4. Prensip: Temel matematik probleminin çözümünün yorumlamayla mümkün olması

5. Prensip: Çözümün matematiksel doğruluğunu ve bağlamla uygunluğunu kontrol etmeye fırsat sunan değerlendirme prosedürünün olması

6. Prensip: Problemin, gerçek yaşam durumunun yapısını bozmadan sonraki sorulara açık olacak şekilde yapılandırılması

Bu prensipler, matematiksel modelleme problemlerinin öğrenci gerçekliğine uygun matematikselleştirilebilir gerçek yaşam durumlarının varsayımlarda bulunurak ve yorumlayarak sonuca ulaştırılabilir olması gerektiğini göstermektedir. Ayrıca Galbraith [140] çözümün matematiksel olarak doğruluğunun ve gerçek hayatta işlevsel olup olmadığının sorugulanabilir olması ile farklı sorularla geliştrilebilir olmasına vurgu yapmıştır.

Maaß [14] modelleme etkinliklerinin açık uçlu, gerçekçi ve karmaşık olması, otantik bir içeriğe sahip olması, problem olması ve modelleme sürecine uygun şekilde çözülebilmesi gerektiğini belirtmiştir. Burada dikkat çeken özellik etkinliğin otantik bir içeriğe sahip olması ve problem olmasıdır. Otantik olma, gerçekçi olma ile yakından ilişkilidir. Etkinlikler öğrencilere sözde gerçeklik (pseudo-reality) sunduğu sürece otantiktir. Palm [141] otantik olmayı gerçek hayatı temsil ettiği ölçüyle tanımlar. Vos [142] için ise matematiksel modellemenin eğitimsel amaçlarla oluşturulmadığı takdirde otantik olduğunu kabul eder. Etkinliğin problem olmasını ise Maaß [14] rutin işlemler kullanılarak kolaylıkla çözülememesi, kişinin sonuca ulaşmak için düşünmesi gerektiği şeklinde açıklar. Bu yönüyle modelleme etkinliklerinin geleneksel problemlerden farkını vurgulamaya çalıştığı düşünülmektedir. Ayrıca matematiksel modelleme etkinliklerine matematiksel modelleme problemleri denildiğinde bu özelliği doğrudan taşıdığı ve bir kriter olarak belirtilmesine ihtiyaç duyulmadığı söylenebilir. Borromeo Ferri [7], Maaß'ın [14] sıraladığı bu özelliklerin yanı sıra Lesh ile birlikte yaptıkları [100] çalışmalarında belirtilen özelliklerin de dikkate alınması gereken tamamlayıcı nitelikte olduğunu düşünmektedir. Bu özellikler: (1) Problem durumunun anlamlı olması, (2) Öğrenci yaşına uygun ve gerçekçi içerik, (3) Soru sormaya teşvik etme, (4) Bütüncül öğrenme yollarına teşvik etmesi, (5) Kullanılan dilin öğrenci seviyesine uygun olması şeklinde sıralanabilir. Bu kriterler araştırmacıların yürüttükleri çalışmada öğretmen adayları ve öğretmenlerin görüşleri dikkate alınarak belirlenmiştir.

I, Son ve Jung [143] çalışmalarında literatürdeki matematiksel modelleme problemlerinin ortak özelliklerinden yola çıkarak şu kriterleri sağlayan etkinlikleri (problemleri) matematiksel modelleme etkinliği olarak kabul etmişlerdir:

1) Gerçek yaşam bağlamı içerme

2) Matematik ile gerçek yaşam arasındaki uzlaşmayı sağlamak için gerçek yaşam bağlamında matematiksel çözümlerin test edildiği tekrarlı bir süreç içerme

3) Gerçek yaşam durumunu belirli amaçlar doğrultusunda matematize etmek için gösterimsel tanımlama (örn., nicelleştirme, sembolize etme) sürecini ya da problem durumunu tanımlamak için gömülü gösterimlerin (örn., tablo, grafik, sembol, sözcük) yorumlanmasını içerme

4) Tüm parametrelerin verilmemesi

5) Genelleştilebilir/transer edebilebilir bilgi oluşturma süreci içerme

6) Tahmin ve değerlendirme yapma sürecini içerme

Bu çalışmada matematiksel modelleme problemlerinin değerlendirilmesinde daha önceki bölümlerde ayrıntılı olarak belirtildiği gibi literatürde yer alan matematiksel modelleme problemlerinin özellikleri dikkate alınarak belirlenen dört kriter kullanılmıştır. Bu kriterler:

1. Gerçek yaşama uygunluk
2. Açık uçlu olma
3. Karmaşık ya da düşündürücü olma
4. Modelleme sürecine uygun çözülebilme

şeklinde sıralanabilir. Matematiksel modellemenin tanımından da anlaşılacağı üzere problemin *gerçek yaşama uygun* olması ilk özelliğidir. *Açık uçlu olma* özelliği, modelleme etkinliklerinin varsayımlara ve tahminlere dayalı olmasını; dolayısıyla farklı ve özgün çözümlerin ortaya çıkmasını gerektirir. *Karmaşık ya da düşündürücü olma*, problemle karşılaşıldığında problemin kişide çaresizlik hissi yaratması şeklinde tanımlanabilir [34]. Problem gerçek yaşam bağlamını anlamaya ve model oluşturmak için gerekli verileri araştırmaya teşvik etmelidir [7]. Başka bir ifadeyle, bu etkinliklerde matematiğin örtük olarak yer almasıdır. Problem durumu, sadece matematiksel işlemler ve formüller kullanılarak sonuca ulaşma fikri uyandırmamalı; gerçek yaşam durumunu matematikselleştirmeye olanak sağlamalıdır. *Modelleme sürecine uygun çözülebilme* özelliği ise problemin modelleme döngüsündeki adımlara göre çözülebilmesi gerektiğini ifade etmektedir. Burada, bilinen matematik formüllerini ya da matematiksel işlemleri uygulamak yerine problemi anlama, varsayımlarda bulunma ve değişkenleri belirleme, zihinsel model oluşturma, model oluşturma, modeli çözme, dönüştürme ve değerlendirme basamaklarını döngüsel olarak takip etme ve son olarak çözümü raporlaştırma vurgulanmaktadır. Ayrıca bu kriterlerin diğer araştırmacıların matematiksel modelleme etkinlikleri / aktiviteleri / problemlerinin hazırlanmasında dikkate alınması gereken prensipler ve özelliklerle de tutarlı olduğu düşünülmektedir.

2.4. İlgili Araştırmalar

Matematiksel modelleme eksenli çalışmalar incelendiğinde araştırmacıların farklı konulara odaklandığı görülmektedir. Matematiksel modellemenin teorik yapısını ortaya koyan çalışmaların [2, 41] yanı sıra ağırlıklı olarak uygulamaya dönük araştırmalar yapılmaktadır. Modelleme perspektifleri, modelleme problemlerinin özellikleri, modelleme süreci, matematiksel modellemenin sınıfa taşınması, matematiksel modelleme ile kavram öğretimi en çok çalışılan konular arasındadır. Bunlarla birlikte matematiksel modelleme problemleri hazırlama üzerine yapılan araştırmalar da bulunmaktadır. Yapılan araştırmaların katılımcı gruplarını K-12 öğrencileri, öğretmen adayları ve öğretmenler oluşturmaktadır. Ancak diğer gruplara kıyaslandığında öğretmenlerle yürütülen çalışmaların daha az sayıda olduğu görülmüştür. Bu başlık altında öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemleri hazırlama yeterliklerinin ya da bu sürecin nasıl gerçekleştiğinin araştırıldığı çalışmalardan örnekler ele alınmıştır.

Ellerton [129] araştırmacı öğretmen olarak rol aldığı çalışmasında öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemi hazırlama süreçlerini incelemiştir. Matematiksel modelleme eğitimi verdikten sonra öğretmen adaylarından aşağıdaki kriterleri dikkate alarak ikişerli gruplar halinde birer matematiksel modelleme problemi hazırlamaları istenmiştir:

- Problemi belirlemek ve probleme göre bir yaklaşım belirlemek
- Varsayımlarda bulunmak
- Değişkenleri belirlemek ve öncelikleri belirlemek
- Problem için ihtiyaç duyulan matematiği oluşturmak
- Tahminlerde bulunmak ve olası genellemeleri oluşturmak
- Genelleme için kullandığınız yaklaşımı literatürde geçen yaklaşımlarla kıyaslamak

- Problem ve matematiksel modelleme sürecini değerlendirmek (düşüncelerini yansıtmak)

Öğretmen adaylarının problem hazırlama süreçleri problemin çıkış noktası, problemi hazırlarken karşılaşılan zorluklar, grup etkisi ve problem hazırlamanın kendi öğrenmelerine etkisi başlıkları altında incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar katılımcıların küçük bir kısmının önceki matematik derslerindeki deneyimlerine dayalı problem hazırladıklarını, tüm problemlerin özgün olmasına ve farklı düşünceleri, matematiksel anlayışları ortaya çıkarmaya yönelik olmasına dikkat edildiğini göstermiştir. Ayrıca matematiksel modelleme problemi hazırlamanın önceki deneyimlerinden oldukça farklı ve karmaşık bir süreç olduğunu; mantık, düşünme ve zaman gerektirdiğini belirtmişlerdir. Problemin çıkış noktası farklılık gösterse de katılımcıların kendi deneyimlerinin (özellikle öğrencilik hayatları) ve problemi çözecek olan hedef kitlenin ilgi ve yaşantılarına uygun olmasına dikkat ettiklerini göstermektedir. Tekin Dede ve Güzel [144] ile Borromeo Ferri'nin [7] çalışmalarında da benzer sonuçlar elde edildiği söylenebilir. Tekin Dede ve Güzel'in [144] çalışmasında öğretmenler problem hazırlarken önce matematiksel konuyu bulup ona uygun bir gerçek hayat problemi tasarlamayı düşünseler de problemlerinin çıkış noktası öğrencilerin günlük hayatlarından ilgi çekici bir konu belirlemek olmuştur. Problem hazırlama sürecinin hem öğretmen adayları hem de öğretmenler için karmaşık ve zor bir süreç olduğunu vurgulayan Borromeo Ferri [7] problem oluşturmaya başlarken öğrencilerin günlük hayatta karşılaştıkları durumların göz önünde bulundurulduğunu belirtmiştir. Örneğin bu araştırmada üç öğretmenin birlikte hazırladıkları Aziz Michael Kilisesi (St. Michael's Church) problemi şu şekildedir:

Aziz Michael Kilisesi

Aziz Michael Kilisesi Hamburg'un en önemli simgelerinden biridir ve kilisenin zirvesinde altın bir anahtar bulunmaktadır.

Kilisenin tepesine ulaşmak için grubunuzun üyeleri kaç defa üst üste çıkabilir?

Aziz Michael Kilisesi Almanya'da ünlü bir turistik yapıdır ve tüm öğrencilerin (özellikle Hamburg'da yaşayanların) bildikleri bir yerdir. Üstelik bu problem hangi şehirde uygulanacaksa kilise yerine oradaki herhangi yüksek bir bina örnek verilebilir. Böylelikle problem öğrencilerin yaşantılarına uygun şekilde revize edilmiş olur. İlkokul üçüncü ve dördüncü sınıflar (9-10 yaş) için hazırlanan bu problemin öğrencilerin seviyelerine ve yaşantılarına uygun olmasına öğretmenlerin özen gösterdikleri belirtilmiştir.

Araştırmaların sonuçları öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin problem hazırlamayı öğrenmenin temel bir ilkesi olduğunu anladıklarını göstermiştir. İyi bir matematik probleminin bir zorluk ya da çaba sarf etmeden ortaya çıkmayacağını; problem hazırlamanın verilen problemi çözmek kadar kolay olmadığını; daha fazla sorumluluk almak gerektiği bilincine varmışlardır [7, 129]. Matematiksel modelleme problemi hazırlamanın vakit alan bir süreç olması zaman kaybı olarak düşünülmemelidir. Aksine tüm paydaşlar tarafından (program geliştiriciler, öğretmenler ve öğrenciler) matematik öğrenmeye harcanan zaman olarak görülmelidir. Dolayısıyla müfredatın yoğunluğu gerekçe gösterilerek bu tür faaliyetlerin bir dayatma ya da fuzuli olarak değerlendirilmemelidir [129].

Kula ve arkadaşları [128] öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemi hazırlarken hangi kriterleri göz önünde bulundurduklarını araştırdıkları çalışmalarından elde edilen sonuçlar literatürdeki sonuçlarla tutarlılık göstermektedir. Ancak diğer araştırmalardan farklı olarak katılımcıların bir kısmının (ortalama %35) problemin şekil ve tablolarla görselleştirilmesi gerektiğini düşündükleri tespit edilmiştir.

Sağıroğlu [145], yüksek lisans tezinde matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme etkinliği hazırlama ve bu etkinlikleri uygulama süreçlerini incelemiştir. Beş matematik öğretmenine matematiksel modelleme hakkında teorik bir eğitim verdikten sonra öğretmenlerden matematiksel modelleme etkinlik tasarlama ilkelerine uygun birer adet problem hazırlamaları istenmiştir. Ancak öğretmenlerin hiç birinin uygun bir problem hazırlayamadıkları, bunun zor ve zaman alıcı bir süreç olduğunu düşündükleri ve ayrıca bu konuda isteksiz oldukları görülmüştür. Araştırmacı böyle bir sonuçla karşılaşılmasının öğretmenlerin daha önce bu tür etkinliklerle karşılaşmamış olmalarından kaynaklanabileceğini (öğretmen görüşleri ile destekleyerek) belirtmiştir. Gerçekten de matematiksel modelleme problemi hazırlamak zorlu ve zaman alıcı bir süreçtir [7, 20, 60]. Ancak öğretmenler matematiksel modellemenin gerekliliğine yönelik olumlu bir inanç geliştirdiklerinde ve gerekli eğitim ve destek sağlanarak bu yeterliği kazanmaları mümkündür.

Tekin Dede ve Güzel [144] matematik öğretmenlerinin model oluşturma etkinliği geliştirme süreçlerini incelemişlerdir. Dört matematik öğretmeni tarafından geliştirilen bir model oluşturma etkinliğini Lesh ve arkadaşları [146] tarafından belirlenen altı prensibe göre değerlendirmişlerdir. Bu değerlendirme sonucunda problemin gerçeklik, model oluşturma, yapı belgelendirme ve model genelleme prensiplerine tamamen uygun olduğu, öz değerlendirme prensibine ise bir ölçüde uygun bulunduğu görülmüştür. Etkili prototip prensibinin varlığı ise belirlenememiştir.

Öğretmenlerin matematiksel modelleme etkinlikleri hazırlama ve uygulama becerilerinin incelendiği az sayıdaki ulusal çalışmalardan biri Deniz'in [86] doktora tezidir. 13 ortaöğretim matematik öğretmenine matematiksel modelleme eğitimi verildikten sonra bireysel olarak üçer adet etkinlik hazırlamaları ve sınıflarında uygulamaları istenmiştir. Hazırlanan matematiksel modelleme etkinlikleri Lesh ve arkadaşlarının [146] belirlediği altı prensibe göre değerlendirilmiştir. Elde edilen sonuçlar öğretmenlerin oluşturdukları etkinliklerin tümünün gerçeklik ve model genelleme prensiplerine tamamen uygun, öz değerlendirme prensibine ise bir ölçüde uygun olduğunu göstermekte olup etkili prototip prensibine uygunluğu incelenmemiştir. Ayrıca bazı etkinliklerin model oluşturma prensibine ve yapı belgelendirme prensibine bir ölçüde uygun olduğu görülmüştür. Öğretmenlerin etkinlik hazırlarken en çok matematik ile gerçek yaşam arasında ilişki kurmada zorlandıkları tespit edilmiştir. Ayrıca bu tür etkinlikler oluşturmaya alışkın olmamaları karşılaşılan zorluklardan biri olarak değerlendirilmiştir. Esasında bunun daha çok zorluklara neden olan bir etken olarak düşünülmesi daha uygun olabilirdi. Etkinliklerin öğrenci seviyesine uygun hale getirilmesinde de zorluk yaşayan öğretmenler olduğu gibi bu süreçte hiç zorluk yaşamayan öğretmenler de (üç öğretmen) olmuştur.

Yukarıda da örneklendirildiği gibi öğretmenlerin matematiksel modelleme hakkındaki görüşleri, modelleme becerileri, problemleri sınıfta uygulama yöntemleri hakkında araştırmaların oldukça fazla sayıda olduğu söylenebilir. Elbette bu çalışmalar da oldukça önemlidir ve değerli sonuçlar ortaya koymaktadır. Bu çalışmaların ortak sonuç ya da önerilerinden biri öğretmenlerin matematiksel modelleme konusunda eğitim almaları gerektiği yönündedir. Matematiksel modellemenin sınıf ortamına taşınmasında öğretmenin rolü oldukça önemlidir hatta Blum ve Borromeo Ferri [20, 60] kaliteli bir öğretimin gerçekleşmesi için en önemli faktörün öğretmen olduğunu düşünmektedir. Öğretmenin benimsediği matematiksel modelleme perspektifi ve matematiksel modelleme bilgisi ise doğrudan öğretim şeklini etkiyecektir. Bu nedenle öğretmenlerin matematiksel modellemeyi uygulamadan önce bu bilgiye sahip olmaları gerekir. Ülkemizde henüz tam anlamıyla öğretim programlarında yer almasa da matematiksel modelleme becerilerinin kazandırılması gerekliliği giderek önem kazanmaktadır. Buna bağlı olarak öğretmen eğitiminde de matematiksel modellemeye vurgu yapılmaktadır. Birçok üniversitede seçmeli ders olarak verilen matematiksel modelleme eğitimi 2018-2019 öğretim yılı itibariyle zorunlu ders olarak okutulmaya başlanmıştır. Ancak ülkemizde henüz öğretmenlerin bu konuda bilgi sahibi olmalarını sağlayacak veya eksikliklerini giderecek geniş çaplı çalışmalara, projelere rastlanmamaktadır. Bu anlamda bu araştırmanın da veri kaynağını oluşturan 117K169 numaralı projenin önemli bir yere sahip olduğu düşünülmektedir. Öğretmenlere matematiksel modellemede sahip olmaları gereken yeterliklerin kazandırılması hedeflenen bu proje kapsamında öğretmenlere matematiksel modelleme eğitimi verilmesi, kendi problemlerini hazırlamaları, değerlendirmeleri ve uygulamaları sağlanmıştır. Bu araştırmada ise özel olarak öğretmenlerin matematiksel modelleme problemi hazırlama yeterlikleri üzerinde durulmuştur.

3. MATERYAL VE YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın deseni, çalışma grubu, veri toplama araçları, çalışmanın uygulama süreci ve verilerin analiz süreci ayrıntılı bir şekilde ele alınmıştır.

3.1. Araştırmanın Deseni

Bu çalışmanın amacı matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme problemi hazırlama becerilerini incelemektir. Bu sürecin sağlıklı ve derinlemesine incelenebilmesi için sınırlı sayıda durum ele alınmıştır. Bu nedenle araştırmanın amacına en uygun araştırma deseninin durum çalışması olduğu düşünülmüştür. Durum çalışmaları en genel anlamda bir durumun gerçek bağlamı içinde ele alınarak incelenmesi ve betimlenmesi şeklinde ifade edilebilir [147]. Durum çalışmalarında ele alınan durum gerçek bağlamıyla ve bütün yönleriyle ele alınarak incelenebildiğinde özellikle sosyal bilimlerde sıkça kullanılan genel bir araştırma yöntemi olmakla birlikte araştırmanın amacına göre özelleştirilmektedir [148].

Stake [148], durum çalışmalarını üç sınıfta tanımlamaktadır: (a) Gerçek durum çalışması (intrinsic case study), (b) Araçsal durum çalışması (instrumental case study), (c) Çoklu durum çalışması (multiple case study). Gerçek durum çalışmasında araştırmacının öncelikli amacı özel bir bireyi ya da durumu tüm yönleriyle anlamaya çalışmaktır. Durumu anlamak ve açıklayabilmek için durumla ilgili detaylı bilgi toplar. Örneğin belirli bir öğrencinin niçin okuma zorluğu çektiği bu şekilde incelenebilir. Gerçek durum çalışmaları genellikle araştırmacıların hakkında az şey bilinen bir fenomeni daha derin inceleyerek daha iyi anlamaya çalıştıkları keşif araştırmalarında (exploratory research) kullanılmaktadır. Araçsal durum çalışmasında belirli bir durumu anlamaktan ziyade daha büyük bir durumu açıklayabilmek için onun bir parçası incelenir. Örneğin, okuma eğitiminde ses bilgisinin metod olarak nasıl kullanılabileceği hakkında bilgi sahibi olmak isteyen bir araştırmacı bir öğretmenin ses öğretimini inceleyebilir. Burada araştırmacının amacı, üzerinde çalıştığı birey, olay, program ya da okul durumlarından daha genel bir sonuca ulaşmaktır. Başka bir deyişle bu tür araştırmalarda esas olan belirli bir durumun parçası olduğu genel durumu ortaya koymaktır. Çoklu durum çalışmasında ise belirli bir çalışmaya ait durumların aynı anda incelenmesi söz konusudur. Örneğin, engelli öğrencilerin normal sınıflarda eğitim görmelerinin etkilerini incelemek isteyen bir araştırmacı bu etkiyi görebilmek için bir yerine birkaç farklı sınıfta aynı araştırmayı yürütebilir.

Bu çalışmada altı matematik öğretmeninin matematiksel modelleme problemi hazırlama becerilerinin aynı anda incelenmesi istendiğinden en uygun modelin çoklu durum çalışması olduğuna karar verilmiştir.

Çoklu durum çalışmalarındaki vaka sayısının 4'ten az 10'dan fazla olmaması istenmektedir [149]. İki ya da üç vaka durumlar arasındaki ilişkiyi göstermede yeterli olmazken, ondan fazla vakanın incelenmesi ise ortak sonuçların yanı sıra birçok tekil sonucun da ortaya çıkmasına neden olabilir. Bu nedenle çoklu durum çalışmalarında ideal durum sayısı 4 ile 10 arasında olmalıdır [149]. Bu çalışmadaki durum sayısı altı olduğundan (altı matematik öğretmeni) durumlar arasındaki ilişkilerin yeterli düzeyde gösterilebileceği ideal bir sayıda olduğu söylenebilir.

3.2. Çalışma Grubu

Nitel araştırmalarda derinlemesine ve zengin bilgi verisi sunması açısından örneklem belirleme önemli bir süreçtir. Creswell [150] amaçlı örneklemde araştırmacının odaklanılan fenomeni öğrenmek ya da açıklamak için durumların dikkatli bir şekilde belirlenmesi gerektiğini belirtmektedir. Amaçlı örneklem seçiminin temel mantığı ve gücü araştırmanın derinleştirilmesini sağlayacak bilgi zenginliği sunacak durumların seçimine dayanmaktadır. Bilgi bakımından zengin durumlar amaca yönelik merkezi öneme sahip konular hakkında birçok şey öğrenilmesini sağlar. Bu nedenle bu terime "amaçlı örneklem" adı verilmiştir [151]. Eğitim bilimleri ve sosyal bilimlerde araştırmacılar belirli bir fenomeni doğru şekilde açıklayabilmek için katılımcıları rastgele ya da sadece gönüllülük esasına göre belirlemek yerine genellikle uygun veriyi sağlayabilecek durumları seçerler [151-154].

Araştırmada katılımcıların belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme kullanılmıştır. Bu örnekleme yöntemindeki temel anlayış, önceden belirlenmiş bir dizi ölçütü karşılayan durumların çalışılmasıdır. Bahsi geçen ölçüt/ler araştırmacı tarafından belirlenebileceği gibi daha önceden hazırlanmış bir ölçüt listesinin kullanılması da mümkündür [155]. Bu araştırmanın katılımcılarının belirlenmesindeki ölçütler araştırmacı ve danışmanı tarafından belirlenmiştir ve ilk ölçüt mesleki deneyim süresidir. Mesleki tecrübe öğretmenlerin problem hazırlama ve uygulama yeterliklerine sahip olmaları açısından önemlidir. Bu nedenle öğretmenlerin en az 5 yıllık bir mesleki deneyime sahip olmaları tercih edilmiştir. Ayrıca bu ölçüt belirlenirken geleneksel problem hazırlamaya yatkın olan öğretmenlerin matematiksel modelleme problemi hazırlama sürecinde problem hazırlamaya yönelik farklı zorluklar yaşamalarının asgari düzeyde olacağı düşünülmüştür. Ancak öğretmen deneyimleri bulguları etkileyen bir faktör olarak dikkate alınmamıştır. İkinci ölçüt öğretmenlerin (lisans veya yüksek lisans düzeyinde) matematiksel modelleme eğitimi almamış olmalarıdır. Öğretmenlerin matematiksel modelleme hakkında önbilgi sahibi olmalarının çalışmayı olumsuz yönde etkileyeceği düşünülmese de matematiksel modelleme ile daha önce karşılaşmamış olmalarının ilk adımdan itibaren problem hazırlama sürecinin şeffaf bir şekilde incelenmesi fırsatı sunacağı düşünülmüştür. Üçüncü ölçüt öğretmenlerin farklı okullarda görev yapmalarıdır. Öğrenci profilinin öğretmenlerin uygulamalarını doğrudan etkilediği düşünülmektedir. Matematiksel modelleme problemleri gerçek hayat durumlarını barındırdığından öğretmenlerin farklı sosyal çevrelerde görev yapmalarının problem hazırlama süreçlerini çeşitlendireceği, dolayısıyla veri zenginliği sağlanacağı öngörülmüştür.

Araştırmanın çalışma grubu *Matematiksel Modelleme Yoluyla Bir Öğrenme Ortamının Tasarlanması, Uygulanması ve Değerlendirilmesi: Disiplinler Arası Geçiş* adlı TÜBİTAK projesine katılan öğretmenler arasından belirlendiğinden projenin katılımcı kriterleri yukarıdaki ölçüt listesine eklenmemiştir (tüm öğretmenlerin ortaokulda görev yapmaları ve dışa dönük, grup çalışmasına yatkın, gelişime açık olmaları gibi.). Ayrıca bu çalışma için belirlenen ölçütlerin yanı sıra katılımcıların gönüllülük esasına göre çalışmaya dâhil edildikleri göz ardı edilmemelidir.

Araştırmanın çalışma grubunu TÜBİTAK projesine katılan ve Adıyaman’da bulunan farklı ortaokullarda görev yapan 6 matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Proje Bingöl ve Adıyaman’da eş zamanlı yürütülmüştür. Çalışma grubu Adıyaman’da görev yapan öğretmenler arasından belirlendiğinden sadece bu şehirdeki öğretmenlerin projeye katılma süreci kısaca anlatılacaktır: İlk olarak 11'i matematik öğretmeni; 11'i fen bilimleri öğretmeni olmak üzere toplam 22 öğretmen proje hakkında ön bilgilendirme toplantısına davet edilmiştir. Toplantıya davet edilen öğretmenlerin dışa dönük, grup çalışmasına yatkın, gelişime açık öğretmenler olmasına özen gösterilmiş; bunun için informal bir ön araştırma yapılmıştır. Tanıtım toplantısının ardından ilk görüşmeye katılmayı kabul eden 18 öğretmen (9 matematik öğretmeni; 9 fen bilimleri öğretmeni) ile projeye başlanmıştır. Bu araştırmaya katılacak matematik öğretmenlerinin sayısı belirlenirken ise yukarıda verilen ölçütler ile gönüllülük esası dikkate alınmıştır. Kendileriyle proje kapsamı dışında da ekstra görüşmeler yapılacağı bilgisi tüm matematik öğretmenleriyle paylaşılmış ve yedi öğretmen bunu kabul etmiştir. Ancak öğretmenlerden ikisi aynı okulda görev yapan evli bir çift olduğundan farklı okullarda çalışma ölçütünü sağlamamıştır. Çalışma grubundaki öğretmenlerin erkek ağırlıklı olması nedeniyle bu iki öğretmen arasından kadın olan tercih edilmiştir. Öğretmen sayısı çoklu durum çalışması için uygun olduğundan altı öğretmen de çalışmaya dâhil edilmiştir. Çoklu durum çalışmaları için dört durum yeterli sayılmasına rağmen [149] altı öğretmenle çalışılmak istenmesinin iki farklı sebebi vardır: zengin veri kaynağı oluşturma ve araştırmadan ayrılmaya yönelik risk faktörü. Yukarıda da belirtildiği gibi nitel çalışmalarda veri kaynaklarının (durumların) çokluğu incelenmek istenen fenomeni doğru açıklayabilmek için detaylı bilgi sunmaktadır [150, 151]. Bu sebeple ölçütlere uygun olmak şartı ile araştırmaya katılmayı kabul eden tüm matematik öğretmenleri çalışılması planlanmıştır. Ayrıca bu araştırma uzun soluklu bir çalışma gerektirdiğinden herhangi bir nedenden dolayı bazı öğretmenlerin süreci tamamlayamama riski göz önünde bulundurulmuştur. Böyle bir durumda vaka sayısının eksilmesinin çalışmanın yönteminin tam olarak uygulanmasına engel olma riskinin önüne geçilmek istenmiştir. Ancak böyle bir olumsuz durum yaşanmamış ve öğretmenlerin tümü çalışmaya devam etmiştir. Böylelikle risk faktörü ortadan kalktığı gibi araştırmanın zengin bir veri kaynağı olmuştur. Araştırmaya katılan öğretmenlerin demografik bilgileri çalışmada yer alan isimleriyle Çizelge 3.1'de verilmiştir.

Çizelge 3.1 Çalışma grubunun demografik bilgileri

Öğretmenin adı*	Cinsiyeti (K: Kadın; E: Erkek)	Mesleki deneyimi	Görev yeri
Aras	E	10	Merkez
Ayla	K	7	Köy
Fırat	E	8	Merkez
Meriç	E	12	Merkez
Seyhan	E	6	İlçe
Zühre	K	15	Merkez

*Takma isimlerdir.

3.3. Veri Toplama Araçları

Durum çalışmalarında veri toplama kaynaklarının çeşitliliği incelenen durumun içindeki gerçeklikten koparılmadan doğru biçimde yansıtılması açısından oldukça önemlidir [147]. Veri çeşitliliği zengin bir kaynak oluşturduğundan çalışmanın yapı geçerliliği ve güvenilirliğini artırır [147-149]. Durum çalışmalarında kullanılan en yaygın veri toplama yöntemleri gözlem, görüşme, kodlama, doküman, veri yönetimi ve yorumlamadır [149, 156]. Çoklu durum çalışmalarında kullanılan yöntemler ise durumlara göre değişkenlik gösterebilir; birbirinden farklı yöntemler kullanılabileceği gibi tüm durumlar için tamamen aynı yöntemler de kullanılabilir. Bu çalışmada kullanılan veri toplama yöntemleri tüm durumlar için aynı olup bunlar görüşme, gözlem ve yazılı dokümanlardır. Veriler ses dosyası, video dosyası ve yazılı belge olarak kayıt altına alınmıştır. Araştırma sorularına göre veri toplama araçları ve verilerin kayıt yöntemi Çizelge 3.2'deki gibidir.

Çizelge 3.2 Veri toplama araçlarının araştırma sorularına göre sınıflandırılması

Araştırma Soruları	Veri Toplama Araçları	Kayıt Yöntemi
Öğretmenlerin matematiksel modelleme eğitimi almadan önce modellemeye yönelik bilgileri nelerdir?	• Görüşme Formu - 1 • Görüşme Formu - 2	• Ses kayıtları
Öğretmenlerin bir problemin matematiksel modelleme problemi olup olmadığını araştırırken dikkate aldıkları kriterler nelerdir?	• Problem Seti Değerlendirme Formu • Problem setinin değerlendirildiği çalıştay toplantıları	• Yazılı dokümanlar • Video kayıtları
Öğretmenlerin matematiksel modelleme problemi hazırlama süreci nasıldır?	• Öğretmenlerin hazırladıkları problemler • Problem Hazırlama Süreci Değerlendirme Görüşme Formu • Problem sunumlarının yapıldığı çalıştay toplantıları	• Yazılı dokümanlar • Ses kayıtları • Video kayıtları

Veri toplama araçları araştırma sorularına yönelik hazırlanmıştır. Görüşme formlarının tamamı uzman görüşü alınarak araştırmacı ve danışman tarafından oluşturulmuştur. Görüşme sorularının konunun özüne dönük, katılımcıların fikirlerini ve yorumlarını açıklamalarını sağlayacak nitelikte olmasına azami özen gösterilmiştir. Genellikle açık uçlu soruların yer aldığı görüşmelerde kullanılan matematik problemleri literatürden alınmıştır. Daha sonra yazılı dokumana dönüştürülmek üzere tüm görüşmelerin ses kayıtları alınmıştır. Matematiksel modelleme eğitimlerinin yapıldığı çalıştay programına ait veriler ise ses kayıtlarının yanı sıra video ile kaydedilmiştir. Öğretmenlerden hazırlamaları istenen matematiksel modelleme problemlerine ait yazılı dokümanlar da araştırmanın veri toplama araçlarından biridir.

Veri toplama araçlarına ait detaylı bilgi alt başlıklarda verilmiştir.

3.3.1. Görüşme Formları

Durum çalışmalarında katılımcıların sergiledikleri davranışlarının nedenlerine ulaşılabilmesi kendilerini ifade etmelerine fırsat verilmesine bağlıdır. Bu nedenle incelenen fenomeni anlamak ve açıklamak için katılımcıların ilk ağızdan görüşlerini bildirmeleri önemlidir. Durum çalışmalarında, yapılandırılmış, yarı yapılandırılmış veya yapılandırılmamış görüşmeler sıklıkla başvurulan bir veri toplama yöntemlerinden biridir [147, 149]. Bu çalışmada da yarı-yapılandırılmış bireysel görüşmeler önemli bir veri toplama kaynağı olmuştur. Öğretmenlerin matematiksel modelleme eğitimi almadan önce matematiksel modellemeye yönelik bilgilerinin yoklanması ve hazır bulunuşluklarının belirlenmesi amacıyla farklı zamanlarda ikişer görüşme yapılmıştır (Görüşmelerin uygulama süreci hakkında detaylı bilgi için "3.4.1. Uygulama Süreci"ne bakınız.). Görüşme formları EK 1 ve EK 2'de sunulmuştur. Ayrıca öğretmenlerin hazırladıkları problemleri değerlendirmeleri ve problem hazırlama süreçlerinin açıklanması amacıyla EK 4'te verilen görüşme formu kullanılmıştır. Tüm görüşmelerde ses kayıt cihazı kullanılarak verilerin ses dosyaları oluşturulmuştur.

Görüşme yapılırken dikkat edilmesi gereken en önemli şeylerden biri görüşme sorularının araştırma sorularına yönelik olmasıdır. Bir olayı araştırmacının yorumlayabilmesi için görüşülen kişinin olaya bakış açısı, olayı nasıl ele aldığı önemlidir ve bunun için araştırmacının görüştüğü kişi hakkında bilgi edinmesi gerekir. Ancak görüşmenin, görüşülen kişiden ziyade duruma dönük olmasına özen gösterilmelidir. Görüşme formları hazırlanırken amacına bağlı olarak sorular açık uçlu ya da net cevaplı olabilir. Bu çalışmada görüşme formları oluşturulurken araştırmanın odağından ayrılmamaya özen gösterilmiş ve katılımcıların fikirlerini ortaya çıkarmak için ağırlıklı olarak açık uçlu sorular kullanılmıştır.

Stake'e [149] göre en etkili görüşmeler "sonda-tabanlı (probe-based)" görüşmelerdir. Bu görüşmelerde görüşülen kişinin yorumlarının ortaya çıkarılmasında belirli materyallerin sonda görevinde kullanılması söz konusudur. Bu materyaller konu ile ilgili metin, video, resim ya da farklı dokümanlar olabilir. Sonda-tabanlı görüşmelerde katılımcılara bir sonda aracı sunularak, bu araç etrafında yapılandırılmış sorular sorulur. Sonda araçları katılımcıları motive etmenin yanı sıra odaklanmalarını da sağlar. Bu çalışmada matematiksel modelleme eğitiminden önce yapılan görüşmelerde geleneksel problemler ve matematiksel modelleme problemlerinden oluşan problem seti sonda olarak kullanılmıştır. Matematiksel modelleme problemleri ile daha önce karşılaşmamış, bu konuda herhangi bir eğitim almamış olan öğretmenlerin bu problemlere bakış açılarının belirlenebilmesi kolay değildir. Bu sebeple belirli problemler üzerinden matematiksel modellemeye yönelik sorular sorularak öğretmen görüşlerinin açığa çıkarılması hedeflenmiştir. Örneğin, öğretmenlerle yapılan ilk görüşmede aşağıdaki metin verilmiş ve "Problemi çözmeniz istenirse nasıl bir yol izlersiniz?" sorusu sorulmuştur.

ORGAN NAKİL MERKEZİ

28 Bin Hasta Organ Bekliyor

Türkiye'de 22 bini böbrek olmak üzere 28 binin üzerinde hasta, bağışlanacak organla sağlığına kavuşmayı bekliyor.

2014 yılında 7 bin 748 kişi organ nakliyle şifa bulurken beyin ölümü gerçekleşenlerden 407'sinin de organları aileleri tarafından bağışlandı.

A.A muhabirinin Sağlık Bakanlığı verilerinden derlediği bilgilere göre, yılda yaklaşık 4 bin kişinin organ bekleme listesine dahil olduğu Türkiye'de, organ nakli bekleyen hasta sayısı her geçen gün artıyor.

En fazla organ nakli bekleyen grubun başında ise böbrek hastaları geliyor.

2 Ocak 2015 http://www.aa.com.tr/tr/turkiye/444292

Yukarıdaki gazete haberinde de anlaşılacağı üzere ülkemizde organ nakline ihtiyaç duyan hasta sayısı giderek artmaktadır. Özellikle Sağlık Bakanlığı aracılığıyla organ bağışı ile ilgili çeşitli tanıtım ve bilgilendirme kampanyaları yürütülerek bağış yapan kişi sayısının artırılması sağlanırken donanımlı Organ Nakil Merkezleri kurularak başarılı organ naklinde dünya standartlarına ulaşılmaya çalışılmaktadır. 2017 yılı itibari ile bağış bekleyen hasta sayısı ortalama 25.000; aktif olarak çalışan Organ Nakil Merkezleri'nin sayısı ise 95'tir. Ancak her merkezde tüm nakil işlemleri gerçekleştirilememektedir. Bu nedenle ülkemizde tüm organ nakillerinin yapılabileceği tam teşekküllü iki Organ Nakil Merkezi kurulmak istenmektedir. Bu merkezlerden birinin İstanbul, İzmir ve Ankara illeri arasında uygun bir bölgeye yapılması düşünülmektedir.

Sizden Organ Nakil Merkezi'nin konumunu belirlemeniz isteniyor. Merkezin nerede yapılması gerektiğini gerekçelerinizle birlikte açıkladığınız bir rapor hazırlayınız.

Bilindiği üzere matematiksel modelleme problemlerinde gerçek yaşam durumlarının matematikselleştirilerek çözülmesi söz konusudur. Görüşmelerde öğretmenlere doğrudan "Gerçek yaşam durumları nasıl matematikselleştirilebilir?" gibi bir soru sormak yerine yukarıdaki matematiksel modelleme problemi verilerek nasıl çözebileceklerini anlatmalarını istenmiştir. Böylelikle öğretmenlerin problem durumunu nasıl matematikselleştirdikleri doğrudan gözlenmeye çalışılmıştır.

3.3.2. Problem Seti Değerlendirme Formu

Matematiksel modelleme hakkında teorik eğitime başladıktan sonra matematiksel modelleme problemlerini geleneksel problemlerden ayıran özelliklerinin öğretmenler tarafından ne düzeyde öğrenildiği tespit edilmek istenmiştir. Bunun için üç adet problemden oluşan "Problem Seti Değerlendirme Formu" kullanılmıştır (EK 3). Öğretmenlerden problem setinde yer alan her bir problemin matematiksel modelleme olup olmadığını nedenleriyle birlikte yazılı olarak açıklamaları istenmiştir. Asansör, Oyuncakçı Giapetto ve Antik Tiyatro adlı problemlerden sadece Antik Tiyatro problemi matematiksel modelleme problemidir. Diğer iki problem ise matematiksel modellemenin bazı özelliklerini taşıyan geleneksel problemlerdir. Problemlerin değerlendirilmesinde literatürde yer alan matematiksel modelleme özellikleri dikkate alınarak araştırmacı tarafından belirlenen dört kriter kullanılmıştır [7, 14, 27, 99, 100]: (1) Gerçek yaşama uygunluk, (2) Açık uçlu olma, (3) Karmaşık ya da düşündürücü olma, (4) Modelleme sürecine uygun çözülebilme. Bir problemin matematiksel modelleme olabilmesi bu kriterlerin tamamını sağlaması ile mümkündür.

Problemlerin matematiksel modelleme kriterlerine göre nasıl değerlendirildiği Antik Tiyatro problemleri üzerinden şu şekilde açıklanabilir:

Antik Tiyatro Problemi

Bir turist kafilesi Antalya'ya yaptıkları gezide Aspendos Antik Tiyatrosu'na gitmişlerdir. Bu gezi esnasında çekilen bir fotoğrafı yukarıda görüyorsunuz.

- İşaretli insanlar arasındaki gerçek uzaklığın ne olabileceğini bulunuz.
- Antik tiyatronun gerçek yüksekliğinin ne olabileceğini bulunuz.

Mavi ok ile gösterilen kişinin yeri sabit olmak üzere kırmızı ok ile gösterilen kişinin basamaklardaki değişimine göre bu iki kişi arasındaki uzaklığı ifade edebileceğiniz matematiksel bir yapı oluşturunuz.

Antik Tiyatro Problemi [157, Kaynak: 46] önceki problemlerden oldukça farklı bir yapıya sahiptir. Matematiksel modelleme etkinlikleri, rutin olmayan karmaşık bir gerçek yaşam durumunu matematiksel olarak yorumlayıp matematiksel bir tanım, prosedür ya da metod formüle etmeyi gerektiren ve öğrenciye gerçekçi kararlar verme sorumluğu veren etkinliklerdir [33, 158]. Öncelikle bu problem metninde modelleme problemlerinde olması gerektiği gibi sınırlı verinin yer aldığı -*ki sayısal herhangi bir değerin de verilmediği*- görülmektedir. Burada sınırlı veri ile kastedilen, problemin çözümü için gerekli tüm değişkenlerin problem durumunda açıkça verilmemiş olmasıdır. Gerçek hayat durumunu doğrudan yansıtan problemde öğrencinin cevaba ulaşması için bu karmaşık durumu sadeleştirmesi ve kendi çözüm stratejisini belirlemesi gerekmektedir. Bunun için öğrenciden varsayımlarda bulunması, değişkenleri belirleyerek değişkenlere sayısal değerler vermesi beklenmektedir. Bunu yaparken de öğrenci gerçek hayat ile matematik arasındaki bağı koparmama sorumluluğunu taşımalıdır. Örneğin, resimdeki iki kişi arasındaki mesafeyi hesaplayabilmesi için matematiksel olarak merdiven basamaklarının yüksekliğine ihtiyaç duyduğunu hissettiğinde (değişken belirleme) bu yüksekliğin kaç cm olabileceği hakkında fikir yürütmelidir (değişkene sayısal değer verme). Yüksekliği belirleyebilmek için insanların boyunu referans alma, antik tiyatronun farklı açılardan çekilmiş görüntülerini inceleme, deneyimlerinden faydalanma gibi çeşitli yöntemler kullanılabilir. Önemli olan gerçeğe uygun strateji ve matematiksel yöntemler kullanmaktır. Öğrencinin bu aşamalardan geçerek probleme çözüm üretmesi de modelleme sürecini oluşturmaktadır.

Problemlerin problemler matematiksel modelleme kriterlerine göre genel değerlendirmesi Çizelge 3.3'te verilmiştir.

Çizelge 3.3 Problemlerin matematiksel modelleme kriterlerine göre değerlendirilmesi

Özellikler / Problemler	Gerçek yaşama uygunluk	Açık uçlu olma	Karmaşık ya da düşündürücü olma	Modelleme sürecine uygun çözülebilme	Modelleme problemi midir?
Asansör Problemi	Kısmen	Hayır	Evet	Hayır	**Hayır**
Oyuncakçı Giapetto	Evet	Hayır	Kısmen	Hayır	**Hayır**
Antik Tiyatro	Evet	Evet	Evet	Evet	**Evet**

Problem Seti Değerlendirme Formu aracılığıyla öğretmenlerin karşılaştıkları bir problemin matematiksel modelleme problemi olup olmadığını araştırırken hangi kriterleri dikkate aldıkları ve bu kriterleri nasıl kullandıkları belirlenmeye çalışılmıştır.

3.3.3. Çalıştay Toplantıları

Öğretmenlerin matematiksel modelleme problemleri hakkındaki teorik bilgilerini uygulamaları gereken durumlarda nasıl bir süreç izledikleri ve matematiksel modelleme problemi hazırlarken hangi aşamalardan geçtiklerini anlayabilmek için yazılı dokümanlar ve bireysel görüşmelerin yeterli olmayabilir. Bunun için öğretmenlerin fikirlerini açıklayabilecekleri ve tartışabilecekleri ortamlar oluşturulması gerekebilir. Yazılı ifadeler detaylandırılmadığı için ya da bireysel görüşmelerde öğretmenler sadece kendi problemleri hakkında görüş bildirdikleri için araştırmacılar istenilen düzeyde bilgi edinemeyebilirler. Oysa grup dinamiği çoğu zaman katılımcıların düşüncelerini ifade edebilmeleri adına tetikleyici bir etkiye sahiptir. Bu sebeple araştırmanın veri kaynaklarından biri çalıştay toplantıları olmuştur. Çalıştay toplantılarında öğretmenlerin Problem Seti Değerlendirme Formu'na (EK 3) verdikleri cevapları tartışmaları sağlanmıştır. Böylelikle yazılı olarak değerlendirdikleri problemlerin neden matematiksel modelleme olup olmadığını tartışırken matematiksel modelleme kriterlerine yükledikleri anlam ve bu kriterleri nasıl kullandıkları araştırılabilmiştir. Ayrıca matematiksel modelleme problemi hazırlarken nelere dikkat etmeleri gerektiği, kendilerinin nasıl bir süreç takip ettikleri, problemlerini nasıl savundukları ve diğer katılımcıların hazırladıkları problemleri nasıl tartıştıkları öğretmenlerin matematiksel modelleme anlayışlarını ortaya koyacağından bu grup tartışmalarının önemli ve gerekli olduğu düşünülmektedir. Bu nedenle öğretmenlerin hazırladıkları problemleri örnek çözümleri ile sundukları, problemin matematiksel modelleme kriterlerine göre tartışıldığı toplantılar yapılmıştır. Toplantılarda araştırmacıların rolü, öğretmenlerin düşüncelerini açıklamalarını sağlayacak müdahalelerle tartışmaları yönetmek olmuştur. Dolayısıyla araştırmacıların bu toplantılar sırasında bilgi veren ya da değerlendiren konumunda olmaktan öte sürecin kontrollü bir şekilde yürütülmesini sağlamaya çalıştıkları söylenebilir. Problemler öğretmenler tarafından değerlendirildikten sonra incelenen problemin matematiksel modelleme problemi olup olmadığı, güçlü ve zayıf yönleri nedenleriyle birlikte açıklanmıştır.

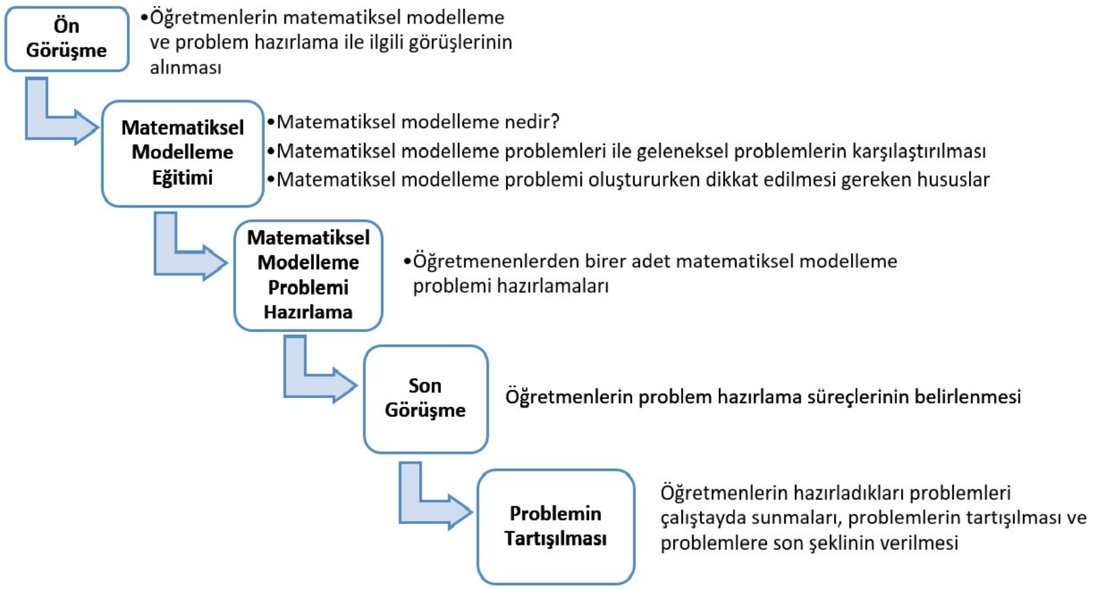
Çalıştay toplantılarının daha sonra incelenmesi ve değerlendirilebilmesi için tüm toplantılar ses kayıt cihazları ve video kameralarla kayıt altına alınmıştır.

3.4. Uygulama Süreci ve Araştırmacı Rolü

Bu bölümde araştırmanın uygulama süreci ve bu süreçte araştırmacının rolü detaylı olarak paylaşılmıştır.

3.4.1. Uygulama Süreci

Araştırmanın uygulama süreci üç temel aşamadan oluşmaktadır. Birinci aşamada, öğretmenlerin matematiksel modelleme hakkındaki hazırbulunuşluklarının belirlendiği uygulama öncesi bireysel görüşmeler yapılmıştır. İkinci aşamada öğretmenlere matematiksel modelleme ile ilgili teorik ve uygulamalı eğitim verilmiştir. Bu aşamada öğretmenlerden verilen üç problemi matematiksel modelleme kriterlerine göre değerlendirmeleri istenmiştir. Üçüncü aşamada ise öğretmenlerden birer adet matematiksel modelleme problemi hazırlamaları istenmiş ve bu problemler değerlendirilmiştir. Üçüncü aşamada problemlerin değerlendirilmesi bireysel görüşmeler ve grup tartışmalarından oluşmaktadır. Araştırmanın uygulama süreci Şekil 3.1'de özetlenmiştir.



Şekil 3.1 Uygulama sürecinin aşamaları

Şekil 3.1'de görüldüğü gibi araştırmaya öğretmenlerle ön görüşme yapılarak başlanmıştır. Uygulama sürecinin bu aşamasında bireysel görüşme formları (EK 1 ve EK 2) kullanılmıştır.

Öğretmenlerin matematiksel modelleme problemi hazırlama yeterliğine sahip olmaları öncelikle matematiksel modelleme hakkında teorik bilgiye hakim olmalarını gerektirir. Bu nedenle öğretmenlere matematiksel modelleme hakkında teorik ve uygulamalı eğitim verilmiştir. Uygulama aşamasının ikinci basamağını oluşturan bu süreç her biri ortalama 4 saat süren üç oturumdan oluşmaktadır. İlk iki oturumda eğitim, öğretmenlerden bir matematiksel modelleme problemini çözmeleri istenerek başlamıştır. Daha sonra matematiksel modelleme, modelleme süreci, matematiksel modellemenin amacı ve modelleme perspektifleri ile ilgili temel düzeyde bilgi verilmiştir. Teorik eğitim boyunca öğretmenlere modelleme problemleri çözdürülerek modelleme sürecine hâkim olmaları sağlanmıştır. İkinci oturumun sonunda öğretmenlere Problem Seti Değerlendirme Formu (EK 3) verilmiş ve formda yer alan üç problemi yazılı olarak değerlendirmeleri istenmiştir. Üçüncü oturumda bu problemler grup tartışmasına sunulmuş ve matematiksel modelleme problemi olup olmadığı nedenleriyle birlikte tartışılmıştır. Bu oturumun sonunda öğretmenlerin yazılı değerlendirmeleri ve video kayıtları incelenmek üzere arşivlenmiştir.

Uygulamanın üçüncü aşaması öğretmenlerin matematiksel modelleme problemleri hazırladıkları, problemler hakkında yapılan bireysel görüşmelerin yapıldığı ve problemlerin sunulduğu çalıştay toplantılarından oluşmaktadır. Bir önceki aşamada matematiksel modelleme bilgisine sahip, matematiksel modelleme problemleri çözme ve karşılaştıkları bir problemi modelleme kriterlerine göre değerlendirme becerisi kazandırılmaya çalışılmıştır. Bu aşamada ise öğretmenlerden birer adet matematiksel modelleme problemi hazırlamaları ve en az bir adet örnek çözüm yapmaları istenmiştir. Daha önce matematiksel modelleme problemi hazırlama deneyimleri olmadığı göz önünde bulundurularak problem hazırlamaları için öğretmenlere 2 hafta süre verilmiştir. Problemler hazırlandıktan sonra bireysel görüşmeler yapılarak öğretmenlerin problem hazırlama süreçleri hakkında bilgi toplanmıştır. Daha sonra öğretmenlerle bireysel görüşmeler yapılarak problem hazırlama süreçleri detaylandırılmış ancak öğretmenlere problemlerinin matematiksel modelleme olup olmadığı yönünde hiçbir bilgi verilmemiştir. Bireysel görüşmelerde Problem Hazırlama Süreci Değerlendirme Görüşme Formu (EK 4) kullanılmıştır.

Öğretmenlerin problem hazırlama süreçlerini bireysel olarak değerlendirmelerinin ardından toplam üç oturumda öğretmenler problemlerinin sunumlarını yapmış ve problemler grup tartışmasına sunulmuştur. Problemler öğretmenler tarafından incelendikten sonra araştırmacılar son değerlendirmeyi yapmışlardır. Değerlendirme sonucu matematiksel modelleme olmadığı belirlenen problemlerin revize edilmesi istenmiş, ayrıca istedikleri takdirde diğer öğretmenlerin de problemlerini güçlendirebilecekleri belirtilmiştir. Bu aşamada tüm toplantıların ses ve görüntü kaydı alınarak incelenmek üzere arşivlenmiştir.

Daha önce de belirtildiği gibi bu çalışmanın veri kaynaklarının bir bölümü projeden sağlanmıştır. Projenin Adıyaman ayağında çalıştay programı iki öğretmen grubu ile eş zamanlı olmak üzere ayrı ayrı yürütmüştür. Bu çalışmanın katılımcılarından üçü (Aras, Fırat ve Seyhan) birinci grupta, üçü (Ayla, Meriç ve Zühre) de ikinci grupta çalışmalara katılmıştır.

Bulgular bölümünde ele alınan diyalogların bir kısmında projede görev alan araştırmacılar ve çalıştayın diğer katılımcılar yer almaktadır. Bu kısımlarda proje araştırmacıları *Araştrmacı 1, Araştırmacı 2* şeklinde; öğretmenler ise *Öğretmen 1, Öğretmen 2…* olarak kodlanmıştır.

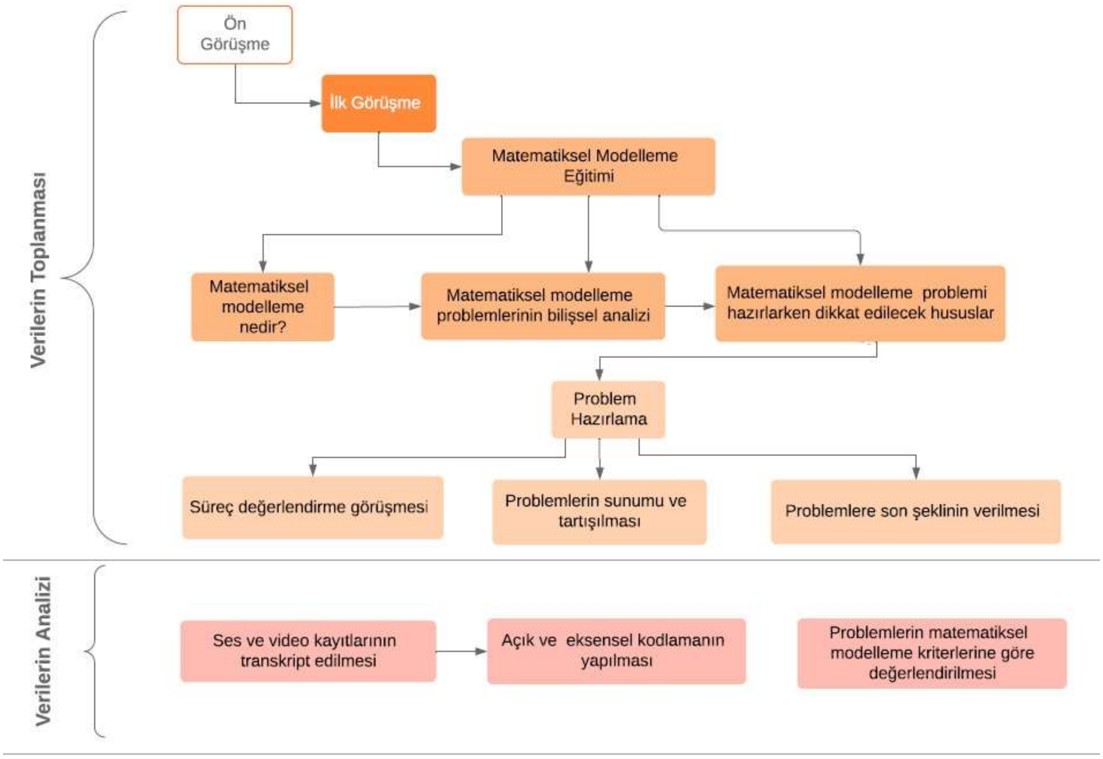
3.4.2. Araştırmacı Rolü

Çoklu durum çalışmalarında araştırmacı incelemek ya da açıklamak istediği fenomen için ilk elden veri kaynağına ulaşır. Önemli olan bu veri kaynaklarından yeterli ve anlamlı düzeyde faydalanarak verileri doğru yorumlamaktır. Bazen en doğru bilgi direk gözleme dayalı elde edilir. Bu sebeple araştırmacının gözlemi dikkatli bir şekilde yapması, farklı kişilerin (uzman veya diğer araştırmacılar) görüşlerini alması, diğer veri toplama araçlarından elde edilen verilerle gözlemi güçlendirmesi gerekmektedir. Bir araştırma sorusuna yönelik birçok veri toplanır. Bu verilerin betimlenmesi ve yorumlanması durum çalışmalarının çoğunun önemli bir bölümünü teşkil etmektedir. Bir bağlam içinde bunları bir araya getirmek ise çoklu durum çalışmalarının temel bulgularını oluşturmaktadır [149]. Tek bir araştırmacı için bunu yapmak kolay değildir. Çünkü çoklu durum çalışmalarında durum sayısının fazla olması, verilerin çokluğu ve karmaşıklığı bir kişinin baş edemeyeceği boyutta olabilir [149]. Bu nedenle durumların farklı yorumlanmasını sağlayacağı için bu tür çalışmaların bir ekiple yürütülmesi önerilmektedir [159]. Tek araştırmacının yapacağı bir çalışmada araştırmanın yöneticisi, veri toplayıcısı ve analisti araştırmacının kendisidir. Ancak doktora tezi gibi kapsamlı bir araştırmada sorumlu danışman ve bir komitenin olması araştırmacının gözlemlerini yorumlamasına ve derinleştirmesine destek olacağı için bu sınırlılık ortadan kaldırılmış olacaktır [149]. Bu çalışmanın verilerinin önemli bir bölümünün proje kapsamında toplanması, proje yürütücüsünün (aynı zamanda tez danışmanı) ve proje araştırmacılarının desteği sürecin kontrollü bir şekilde yürütülmesine önemli bir katkı sağlamıştır. Verilerin analizi her ne kadar araştırmacı tarafından yapılsa da yine bu süreçte verilere hâkim bir araştırmacı ekibin desteği verilerin betimlenmesinde ve yorumlanmasında etkili olmuştur. Böylelikle araştırmanın geçerliği de güçlendirilmiştir.

Durum çalımlarında iyi bir organizasyon planı yapmak şarttır fakat kısıtlayıcı da olmamak gerekir. Araştırmanın ilerleyen sürecinde karşılaşılabilecek sorunlar öngörülmeli ve her durum dikkatli bir şekilde incelenmelidir. Malinowski'ye [160, Kaynak: 149] göre durumları kapalı bir zihinle takip etmek ile ne aradığını bilen gözlerle takip etmek arasında büyük fark vardır. Belirli düşüncelerle araştırmaya başlayan bir araştırmacının görüşlerini değiştirmeye direnç göstermesi, belirli hipotezleri kanıtlamaya kararlı olması istemeden de olsa hipotezlerini delil baskısı altına alarak değersiz çalışmalar ortaya koyar. Tüm bilimsel çalışmalarda ön yargılı fikirler tehlikelidir; bunun aksine açık bir zihinle ve ne aradığını bilerek araştırma yapan bir araştırmacı için karşılaşılan sorunlar onun temel kaynağıdır [160, Kaynak: 149]. Dolayısıyla durum çalışmalarında erken hipotez oluşturulmamalı; aksine açık verilerin toplanmasına önem verilmelidir [161].

Bu çalışmada durum çalışmalarında olması gerektiği gibi araştırmaya belirli bir hipotezle başlanmamıştır. Araştırmacı öğretmenlerin matematiksel modelleme problemleri hazırlama becerilerini incelemek üzere veri toplarken amacına geniş bir çerçeveden odaklanmış ve elde ettiği verileri, incelenen durumları gerçekliğinden uzaklaştırmadan işleyerek okuyucuya sunmaya çalışmıştır.

Araştırmanın veri toplamadan bulguların sunulmasına kadar izlenen adımlar Şekil 3.2'de özetlenmiştir.



Şekil 3.2 Verilerin toplanması ve analiz süreci

3.5. Verilerin Analizi

Araştırma kapsamında toplanan tüm sesli ve görüntülü veriler önce yazılı forma dönüştürülmüştür. Transkriptler tamamlandıktan sonra analiz sürecine başlanmıştır. Çoklu durum çalışmalarında veri analizleri farklı metodlar kullanılarak yapılabilir. Bu metodlardan biri Corbin ve Strauss [162] tarafından tanımlanan Gömülü Teori'nin (Grounded Theory) veri analiz yöntemi olarak bilinen açık, eksensel ve seçici kodlamadır. Açık kodlama verilerin ilk olarak analiz edildiği aşamadır. Bu aşamada veriler sürekli bir şekilde karşılaştırılarak analiz edilir ve incelenen durumu yansıtan kodlar oluşturulur [163]. Corbin ve Strauss [162] bu aşamayı verilerin parçalara ayrılması, incelenmesi, benzerlik ve farklılıkların belirlenmesi, veriler hakkında sorular sorularak kategorileştirilmeye başlanması olarak tanımlamıştır. Charmaz [164] ise bu aşamayı ilk kodlama (initial coding) şeklinde isimlendirmiştir ve ona göre ilk kodlama araştırmacının ana kategorileri belirlemesindeki ilk adımdır. Eksensel kodlama ise açık kodlamada ortaya çıkan kodların birbiriyle ilişkilendirilerek belirli kategoriler altında toplandığı ikinci aşamadır. Seçici kodlama ise, belirlenen kategorilerin diğer kategorilerle ilişkilendirildiği ve doğrulandığı üçüncü aşamadır. Bu son aşamada ana kategorilere uyumlu olacak şekilde sistematik kodlamalar yapılır. Bu döngüsel bir analiz süreci olduğundan sürekli karşılaştırma yapılarak kodlamalar yapılır ve birbiriyle ilişkilendirilebilen kategoriler için aynı kodlar; alt boyutlar belirlendikçe farklılaşan kategoriler için ayrı kodlamalar yapılabilir. Nitel bir araştırma olan bu çalışmanın ilk iki araştırma sorusuna ait verilerin analizinde açık, eksensel ve seçici kodlama yöntemi kullanılmıştır. Öncelikle durumlara ait veriler incelenerek açık kodlama (ya da ön kodlama) yapılmıştır. Doygunluk seviyesine ulaşan kadar yapılması planlanan açık kodlamada üç durum incelemesi ile bu seviyeye ulaşılmıştır. Daha sonra tüm durumlar karşılaştırmalı olarak kodlanmış ve genel kategoriler belirlenmiştir. Bir sonraki aşamada ise eksensel kodlama yapılarak kategorilerin alt boyutları belirlenmiştir. Kodlama süreci döngüsel olduğundan analiz süresince belirlenen kategorilerin bir kısmı birleştirilmiş bir kısmı farklı kategorilere ayrılmıştır.

Verilerin nasıl analiz edildiği göstermek amacıyla örnek bir kodlama süreci detaylandırılmış ve elde edilen kodlar Çizelge 3.4'te sunulmuştur:

Öğretmenlerin öğrencilerine matematiği anlatırken matematiğin ne işe yaradığını nasıl açıkladıkları ve matematik eğitiminin etkili olması için nelere dikkat ettiklerine yönelik görüşleri incelendiğinde farklı stratejiler kullandıkları görülmüştür. Bu stratejiler açık kodlamalar sırasında ortaya çıkmıştır. Daha sonra analizler derinleştirilerek bu stratejiler nedenleriyle birlikte incelendiğinde öğretmenlerin bu stratejileri kullanarak matematik ile gerçek yaşam arasında bir ilişki kurmaya çalıştıkları görülmüştür. Bu aşamada eksensel kodlama yapılmış ve açık kodlamada ortaya çıkan kodlar arasında ilişki dikkate alınarak bu kodlar "matematik-gerçek yaşam ilişkisi" kategorisi altında değerlendirilmiştir. Açık ve eksensel kodlama sürecinde benzer kodlar birleştirilmiş farklılaşan durumlar belirlendikçe bazı kodlar özelleştirilmiştir. Örneğin ilk etapta *içinde sayısal işlemler olan günlük hayat durumlarını kullanma* bir kod olarak belirlenmiş ve öğretmenlerin farklı disiplinlerde karşılaşılan matematiği derslerinde kullanmalarına yönelik görüşleri bu kod altında değerlendirilmiştir. Daha sonra bunun farklı bir durumu ifade ettiği düşünülerek bunun *farklı disiplinlerdeki matematiği kullanma* şeklinde ayrı bir kod olarak değerlendirilmesine karar verilmiştir. Kodların ve kategorilerin büyük ölçüde oluşmasından sonra seçici kodlama aşamasına geçilerek öğretmenlerin bu kategori ve kodlar altında değerlendirilebilecek görüşleri tespit edilmiştir.

Çizelge 3.4 Verilerin analizinde kodların oluşturulmasına yönelik örnek kodlama

Matematik – Gerçek Yaşam İlişkisi	**Açıklama**	**Örnek Durum**
Günlük hayat durumlarını geleneksel örneklerde kullanma	Öğrencilerin ilgisini çekmek amacıyla onların hayatlarını ya da güncel olayları kullanmaya yönelik yapılan açıklamalar ve verilen örnekler	*"Bir sayının 3 katının 5 fazlasının yarısı nedir?" değil de bunu kendi cebindeki para olarak düşündüğü zaman aslında bildiğini fark ediyor."* (Fırat)
İçinde sayısal işlemler olan günlük hayat durumlarını kullanma	Günlük hayatta karşılaşılan ve içinde doğrudan matematiksel hesaplamaların yer aldığı durumlara yönelik yapılan açıklamalar ve verilen örnekler	*"Diyelim ki alış veriş yapmaya gittiniz. Orada indirim yüzdesini verdi. Acaba o indirimi yapan adam oranı doğru hesaplamış mı, hesaplamamış mı? (...) şeklinde bunu hesaplayabilirsiniz."* (Aras)
Farklı disiplinlerdeki matematiği kullanma	Farklı disiplinlerde yer alan matematiğe yönelik yapılan açıklamalar ve verilen örnekler	*"Milattan önce yaşamış olan bir bilim adamı mesela milattan önce 580 yılında doğmuş 500 yılında ölmüş. Tabi önce şaşırıyorlar. "Nasıl yani hocam 580'de doğmuş 500'de ölmüş." falan diyorlar."* (Zühre)
Metafor oluşturma	Soyut olan kavramları somut ya da bilinen kavramlar yöntemiyle çocuklar için anlamlı hale getirmeye yönelik yapılan açıklamalar ve verilen örnekler	*"6. sınıfların işlem önceliği konusu; (...) tahtaya bir kavşak çiziyorum. (...) bu kavşakta bir ambulans, bir polis arabası, itfaiye, bir de kendi aracımız olsun. Önce hangisinin geçmesine izin verirsiniz. Tabi çocuklar ilk ambulans diyor. İşte ambulans bizim için üslü sayılar diyorum.(...)"* (Ayla)

Çizelge 3.4 bir kategoriye ait kodları, kodların açıklamaları ve örnek durumları göstermektedir. Araştırmaya ait verilerin analizi bu şekilde yapılmıştır. Veri analizinde kullanılan kod şemaları aşağıda verilmiştir:

Çizelge 3.5 Öğretmenlerin matematikselleştirmeye yönelik görüşleri

Matematikselleştirme	**Açıklama**	**Örnek Durum**
Problem durumunu anlama	Problemde istenenin ne olduğunu anlamaya yönelik görüşler	*"(Bakanlık) Organ nakil merkezi hakkında bir çalışma yapacak bunun içinde şey yapıyor, uygun bir bölgede yapılmasını istiyor. (...) Organ nakil merkezinin konumunun belirlenmesi isteniyor."* (Seyhan)
Açık uçlu olma	Problemin varsayımlara ve tahminlere dayalı olması ile farklı ve özgün çözümlere açık olmasına yönelik görüşler	*"Okul Partisi probleminde bir sınır konulmamış. Öğrenciler şey yapacaklar (...) sınır olmadığı için kendi verecekler o alanın karesel mi, dairesel mi, dikdörtgensel mi olduğuna ya da ne kadar büyüklükte olacağına..." (Meriç)*
Sınırlı veri	Problemin çözülebilmesi için verilerin (bilgi ve sayısal veri) tam olması gerektiğine yönelik görüşler	*"(Okul Partisi'nde) açıklayıcı bilgi yok yeterince bence. (...) Konsere gelecek öğrencilerin oturma düzeniyle ilgili yeterince yönlendirici bilgi yok nasıl bir şey yapacağımıza dair. (...)(öğrenciler)çözebilirler belki ama çok mantıklı olmaz" (Fırat)*

Çizelge 3.5 öğretmenlerin matematiksel modelleme eğitimi almadan önce bu tür problemlerdeki matematikselleştirme sürecine yönelik görüşlerinin ne olduğunu belirlemek amacıyla oluşturulan kodları, bu kodların açıklamaları ve örnek öğretmen görüşlerini göstermektedir.

Çoklu durum çalışmalarında kullanılan veri analiz yöntemlerinden biri de içerik analizidir. Araştırmanın üçüncü sorusuna ait veriler içerik analizine uygun şekilde analiz edilmiştir. Bu bağlamda kullanılan veri kodlama şeması araştırmacının literatürde yer alan matematiksel modelleme özelliklerini dikkate alarak belirlediği dört kriterden oluşmaktadır: (1) Gerçek yaşama uygunluk, (2) Açık uçlu olma, (3) Karmaşık ya da düşündürücü olma, (4) Modelleme sürecine uygun çözülebilme. Öğretmenlerin hazırladıkları problemler ile problem hazırlama süreci bu kodlar altında analiz edilmiştir.

Veri analizlerin güvenirliğini sağlamak için ilk görüşmelere ait transkriptlerden üçü ile problem değerlendirme görüşmelerine ait transkriptlerden üçü araştırmacı tarafından kodlandıktan sonra bir uzman tarafından kodlanması istenmiştir. Daha sonra araştırmacı ve uzman bir araya gelerek kodlamaları değerlendirmişlerdir. Kodlamaların uyumunu belirlemek için Miles ve Huberman [165] kodlayıcı güvenirlik formülü ([Uyumlu kodlar/ (Uyumlu kodlar + Uyumsuz kodlar)] x100) kullanılmıştır. Bu formüle göre kodlamalar arasındaki uyum ilk görüşmeler için % 86, problem değerlendirme görüşmeleri için % 84 olarak hesaplanmıştır. Kod güvenirliğinin en az % 80 olması gerektiğinden [165] elde edilen sonuçların nitel araştırma güvenirliği için yeterli bulunmuştur. Kodlama değerlendirme sürecinde aynı anlamı taşıyan fakat farklı şekilde isimlendirilen kodlar için ortak karara varılmıştır. Uyumsuz olan kodlar değerlendirilmiş, duruma göre aynı anlamı taşıyan kodlarla ilişkilendirilmiş, duruma göre yeni kodlar oluşturulmuştur. Açık kodlama aşamasının geri kalan kısmını araştırmacı tez danışmanının kontrolünde tek başına yürütmüştür. Fakat bu süreçte araştırmacı yardım ihtiyacı hissettiği her durumda uzman ile görüşerek fikrini almıştır. Böylelikle veri analizi sürecinin kontrollü bir şekilde yürütülmesi sağlanmıştır.

Öğretmenlerin hazırladıkları problemlerin değerlendirilmesinde ise yukarıda belirtildiği gibi literatürde yer alan matematiksel modelleme özellikleri dikkate alınarak araştırmacı tarafından belirlenen dört kriter kullanılmıştır. Bir problemin matematiksel modelleme olabilmesi için bu kriterlerin tamamını sağlaması gerekmektedir. Öğretmenlerin hazırladıkları problemlerin nasıl analiz edildiğini açıklamak amacıyla biri matematiksel modelleme; diğeri matematiksel modelleme olmayan iki problemin değerlendirilmesi aşağıda verilmiştir.

ÇÖPTEN ENERJİ ÜRETİM

Toplumumuz tasfiyesi büyük zorluklar içeren ve gittikçe artan oranda çöp üretmektedir. Çöpün birikmesini izleyen süreçte çürümeyle birlikte metan gazı oluşmaktadır. Adıyaman Belediyesi hem çöp sorununa çözüm bulmak hem de oluşan bu gazdan elektrik üretmek amacıyla Katı Atık (çöp) işletme tesisi kurmak istemektedir. Adıyaman'da bir günde ortalama 350 ton çöp çıktığı belirlenmiştir. Çöplerin %40 ila %60 arasında organik atık (bozunabilen) ihtiva ettiği tahmin edilmektedir.

Organik atıkların %25'lik kısmı suya dönüşmektedir. Geri kalan organik atıkların ortalama %56'sı metan gazı çıkarmaktadır. Bir ton metan gazından bir saatte 2 kw ile 3 kw arasında elektrik üretimi yapılmaktadır. Bir günde ne kadar elektrik üretilebilir?

Çöpten Enerji Üretimi probleminde Adıyaman Belediyesi bir katı atık işletme tesisi kurarak hem şehrin çöp sorununu ortadan kaldırmayı hem de açığa çıkan metan gazını elektrik üretiminde kullanmayı hedeflemektedir. Problemi çözen kişiden istenen ise metinde verilen oranları dikkate alarak günlük ortalama çöp miktarı 350 ton olan şehrin atıklarından üretilebilecek günlük elektrik miktarını hesaplamasıdır.

Matematiksel modelleme kriterlerine göre incelendiğinde bu problemin matematiksel modelleme problemi olmadığı görülmektedir. Problem gerçekçi sayısal verilerin yer aldığı gerçek yaşam durumuna uygun olarak hazırlanmıştır. Ancak matematiksel modelleme kriterlerinden sadece bunu sağlamaktadır. Başka bir ifadeyle Çöpten Enerji Üretilmesi problemi gerçek yaşam durumu içeren geleneksel nitelikleri taşıyan sözel bir problemdir. Dikkat edilirse çözüm için gerekli tüm bilgiler problemde verilmiştir. Dolayısıyla varsayımlara ve farklı modellerin oluşturulmasına imkân vermeyen bir problemdir. Problemi çözecek kişi 350 ton olan çöpün organik atık olan kısmını % 40 ile % 60 arasında olacak şekilde belirleyecek ve bunun suya dönüşmeyen kısmının % 56'sını hesaplayarak açığa çıkacak ortalama metan gazı miktarını bulacaktır. Daha sonra bir ton metan gazından saatte 2-3 kilowatt elektrik üretildiği bilgisini dikkate alarak bulduğu sayısal değeri 2 ve/veya 3 ile çarparak istenen sonuca ulaşacaktır. Çözüm yaparken farklı alternatiflerden bahsedilebilir: 1) Sayısal veri aralıklarının alt ve üst sınırları kullanılarak minimum ve maksimum değerlerler yine aralık şeklinde bulunabilir. 2) Organik atık miktarı, çöp miktarının % 40 - % 60'ı olacak şekilde sabit bir oran üzerinden hesaplanabilir. Bir saatte üretilen elektrik miktarı hesaplanırken de benzer şekilde 2 ile 3 arasında sabit bir değer ile işlem yapılabilmesi mümkündür. Bu çözüm stratejilerinin ilkinde genel bir sonuç elde edilirken diğerlerinde daha özelleştirilmiş sonuçlara ulaşılır. Farklı sayısal sonuçların ortaya çıkmasını özgün modeller olarak değerlendirmek doğru değildir. Matematiksel modellemeyi geleneksel problemlerden ayıran önemli özelliklerinden biri varsayımlara açık olması ve problemin çözümü için gerekli olduğu düşünülen değişkenlerin problemi çözen kişi tarafından belirlenmesidir. Oysa bu problemde belirli ve doğrusal bir işlem prosedürü vardır. Problemi çözen kişi sadece sayısal değerleri belirleme konusunda özgür bırakılmıştır. Algoritmasının belli olması aynı zamanda modelleme sürecinin basamaklarına uygun olarak çözülmesine de imkân vermemektedir.

Çöpten Enerji Üretimi problemi matematiksel modelleme problemi kriterlerinden gerçek yaşama uygunluk ve kısmen düşündürücü olmayı sağlayan açık uçlu olma ve modelleme sürecine uygun çözülebilme özelliklerini taşımayan bir problemdir. Probleme ait örnek öğretmen çözümlerinin ayrıntılı değerlendirilmesi EK 6a'da verilmiştir.

Araba-Yakıt problemi matematiksel modelleme kriterlerini sağlayan bir problemdir.

ARABA – YAKIT PROBLEMİ

Yakın arkadaş olan Halil, Mustafa ve Yusuf arabalarının artık eski model olmasından ve sık sık arızalanıp masraf çıkarmasından şikâyet etmektedir. Mustafa yeni bir araba almaya karar verir ve arkadaşlarını da araçlarını değiştirmeye ikna eder. Hep birlikte A marka araçların satıldığı bir oto galeriye giderler. Satış danışmanı aynı model ve aynı segment arabalardan üç tane almaları halinde her birine %2'lik bir indirim uygulayabileceğini söyler. Bunun karlı bir iş olacağını düşünen üç arkadaş aynı özelliklere sahip bir araba modeli beğenirler. Almak istedikleri aracın benzinli, dizel ve LPG'li seçenekleri mevcuttur ve araçların liste satış fiyatları şu şekildedir:

Benzinli araç	Dizel araç	LPG'li araç
92.750 ₺	105.200 ₺	96.150 ₺

Yusuf işleri dolayısıyla sürekli il dışına gitmekte ve yıl içerisinde aracını çok fazla kullanmaktadır. Mustafa 1 yılda ortalama 20.000 km civarında yol yapmakta, Halil ise aracını sadece şehir içinde yani kısa mesafelerde kullanmaktadır. Üçü de alacağı arabayı en az 8 yıl kullanmayı planlamaktadır. Buna göre sizce Halil, Mustafa ve Yusuf hangi yakıt türündeki arabayı tercih etmelidir? Her biri için en avantajlı seçimin hangisi olduğunu belirlerken kullandığınız yöntemleri ve sonucunuzu rapor haline getiriniz.

Araba-Yakıt probleminde üç yakın arkadaş yeni birer araba almak için gittikleri oto galeride aynı model ve segmente sahip arabalar alırlarsa %2'lik indirimden faydalanabileceklerini öğrenmişlerdir. Problemde istenen, bu indirimden faydalanmak isteyen arkadaşların arabalarını kullanım koşullarını dikkate alarak her biri için hangi yakıt türündeki arabayı tercih etmesinin uygun olacağına karar vermektir. Matematiksel modelleme kriterlerine göre değerlendirildiğinde Araba-Yakıt probleminin bir matematiksel modelleme problemi olduğu söylenebilir. Öyle ki, verilen bir gerçek yaşam durumunun matematikselleştirilerek çözülmesi istenmektedir. Araba almak isteyenler ya da bu konuya ilgi duyan insanlar arasında sıklıkla konuşulan, hemen hemen herkesin günlük hayatında da karşılaşabileceği güncel bir problem durumu olduğunu söylemek mümkündür. İlk etapta sadece yıl içinde kat edilen yol miktarına göre ortalama yakıt masrafı dikkate alınarak çözülebilecek izlenimi yaratsa da farklı varsayımlar dikkate alınarak farklı modellerin ortaya çıkmasına imkân veren açık uçlu bir problemdir. Doğrudan matematiksel prosedürlerin adım adım kullanılamayacağı düşündürücü bir özelliğe sahip olduğu da görülmektedir. Problemin matematiksel modelleme sürecine uygun olarak döngüsel ve esnek basamaklara göre çözülebilir olmasıyla birlikte tüm matematiksel modelleme kriterlerini sağlamaktadır. Probleme ait örnek öğretmen çözümlerinin ayrıntılı değerlendirilmesi EK 6b'de verilmiştir.

3.6. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği

Sosyal bilimlerde yapılan araştırmalarda, araştırmacılar elde ettikleri bulguların okuyucular tarafından fazla basite indirgenmesinden endişe duyarlar. Bunun sebebi belki de çalıştıkları konu hakkında çok ve derinlemesine okumalar yapmaları olabilir. Bu nedenle okuyucuların, araştırmacının ne anlatmak istediğini doğru bir şekilde anlamaları için farklı kaynaklar aracılığıyla elde edilen veriler birbirini destekleyecek şekilde bütünsel olarak sunulur. Araştırmacının bulgularını güvence altına aldığı bu süreç "Üçgenleme (triangulation)" olarak adlandırılmaktadır. Üçgenlemede önemli olan, bulguların doğru anlaşılması için en az üç farklı şekilde teyit edilmesidir. Üçgenleme veri üçgenlemesi, araştırmacı üçgenlemesi, kuramsal yapı üçgenlemesi farklı şekillerde ele alınabilir. Böylelikle araştırmacı bulgularının okuyucuyu tarafından anlatmak istediği gibi anlaşıldığını ya da yanlış yorumlanmadığını garanti altına almış olur [149]. Ayrıca durum çalışmalarının niteliğini güçlendirmek araştırmanın geçerlik ve güvenirliğini sağlamak ile mümkündür [147]. Bir araştırmanın geçerlik ve güvenirliği için yapılması gerekenler üçgenleme ile sınırlı değildir. Bunun için literatürden derlenen gereklilikler şu şekilde sıralanabilir [155, 166, 167]:

- Veriler arasında destekleyici bir kanıt zincirinin oluşturulması,

- Elde edilen sonuçlara nasıl ulaşıldığının ayrıntılı bir biçimde açıklanması, okuyucunun sonuçları ortaya çıkaran bulgu ve kanıtları rahatlıkla ulaşabileceği şekilde sunulması,
- Uzman görüşüne başvurulması,
- İncelenen durum sayısının azami çeşitliliğe sahip olması veya durumların tipik ve örnek bir modeli temsil etmesi,
- Araştırmanın yoğun bir şekilde tanımlanması,
- Çalışma sürecinin detaylı bir şekilde açıklanması, araştırma boyunca yapılan işlemlerle ilgili ayrıntılı ve anlaşılır bilginin sunulması

Yukarıdaki açıklamalar dikkate alınarak bu araştırmanın geçerliği ve güvenirliğini artırmak için yapılan çalışmalar Çizelge 3.6'da verilmiştir.

Çizelge 3.6 Araştırmanın geçerliği ve güvenirliği için yapılan çalışmalar

Geçerlik Türleri ve Güvenirlik	Yapılan Çalışma
Yapı Geçerliği	• Verilerin görüşme, gözlem ve yazılı dokümanlar yöntemleriyle toplanması (veri üçgenlemesi) • Veri analizinin bir bölümünün farklı araştırmacılar tarafından yapılması (araştırmacı üçgenlemesi) • Verilerin birbiriyle bağdaştırılarak açıklanması (kanıt zinciri)
İç Geçerlik	• Veri toplama araçlarının uzman görüşü ve literatür dikkate alınarak geliştirilmesi • Veri analizinin bir kısmının bir uzman tarafından teyit edilmesi • Araştırma sürecinin detaylı bir biçimde sunulması
Dış Geçerlik	• Bulguların öğretmen açıklamaları, yazılı verileri ve çalıştay kayıtları ile birlikte detaylı bir biçimde sunulması
Güvenirlik	• Araştırma sürecinin detaylı bir biçimde açıklanması • Veri analizinde Miles ve Huberman'ın [165] kodlayıcı güvenirliği formülünün kullanılması • Tüm araştırma sürecinde uzman görüşünden faydalanılması

Yukarıdaki çalışmalar ile birlikte araştırmanın geçerlik ve güvenirliğinin sağlandığı düşünülmektedir.

4. BULGULAR

4.1. Öğretmenlerin Matematiksel Modelleme Hakkındaki Ön Bilgileri

Bu başlık altında ilk araştırma sorusu olan "Öğretmenlerin matematiksel modelleme eğitimi almadan önce modellemeye yönelik bilgileri nelerdir?" sorusuna yönelik bulgulara yer verilmiştir. Birinci araştırma sorusuna cevap vermek için çalıştaydan önce yapılan birinci ve ikinci görüşmeler (EK 1 ve EK 2) esas alınmıştır.

Matematiksel modelleme ile ilgili herhangi bir eğitim almayan öğretmenlerin formal olarak matematiksel modellemenin tanımını yapmalarını beklemek doğru değildir. Öyle ki araştırmaya katılan tüm öğretmenlerin "Matematiksel modelleme sizce ne olabilir?" sorusuna verdikleri cevaplar matematiği somutlaştırmaya yönelik; matematiksel modelleme algılarının "matematiği modelleme" şeklinde olduğunu göstermektedir. Her ne kadar matematiksel modellemeyi bilmeseler de matematiksel modelleme problemleri ile karşılaştıklarında probleme ilişkin görüşleri ve geleneksel problemlerden ayırt edip edemedikleri öğretmenlerin matematiksel modellemeye bakış açılarını belirlemek açısından önemlidir. Elde edilen veriler öğretmenlerin matematiksel modelleme problemlerini geleneksel problemlerden farklı olduğunu ayırt edebildiklerini göstermektedir. Ancak bu farklılıklar her öğretmen için aynı olmadığı gibi olumlu ve olumsuz olması açısından da değişkenlik göstermektedir.

Yapılan analizler sonucunda öğretmenlerin eğitim almadan önce matematiksel modellemeye yönelik fikirleri *Matematik-Gerçek Yaşam İlişkisi, Matematikselleştirme* ve *İyi Bir Matematik Probleminin Özellikleri* başlıkları altında incelenmiştir.

4.1.1. Matematik - Gerçek Yaşam İlişkisi

Öğretmenlerle yapılan bireysel görüşmelerde öğretmenlerin matematik ile gerçek yaşam arasında nasıl ilişki kurdukları ve gerçek yaşam problemlerini matematikte nasıl ele aldıklarına yönelik sorular sorulmuştur. Bunun yanı sıra görüşmeler sırasında yaptıkları açıklamalar ve verdikleri örneklerden öğretmenlerin matematik-gerçek yaşam algıları tespit edilmeye çalışılmıştır. Bu doğrultuda öğretmenlerin matematik ile gerçek yaşam arasındaki ilişkiyi dört farklı şekilde kurdukları görülmüştür (Çizelge 4.1).

Çizelge 4.1 Öğretmenlerin matematik – gerçek yaşam ilişkisine yönelik görüşleri

Matematik – Gerçek Yaşam İlişkisi	**Açıklama**
Günlük hayat durumlarını geleneksel örneklerde kullanma	Öğrencilerin ilgisini çekmek amacıyla onların hayatlarını ya da güncel olayları kullanmaya yönelik yapılan açıklamalar ve verilen örnekler
İçinde sayısal işlemler olan günlük hayat durumlarını kullanma	Günlük hayatta karşılaşılan ve içinde doğrudan matematiksel hesaplamaların yer aldığı durumlara yönelik yapılan açıklamalar ve verilen örnekler
Farklı disiplinlerdeki matematiği kullanma	Farklı disiplinlerde yer alan matematiğe yönelik yapılan açıklamalar ve verilen örnekler
Metafor oluşturma	Soyut olan kavramları somut ya da bilinen kavramlar yöntemiyle çocuklar için anlamlı hale getirmeye yönelik yapılan açıklamalar ve verilen örnekler

Çizelge 4.1'de özetlendiği gibi öğretmenler matematik ile gerçek yaşam ilişkisini farklı şekillerde ele almaktadır. Öğretmenlerden öncelikle gerçek yaşam problemini tanımlamaları istenmiştir ve elde edilen bulgular öğretmenlerin gerçek yaşam ile günlük hayat kavramlarını benzer ya da aynı anlamda kullandıklarını göstermektedir. Örneğin, Meriç öğretmen öğrencilerin yorum yapabilmeleri için sınıfta kendi hayatlarından örnekler kullandığını belirtmiş ve sözlerine şöyle devam etmiştir:

> *"Mesela 5. Sınıflarda kesirleri anlatıyorsak, onun anlayacağı bir şey, çok basit bir örnektir. Belki yüzlerce yıldır bu şekilde kullanılıyordur ama ekmek örneği çok önemli bir örnek bence. Hani günlük hayatta kullandığımız herkesin anlayabileceği bir şey. Bazen pasta örneği veriyoruz mesela köyde çalışırken ama pastayı tam konumlandıramıyor çocuk. Belki televizyonda falan görmüş oluyor ama. Günlük hayatta bu kadar yapabiliyoruz aslında."* (Meriç)

Meriç öğretmenin derslerinde gerçek yaşam kavramını günlük hayata indirgeyerek daha sağlam bir ilişkilendirme yapmaya çalıştığı anlaşılmaktadır. Benzer şekilde Ayla öğretmen, öğrencilerine matematiği öğrencilerin günlük yaşamından örneklerle anlatmanın daha anlamlı olduğunu ifade etmiştir. Örneğin, öğrencilerinin *"Bir öğrenci önce soruların 1/2'sini sonra 3/5'ini yapıyor. Toplamda soruların kaçta kaçını yapmış olur?"* sorusunu anlamakta bile zorlandıklarını belirterek çöğrencilerine şu şekilde açıklama yaptığını söylemiştir:

> *"Farz edin ki kantine gittiniz. Kantinden 5 liralık bir defter, 10 liralık da bir kitap aldınız. Kantinciye ne kadar ödeyeceğinizi bulmak için hangi işlemi kullanırsınız?" Ondan sonra toplama cevabı geliyor. Eee bu da aynı mantık diyorum."* (Ayla)

Fırat öğretmen ise günlük hayat problemlerinin matematiği somutlaştırmak adına daha etkili olduğunu düşünmekle birlikte gerçek yaşam durumlarının matematikte kullanılması gerektiğine inanmaktadır. Örneğin ikinci görüşme sırasında Erozyonla Mücadele problemi hakkında konuşurken,

> *"(...)"1 dönüme 3'er metre arayla kaç ağaç dikilebilir?" Bu soru matematik sorusu. Direkt oraya bir 1 dönümlük (...) kare ya da dikdörtgen gibi basit, klasik bir şekil çizip bunun içini noktalarla doldurmaktansa bir araziyi ağaçlandırmak… İşte gerçek matematik problemi bu(dur). Günlük hayatla iç içe… Biz bu kısmı (matematiği günlük hayatla ilişkilendirme) da öğrenirsek (...) işte harika bir çözüm getireceğiz erozyona belki de…"*

şeklinde bir değerlendirme yapmıştır. İlk etapta erozyonun genel olarak önemli bir tehdit olduğunu düşünmesi açısından problemi gerçek yaşam problemi olarak değerlendirdiği, devamında ise problem durumunu yine yaşadığı çevreye bağlayarak günlük hayat ile ilişkilendirdiği görülmektedir. Fırat öğretmenin öğrencilerin daha iyi anlayabildiklerini düşündüğü için derslerinde ağırlıklı olarak günlük hayat durumlarına yer vermesinden dolayı görüşmeler sırasında da bu örnekleri tercih ettiği düşünülebilir.

Yukarıda da belirtildiği gibi öğretmenler matematik ile gerçek yaşam arasındaki ilişkiyi farklı şekillerde kurmaktadırlar. Konu anlatımında veya problemlerde en çok günlük hayat durumlarını ya da güncel olayları kullandıklarına yönelik bulgular elde edilmiştir.

Aras öğretmen ile Ayla öğretmen matematiği içinde doğrudan sayısal hesaplamaların yapıldığı günlük hayat problemleri ile ilişkilendirmişlerdir. Bu durum aşağıdaki diyalog ile örneklendirilebilir:

> ***Araştırmacı (1):****(…) derslerinizde gerçek yaşam problemi kullanıyor musunuz?*
> ***Aras:*** *Hiç düşünmedim ama ders aşamasında karşılaştığımız zamanlar oluyordur herhalde o zaman da kendisine matematiğin ne kadar yardımcı olabileceğini söylüyoruzdur ama şimdi herhangi bir örnek aklıma gelmiyor. Ne olabilir? (…) alt basamaklarda (sınıflarda) 4 işlem (var). Biz ortaokul olunca 4 işlem çok lazım olmuyor ama (tabi)… Artık onları geçmiş oluyorlar. 4 işlemi ilişkilendirmek zaten çok kolay oluyor. İşte pazarda, çarşıda, manavda… Onlar kolay oluyor. Bizimkiler ile ilgili ne olabilir? (düşünüyor) İşte şey… Diyelim ki herhangi bir alış veriş yapmaya gittiniz. Orada indirim yüzdesini verdi. Acaba o indirimi yapan adam oranı doğru hesaplamış mı, hesaplamamış mı? Ücret olarak daha çok mu aldı daha az mı aldı?” şeklinde bunu hesaplayabilirsiniz. Bu da matematiğin şeye (günlük hayata) yansıması olabiliyor.*

Yukarıdaki açıklamalarından da anlaşılacağı üzere Aras öğretmen gerçek yaşam problemlerinin matematik dersinde kullanılmasına yönelik görüşleri sorulduğunda bu konuyu daha önce düşünmediğini belirtmiş ve örnek vermesi istendiğinde ise bir süre düşündükten sonra örnek verebilmiştir. Aras öğretmenin aksine diğer tüm öğretmenler matematiğin gerçek yaşamla ilişkilendirilmesi hakkındaki görüşlerini doğrudan açıklamış, hatta henüz sorulmadan görüşlerini örnek durumlar ile desteklemişlerdir.

Ayla öğretmenin *“Matematik öğrenmek bizim ne işimize yarayacak diye sorduklarında günlük hayatta karşılaştığımız örnekler veriyorum onlara. Genelde bakkal hesapları oluyor bunlar. Köyde çalıştığım için çocukların belki tek kullandıkları yer bakkal ortamı. Oradan örnekler veriyorum.”* ifadesinden Aras öğretmen gibi içinde doğrudan matematiksel hesaplamaların olduğu alış veriş problemlerini kullanarak öğrencilere matematiğin gerçek hayattaki karşılığını anlatmaya çalıştığı görülmektedir.

Matematiği gerçek yaşamla ilişkilendirirken Zühre, Seyhan ve Ayla öğretmenlerin farklı disiplinlerden örnekler kullandıkları, farklı derslerde öğrencilerin karşılaştıkları durumları matematiksel olarak ele aldıkları tespit edilmiştir. Örneğin, Zühre öğretmenin bu konudaki düşünceleri verdiği şu örneklerle ve açıklamalarla net bir şekilde görülmektedir:

> *"Mesela rasyonel sayıları anlatırken notalar; dörtlük nota, yarım (nota), çeyreklik falan… O şekilde notalardan örnekler vererek müziği de resmi de o şekilde anlatıyorum yani. (…) Mesela müzik ve matematiğin çok alakası yokmuş gibi gözükür ama aslında müziğin içinde de matematik vardır. Yani mesela o tellerin kalınsa daha kalın ses çıkarması, inceldikçe sesinin tiz olması… Yani müzikte de matematik kullanılıyor."* (Zühre)

Seyhan öğretmenin de "*Ben(ce) matematik Beden Eğitiminden tutun bütün derslerde kullanılabilir. Müzikte ölçü bilimlerine kadar… Yani yarım notanın 1/2; çeyrek notanın 1/4 olduğu… (…) Beden Eğitiminde örüntülere kadar gidilebildiğini gördüm. Aslında uygulayabilen ya da başarabilen öğretmenler matematiği her alanda kullanabiliyor.*" şeklindeki görüşleri yine matematiğin diğer disiplinler aracılığıyla gerçek yaşamla ilişkilendirilmesine örnek olarak gösterilebilir. Ayla öğretmenin verdiği örneklerden biri ise "*(...) geçen derste koordinat düzlemi konusunu anlatıyordum yedilerde (7. Sınıf). "Koordinat ne demek hocam?" diyorlar. İşte bu sefer başladık coğrafi konum nedir, Türkiye'nin konumu neredededir Dünya üzerinde. İşte çocuklara bunu (anlatmak için) meridyenler, paraleller kavramlarına girdim. Oradan bağdaştırdılar."* şeklindedir. Görüldüğü gibi öğretmen koordinat sistemi konusunu coğrafya dersindeki coğrafi konum konusuyla ilişkilendirerek öğrenciler için anlaşılır hale getirmeye çalışmaktadır.

Öğretmenlerin matematik ile gerçek yaşam durumlarını yukarıdaki gibi ele almalarının yanı sıra Ayla ve Zühre öğretmenin bunlardan farklı olarak bir de metafor oluşturdukları görülmüştür. Örneğin, işlem önceliği konusunda Ayla öğretmen matematiği nasıl günlük hayatla ilişkilendirdiğini aşağıdaki gibi açıklamıştır:

> *"(…) ama mesela ben kendi dersimde şöyle bir şey de yapıyorum bazen. 6. sınıfların işlem önceliği konusu; mesela "Çocuklar önce hangi işlemi yaparsınız?" sorusunu ilgi uyandırmak için tahtaya bir kavşak çiziyorum;*

cadde falan… (…) Dört tane sokağın birleştiği bir kavşak… İşte bu kavşakta bir ambulans, bir polis arabası, bir itfaiye, bir de kendi aracımız olsun diyorum. Önce burada hangisinin geçmesine izin verirsiniz? Tabi çocuklar ambulans diyor. İşte ambulans bizim için üslü sayılar diyorum. Sonrakinde itfaiye… O bizim için parantez içi diyorum. Sonrası bölme, çarpma… Bu şekilde işte günlük hayata da değinmiş oluyorum (…)"

Zühre öğretmen ise toplamları sabit olan iki sayının birbirine yaklaştıkça çarpım değerinin artacağını anlatırken "*İki kişinin tartıştığını düşünün. Herhangi bir konuyla alakalı tartıştıklarını düşünün. İkisi de ne kadar sinirliyse yani sinir dereceleri birbirlerine ne kadar yakınsa çatışmanın şiddeti o kadar büyük oluyor. Matematikte de böyledir. Toplamları aynı olan iki sayı birbirine ne kadar yakınsa çarpımları o kadar fazladır."* örneği ile matematiksel olarak anlaşılmasının zor olduğunu düşündüğü bir kuralı gerçek hayatta karşılaşılabilecek bir olay ile bağdaştırarak somutlaştırmaya çalıştığı görülmektedir. Bu öğretmenlerin özellikle soyut olan kavramları somut ya da bilinen kavramlar yöntemiyle çocuklar için anlamlı hale getirmeye çalıştığı düşünülmektedir. Bunun için de gerçek hayat durumlarını kullandıkları anlaşılmaktadır.

Öğretmenlerin derslerinde gerçek yaşam durumlarının ya da problemlerinin kullanılmasına yönelik görüşleri genel olarak incelendiğinde öğrencilerin matematiği anlamaları için günlük hayatla ilişkilendirmenin önemli bir etkiye sahip olduğunu düşündükleri görülmektedir. Bu ilişkilendirmeyi nasıl yaptıklarına ilişkin bulgular her öğretmenin farklı yöntemler kullandıklarını göstermektedir. Öğretmenlerin kullandıkları ilişkilendirme yöntemleri Çizelge 4.2'de verilmiştir.

Çizelge 4.2 Öğretmenlerin matematik – gerçek yaşam ilişkisi kurarken kullandıkları yöntemler

Kodlar / **Öğretmenler**	Günlük hayat durumlarını geleneksel örneklerde kullanma	İçinde sayısal işlemler olan günlük hayat durumları	Farklı disiplinlerdeki matematiği kullanma	Metafor oluşturma
Aras	✓	✓		
Ayla	✓	✓	✓	✓
Fırat	✓			

Çizelge 4.2 (devam)

Meriç	✓			
Seyhan	✓		✓	
Zühre	✓		✓	✓

En çok karşılaşılan ilişkilendirme şekli öğrencilerin derse olan ilgilerini artırmak adına seçtikleri örneklerde onların hayatına yönelik kavramların kullanılması şeklindedir. Örneğin, "3 ile 5'in toplamı kaçtır?" yerine sınıftan bir öğrenci olan Ahmet'in adını kullanarak "Ahmet, kırtasiyeden 3 liraya bir defter, 5 liraya da bir kalem seti aldığına göre kaç lira ödemesi gerekir?" şeklinde matematiksel problemleri ya da konuları hikâyeleştirerek öğrencilere sunmaktadırlar. Ayrıca içinde doğrudan sayısal hesaplamaların olduğu alış veriş, hız, yaş problemleri gibi problemleri de özellikle günlük hayat bağlamında ele aldıkları görülmüştür. Özellikle Aras öğretmenin matematik ile gerçek yaşam ilişkisini sadece bu şekilde değerlendirdiği tespit edilmiştir. Öğretmenlerden üçünün (Zühre, Ayla ve Seyhan) farklı disiplinler aracılığıyla gerçek yaşam ilişkisi kurdukları; Zühre ve Ayla'nın bir de metaforlardan yararlandıkları elde edilen sonuçlar arasındadır. Zühre öğretmenin katılımcılar içinde gerçek yaşama en çok vurgu yapan öğretmen olduğu söylenebilir. Bulgular Meriç öğretmenin de matematiğin gerçek yaşamdan bağımsız olduğunda soyut kaldığı ve anlaşılması için mutlaka somutlaştırılması gerektiğini önemsediğini göstermektedir. Öyle ki, gerçek hayat karşılığının olmadığını düşündüğü konularda dahi öyleymiş gibi öğrencilere anlatmak zorunda kaldığını şu şekilde açıklamıştır:

> *"Bazen soyut kalıyor. O zaman biz de çaresiz kalıyoruz. Mesela kareköklü sayıları anlatırken bunu günlük hayatla ilişkilendirmek biraz daha zor oluyor. Bir örnek yazıyor mesela kitapta. $20\sqrt{7}$ cm'lik bir çubuğu $2\sqrt{7}$ cm'lik parçalara ayıracağız. Ama tam olarak ölçemeyiz $\sqrt{7}$'yi. Bunu ifade etmek biraz soyut kalıyor. Onu da gerçek değerler üzerinden söylüyoruz. Bunu tam bir değer gibi, elimizde $\sqrt{7}$'yi ölçecek bir şey varmış da onunla ölçüyormuşuz gibi söylüyoruz."*

Görüldüğü gibi matematiğin daha anlamlı ve etkili öğretilebilmesi için gerçek yaşamla ilişkilendirilerek sunulması gerektiği konusunda öğretmenler hem fikirdir.

Ayrıca bu tür ilişkilendirmelerin öğrencilerin motivasyonlarını artırdığı ve derse olan ilgilerini canlı tuttuğu öğretmenlerin ortak görüşüdür. Zühre öğretmenin,

> *"... Ben sınıflara göre, öğrencilere göre, ders işlerken onların ilgi alanlarına göre örnekler seçiyorum. Mesela benim bir sınıfım var, futbola çok düşkün oradaki erkek öğrenciler. Ben soruları seçerken mesela bazen futbolla ilgili sorular soruyorum. Onları derse daha çok çekebilmek için. Mesela özellikle negatif sayılarla pozitif sayıları anlattığımız zaman (...) "Şu takım şu kadar gol atmış, şu kadar gol yemiş. İşte averajını nasıl hesaplayacaksınız?" tarzında sorular sorarak günlük hayatı matematikle birleştirerek bu şekilde anlatmaya çalışıyorum."* (Zühre)

şekildeki açıklaması buna örnek olarak verilebilir. Benzer şekilde Ayla öğretmenin,

> *"(...) En basitinden onların adını kullanıyorum sorularda ya da kendi adımı kullanıyorum. Çocukların da bir nevi hoşuna gidiyor, dikkatlerini çekiyor yani. (...) En basit (örnek); geçen (gün) kantinle ilgili bir hesaplama sorusu yaptırdım mesela. Çikolata örneği verdim, sonra gittim çikolata aldım çocuklara. Hoşlarına gitti."* (Ayla)

açıklaması ile günlük hayat örneklerinin derse katılımı artırma adına öğrenciler üzerinde etkili olduğuna inandığı söylenebilir.

4.1.2. Matematikselleştirme

Matematiksel modelleme gerçek yaşam durumlarının matematikselleştirilerek çözüme ulaştırılmasıdır ve sadece gerçek yaşam durmunun matematik diline çevrilmesi anlamı taşımamaktadır. Gerçek yaşam problemlerinin matematiksel semboller aracılığıyla matematik dünyasına transfer edilmesinden öte matematikselleştirme bu durumun matematik aracılığıyla çözülebilmesi anlamı taşımaktadır. Öğretmenlerin matematiksel modelleme eğitimi almadan önce matematik ile gerçek yaşam durumları arasındaki ilişkiyi farklı şekillerde ele aldıkları belirlenmiştir. Matematiksel modelleme problemlerindeki (Organ Nakil Merkezi ve Okul Partisi) gerçek yaşam durumlarını matematikselleştirerek çözüm üretme süreçleri incelendiğinde ise öğretmenlerin farklı yaklaşımlar sergiledikleri görülmüştür. Ayrıca ikinci görüşmede problem setini değerlendirirken gerçek yaşam durumlarının matematikselleştirerek çözülmesini, matematik diline çevrilerek çözülmesi gibi algıladıkları söylenebilir. Bu bağlamda veriler analiz edilirken üç kod ortaya çıkmıştır. Bu kodlar "problem durumunu anlama", "problemin açık uçlu olması", ve "veri eksikliği" şeklinde belirlenmiş ve matematiksel modellemenin temel özelliklerinden biri olan "matematikselleştirme" altında değerlendirilmiştir (Çizelge 4.3). Bu temel kod altında öğretmenlerin problem durumunun anlaşılması ve matematikselleştirerek çözülmesine yönelik performansları ve görüşleri incelenmiştir.

Çizelge 4.3 Öğretmenlerin matematikselleştirmeye yönelik görüşleri

Matematikselleştirme	**Açıklama**
Problem durumunu anlama	Problemde istenenin ne olduğunu anlamaya yönelik görüşler
Açık uçlu olma	Problemin varsayımlara ve tahminlere dayalı olması ile farklı ve özgün çözümlere açık olmasına yönelik görüşler
Sınırlı veri	Problemin çözülebilmesi için verilerin (bilgi ve sayısal veri) tam olması gerektiğine yönelik görüşler

Görüşmeler sırasında Seyhan öğretmen hariç tüm öğretmenlerin özellikle içinde matematiksel unsurlar (sayısal veri, geometrik şekil, grafik vb.) barındırmayan gerçek yaşam problemlerini matematikselleştirmede sorun yaşadıkları tespit edilmiştir. Organ Nakil Merkezi problemine yönelik bulgular Aras öğretmenin bunun matematik dersine ait bir problem olmadığını; Meriç ve Ayla öğretmenlerin farklı disiplinlerle birlikte matematik problemi olduğunu düşünmelerine rağmen matematiksel bir çözüm önerisi sunamadıklarını, Zühre ve Fırat öğretmenlerin ise problem durumunu net bir şekilde matematikselleştiremediğini göstermektedir. Okul Partisi probleminde ise Meriç, Zühre ve Seyhan öğretmenler zorluk yaşamazken Aras, Ayla ve Fırat öğretmenlerin matematikselleştirmede başarılı olamadıkları söylenebilir.

Organ Nakil Merkezi problemini değerlendirirken Aras öğretmen problemin ilk etapta Sosyal Bilimler dersine ait bir problem olduğunu, biraz düşündükten sonra problemin çözülebilmesi için matematiğe ihtiyaç duyulduğunu belirtmiştir. Ancak öğretmenin problemle ilgili olarak,

> *"(...) Çözümünde de matematiksel bir durum olarak "Hangi ilde veya yakınlarındaki illerde daha fazla organ bağışı bekleyen hasta var? Mesela İstanbul'a yakın illerde ve İstanbul'da ne kadar böbrek hastası var?" İzmir ve Ankara için (de) aynı istatistiksel bilgileri toplamak için yine matematiksel beceri gerekiyor. Matematikle alakalı olabilir. Fen bilgisi veya tıp alanıyla da alakalı olabilir.*"

şeklinde yaptığı açıklamadan öğretmen için matematiğe ihtiyaç duyulmasının sayısal veri toplamaktan ibaret olduğu anlaşılmaktadır. Aras öğretmenden farklı olarak Ayla öğretmen, problem metninde yer alan sayısal verilerden dolayı bunun bir matematik problemi olduğunu düşünmektedir. Araştırmacı ile öğretmen arasında geçen diyalog Ayla öğretmenin problem durumunu matematikselleştiremediğini açıkça göstermektedir:

> ***Ayla:*** *Sayısal veri verdiği için zaten direk matematikle ilişkili oluyor. Yer… Türkiye'nin bazı illerini verdiği için az çok bu illerin nerde olduğunu öğrenci düşünürse coğrafyaya giriyor. Organ bağışıyla ilgili bilgi verdiği için fenle de alakalı.*
> ***Araştırmacı 1:*** *Buradaki matematikle ilgili öğretilmek istenen kavram ya da konu ne olabilir?*
> ***Ayla:*** *Yani kişi sayısı yani ortalama insanların organ bağışı yapan insan sayısının verilmesi olabilir.*
> *…*
> ***Araştırmacı 1:*** *(...) Merkezin nereye yapılması sorulsa burada matematik kullanabilir misiniz ya da matematik dışında çözebilir misiniz bunu?*
> ***Ayla:*** *Ankara derdim. Ankara'ya yakın olması, başkent olmasından dolayı.*

Öğretmenin bu çözüm yaklaşımı ulaşımın en kolay olacağı şehrin tercih edilmesine yönelik olup matematikten uzaktır. Hatta problemin matematik ile ilişkili olduğunu söylemesine rağmen problem durumunda yer alan sayısal verileri de dikkate almadığı açıktır. Araştırma verilerine göre Ayla öğretmen için problem durumu *tam teşekküllü bir organ nakil merkezinin olmaması*dır. Dolayısıyla öğretmenin problem durumunu anlamadığı da görülmektedir. Meriç öğretmen ise problemin Fen ve Sosyal Bilimler derslerinin de ele alındığı bir matematik problemi olduğunu ifade etmiş ve problem durumunu *"Bizden istenen organ nakli için yapılacak merkezin en uygun nereye yapılması gerektiğini belirlememiz."* şeklinde doğru ifade etmiştir. Problemi nasıl bir çözüm stratejisi kullanarak çözmek istediği sorulduğunda,

> *"Ben her şeyin İstanbul, Ankara'ya yapılmasına karşıyım zaten. Çünkü insanlar oraya gittikleri zaman bütün resmi kurumlar orada olduğundan en iyi şeyi bile düşünürseniz yer problemi yaşıyorlar. Bu yüzden herkesin rahatlıkla ulaşabileceği, ulaşımın daha kolay olabileceği bir yer tespit edilebilir yani. Herkese eşit mesafede..."*

şeklinde bir açıklama yapmıştır. Öğretmenin matematik problemi olarak gördüğü bir probleme matematiksel bir çözüm yaklaşımı sunmaması problem durumunu matematikselleştiremediğinin bir göstergesi olduğu düşünülmektedir. Üç öğretmenin de (Aras, Ayla ve Meriç) problemin çözümü için gerekli olan matematiği fark edemediği söylenebilir.

Fırat öğretmen Organ Nakil Merkezi probleminde farklı disiplinlerin bir arada olduğunu belirtirken, matematik ile olan ilişkisini *"(...) Konum belirlemek matematikle ilgili bir ilgisi olan bir kavram.*" olarak görmektedir. Çözüm stratejisini anlatırken de "*Burada ana mantığın (...) burada yaşayan nüfusun fazlalığı, ulaşım imkânları da fazla. Burada hem hasta sayısı fazla hem de bağış yapacak kişilerin sayısı daha fazla.*" , "*İstanbul'a yakın olacak, İstanbul Türkiye'nin en büyük şehridir. On beş milyon nüfusu var en az. Ankara'ya da yakın olacak çünkü İstanbul'da hastalanan birinin oraya yetiştirilmesi lazım Ankara'dan ya da İzmir'den ama sadece bunlar da yok sonuçta diğer illerden de gelecek.*" ve "*Yani benim başlıca dikkate alacağım şeyler bunlar. Özellikle nüfus, nüfustan dolayı ulaşım… Sağlık problemi yaşanabilir bir yerin ulaşılabilir bir yer olması lazım.*" gibi ifadelerle bir yandan problemi çözmek için dikkate alacağı değişkenlerden bahsederken öte yandan var olan durumu matematikselleştirmeye çalıştığı görülmektedir. Zühre öğretmenin de problem hakkındaki yorumlarından matematikselleştirme konusunda kısmen de olsa başarılı olduğu söylenebilir:

> *"(…) günlük hayat problemi ama matematik becerisi de gerektiriyor. Çünkü hem hani nüfus yoğunluğunu düşünerek çözmemiz gerekiyor hem ulaşım problemini düşünerek çözmemiz gerekiyor. (…) Türkiye haritasının yerlerini, konumlarını hani hangi paralel, hangi meridyen, hangi noktada olması gerektiği sosyal dersiyle de alakalı."*(Zühre)

Seyhan öğretmen diğer öğretmenlerden farklı olarak problemdeki gerçek yaşam durumunu matematikselleştirmede başarılı bir performans sergilemiştir. Problemin farklı disiplinlerle ilişkili olmasına rağmen esasında bir matematik problemi olduğunu söyledikten sonra matematik ile *"(…) dediğim gibi coğrafi konum, istatistik, aslında biraz da geometrideki şeylere (konulara) de giriyor. Ben ona da girerdim yani geometrik konuma. Konum okuma, analitik sistem, analitik geometriye girebiliriz. Koordinat sistemlerine girebilir."* şekilde bir ilişkilendirme yapmıştır. Problemi çözmek için nasıl bir strateji kullanılacağı sorulduğunda;

> *"Öncelikle şöyle diyeyim, harita getirirdim bunların (illerin) konumlarını işaretler, ondan sonra coğrafi olarak hangi konumun daha etkili olabileceğini (sorabilirdim). Haritada üçgende ağırlık merkezinin nerede olabileceğini sorabilirdim. Mesela onun dışında bölgelerin coğrafi konumları ya da şeyleri (nüfuslarını) çıkartıp (bulup) nüfus sayılarını oranlardım. En son istatistiği konuştururdum. Yani mesela İzmir ilinde hasta sayısı kaç, bağış sayısı kaç? Bunu buna oranlayıp ondan sonra bir puan verirdim illere. Buna göre puanı en yüksek olan ile kurulması bence daha mantıklı olur."*

şeklinde bir çözüm stratejisi sunması gerçek hayattan kopmadan problemi matematikselleştirerek çözebileceğini göstermektedir. İkinci görüşmede de Okul Partisi problemini öğrencilerinden nasıl bir çözüm beklediği sorulduğunda,

> *"Yani aslında beklentim şu olurdu. Yani kendi kafalarından herhangi bir şekilde mesela bir kroki (…) çizip ondan sonra (…) kişi başına düşen ortalama alan… Yani bir kişinin ortalama kaç metrekare yer kaplayacağını bilirlerse bunlar üzerinde nasıl yerleştirme yapabileceklerini bilirler. Böyle düşünüyorum. Mesela alan dairesel bir model olursa da (…) bunu kareye tamamlayıp çemberin teğet noktalarını çizip ondan sonra kareleri yerleştirip arta kalan alanlarda da bir şeyler yapabileceklerini (düşünüyorum). Bu biraz üst düzeye kaçtı ama en azından ben öyle düşünüyorum. (…) Çok güzel şeylerin çıkacağına da emin olduğum bir soru yani..."*

gibi bir açıklama yapmıştır. Öğrenciden beklediği çözüm stratejisi öğretmenin probleme bakış açısını ortaya koymaktadır. Seyhan öğretmenin bu problemde de matematikselleştirmede başarılı olduğu görülmektedir. Okul Partisi probleminde matematikselleştirmeyi yapabilen diğer öğretmenler Zühre ve Meriç olmuştur. Problemde nasıl bir çözüm stratejisi kullanılabilecekleri sorulduğunda, öğretmenlerin varsayımlarda bulunarak değişkenlerini belirlediği, zihinsel model oluşturduğu ve problem durumunu matematikselleştirerek çözmeye çalıştıkları görülmüştür. Ancak Aras, Ayla ve Fırat öğretmenler problemin eksik olduğu, gerekli bilgiler verilmediğinde mevcut haliyle çözülemeyeceği yönünde açıklamalar yapmışlardır. Örneğin aşağıdaki diyalog Aras öğretmenin problemi matematikselleştiremediğini göstermektedir:

> ***Aras:****(...) Çocukların o alana kaç insan gelebileceğini düşünmesi, alanla insanın kapladığı alanın ilişkisini sezdirmek için belki kullanılabilir. Ama tabi (daha önce de) dediğim gibi sayısal bir beceri istemiyor. Burada sadece o düşünceyi, alan düşüncesini, hissettirmek için olabilir. (...) Tabi, çocuklar buna çok da kaile almayacaklardır. Hemen sayısal beceri isteyen problemleri isteyeceklerdir. (...)*
> ***Araştırmacı:*** *Sayısal beceri istemiyor derken, içinde sayısal verilerin olmamasından dolayı mı böyle söylüyorsunuz?*
> ***Aras:*** *Evet.*

Benzer şekilde Fırat öğretmenin bu konuda başarılı olamadığı şu ifadelerinden anlaşılmaktadır:

> *"Okul Partisi problemi açıkçası çok açıklayıcı bir soru değil gibime geliyor. Çünkü burada (Erozyonla Mücadele) şimdi ağaçlar arasındaki mesafe belli, ne yapmak istediğimiz belli. Burada (Zemin Döşeme) zemine döşeyeceğimiz kare taşların boyutları belli, zeminlerin ebatları belli, ne yapacağımız açık. Burada (Okul Partisi) ne yapacağımız açık değil. Şimdi ben nasıl organize edeceğim, nasıl düzenleyeceğim?"*

Fırat öğretmenin öğrenciler arasındaki mesafenin kaç metre olması gerektiği, okul bahçesinin boyutları, sahneye ayrılacak alan gibi bilgilerin net değerlerinin verilmemiş olmasının problemin anlaşılmaz olmasına neden olduğunu belirtmesi matematikselleştirmede başarılı olamadığı sonucunu desteklemektedir. Ayla öğretmenin de bu görüşe sahip olduğunu gösteren bulgular elde edilmiştir.

Çizelge 4.4 Öğretmenlerin problemlere göre matematikselleştirme yapma becerileri

Problemler / Öğretmenler	Organ Nakil Merkezi			Okul Partisi		
	Problem durumunu anlama	Açık uçlu olma	Sınırlı veri	Problem durumunu anlama	Açık uçlu olma	Sınırlı veri
Aras	X	X	X	✓	X	X
Ayla	X	X	X	✓	X	X
Fırat	✓	✓	✓	✓	X	X
Meriç	✓	X	X	✓	✓	✓
Seyhan	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Zühre	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Çizelge 4.4'te de özetlendiği gibi öğretmenlerin her iki problem için sundukları çözüm yaklaşımlarından Seyhan ve Zühre öğretmenlerin gerçek yaşam problemlerini matematikselleştirmede başarılı oldukları; Fırat ve Meriç öğretmenlerin kısmen başarılı oldukları; Aras ve Ayla öğretmenlerin ise başarısız oldukları söylenebilir. Sadece iki problem üzerinden genel bir yargıya varmak doğru olmasa da görüşmeler sırasında bu bulguları destekleyecek açıklamalar yapmaları ve matematiksel modellemeye yönelik görüşlerine bütün olarak bakıldığında yanlış bir çıkarım yapılmadığı düşünülmektedir. Oran Nakil Merkezi ile Okul Partisi problemleri karşılaştırıldığında Okul Partisi'ndeki problem durumunun daha yalın olduğu ve bu nedenle tüm öğretmenler tarafından net bir şekilde anlaşıldığı söylenebilir. Organ Nakil Merkezi probleminin disiplinler arası özelliğinin olması Aras ve Ayla öğretmenlerin problem durumunu doğru anlamamalarında etkili olabilir. Her iki problemde de verilerin sınırlı olduğu, problemi çözmek için ekstra bilgiye ihtiyaç duyulduğu tüm öğretmenler tarafından fark edilmiştir. Öğretmenlerin özellikle çözüm stratejilerini anlatırken bu durumu olumlu ya da olumsuz olarak nitelendirdikleri görülmüştür. Örneğin Ayla öğretmen Okul Partisi probleminin bilgi eksikliğinden

dolayı çözülemeyeceğini düşünürken, Seyhan öğretmen öğrencilerin düşünme becerilerini geliştireceği ve özgün çözümlere fırsat tanıdığı için tüm verilerin verilmemiş olmasını önemli bir özellik olarak görmektedir. Fırat ve Meriç Öğretmenlerin ise matematikselleştirmeye yönelik görüşlerinin problemlere göre değişkenlik gösterdiği söylenebilir. Bu başlık altında ele alınan bulgular değerlendirilirken her iki problemin de tüm öğretmenler için yeni olduğu (daha önce derslerinde kullanmadıkları hatta karşılaşmadıkları bir yapıya sahip olduğu) göz ardı edilmemelidir.

4.1.3. İyi Bir Matematik Probleminin Özellikleri

Bu başlık altında öğretmenlerin eğitim almadan önce problem hazırlama ile ilgili görüşleri ve bir matematik probleminin taşıması gereken özellikleri hakkında ne düşündükleri ele alınmıştır. Burada elde edilen bulguların çalışmanın amacının alt yapısını oluşturduğu söylenebilir. Henüz matematiksel modelleme eğitimi almamış, bu tür problemlerle karşılaşmamış öğretmenlerin kaliteli matematik probleminin nasıl olması gerektiği hakkındaki düşüncelerini hazırlayacakları matematiksel modelleme problemlerine nasıl yansıtacakları ve problem hazırlamadaki hazırbulunuşluklarının tespit edilmesi açısından araştırma için önemli olduğu düşünülmektedir.

Öğretmenlerin iyi bir matematik probleminin taşıması gereken özellikleri hakkındaki görüşleri incelendiğinde farklı değerlendirme kriterlerine odaklandıkları; ancak ortak görüşlere de sahip oldukları görülmüştür. Öğretmenlerin dikkate aldıkları kriterlerin kod listesi Çizelge 4.5'te verilmiştir.

Çizelge 4.5 Öğretmenlerin iyi bir matematik probleminde aradıkları özellikler

Öğretmenler / Kodlar	Aras	Ayla	Fırat	Meriç	Seyhan	Zühre
Amaca uygunluk				✓	✓	
Gerçek yaşam			✓	✓	✓	
Günlük hayat		✓				✓
Öğrenci seviyesine uygun				✓		
Öğretici			✓		✓	✓
Dikkat çekici			✓			✓
Düşünmeye sevk etme	✓					
Açık uçlu, yoruma açık			✓		✓	✓
Tek cevaplı		✓				
Net (anlaşılır)		✓	✓			

Çizelge 4.5'te de görüldüğü gibi iyi bir matematik probleminde Aras öğretmen tek bir özellik aramaktadır: problemin düşündürücü olması. Kendisinin nadiren problem yazdığını söyleyen öğretmen bir problem hazırlamak isterse işlemsel problemlerden ziyade öğrencileri düşünmeye sevk edecek problemler hazırlayacağını şu şekilde belirtmiştir:

> "*Bir kere hemen işlemsel beceriyle çıkabilecek, işte hemen dört işlemle çıkabilecek bir soruyu yazmak istemem mesela. Onunla ilgili zaten milyonlarca soru var. Onlara gerek yok. Biraz daha düşünmeleri… Hangi konuyla alakalı ise o konunun detaylarını düşünmesi bile o konuyla ilgili bir şeyler bildiğini hissettirmesi açısından biraz daha düşünmeye yönelik bir üst (düzey) soru sorulabilir ama işlemsel soru sormam. (...) Biraz daha düşünmelerini gerektiren sorular sorabilirim.*"

Öğretmen, görüşme sırasında sık sık problemin düşündürücü olmasına yönelik görüş bildirmiştir. Aras öğretmene göre ulusal sınav sistemlerinde her ne kadar işlemsel problemlerle başarı ölçülse de öğrencilerin bir konuyu anladıklarını görebilmek için bu sorular yetersiz kalmaktadır.

Öğretmenin problemin düşündürücü olması ile ilgili açıklamaları incelendiğinde bu tür problemlerin üst düzey düşünme becerileriyle çözülmesinden öte dikkat gerektiren problemler olduğu anlaşılmaktadır. Araştırmacı ile öğretmen arasında geçen şu diyalog bu çıkarımı desteklemektedir:

> ***Araştırmacı:*** *Peki hocam siz problem hazırlıyor musunuz?*
> ***Aras:*** *Yani biraz yoğun olduğum için çok fazla zaman ayıramıyorum ama ben daha çok var olan problemleri kavramsal olarak ya da düşünce boyutu gelişsin diye çocuklarda, problemin üstünde biraz değişiklik yaparak problem sunabiliyorum.*
> ***Araştırmacı:*** *Bir örnek verebilir misiniz hocam? Aklınıza gelen bir şey var mı?*
> ***Aras:*** *Yani mesela şey… ne olabilir… Üçgen çizimi mesela aklıma şimdi o geldi. Diyelim ki çevresi 10 santimetre olan kaç üçgen çizilebilir şeklinde soru soruluyor. (…) Orada ikizkenar ve eşkenar mı olduğunu çocuklara hissettirmiyor. Ondan sonra mesela ben şu soruyu sorabilirim: "Çevresi 15 santimetre olan (kaç) çeşitkenar üçgen (çizilebilir)?" Oradaki mantıkta da çocuk bu sefer ikizkenarla eşkenarı ayırt etmesi lazım. Onları elemesi lazım…*
> ***Araştırmacı:*** *Detaylandırıyorsunuz yani soruları?*
> ***Aras:*** *Evet, soruları detaylandırıp biraz daha düşünmelerine sevk ettirebiliyorum.*

Öğretmenin bu açıklamalarından öğrencilerin problem çözerken bir süre sonra otomatikleştikleri ve sadece işlem yapmaya odaklandıkları; öğretmenin de bunun önüne geçebilmek için -*kendi ifadesi ile öğrencileri düşündürmek için*- problemleri farklı şartlar altında sorduğu anlaşılmaktadır. Dolayısıyla öğretmene göre problemin düşündürücü olma tanımı matematiksel modelleme problemlerinin düşündürücü olma özelliğini karşılamamaktadır.

Matematik öğretiminde gerçek yaşam ya da günlük hayatın önemi hakkındaki öğretmen görüşlerinden elde edilen bulgular *Matematik-Gerçek Yaşam İlişkisi* başlığı altında detaylı bir şekilde ele alınmıştır. Gerçek yaşamı günlük hayatla sınırlandırdıkları ya da bu iki kavramı aynı anlamda kullandıkları elde edilen bulgular arasındadır. Bu ilişkiyi farklı şekillerde ele alsalar da matematiğin hayattan bağımsız öğretilmemesi gerektiği konusunda hemfikir oldukları görülmüştür. Dolayısıyla öğretmenlerin iyi bir matematik probleminde aradıkları ortak özellik gerçek hayat ile ilişkili olmasıdır. Veriler öğretmenlerin öğrenciler için daha anlamlı olması açısından günlük hayatlarıyla ilişkilendirmenin daha etkili olacağını düşündüklerini göstermektedir. Ayla öğretmen ikinci görüşmede problem setini değerlendirirken Okul

Partisi ve Erozyonla Mücadele problemlerinin günlük hayatla ilişkilendirilmesi açısından daha güzel problemler olduğunu belirtmiştir:

> *"(Okul Partisi için) Günlük hayatta da bakın karşımıza çıkıyor mesela bahçe alanını hesaplamak istediğimizde… Bizim bahçemizi de hesaplattırırım hatta. Çıkar hesaplarız beraber. (...) (Erozyonla Mücadele için) Bu olay da güzel yine. Erozyonla ilgili, en azından çocuklar erozyon kavramını daha iyi anlamış olur. Tema Vakfi'nın önemini anlamış olurlar. O yönden bu soru da faydalı. Ya şu ikisi (Zemin Döşeme ve Alan Problemi) normal klasik sorular bence. Çok da günlük hayatla çok bağlantılı değil açıkçası."*

Zühre öğretmenin bu konudaki görüşlerini diğer öğretmenlere nazaran daha net ifade ettiği söylenebilir:

> *"Ya şimdi bu (Okul Partisi) biraz daha, nasıl diyeyim… Burada bahçemiz var işte gözümüzün önünde ama bunu (Erozyonla Mücadele) hayalde canlandırmak biraz daha zor gelir, o yüzden arada çok büyük bir fark yok ama elimizde avucumuzda veriler olduğu zaman (problem) daha kolay. Çünkü biz hep o şekilde sorular çözüyoruz test sisteminde…"*

Dikkat edilirse bu iki problemi değerlendirirken Okul Partisi probleminin konu olarak öğrencilerin günlük hayatında yer aldığını, Erozyonla Mücadele probleminin ise tüm öğrencilerin hayatlarında karşılaşılabilecekleri bir konu olmadığı için ilgilerini çekmeyeceğini; bu sebeple Okul Partisi'nin daha etkili bir problem olduğunu belirtmiştir. Ayrıca Zühre öğretmen genel olarak problemler öğrencilere ne kadar tanıdık gelirse o kadar kolay geleceğini düşündüğü için bu iki problemden ilkinin kendi yaşantılarına daha yakın olması nedeniyle diğerine göre daha kolay olacağını vurgulamıştır.

Meriç öğretmen ise problemlerin benzer ve farklı yönleri üzerine konuşurken görüşlerini şu şekilde dile getirmiştir:

> *"(...) Matematiği artık biraz daha hayatla iç içe vermek gibi bir şeyimiz (isteğimiz) var ya burada da bu problem (Alan Problemi) sadece uygulama aşamasında bir problem. Yani bildiği şeyleri burada problemi çözmek için kullanacak, direkt bir çözüm gerektiren bir şey (problem). Ama şunlarda (Zemin Döşeme, Erozyonla Mücadele ve Okul Partisi problemleri) daha farklı şeyler düşünmesi gerekecek. Hani diğer şeyleri yaşamla da ilişkilendirmiş*

olacak. O yüzden daha faydalı olacağını düşünüyoruz bu problemlerin, ben öyle düşünüyorum."

Yukarıdaki açıklamalarından Meriç öğretmenin Alan probleminin gerçek hayatla ilişkiyi göstermede yetersiz olduğunu; diğer problemlerin yaşamla iç içe daha faydalı problemler olduğunu ifade etmek istediği anlaşılmaktadır. Öğretmenin bu ifadelerinden yola çıkarak gerçek yaşam problemlerini içinde gerçek hayata dair herhangi bir öğe olan problemler olarak değerlendirdiği söylenebilir. Öyle ki, Zemin Döşeme ve Erozyonla Mücadele problemleri de Alan problemi gibi doğrusal bir süreçle çözülebilecek işlemsel problemlerdir. Ancak öğretmen tarafından Alan probleminin sadece şekilsel olması ve gerçek hayatla bağlantılı olmaması nedeniyle uygulama problemi olarak görülmektedir.

Kaliteli bir matematik probleminde olması beklenen özelliklerden biri de problemin öğretici olmasıdır. Fırat, Seyhan ve Zühre öğretmenler bunu bir kriter olarak belirtirken Ayla ve Meriç öğretmenlerin de açıklamalarından problemin öğretici olmasının problemi güçlendireceğine yönelik açıklamaları olduğu görülmüştür. Fırat ve Seyhan öğretmenlerin öğretici olmayı ayrı bir özellik olarak söyleseler de problemin disiplinler arası olması ile ilişkilendirdikleri söylenebilir. Problemde matematik dışında bir disipline ya da gerçek hayata dair bilgilerin yer almasını öğretici olma şeklinde tanımlamışlardır. Seyhan öğretmenin Erozyonla Mücadele problemini değerlendirirken *"(...) Bir de Erozyonla Mücadele'nin hoşuma giden tarafı burada iki farklı şekilde (matematik ve) coğrafyadan konuşabiliyoruz. Matematiğin sadece matematik içerisinde olmadığını (...) görebiliyoruz.*" ifadesinin bu çıkarımı desteklediği söylenebilir.

Fırat öğretmenin de görüşlerini Seyhan öğretmene benzer şekilde ifade ettiği şu sözlerinden anlaşılmaktadır:

"(...) Okul Partisi problemi ile Erozyonla Mücadele problemi. Bunlar daha çok öğrencinin yorum katacağı kendinden bir şeyler katacağı problemler. İyi problem bu ikisi gibi olmalı. Özellikle bunun gibi (Erozyonla Mücadele). Dikkat çekiyor bu çünkü. Öğrenci bununla ilgili sadece matematik öğrenmiyor, farklı disiplinlerdeki bazı kavramları da öğrenmiş oluyor. Öğretici olmalı iyi bir soru. Erozyon problemi, Okul Partisi probleminden daha öğretici... Soruyu okurken öğrenci bir şeyler öğrenmiş oluyor. Bence öğretici olan bir sorudur."

Zühre öğretmen ise farklı olarak problemin öğretici olmasını akılda kalıcı bir bilgiye ya da hikâyeye sahip olması ile ilişkilendirmektedir. Ayla ve Meriç öğretmenler de Erozyonla Mücadele probleminde matematik dışında öğrencilere erozyonun önüne nasıl geçilebileceği, bunun için faaliyet gösteren TEMA Vakfı’nın yaptığı çalışmalar hakkında bilgi verilmesini problemi güçlendirdiğini belirtmişlerdir:

> *“(…) Günümüz dünyası için önemli olan bir problem erozyon problemi. Buna dikkat çekmiş oluyor mesela. En önemli yanı bu bence... Bununla ilgili mücadele eden bir kurum var, ona dikkat çekiyor. Yani sadece şey (matematik) değil, çocukların beyninde bir şey çakmış oluyor. Böyle bir kurum var, böyle bir sorun da var. İlerde dikkatini çekecektir. Yani şimdiden çocuk bu sorunun önemli bir sorun olduğunu (fark edip) dikkat etm*eye başlarsa ilerde de faydası olacaktır. Toplumsal bir bilinç oluşmuş oluyor.” (Meriç)

> “*Bu olay da güzel yine… Erozyonla ilgili, en azından çocuklar erozyon kavramını daha iyi anlamış olur. Tema Vakfı’nın önemini anlamış olurlar. O yönden bu soru da faydalı.”* (Ayla)

Daha önce de belirtildiği gibi liseye giriş sınavlarında tek cevaplı, işlemsel beceri ve pratik gerektiren soruların kullanılması nedeniyle öğretmenler derslerinde ağırlıklı olarak bu tür problemlere yer vermektedirler. Ancak öğrencilerin düşünme becerisini geliştirecek, onları araştırmaya sevk edecek problemlerin daha etkili bir öğrenme aracı olarak görmektedirler. Öğretmenlerin çoğu (Seyhan, Meriç, Zühre, Fırat) bunu oldukça önemsedikleri için derslerinde yer vermeseler de açık uçlu problemleri ödev olarak vermeye gayret ettiklerini ifade etmişlerdir. Fırat, Seyhan ve Zühre iyi bir matematik probleminin bu özelliği taşıması gerektiğini de ayrıca vurgulamışlardır. Örneğin, Zühre öğretmene derslerinde en çok hangi tür problemlere yer verdiği sorulduğunda sınav sisteminden dolayı Zemin Döşeme ve Alan problemleri gibi işlemsel becerilerin ön planda olduğu problemleri kullandıklarını belirtmiştir. Ancak görüşmeler sırasında sık sık bu tür problemlerin öğrencilere sadece işlemsel pratik kazandırdığına, düşünmelerini gerektirmediği için kalıcı öğrenmelerine katkı sağlamadığına vurgu yapmıştır:

> *“(…) aslında bunlar (Okul Partisi ve Erozyonla Mücadele) daha kalıcı hani öğretim açısından düşündüğünüz için bunlar (Alan Problemi ve Zemin Döşeme) biraz ezber. Alanını ezberleyecek şuradan bulacak işlem yapacak, işlem kabiliyeti gerektiriyor. Burada sadece işlem kabiliyeti değil işlem kabiliyetinin yanında işte yorumlama… Biraz kendi de emek verecek bulacak ölçecek ondan sonra bulacak. Tabi bu ikisi (Okul Partisi ve Erozyonla Mücadele) daha kalıcı...”*

> *“Yorum gerektiren soruları çözdükten sonra (öğrendiklerinin) daha kalıcı olacağını düşünüyorum ama dediğim gibi biz şimdiye kadar sınava endeksli çalıştığımız için, hani çok soru çözelim pratik kazansın...”*

Erozyonla Mücadele problemi için çözüm stratejisi sorulana kadar Okul Partisi ile benzer özellikleri taşıdığını, onun gibi açık uçlu, yoruma açık bir problem olduğunu düşünmüştür. Aralarındaki farkı gördükten sonra Okul Partisi’nin Erozyonla Mücadele probleminden daha etkili bir problem olduğunu düşünen Zühre öğretmen görüşlerini açıklarken,

> *“(…) daha kalıcı olur. Kendisi belirlediği için, kendisi bulduğu için. Ya burada hazır işte şunu çiziyor buluyor. Ama burada önce alanı ölçecek hesaplayacak kendi yapıp bulacağı için bu daha kalıcı olur. Biz de mesela alan konusu anlattığımız zaman 6. Sınıflarda ödev veriyoruz. Evin krokisini çizin, odalarınızın alanını hesaplayın, evinizdeki her bölmenin alanı; oturma odasının alanı nasıl, lavaboların alanı, balkonun alanı… Hepsini tekrar hesaplattırıp… Bu şekilde kendileri ölçüm yaptığı için daha kalıcı olur öğrenme açısından.”*

ifadelerini kullanmıştır. Zühre öğretmenin matematiksel modelleme problemlerini teorik olarak bilmese de etkili bir öğrenme aracı olduğu yönünde açıklamalar yaptığı görülmüştür. Verdiği örnekten ise derslerinde arada bu tür etkinlikler kullandığı anlaşılmaktadır.

Öğretmenlerin dikkate aldıkları diğer özellik ise problemin dikkat çekici olmasıdır. Fırat ve Zühre öğretmenler bunu doğrudan söylerken ayrıca görüşmeler sırasında bu yönde değerlendirilebilecek açıklamaları olduğu da görülmüştür. Zühre öğretmen görüşmeler sırasında sınıfta verdiği örneklerde ya da problemlerde öğrencilerin dikkatini çekecek unsurları özellikle güncel olaylarını sıklıkla kullandığını birçok kez dile getirmiştir. Dersine girdiği sınıfların hepsinde aynı örnekleri kullanmadığını, sınıfın ağırlıklı ilgi alanını dikkate alarak farklı örnekler sunduğunu belirtmiştir. Zühre öğretmenin bu konu hakkındaki görüşleri aşağıdaki gibi örneklendirilebilir:

> *"(...) Kendi hayatlarından ve güncel… (...) mesela ne vardır futbol turnuvasının dışında bir spor etkinliği vardır. O spor etkinliği ile ilgili bir soru hazırlıyorum işte. Ne bileyim mesela falanca atlet işte şuradaki yarışmaya katılacak veya misal tenis turnuvası vardır. İşte şuradaki yarışma için hazırlık yapıyor ya da şu kadar koşuyor 1. Gün şu kadar koşuyor, 2. Gün şu kadar koşuyor ama önlerinde olabilecek (kısa süre içinde karşılaşacakları) mesela bir hafta sonra, on gün sonra o karşılaşma olacaktır. Onunla ilgili veya reklamlarda bir şey vardır mesela (reklamdan) onların aklında kalabilecek şeyi alarak daha güncel, daha onların hayatında olan (problemler soruyorum)."*

Zühre öğretmen her ne kadar eskisi kadar üretken olmadığını düşünse de öğrencilerinin dersi daha etkili öğrendiklerini düşündüğü için gündelik ve güncel hayattan, öğrencilerin ilgi alanlarına uygun problemler hazırladığını söylemektedir. İyi bir matematik probleminin de bu özelliklere sahip olması gerektiğini düşünmektedir.

Fırat öğretmen ise problemin dikkat çekici olmasını probleme uygun görsellerin eklenmesi ile sağlanabileceğini düşünmektedir. Bununla ilgili olarak araştırmacı ile aralarında şöyle bir konuşma geçmiştir:

> ***Fırat:*** *(...) dikkat çeken görsellerinin de çok olması (önemlidir). Mesela bu sorunun (Erozyonla Mücadele) kalitesi daha iyidir, daha iyi sorudur (Okul Partisi ile kıyaslıyor).*
> ***Araştırmacı:*** *Görsel önemli diyorsunuz yani problemde?*
> ***Fırat:*** *Kesinlikle çok önemli… Bu sayfa bir test, bu bir sınav kâğıdı olsun. Öğrencinin ilk bakacağı soru şu görselin olduğu Erozyonla Mücadele problemidir kesinlikle.*

Fırat öğretmenin diyalogdaki ifadelerden de anlaşılacağı üzere problemin uygun bir resim, grafik ya da şekil ile desteklenerek problemi daha güçlü sunulmasını sağlanabileceğini düşünmekten ziyade problemin dikkat çekici olmasını olmazsa olmaz bir özellik olarak görmektedir.

Bulgular öğretmenlerin genel olarak iyi bir matematik probleminde benzer özellikleri aradıklarını göstermektedir. Aras ve Ayla öğretmenlerin diğer öğretmenlerden farklı olarak LGS standartlarındaki problemlere ait özellikleri ön planda tuttukları söylenebilir. Tek cevaplı, matematiğin formülize edilerek sunulduğu, kısa ve net olan problemleri etkili birer öğrenme amacı olarak görmektedirler. Esasında tüm öğretmenlerin derslerinde bu tarz problemlere ağırlık verdikleri sözlü beyanlarından net bir şekilde anlaşılmaktadır. Ancak öğretmenlerin bu durumdan hoşnut olmadıkları da açıktır. LGS'nin ve daha öncesinde yapılan benzeri merkezi sınavların öğretmenleri buna zorladığı güçlü bir çıkarım olarak değerlendirilebilir. Bu tür sınavlarda öğrencilerin matematiksel düşünme becerisini ölçen sorulardan ziyade işlemsel beceri ve pratik gerektiren soruların kullanılmasından dolayı kendilerinin de ikinci tür problemlere ağırlık vermeye mecbur olduklarını dile getirmişlerdir. Öğretmenlere göre öğrenciler ne kadar hızlı ve ne kadar çok problem çözerlerse liselere geçiş sınavlarında o kadar başarı olurlar. Hatta bu sebepten olsa gerek öğretmenlerin hikâyesi olan uzun metinli problemlerin öğrencilere zor geldiğini, böyle bir problemle karşılaştıklarında çözmek bir yana okumayı bile zaman kaybı olarak gördükleri için pas geçtiklerine yönelik ortak fikir sahibi oldukları görülmüştür.

Yukarıda ayrıntılı olarak ele alınan bulgular öğretmenlerin iyi bir matematik probleminde aradıkları özelliklerin öğretmenlere göre değişkenlik gösterdiğini ortaya koymaktadır. Ancak dikkat edilirse öğretmenler genel olarak öğrencilerin düşünmelerini sağlayan, yoruma açık, ilgi çekici problemlerin etkili olduğunu düşünmektedirler. Problemin gerçek yaşama uygun olması ise tüm öğretmenler için (Aras öğretmen hariç) vazgeçilmez bir unsur olarak görülmektedir. Bu özellikler, öğretmenleri öğrencilerin kavramsal öğrenmesini destekleyecek nitelikteki problemlerin matematik öğretiminde daha etkili olacağı fikrinde birleştirmektedir. Matematiksel modelleme problemlerin özellikleri dikkate alındığında bu problem çözme türünün öğretmenlerin etkili bir matematik probleminde aradıkları özelliklere genel olarak uyum sağladığı düşünülmektedir.

4.2. Matematiksel Modelleme Problemlerinin Bilişsel Analizi

Bu başlık altında araştırmanın ikinci sorusu olan "Öğretmenlerin bir problemin matematiksel modelleme problemi olup olmadığını araştırırken dikkate aldıkları kriterler nelerdir?” sorusuna ait bulgular sunulmuştur. Bu araştırma sorusunun amacı öğretmenlerin sahip oldukları teorik bilgiyi pratikte nasıl kullandıklarını görmektir. Böylelikle Borromeo Ferri’nin (2014) tanımladığı öğretmenlerin sahip olması gereken etkinlik yeterliklerinden bilişsel analiz boyutuna ne düzeyde hâkim oldukları tartışılabilecektir. Matematiksel modelleme problemlerinin bilişsel analizi matematiksel modelleme problemlerinin özelliklerini bilme ve geleneksel problemlerden ayırt edebilme yeterliklerinden oluşmaktadır. Matematiksel modelleme eğitimi aldıktan sonra öğretmenlerin bu yeterliğe sahip olmaları beklenmektedir ve bu yeterlik araştırmanın esas araştırma sorusunun temelini oluşturmaktadır. Öyle ki, iyi bir matematiksel modelleme probleminin taşıması gereken özellikleri bilmeden, geleneksel problemlerden ayırt edemeden başarılı bir matematiksel modelleme problemi hazırlamak kolay değildir.

Öğretmenlerin bir problemin matematiksel modelleme problemi olup olmadığını araştırırken dikkate aldıkları kriterleri ve ne düzeyde başarılı olduklarını görmek için biri matematiksel modelleme olan üç adet problemi (Asansör Problemi, Oyuncakçı Giapetto, Antik Tiyatro Problemi) değerlendirmeleri istenmiştir (EK 3). Öncelikle yazılı değerlendirilen problemler daha sonra grup tartışmasına sunulmuştur. Bu başlık altında öğretmenlerin yazılı değerlendirmeleri grup tartışmaları ile desteklenerek ele alınmıştır.

Öğretmenlerden değerlendirmeleri istenen problemlerden Asansör ve Oyuncakçı Giapetto problemleri matematiksel modellemenin bazı özelliklerini taşıyan ancak matematiksel modelleme olmayan birer problemdir. Antik Tiyatro ise matematiksel modellemenin tüm özelliklerine sahiptir. Öğretmenlerin problemlerin matematiksel modelleme olup olmadıklarını nedenleriyle birlikte değerlendirmeleri sonucunda elde edilen veriler ortak problem değerlendirme kriterlerinin yanı sıra farklı özellikleri de dikkate aldıklarını göstermektedir. Öğretmenlerin problem değerlendirme kriterleri Çizelge 4.6’da özetlenmiştir.

Çizelge 4.6 Öğretmenlerin problem değerlendirme kriterleri

Öğretmenler / Kodlar	Aras	Ayla	Fırat	Meriç	Seyhan	Zühre
Gerçek yaşam (Günlük hayat)	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Düşündürücü (Belirsizlik)	✓	✓	✓	✓	---	✓
Açık uçlu (farklı çözümler, varsayımlara açık)	✓	---	✓	✓	✓	✓

Öğretmenlerin problemleri değerlendirirken dikkate aldıkları kriterlerin matematiksel modellemenin özelliklerine uygun olduğu görülmektedir. Öğretmenlere göre bu kriterlere sahip problemler birer matematiksel modelleme problemidir. Öğretmenlerin matematiksel modelleme kriterlerinin başında gerçek yaşam durumu gelmektedir. Hem yazılı hem sözlü beyanlarında tüm öğretmenlerin ilk olarak problemin gerçek yaşama uygunluğunu test ettikleri görülmüştür. Daha sonra problemin düşündürücü ve açık uçlu olup olmadığına bakmaktadırlar. Belirtmek gerekir ki, öğretmenler doğrudan bu kodları kullanmamışlardır. Gerçek yaşam durumunu “günlük hayat”, “gündelik yaşam”; problemin düşündürücü olmasını “belirsizlik”, “çaresizlik hissi yaratma”; problemin açık uçlu olmasını ise “farklı çözümlere açık olma”, “varsayımlara dayalı”, “sınırlı veri” şeklinde ifade etmişlerdir.

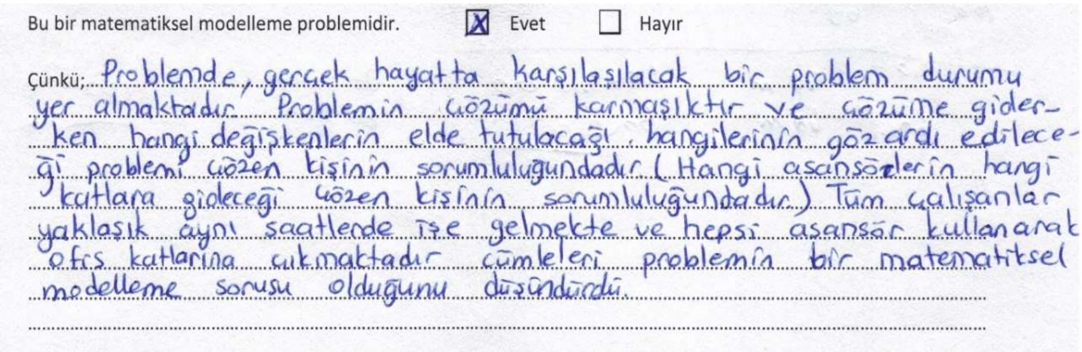
Öğretmenlerin Çizelge 4.6’da gösterilen değerlendirme kriterlerine göre problemlerin matematiksel modelleme olup olmadığına yönelik kararları ise Çizelge 4.7’deki gibidir.

Çizelge 4.7 Öğretmenlerin problemleri değerlendirme sonuçları

Öğretmenler / Problemler	Aras	Ayla	Fırat	Meriç	Seyhan	Zühre
Asansör Problemi	Evet*	Evet	Hayır	Evet	Hayır	Evet
Oyuncakçı Giapetto	Hayır**	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır
Antik Tiyatro	Evet	Evet	Evet	Evet	Evet	Evet

*Matematiksel modelleme problemidir.
**Matematiksel modelleme problemi değildir.

Öğretmenlerin problemleri değerlendirirken dikkate aldıkları özellikler matematiksel modellemeye uygun olsa da elde edilen bulgular bazı öğretmenlerin değerlendirme kriterlerini etkin bir şekilde kullanamadıklarını göstermektedir (Çizelge 4.7). Örneğin, Asansör problemi için Zühre öğretmenin bireysel değerlendirmesi;


Bu bir matematiksel modelleme problemidir. [X] Evet [ ] Hayır

Çünkü; Problemde, gerçek hayatta karşılaşılacak bir problem durumu yer almaktadır. Problemin çözümü karmaşıktır ve çözüme giderken hangi değişkenlerin elde tutulacağı, hangilerinin gözardı edileceği problemi çözen kişinin sorumluluğundadır (Hangi asansörlerin hangi katlara gideceği çözen kişinin sorumluluğundadır.) Tüm çalışanlar yaklaşık aynı saatlerde işe gelmekte ve hepsi asansör kullanarak ofis katlarına çıkmaktadır cümleleri problemin bir matematiksel modelleme sorusu olduğunu düşündürdü.

şeklindedir. Zühre öğretmen problemin gerçek hayatta karşılaşılabilecek, varsayımlara dayalı, açık uçlu bir problem olduğunu gerekçe göstererek problemi matematiksel modelleme olarak değerlendirmiştir. Çalıştay toplantısında yapılan tartışmalar sırasında ise bir matematik öğretmeniyle problem durumunun gerçekçi olmadığına ve problemin tek çözümlü olmasına yönelik konuşmalar yapmışlar ve aralarındaki diyalog aşağıdaki gibi devam etmiştir:

Öğretmen 1: *Bence günlük hayatta direk karşılığını bulamayız. Bu kadar motamot karşılık olmaz. Bir de yani 60 kişi çalışıyor 1. Katta. Hiçbiri merdivenden çıkmıyor… yani bilmiyorum bana o noktada şey (mantıklı) gelmedi. Velev ki böyle bir durum var. Böyle bir durum varsa hepsi aynı anda*

geldiği durumu bulup net bir çözüm bulabiliriz. Net bir çözüm bulunan sorular da modelleme olmaz. Modellemede çünkü bazı şeyleri düşünüyoruz; işte böyle olsaydı ne olur(du). Bunda düşünmeyeceksin. Burada çünkü net bir çözüme ulaşabilirsin.
Zühre: *Yani… Herkes aynı saatte geliyor öyle diyor. Bu gerçekçi değil.*
Öğretmen 1: *Asansör dolmadan çıktı. Bir sürü şey var, etken var.*
Zühre: *Yani tabi asansör 1. kattaysa mesela…*
Öğretmen 1: *1. kattakiler bence asansör beklemez 60 kişi çalışıyor 60'ı da asansörle çıkıyor.*
….
Zühre: *Her şey verilmiş bir de hocam.*

Bu tartışmanın sonunda Zühre öğretmen problemin gerçek hayatı tam olarak yansıtmamasının yanı sıra çözüm için gerekli tüm verilerin verilmesinden dolayı tek çözümlü olduğunu fark ederek problemin matematiksel modelleme olmadığı kanaatine varmıştır. Esasında Asansör problemini değerlendirmenin tüm öğretmenler için zor olduğu söylenebilir. Problemin bir şirkette çalışan personellerin asansör kullanımı ile ilgili olması gerçek hayattan bir hikâye algısı yaratmaktadır. Tüm öğretmenlerin Asansör probleminin gerçek yaşam problemi olduğunu belirtmesinin bu nedenle olduğu düşünülmektedir. Hatta problemin matematiksel modelleme olmadığını düşünen Fırat ve Seyhan öğretmenler de problemin tek çözümlü olmasını gerekçe göstermişlerdir. Fırat öğretmenin bu problem için çalıştayda yaptığı yorum şu şekildedir:

"(…) diğer iki soruda çok düşünmedim bu kadar. Bu problemde fazla düşündüm yani çok tereddütte kaldım, gittim geldim. Şu kanaate vardım en son: Hani deneme yanılma yöntemiyle asansörü bu kata gönder, oradaki süreleri hesapla, kişileri bindir, beklet, indir falan… Bunun gerçek sonucuna tek bir sonucun olabileceğini, ona ulaşabileceğini düşündüm. Dolayısıyla tek bir sonuç varsa bu da herkesin aynı sonuca, doğru sonuç olarak aynı sonuca ulaşması gerektiğini gösterir. O anlamda bir çözüm özgürlüğü hani farklı bir sonuç, bir yorumlama çok katılmayacağını düşündüm ve hayır dedim."

Asansör probleminin matematiksel modelleme olduğunu düşünen öğretmenler problemin zor, düşündürücü, belirsiz olduğunu gerekçe göstermişlerdir. Ayla öğretmenin proje araştırmacılarından biriyle yaptığı şu konuşma problem hakkındaki görüşlerini ortaya koymaktadır:

Araştırmacı 1: *(…) Ayla hocam niye matematiksel modelleme etkinliği olarak düşündünüz?*
Ayla: *Birincisi gerçek hayatta karşılaşabileceğimiz bir durum.*
Araştırmacı 1: *Tamam.*
Ayla: *Oldukça kafa karıştırıcı bir soru.*
Araştırmacı 1: *Tamam.*
Ayla: *Yani düşündüm (problem düşündürücü). Ama çözmedim.*

Görüldüğü gibi Ayla öğretmen problemin kafa karıştırıcı bir problem olduğunu düşünmektedir. Ayla öğretmenin matematiksel modelleme için iki kriteri vardır: gerçek hayat ve düşündürücü olma. Bu nedenle problemin modelleme olduğu kanaatindedir. Ancak diğer öğretmenler Ayla öğretmenden farklı olarak problemin açık uçlu olduğunu belirtmişlerdir. Aras öğretmen ise problemi grupta tartışırken problemde belirsizliğin olduğunu ve bu belirsizliğe bağlı olarak problemin farklı çözümleri olabileceğini söylemiştir ancak problemin tek çözümlüdür. Farklı durumlara göre farklı hesaplamaların yapılmasını da problemin düşündürücü olmasına bağlamıştır. Dolayısıyla bu da doğru bir tespit olmamıştır. Benzer şekilde Meriç öğretmen problemin düşündürücü olması nedeniyle farklı çözümlere sahip olduğunu düşünmektedir. Öğretmenlerden problemleri çözmeleri istenmemesinin de öğretmenleri bu düşünceye sevk ettiği söylenebilir.

Oyuncakçı Giapetto ve Antik Tiyatro problemlerine gelince öğretmenlerin daha başarılı değerlendirmeler yaptıkları görülmektedir. Oyuncakçı Giapetto'nun gerçek hayata uygun ve hatta bazı öğretmenlere göre düşündürücü olmasına rağmen tek çözümlü olması nedeniyle matematiksel modelleme problemi olmadığı yönünde bir fikir birliği olduğu tespit edilmiştir. Öğretmenlerin bu ortak görüşünü yansıtan birkaç öğretmen yorumu şu şekildedir:

Bu bir matematiksel modelleme problemidir. ☐ Evet ☒ Hayır

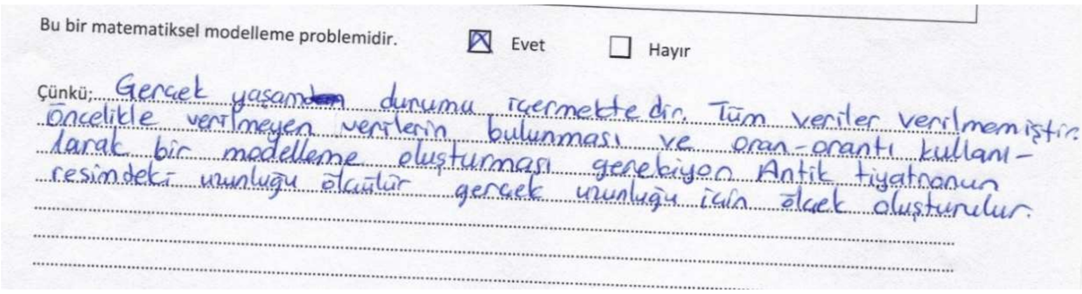
Çünkü; Gündelik hayattan bir örnek olmasına rağmen verilen modelin metodolojik bir sıra izleyerek çözülebilmesi pek modelleme fırsatı sunmamaktadır.
Metodolojik yapısı bir yapı koymaya uygun olmadığından bir modelleme sorusu olarak atfedilemez.
Problemi çözen kişiye çözüme yönelik farklı bir algoritma kurma şansı vermemesi ve çözümün net olması sorunun klasik tipteki sorulara daha yakın olduğunu gösteriyor.

Seyhan öğretmenin yukarıdaki yazılı değerlendirmesinden problemin doğrusal bir prosedür izlenerek var olan tek çözüme ulaşılabileceği anlaşılmaktadır.

> *"(…) bir belirsizlik yok, ondan sonra çözüme hemen ulaşılabiliyor, kişiye özel bir çözüm yok, gerçi günlük hayat olabilir ama yine de diğerleri olmadığı için (…) mesela bir çaresizlik hissi yok. Deneme yanılmayla bir askeri düşündüm, bir treni düşündüm, sonra ikisini düşündüm, işin içinden çıktım. Yani kolay çıktım diye düşünüyorum.*" (Aras)

Aras öğretmenin grup toplantısında yaptığı bu açıklama yazılı değerlendirmesini desteklemektedir. Öğretmen "kişiye özel bir çözüm yok" diyerek problemin varsayımlara kapalı, farklı çözümlere olanak sağlamayan tek çözümlü bir problem olduğunu kast etmektedir. Ayrıca dikkat edilirse öğretmen problemin günlük hayat problemi olduğunu düşünmesine rağmen diğer kriterlerini sağlamadığı için modelleme problemi olmadığı kanaatine varmıştır. Her gerçek yaşam durumu içeren ya da yansıtan problemin matematiksel modelleme olması için yeterli olmadığı tüm öğretmenlerin ortak görüşüdür. Zühre öğretmen de Oyuncakçı Giapetto probleminin "*Yani gerçek hayatta karşılaşılabilecek bir durum içermesine rağmen bütün veriler verildiği için iki bilinmeyenli denklem kurarak çözebileceğimiz bir problem.*" diyerek matematiksel modelleme problemi olmadığını belirtmiştir.

Öğretmenlerin etkin olarak kullanamadıkları düşünülen diğer bir kriter de problemin varsayımlara ve farklı çözümlere açık olmasını kapsayan "açık uçlu olma" kriteridir. Matematiksel modellemede farklı varsayımlara bağlı olarak değişkenlerin belirlenmesi özgün modeller ortaya çıkmasını sağlar. Matematiksel modelleme problemlerindeki verilerin (bilgi ve sayısal veri) sınırlı olması da problemi çözen kişinin varsayımlarda ve tahminlerde bulunmasına zemin hazırlar. Ancak bazı öğretmenlerin farklı çözümlerin ortaya çıkmasını değişkenlere farklı sayısal değerler vermeye bağladıkları görülmüştür. Örneğin Zühre öğretmenin Antik Tiyatro problemi için yaptığı yazılı değerlendirme;


Bu bir matematiksel modelleme problemidir. ☒ Evet ☐ Hayır

Çünkü; Gerçek yaşam durumu içermektedir. Tüm veriler verilmemiştir.
Öncelikle verilmeyen verilerin bulunması ve oran-orantı kullanı-
larak bir modelleme oluşturması gerekiyor. Antik tiyatronun
resimdeki uzunluğu ölçülür gerçek uzunluğu için ölçek oluşturulur.

şeklindedir. Öğretmenin "verilmeyen verilerin bulunması" ile kast ettiği şey değişkenlerin belirlenmesinden ziyade sayısal değer verme gibi anlaşılmaktadır. Çalıştay toplantısında bu problemle ilgili olarak,

> *"Matematiksel modellemedir matematiksel modelleme sorusudur. Çünkü her şey verilmemiş bizim bulmamız gerekiyor. Yani orada mesela kaç basamak merdiven var, (…) merdivenlerin yüksekliği ne kadar? Onların hepsini bizim bulmamız gerekiyor. Oran orantı kurarak ölçeklendirip o şekilde çözüme ulaşacağız."*

şeklinde yaptığı açıklaması bu düşünceyi desteklemektedir. Ona göre çözüm için gerekli değişkenler bellidir; yapılması gereken şey bu değişkenlere sayısal değerler atayarak problemi mantıklı bir şekilde çözmektir. Antik Tiyatro problemindeki sınırlı veriye ilişkin yapılan tartışmanın bir bölümü şu şekildedir:

> ***Öğretmen 1:*** *Yani veri yok her şeyi kendiniz tahminen yorumluyorsunuz. Şu şu aralıktadır diyorsunuz. Ondan dolayı benim aldığım aralık yaklaşık olarak… İşte Osman hocamın aldığı aralık falan değişebilir o yüzden modelleme için uygundur.*
> ***Araştırmacı:*** *Anladım. Varsayımlar olduğu için mi?*
> ***Öğretmen 1:*** *Varsayımlar var günlük hayatta bir resim yani her şey uygun.*
> *…*
> ***Zühre:*** *Yani bizde aynı şekilde düşündük. Matematiksel modellemedir matematiksel modelleme sorusudur. Çünkü her şey verilmemiş bizim bulmamız gerekiyor. Yani orada mesela kaç basamak merdiven var, (…) merdivenlerin*

yüksekliği ne kadar? Onların hepsini bizim bulmamız gerekiyor. Oran orantı kurarak ölçeklendirip o şekilde çözüme ulaşacağız.
Araştırmacı: *Evet.*
Ayla: *Bir de ilk yaptığımız görüşmelerde okulda konser verme (Okul Partisi) diye bir soru vardı. Onu bize modelleme olarak göstermiştiniz. Aynı tarzda bir soru olduğu için, o yüzden de modelleme diyorum.*
Zühre: *Yani hiçbir veri yok elimizde.*
Araştırmacı: *O zaman hiçbir veri olmayan bir problem görürseniz buna direk modelleme mi diyeceksiniz?*
Zühre: *Yok (düşünüyor).*
Ayla: *Hayır (tereddütlü).*
Seyhan: *Yok. Öyle değil. Yani modelleme demeyiz de yani… Sonuçta burada bir de benim dikkatimi çeken bir şey var. Çözüm özgürlüğü denen şey var. Mesela birçok şey yapabilir. Bir arkadaş (resmi) dijital ortama aktarıp piksel hesabından bile gidebilir. Orada yani birçok (...) alandan da yardım alması gerekecek. Mesela birkaç tane metrik ölçüm yaparken birkaç kişiye de danışabilir. Yani bu sadece böyle de çözülmeyebilir. Bu çok şey yapılacaksa, üzerinde uğraşılacaksa… Uğraşılmayacaksa basit oran orantıyla da gidilebilir.*

Görüldüğü gibi öğretmenler merdivenlerin yüksekliği, derinliği, basamak sayısı gibi değişkenleri belirleyebilmekte fakat farklı sonuçlar elde etmeyi bu değişkenlere sayısal değer atamayla ilişkilendirmektedirler. Ayla öğretmen ise Okul Partisi probleminde olduğu gibi sayısal değerlerin olmamasından dolayı yapısal olarak matematiksel modellemeye uygun olduğunu belirtmiştir. Seyhan öğretmen diğer öğretmenlerden farklı bir yaklaşım sergileyerek doğru bir yorumda bulunmuştur. Seyhan öğretmenin açıklamalarından problemin amaca bağlı olarak birçok farklı yöntemle çözülebileceği anlaşılmaktadır. Ayrıca burada öğrenci seviyesine göre problemin çözüm yaklaşımının değişebileceği çıkarımı da yapılabilir.

Öğretmenlerin bir problemi matematiksel modelleme kriterlerine göre değerlendirebilmeleri Borromeo Ferri (2018)'nin açıkladığı etkinlik yeterliğinin bilişsel analiz boyutuna karşılık gelmektedir. Matematiksel modelleme eğitimi aldıktan sonra öğretmenlerin genel olarak bu yeterliğe sahip oldukları söylenebilir. Aras, Ayla ve Zühre öğretmenlerin matematiksel modellemenin özellikleri teorik olarak bilmelerine rağmen özellikle yazılı değerlendirmelerinde bazı kriterleri gerçek anlamıyla kullanamadıkları tespit edilmiştir. Ancak yapılan grup tartışmaları sırasında öğretmenlerin yaptıkları hataları anladıkları ve fikirlerinin değiştiği de açık bir şekilde görülmektedir. Bulgular Fırat, Meriç ve Seyhan öğretmenlerin matematiksel modelleme problemlerinin bilişsel analizini etkili bir şekilde yaptıklarını göstermektedir. Bölümün başında da açıklandığı gibi etkinlik yeterliğinin bir sonraki boyutu olan problem hazırlama yeterliğinin alt yapısını oluşturduğundan öğretmenlerin bilişsel analiz yeterliğine sahip olmaları oldukça önemlidir. Matematiksel modelleme eğitimi aldıktan sonra bireysel olarak zorluk yaşasalar da grup tartışmaları ile bu zorlukların üstesinden gelerek öğretmenlerin karşılaştıkları problemleri değerlendirebilecek beceriye büyük oranda sahip oldukları düşünülmektedir.

4.3. Öğretmenlerin Matematiksel Modelleme Problemi Hazırlama Süreci

Araştırmanın üçüncü araştırma sorusuna ait bulgularda öğretmenlerin matematiksel modelleme problemi hazırlarken nasıl bir süreçten geçtikleri, bu süreçte dikkate aldıkları kriterlerin neler olduğu, matematiksel modelleme problemi hazırlamada ne derece başarılı oldukları incelenmiştir.

Öğretmenlerin hazırladıkları problemler incelendiğinde üçünün matematiksel modelleme problemi olduğu, üçünün ise matematiksel modelleme problemi olmadığı görülmüştür. Problemlerin matematiksel modelleme kriterleri doğrultusunda yapılan değerlendirme sonuçları Çizelge 4.8'de sunulmuştur.

Çizelge 4.8 Öğretmenlerin oluşturdukları problemlerin ilk versiyonlarının değerlendirilmesi

Problemin adı ve hazırlayan öğretmen	**Matematiksel modelleme kriterleri**				**Modelleme problemi midir?**
	Gerçek yaşama uygunluk	**Açık uçlu olma**	**Düşündürücü olma**	**Modelleme sürecine uygun çözülebilme**	
Düğün Salonu Problemi **(Aras)**	Evet	Hayır	Kısmen	Hayır	Hayır
Radar Problemi **(Ayla)**	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır
Bahçe Evi Problemi **(Fırat)**	Evet	Evet	Evet	Evet	Evet
Araba Problemi **(Meriç)**	Evet	Evet	Evet	Evet	Evet
Elektrik Tarifesi **(Seyhan)**	Evet	Evet	Evet	Evet	Evet
Çöpten Enerji Üretimi **(Zühre)**	Evet	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır

Çizelge 4.8’de görüldüğü gibi öğretmenlerin hazırladıkları problemlerin ilk versiyonları analiz edildiğinde Aras, Ayla ve Zühre öğretmenlerin problemlerinin matematiksel modelleme olmadığı; Fırat, Meriç ve Seyhan öğretmenlerin problemlerinin ise matematiksel modellemeye uygun olduğu tespit edilmiştir. Ayla öğretmenin hazırladığı Radar probleminin matematiksel modellemenin hiçbir özelliğini sağlamadığı; Zühre öğretmenin Çöpten Enerji Üretimi probleminin sadece gerçek yaşama uygun olduğu; Aras öğretmenin Düğün Salonu probleminin ise gerçek yaşama uygun olmasıyla birlikte kısmen düşündürücü olduğu görülmektedir.

Yapılan değerlendirmeler sonucunda (araştırmacı ve uzman görüşleri, bireysel görüşmeler ve çalıştay toplantıları) öğretmenlerden problemleri revize etmeleri istenmiştir. Matematiksel modelleme problemi olan Bahçe Evi, Araba ve Elektrik Tarifesi problemlerinin birkaç küçük düzeltme ile daha anlaşılır hale getirilerek güçlendirilmesi rica edilmiştir. Matematiksel modelleme problemi olmayan Düğün Salonu, Radar ve Çöpten Enerji Üretimi problemleri için ise sorumlu öğretmenlerden yapılan eleştirileri göz önünde bulundurarak problemlerini yenilemeleri ya da değiştirmeleri istenmiştir. Aras öğretmen hariç tüm öğretmenler problemleri üzerinde tekrar çalışmış ve uygun şekilde revize etmişlerdir. Aras öğretmen ise Düğün Salonu probleminin matematiksel modelleme problemi olduğunu düşündüğü için bir değişiklik yapmamıştır. Ayla öğretmenin Radar problemi etik olmayan bir durumu yansıttığı (Hatırlatma: Problemde trafik kurallarına aykırı davranarak hız sınırını ihlal eden bir sürücünün hikâyesi yer almaktadır) ve öğrencilere yanlış mesaj verme riski taşıdığı kanaatine varılmıştır. Ayrıca problem matematiksel modellemenin diğer özelliklerini de taşımamaktadır. Bu nedenle Ayla öğretmenden aynı problem üzerinde çalışması değil; problemini değiştirmesi istenmiştir. Revize sürecinde Ayla öğretmen Hediyelik Kayısı Paketi adlı yeni bir problem hazırlamıştır. Zühre öğretmen ise Çöpten Enerji Üretimi problemini yenileyerek problemin adını Katı Atık Bertaraf Tesisi olarak değiştirmiştir (EK 7). Çizelge 4.9 Ayla ve Zühre öğretmenlerin problemlerinin matematiksel modelleme kriterlerine göre değerlendirilmesini göstermektedir.

Çizelge 4.9 Öğretmenlerin oluşturdukları problemlerin son versiyonlarının değerlendirilmesi

Problemin adı ve hazırlayan öğretmen	**Matematiksel modelleme kriterleri**				**Modelleme problemi midir?**
	Gerçek yaşama uygunluk	**Açık uçlu olma**	**Düşündürücü olma**	**Modelleme sürecine uygun çözülebilme**	
Hediyelik Kayısı Paketi **(Ayla)**	✓	✓	✓	✓	Evet
Katı Atık Bertaraf Tesisi **(Zühre)**	✓	✓	✓	✓	Evet

Öğretmenlerin problem değerlendirme süreci tamamlandığında hazırlanan altı problemden beşinin matematiksel modelleme problemi olduğu; birinin (Düğün Salonu problemi) geleneksel problem yapısından farklı olmakla birlikte matematiksel modelleme problemi olmadığı tespit edilmiştir.

4.3.2. Problemlerin Gerçek Yaşam Durumu Açısından İncelenmesi

Problem hazırlama süreçleri hakkında yapılan bireysel görüşmeler ve problemlerin değerlendirildiği genel grup tartışmalarında matematiksel modelleme problemi hazırlarken öğretmenlerin dikkate aldıkları ilk kriterin gerçek yaşam durumu olduğu görülmüştür. Ancak gerçek yaşam durumlarını ele alma şekilleri ağırlıklı olarak kendi yaşantılarına dayanmaktadır. Gerçek yaşam durumlarının matematikselleştirilmesinde iki unsur ön plana çıkmaktadır: 1. Öğretmen deneyimleri, 2. Sayısal verilerin gerçekliği. Öğretmenlerin gerçek yaşam durumlarından esinlenerek problem oluşturmaya çalışırken kendi deneyimlerini, ilgi alanlarını, günlük hayatlarını dikkate aldıkları tespit edilmiştir. Ayrıca problemlerde geçen sayısal verilerin gerçekçi değerler olmasına hatta birebir gerçek veriler kullanmaya itina ettikleri görülmüştür. Öğretmenler için gerçek yaşamın önemi ve problemlerin başlangıç noktasının belirlenmesine yönelik görüşleri incelendiğinde matematiksel modelleme problemi olmayan problemlerde dahi bu kriteri dikkate aldıklarını görmek mümkündür. Örneğin, Aras öğretmen Düğün Salonu problemini hazırlarken problemin gerçek hayata uygun olmasının kendisi için vazgeçilmez olduğunu belirtmiş ve problemin hikâyesini tamamlayınca kendi hayatıyla ilgili bir şey olduğunu fark ettiğini söylemiştir. Seyhan öğretmen de problemi hazırlarken kendi başına gelen bir olaydan esinlendiğini, yaşadığı bir sorunu doğrudan probleme dönüştürdüğünü ifade etmiş ve bu sorunu şu şekilde açıklamıştır:

> *"(…) Eve gelen elektrik faturasının yarattığı o ilk şok dalgasının ardından oturduk geriye dönük tüm faturaları inceledik. Bunlardan kullanım ortalamalarımızı aldık. İnternetten de araştırmalarımızı yaptık. Ondan sonra bir baktık ki tek zamanlı tarifede nereden baksanız 30-35 lira daha az ödüyoruz. E çünkü bizde evde gündüzleri fazla duran kimse yok. (…) O yüzden tek zamanlı tarifeye geçme kararı aldım. Yani bu direk benim gündelik hayatımdan…"* (Seyhan)

Özellikle Seyhan öğretmenin ifadelerinden görüldüğü gibi öğretmenler kendi hayatlarında karşılaştıkları bir sorunu matematiksel modelleme problemine uyarlamaya çalışmışlardır. Ayla öğretmene Radar probleminin çıkış noktasının ne olduğu sorulduğunda o da *"Başıma gelen bir olay olması… (…) Düşündüm sonra "Aaa evet bunu ben yaşadım. Niye yazmıyorum." dedim. Tabii biraz eklemeler yaptım."* diyerek deneyimleri sonucu böyle bir problem yazmaya karar verdiğini söylemiştir. Öğretmenler problem durumunun gerçek hayatı yansıtması için gerçek bilgiler -*özellikle gerçek sayısal veriler*- kullanma konusunda oldukça titiz oldukları söylenebilir. Örneğin, Fırat öğretmen Bahçe Evi probleminde yer alan bilgiler ve sayısal veriler ile ilgili olarak internette araştırma yaptığını, resmi kurumlara ait verileri kullandığını vurgulamıştır:

> *"Birim fiyatlar da güncel olan Mühendisler ve Mimarlar Odası'nın belirlediği referans değerler. 2018 değerleri. Mühendisler ve Mimarlar Odası daha çok betonarme yapılarla ilgili(dir). Orada ahşap yok fakat ben birkaç internet sitesine baktım. Türkiye'de bu işi yapan birkaç tane firma var. Onların ortalama bir fiyatını aldım. O şekilde onların metrekare cinsinden birim fiyatlarına baktım. Sonra kazı hacminin birim fiyatına baktım genel olarak. Çünkü bu aslında çok detay gerektiren bir şey… Kazılacak alanın yapısıyla çok alakalı. İhaleler ona göre yapılıyor. Şimdi zemin etüdü yapıldıktan sonra ihaleye çıkınca idareden alınacak para değişiyor. Çünkü çok sert bir zemin olabilir. Ben burada o yüzden yumuşak toprak olduğunu falan belirttim."* (Fırat)

Elektrik Tarifesi problemi için Seyhan öğretmenin de buna benzer bir açıklama yararak verilerin gerçekliğinin kendisi için önemli olduğunu ve öğrencileri yanıltacak yanlış ya da eksik herhangi bir bilgiye yer vermemeye özen gösterdiğini söylemiş ve sözlerine şu şekilde devam etmiştir:

> *"Problemi hazırlarken şöyle diyeyim; bütün aldığım verilerin hepsini zaten araştırmalardan aldım. Kesinlikle ve kesinlikle içine herhangi bir şekilde faraziye bir durum katmadım. (…) 2018'in verilerini daha elde etmemiştik. O yüzden 2017'de (…) yapılan araştırmadaydı bu yapılan ortalamalar ve çözümde verilen her şey. (…) yani tamamen bilimsel verilere dayanan bir şey yapmak istedim."* (Seyhan)

Seyhan öğretmenin de öğrencileri yanıltacak bilgilerden kaçınmaya çalışması yine sayısal verilerle gerçeği yansıtma gayretinde olduğunu göstermektedir. Zühre öğretmenin Çöpten Enerji Üretimi problemi için bir çevre mühendisinden yardım alması, Ayla öğretmenin Radar probleminde otobandaki yasal hız sınırını araştırması, Meriç öğretmenin güncel otomobil fiyatlarını kullanması öğretmenlerin problemlerini sayısal gerçekliğe dayandırma zorunluluğu hissettiklerini düşündürmektedir.

Problemler grupta tartışılırken de öğretmenlerin değerlendirme kriterlerinin başında gerçek yaşam durumu gelmektedir. Aras öğretmenin Düğün Salonu problemi değerlendirilirken bir matematik öğretmeniyle aralarında geçen şu konuşmanın öğretmenlerin konu hakkındaki ortak görüşünü yansıttığı söylenebilir:

> ***Feyza Ünsal (FÜ):*** *Yemekleri ve ücretleri yazıp öğrenciye kombinasyon yaptırsaydınız. Yani yemekleri tek tek verip fiyatlarını yazsaydınız.*
> ***Aras:*** *Gerçekçi olması için böyle yaptım… Yani düğün salonlarında bu şekilde ya.*
> ***FÜ:*** *Yine bunları verebilirdiniz, fiyatlarını da ayrı ayrı verebilirdiniz. Öğrenciye kombinasyon yaptırabilirdiniz. Ama standartlar da budur aslında. Fiyatlar da çok gerçekçi gerçekten.*

Yukarıdaki diyalog öncesinde Feyza öğretmen problemin varsayımlara açık olmaması dolayısıyla net bir çözüme yönelik olmasını gerekçe göstererek matematiksel modelleme olmadığını belirtmiştir. Daha sonra modelleme problemine dönüştürülebilmesi için bazı önerilerde bulunmuştur. Önerilerinden biri de öğrenciye seçim fırsatı sunmak için yemek fiyatlarının tablo halinde verilmesi ve öğrencinin menüyü kendisinin belirlemesidir. Ancak görüldüğü gibi Aras öğretmen gerçek hayatta düğün salonlarındaki yemek organizasyonlarında böyle bir seçenek olmadığını belirterek gerçek hayattan kopmamaya çalıştığını göstermektedir. Hatta Feyza öğretmeni de bu gerekçeyle ikna ettiği söylenebilir.

Ayla öğretmenin Radar probleminin gerçek yaşama uygunluğu tartışılırken bir fen bilimleri öğretmenin ve bir proje araştırmacısının da dâhil olduğu diyalogun bir bölümü şu şekildedir:

> ***Öğretmen 2:*** *Peki otobanda maksimum ve minimum sürat var. Bildiğim kadarıyla minimum 90 (km/h) olması lazım, maksimum da 130 (km/h).*
> ***Araştırmacı 2:*** *120 (km/h), arabalar 120 (km/h).*
> ***Öğretmen 2:*** *Yani 90'nın altına inemez.*
> ***Araştırmacı 2:*** *132 (km/h) maksimum da. İşte 132'den sonrası radara giriyor artık. (Bilgi notu: Trafik Ceza Kanunu'na göre azami hız sınırının %10'u kadar geçildiğinde trafik cezası verilmektedir. Otobanda azami hız 120 km/h*

olduğundan bir sürücüye ceza yazılabilmesi için 132 km/h'yi aşması gerekmektedir.)
Ayla: *Var ama onu ölçen bir radar olabilir de olmayabilir de. O otobanda yoksa 150 (km/h) ile giden arabalara da rastlıyoruz.*
Meriç: *Buna tedbir olsun diye yani bu yapılan yapılmasın diye bir şey yaptılar ama neydi bilmiyorum şu anda.*
Araştırmacı 2: *EDS. Elektronik Denetleme Sistemi.*
Meriç: *Zaten bu o bahsettiğimiz şey oluyor. Bu (EDS) da ona engel olmak için. Sanki bunun için yaptılar ama.*

Görüldüğü gibi öğretmenler problem durumunun gerçek hayattaki karşılığını sorgularken değerler eğitimine aykırı olabilecek bir bilgi ya da mesaj içermemesi gerektiğini düşünmektedirler. Öğretmenlerin bu eleştirisine karşılık Ayla öğretmen, arkadaşlarının söyledikleri gibi hız sınırının ve bir denetleme sisteminin olduğundan haberdar olduğunu ancak gerçek hayatta kurallara aykırı davranan sürücülerin olduğunu da belirtmiştir. Ayla öğretmenin problemin gerçek hayatta karşılığının olduğunu düşünse de bu gerçek hayatta yapılan bir yanlışın karşılığıdır. Radar problemi matematiksel modellemenin diğer özelliklerini taşıyor olsaydı dahi gerçek yaşama uygun olmaması nedeniyle kabul edilebilir bir problem olmayacaktı. Dolayısıyla öğretmenden problemini düzenlemesi değil; değiştirmesi istenmiştir. Yine benzer bir konsept kullanabileceği ancak öğrencilerde olumsuz etki oluşturmayacak bir problem hazırlayabileceği söylenmiştir. Ayla öğretmen trafik konusundan vaz geçerek Hediyelik Kayısı Paketi problemi hazırlamıştır. Ayla öğretmen Radar problemine çok kafa yorduğunu fakat işlemsel olmaktan çıkarmayı başaramadığı için yeni bir problem hazırladığını ve Hediyelik Kayısı Paketi probleminin gerçek yaşam durumunu yansıtmasına dikkat ettiğini belirtmiştir.

4.3.3. Problemlerin Açık Uçlu Olması Açısından İncelenmesi

Matematiksel modelleme problemlerinin özelliklerinden biri açık uçlu olmasıdır. Daha önce de belirtildiği gibi "açık uçlu olma" problemin varsayımlara, tahminlere ve seçimlere dayalı olması dolayısıyla farklı ve özgün çözümlere olanak vermesi anlamını taşıyan kapsayıcı bir kod olarak kullanılmaktadır. Öğretmenlerin de problem hazırlarken dikkate aldıkları ortak kodlardan biri problemin açık uçlu olmasıdır. Ancak öğretmenlerden üçünün (Aras, Ayla ve Zühre) açık uçlu olma kriterini farklı tanımladıkları ve kendi anlayışları doğrultusunda bu özellikte bir problem hazırladıkları görülmüştür. Bu öğretmenler için problemin açık uçlu olması demek genel olarak *farklı sayısal sonuçlar elde etmek* anlamı taşımaktadır. Elde edilen bulgular bu özelliğin (alternatif sonuçlara sahip olma) bazı öğretmenler tarafından matematiksel modelleme problemlerindeki farklı ve özgün modellerin ortaya çıkmasıyla eşleştirildiğini göstermektedir. Oysa matematiksel modellemede öğrencilere çözüm özgürlüğünün sağlanması onlara farklı değişkenleri belirleme fırsatı sunar ve buna bağlı olarak farklı çözümler (özgün modeller) ortaya çıkar. Bu açıdan bakıldığında öğretmenlerin bu özelliği çözümde sayısal olarak farklı değerler elde etmeyle sınırladıkları düşünülmektedir.

Zühre öğretmenin Çöpten Enerji Üretimi probleminde farklı alternatif çözümler olduğu söylenebilir. Ancak alternatif çözümler sadece problemde verilen sınır değerlerine bağlı olarak ortaya çıkmaktadır. Başka bir deyişle problemin çözümü için gerekli sayısal veriler tek değer şeklinde değil de aralık olarak verildiğinden problemi çözen kişiye bu aralıkta herhangi bir sayıya göre çözüm yapma fırsatı vermektedir. Öte yandan bu problemde belirli ve doğrusal bir işlem prosedürü vardır. Problemi çözen kişi sadece sayısal değerleri belirleme konusunda özgür bırakılmıştır. Problemin çözümü için gerekli tüm verilerin verilmesi, değişken belirlemeye olanak vermemesi ve çözümün belirli bir algoritmasının olması özgün çözümlerin ortaya çıkmasını engellemektedir. Zühre öğretmen ile problemi hakkında yapılan bireysel görüşmeler sırasında problemin açık uçlu olduğunu düşündüğü tespit edilmiştir. Örneğin, daha önceden hazırladığı problemlerle bu deneyimini karşılaştırması istendiğinde daha önce hazırladığı problemlerin tek ve net sonuçlu olduğunu, farklı çözüm stratejileri kullanılsa dahi herkesin aynı sonuca ulaştığı problemler olduğunu belirtmiş ve şu ifadeleri kullanmıştır:

> *"(…) Değişkenler olmuyordu. Ama burada mesela değişkenler var. Mesela çöpler %40 ile %60 arasında… Bu bir değişken… Aslında organik atıklar da değişken ama biz onları ortalama olarak aldık. (…) Ortaokul seviyesini düşüneceğimiz için çok fazla değişken olmasın diye. Mesela metan gazı üretimi de %52 ile %58 arası, organik atıklar %20 ile %30 arası… Yani çok fazla değişken var burada. Biz değişkenleri biraz sınırlandırdık öğrenci seviyesine*

uygun olsun diye. Ama bizim hazırladığımız sorularda değişkenler olmuyordu. Net değerler oluyordu."

Görüldüğü gibi Zühre öğretmen matematiksel modellemedeki "değişken" kavramını ve buna bağlı olarak özgün modeller ortaya çıkmasını farklı yorumlamaktadır. Öğrencinin belirli bir aralık içinde istenilen sayısal değerleri kullanabilmesini farklı değişken kullanmak olduğunu düşündüğü, elde edilen çözümlerin sayısal değerlerinin farklı olmasını ise farklı modeller olarak gördüğü söylenebilir. Ayla öğretmenin de Radar problemi için yaptığı değerlendirmelerden buna benzer bir algıya sahip olduğu düşünülmektedir. Örneğin, problemi hazırlarken zor bir süreçten geçtiğini anlatırken "*Öbürlerinde (geleneksel problemlerde) sayısal cevap direk bulunabildiği için sıkıntı yaşamıyordum da bunda süreç bayağı uzun sürdü yani. Bir de hani şeyi de düşünüyorsun: çözüm farklılığı olsun istediğim için net sayılar vermemeye çalıştım soruda.*" şeklinde bir ifade kullanmıştır. Çözüm farklılığı dediği farklı modellerden ziyade Zühre öğretmen gibi sayısal verileri aralık şeklinde vermesinden kaynaklanan sonuç farklılığı olduğu anlaşılmaktadır.

Aras öğretmenin de Ayla ve Zühre gibi düşünmekle birlikte Düğün Salonu probleminde sayısal aralıkları doğrudan değil; tercihlere bağlı olarak verdiği görülmektedir. Daha açık bir ifadeyle Düğün Salonu probleminde öğretmen öğrenciden davetli sayısı ve menülere göre bir tercih yapmasını, bunun sonucunda organizasyon giderlerini belirlemeleri istenmektedir. Esasında matematiksel açıdan da bir takım sorunları olan bu problemde öğrencilerin farklı tercihlerde bulunabilmesi sağlanmak istenmiştir. Ancak çözüm süreci sadece davetli sayısına bağlı olarak farklı sayısal değerler kullanmayı gerektirmektedir. Aras öğretmen problem hazırlarken dikkate aldığı özellikleri sıralarken görüşmenin farklı bölümlerinde açık uçlu olmaya ilişkin şu ifadeleri kullanmıştır:

"Yani mesela çözümün tek bir sonucu olmasın… Kişiye özel olsun… Özgün çözümler olsun (…) ondan sonra mesela belki benimkinde biraz işlemsel beceri var ama bu işlemsel beceriyi değişik sonuçlar arasından seçebilme durumu olduğu için mantıklı gördüm yoksa illa ki işlemsel beceri olsun diye değil."

Görüldüğü gibi Aras öğretmen problemin işlemsel olduğunun farkında fakat seçim yapılabilmesi için farklı öncüllerin problemde yer verilmesinin öğrencileri özgün sonuçlara götüreceğini düşünmektedir. Her ne kadar probleminin matematiksel modelleme olduğu konusunda iddialı da olsa zaman zaman aşağıdaki gibi bu savını çürütecek beyanları olmuştur:

> ***Araştırmacı:*** *Probleminizin zayıf yönleri var mı sizce?*
> ***Aras:*** *Zayıf yönü… yani klasik anlamdaki işlemsel beceri çok gerektiriyor. Bu benim için bir zayıf yöndür. Yani öğrencilerin böyle çok sayısal şeylerle uğraşmaması lazım ama ben niye uğraştım bilmiyorum.*
> ***Araştırmacı:*** *Hımm…*
> ***Aras:*** *Zayıf yönü oydu işte. İşlemsel beceri çok gerektiriyor. Onu onunla çarp, onunla topla, sonra şimdi ekleyecek miyim eklemeyecek miyim? Bu biraz tamam matematiği düşünmeyi gerektirir ama yine de…*

Aras öğretmen Düğün Salonu probleminin çok fazla sayısal veri içerdiğini ve çözüme ulaşmak için matematiksel işlem yapmanın yeterli olduğunu düşünmektedir. Öğretmenin bu yönde birkaç açıklamasının daha olmasına rağmen görüşmenin sonunda tekrar sorulduğunda *"(...) Yine de bunun kişiye özel çözümlerin olduğunu, günlük hayatta, gerçek hayatta karşılığının olduğunu bildiğim için ben yine de diyorum ki bu matematiksel modelleme problemidir.*" diyerek probleminin matematiksel modelleme olduğunu düşündüğünü belirtmiştir.

Zühre ve Ayla öğretmenlerin ise Aras öğretmen kadar iddialı olmadıkları söylenebilir. Örneğin, Zühre öğretmen görüşmenin ilerleyen dakikalarında bu problemi hazırlarken oldukça zorlandığını belirttikten sonra araştırmacı ile şöyle bir konuşma yapmışlardır:

> ***Araştırmacı:*** *Yoksa bu ilk deneyim olduğu için, tam olarak ne yapacağınızı bilemediğiniz için mi bu kadar zorlandınız sizce?*
> ***Zühre:*** *Belki ondan biraz zorlandım. Hani matematiksel modelleme sorusu olur mu yoksa direk matematiksel işlem mi yaptırıyoruz? Yani onda da kararsız kaldım. Yani soruyu bu formata dönüştürdükten sonra… (düşünüyor) Bilmiyorum.*

Zühre öğretmenin problemini sorgularken matematiksel modelleme olup olmadığı konusunda bir tereddüt yaşadığı görülmektedir. Problemin açık uçlu olması gerektiğini düşündüğü ve problemin bu özelliği taşıdığına inanmasına rağmen varsayımlara açık olmadığının ve işlemsel bir problem olduğunun da farkında olduğu söylenebilir. Hatta görüşmenin bir yerinde bu problemi uygulamak isteyen bir öğretmene "*Değişkenlere dikkat edin. Çünkü direk tek bir sonucu yok. Herkes aynı sonuca ulaşmayabilir. Aynı yoruma ulaşabilir ama direk aynı sonuca ulaşmayabilir. Yani matematiksel veri anlamında…*" tavsiyesinde bulunmak istediğini belirtmiştir. Burada öğretmenin "*… Aynı yoruma ulaşabilir ama direk aynı sonuca ulaşmayabilir. Yani matematiksel veri anlamında…*" ifadesinden -*belki de farkında olmadan*- farklı modellerin ortaya çıkmayacağı sadece sayısal olarak farklı sonuçlara ulaşılabileceğini düşündüğü görülmektedir. Ayla öğretmenin de hem görüşme sırasında hem de çalıştay toplantısında yaptığı açıklamalardan probleminden emin olamadığı anlaşılmaktadır. Örneğin görüşme sırasında araştırmacı ile aralarında şöyle bir konuşma geçmiştir:

Araştırmacı: *Peki sizce zayıf yönü var mı?*
Ayla: *Var. İşlem yaparak bulabiliyorsun cevabı hemen.*
Araştırmacı: *Hemen (vurgulayarak).*
Ayla: *Ben dedim ya hepsini tutturamadım ama kafamda olan şeyleri…*

Ayla öğretmen problemi hazırlarken aklından geçenleri probleme yansıtamadığını söylemektedir. Bu nedenle de matematiksel modellemenin özelliklerinin tüm özelliklerini taşımadığının farkında olduğu söylenebilir. Problemin çalıştayda grup değerlendirmesi yapılırken diğer öğretmenler de sadece işlemsel olup olmadığı konusunda kararsızlık yaşamışlardır. Bu sırada Ayla öğretmen ile bir araştırmacı arasındaki tartışmanın bir kesiti şu şekildedir:

Araştırmacı 1: *Biz modellemeyi şöyle tanımlamıştık ya: gerçek yaşamdaki bir problem durumunun matematikselleştirerek çözülmesi demiştik. Burada matematikselleştirerek çözdüğümüz şey ne?*
Ayla: *Yani yol = hız x zaman. İşte ne kadar yol gitmiş, ne kadar zaman geçmiş? Bunu hesaplayarak kalan yolda ne yapması gerektiğini anlaması…*
Araştırmacı 1: *Sizce bu veriler verilmiş mi yani yeterli mi? Yani şu şekilde: verilen veriler zaten matematiksel olarak verilmiş. Ondan dolayı geriye sadece çözüm kalmış gibi olmamış mı?*
Ayla: *Olmuş. Ben de o konuda… Ben zaten Seda Hocama da onu söyledim. Ya benim sorum tam olmadı. Aynen işte sayıların hepsi var. Matematiksel işlem yaparak rahatlıkla sonuca ulaşabilir ama ben şeye baktım farklılık olarak*

çözümde ne olabilir? İşte ne yapsın: şu hızla giderse şöyle yapsın, bu hızla giderse böyle yapsın. Öğrenci yorumunu kendi yapsın istedim. Yoksa çözümü yapabilir. Açıp internetten de bir şey araştırmasına gerek yok soruda.

Ayla öğretmen problemin yoruma açık olmadığını hatta tüm sayısal verilerin problemde yer aldığını kabul etmiştir. Çözüme ulaşmak için öğrencilerin belirli değerler arasında matematiksel hesaplar yaparak uygun olanı seçmeleri yeterlidir. Zühre öğretmen ise Aras öğretmen kadar iddialı olmasa da görüşmenin sonunda probleminin matematiksel modelleme olabileceğini belirtmiştir:

Araştırmacı: *Peki hocam son sorumu soracağım. Sizce bu problem matematiksel modelleme problemi mi?*
Zühre: *Yani dediğim gibi çok da emin olamadım ama... Eğer şey deseydim kesin öyle olurdu… Belediye bu tesisi kurmalı mıdır?*
Araştırmacı: *Şimdi niye olmayabileceğini düşünüyorsunuz?*
Zühre: *Yani işte bilmiyorum tam emin değilim. Çünkü değişkenler var. Hani çocuklar belirleyecek, soruyu çözecek olan kişi belirleyecek. Gerçek hayattan zor bir soru, düşünmeyi gerektiriyor, işlem gerektiriyor. Herhalde matematiksel modelleme sorusudur.*
Araştırmacı: *Ama bir şey var, bir şüphe var sanki sizde.*
Zühre: *Şüphe var. Evet.*
Araştırmacı: *O şüphenin nedenini öğrenmek istiyorum.*
Zühre: *Yani bilmiyorum. Kesin bir sonuç da çıkmıyor. Sonucu kişiden kişiye değişiyor. Herhalde şey hocam, matematiksel modelleme sorusu.*

Yukarıda da belirtildiği gibi Zühre öğretmen matematiksel modellemenin özelliklerini bildiği ancak farklı yorumladığı bu konuşmadan da anlaşılmaktadır. Zühre öğretmenin matematiksel modellemenin açık uçlu olmasına ilişkin görüşlerinin çalıştayda değiştiği söylenebilir. Çalıştayda Zühre öğretmenden önce Ayla öğretmenin Radar problemi tartışılırken Zühre öğretmenin aşağıdaki yorumu, problemin farklı sayısal değerleri kullanmaya elverişli olmasını açık uçlu olması şeklinde değerlendirdiğini göstermektedir:

Öğretmen 1: *Net cevabı bulabiliriz.*
Araştırmacı 1: *Net cevabı bulabildiğimiz için matematiksel modelleme etkinliği değildir diyorsunuz.*
Zühre: *Ama hızı tam belli değil yani 200'ün altında ama 140'ın üstünde olabilir yazmış.*

Radar probleminin neden matematiksel modelleme problemi olmadığı açıklandıktan sonra Zühre öğretmen kendisinin de Ayla öğretmen gibi düşündüğünü belirtmiş ve probleminin açık uçlu olmadığını kabul etmiştir:

> ***Araştırmacı:*** *Yani siz o zaman şu durumuyla matematiksel modelleme olmadığını mı düşünüyorsunuz Zühre Hocam?*
> ***Zühre:*** *Evet, şu anda evet… Hani ben de farklı değişkenler var. O değişkenlere göre farklı çözüm yolları bulabileceği için modelleme olacağını düşünmüştüm. (…)*
> ***Zühre:*** *Şimdi hocam (değerlendirilen) ilk soru benim sorum olsaydı hani o zaman ben modellemedir diyecektim ama… Ben son anda değiştirdim zaten. Hani öğrenciler bu kadarını düşünemez diye, tam hesaplama olsun diye. Farklı değişkenler olunca modelleme olacağını düşünerek biraz basitleştirmek adına sorunun sonunu değiştirdim. Bu şekilde yaptım. Yoksa ben hatta şeyi de araştırdım, kendim de araştırdım mesela bir tesis kurulduğu zaman ne kadara mal oluyor. İşte Isparta'da kurulmuş mesela 7 milyon liraya mal olmuş. Aksaray'da kurulmuş 3 milyon liraya mal olmuş. Hani onu da kendileri belirleyecek. Bu çok zor olur diye düşünüp soruyu değiştirdim bu şekilde.*

Zühre öğretmenin *"Ben son anda değiştirdim zaten. Hani öğrenciler bu kadarını düşünemez diye, tam hesaplama olsun diye. Farklı değişkenler olunca modelleme olacağını düşünerek biraz basitleştirmek adına sorunun sonunu değiştirdim. Bu şekilde yaptım."* sözleriyle problemini bu şekilde sunmadan önce sayısal verilerin çok olmadığı bir formatta hazırladığından bahsetmektedir. Ancak öğrenci seviyesine uygun olmayacağı endişesiyle problemini bu şekilde düzenlediğini belirtmiştir. Probleminin çalıştayda değerlendirilmesinin ardından Zühre öğretmen bireysel görüşmede de sözünü ettiği gibi problemini Katı Atık Bertaraf Tesisi adıyla yeniden düzenlemiştir. Bu problemin açık uçlu olduğu araştırmacı dışında üç uzman tarafından teyit edilmiştir.

Araştırmanın diğer öğretmenlerinin (Fırat, Meriç ve Seyhan) problemin açık uçlu olmasına yönelik doğru bir algıya sahip oldukları düşünülmektedir. Her üçünün de gerek problemlerinden gerekse görüşme ve çalıştay değerlendirmelerinden bu sonucu destekleyen veriler sundukları görülmüştür. Öğretmenlerin problemleri hakkında yaptıkları yorumlardan bazıları şu şekilde örneklendirilebilir:

“(matematiksel modelleme probleminde) benim için en çok önemli olan öznel sonuçlara varılabilmesi. Bireysel, farklı çözümlerin oluşturulabilmesi… Bu sorunun da (…) farklı farklı çözümleri olabilir diye. En önemlisi bence bu farklı çözümler olması. Tabi gerçek yaşam problemi olması (…)” (Fırat)

“Gerçek hayatta olması ve bir de şey mesela öğrencilerin farklı düşünebilmesi. Mesela ben buna şey eklemeyi düşündüm; doğayı kirletme şeyleri ile ilgili. Ama eğer onu katarsam dedim LPG’li araç doğa dostu olduğu için öğrenciler hemen onu hesaplamaya, ona yönelmeye çalışacaklardır. Bu da problemin öbür kısmını boşa çıkarmış olacaktı. Boş bıraktım orayı. (…) Bunu örnek çözümde ben değerlendireceğim. (…) Orada (sınıfta) çocuğun biri çıkıp bunu söylerse, bu da çok müthiş zihinsel beceri olur yani öyle düşündüm.” (Meriç)

“Hani nasıl desem sadece doğru bir tek bir sonuç olmamalı… Yoksa modelleme olmuyor bana göre. Yani tek bir doğru sonucu olan şeyler daha çok uygulama basamağındadır. Direk metodolojiyi uyguladığınız zaman çıkıyor. Çocuğun orada yorum yapma becerisine birazcık daha alan açmanız gerekiyor. (…) çözüm özgürlüğü. Ben mesela kendi problemimi yazarken de buna çok dikkat ettim. (…)gündelik hayatta da bu böyle… Siz seçimlerinize göre yaşarsınız. Bir önceki seçiminiz bir sonrakini etkileyecek. Ha böyle olunca da tamamen yani nasıl desem tek bir doğruya yönelik değil de herkesin kendi seçimlerine yönelik bir şeyler yapmaya çalıştım öyle diyeyim.” (Seyhan)

Görüldüğü gibi üç öğretmen de gerçek yaşamdan sonra problemin özgün çözümlere sahip olması gerektiğini düşünmüşlerdir. Hatta Seyhan öğretmen matematiksel modellemenin gerçek yaşamı yansıtmasının doğal bir sonucu olarak özgün çözümlerin ortaya çıktığını *“(…)gündelik hayatta da bu böyle… Siz seçimlerinize göre yaşarsınız. Bir önceki seçiminiz bir sonrakini etkileyecektir. Ha böyle olunca da tamamen yani nasıl desem tek bir doğruya yönelik değil de herkesin kendi seçimlerine yönelik bir şeyler yapmaya çalıştım (…)”* sözleriyle ifade etmeye çalışmıştır. Yukarıdaki görüşlerden problemin açık uçlu olmasını Aras, Ayla ve Zühre öğretmenlerden farklı yorumladıkları hissedilmektedir. Fırat ile araştırmacı arasında geçen şu konuşmanın, durumu daha net açıkladığı düşünülmektedir:

Fırat: *Matematiksel modellemede veriler yani problemin içindeki veriler, şunu fark ettim seni net çözüme götürmüyor. Bizim klasik problemlerden farkı bu. Bence en büyük farklardan birisi bu… Ciddi anlamda bir yorum katmak gerekiyor. Zaten öznel çözümler de bu şekilde ortaya çıkıyor.*

***Araştırmacı:** Mesela sadece sayıların değiştirilmesi öznel çözümlere ulaşmada yeterli midir?*
***Fırat:** Değildir.*
***Araştırmacı:** Şunun için soruyorum (...) sayılarda değişiklik yapmayı sanki modelde değişiklik yapmakmış gibi algılıyoruz. Ben lisans öğrencilerinde de bunu gözlemleyebiliyorum.*
***Fırat:** Bu problemi ben de yaşadım. O yüzden de bu kendi yazdığım soruda da matematiksel modellemeye çok uygun olup olmadığını çok net bilmiyorum açıkçası. Olabilir diye düşünüyorum üstünde oynanırsa... Buradaki benim problemimde oluşturulacak yapıyı dikdörtgensel bir bölge olarak tasvir ettim ama aslında böyle düşünmeyebilir. Örnek çözüme farklı bir yapıdan yaklaşılabilir. Sonuçta yapacağımız bir yapının illa çevremizde gördüğümüz bir yapı gibi olması gerekmiyor. Mesela 7. sınıfta dairenin alanı falan var. Çocuğun birisi bunu daire olarak düşünüp tasarlayabilir, oradan da gidebilir. O zaman o modelin değiştiğini ben biraz daha değişmiş olduğunu düşünüyorum.*
***Araştırmacı:** Anladığım kadarıyla sayıları değiştirmenin modeli değiştirdiğini düşünmüyorsunuz.*
***Fırat:** Çok düşünmüyorum. İşte o problemi de yaşadım zaten.*

Fırat öğretmenin, problemin farklı çözümlere sahip olmasını farklı değişkenlerin belirlenmesine bağlı olduğunu, sayısal verilerdeki değişikliklerin modeli etkilemeyeceğini düşündüğü söylenebilir. Hatta kendisinin de böyle bir handikap ile karşılaştığını fakat bunu aştığını ifade etmiştir. Problemin çözümü için gerekli bilgilerin tam olarak verilmediğini düşünen öğretmenlere Fırat öğretmenin *"Biraz daha üzerini kapatalım ki modelleme sorusu olsun ama."* şeklinde cevap vermesi problemin öğrencilere değişkenleri belirleme sorumluluğu vererek özgün modeller ortaya çıkmasını desteklediği anlaşılmaktadır. Araba ve Elektrik Tarifesi problemleri için yapılan tartışmalarda bazı öğretmenlerin sayısal veri ya da bilgi eksikliğini gerekçe göstererek çözüm yapılamayacağı kanaatinde oldukları görülmüştür. Ancak her iki öğretmen de problemlerini savunmuş ve özgün çözümlerin ortaya çıkmasını sağlamak için bilgi eksikliği şeklinde görülen tüm değişkenlerin verilmemesini bilinçli olarak yaptıklarını belirtmişlerdir.

Matematiksel modelleme probleminin açık uçlu olmasına yönelik elde edilen bulgular tüm öğretmenlerin problem değerlendirirken olduğu kadar hazırlarken de bu özelliği dikkate almaya çalıştıklarını göstermektedir. Yukarıda da detaylı olarak incelendiği gibi çalışmaya katılan öğretmenlerden üçü (Fırat, Meriç ve Seyhan) bu kriteri doğru kullanırken; kalan üç öğretmenin (Aras, Ayla ve Zühre) problemin açık uçlu olmasını farklı sayısal sonuçlar elde etme düşüncesi ile sınırladıklarını göstermektedir. Şunu da belirtmek gerekir ki, bu yanlış algıya sahip öğretmenlerin çalıştayda diğer problemler değerlendirilirken açık uçlu olma kriterini sağlayan problemleri doğru değerlendirmişlerdir. Böyle bir sonuç elde edilmesi bu öğretmenlerin problemin açık uçlu olma özelliğinin gerçek anlamı ile kendilerine göre yorumladıkları anlam biçimi arasındaki farkı göremediklerini göstermektedir.

4.3.4. Problemlerin Karmaşık veya Düşündürücü Olması Açısından İncelenmesi

Matematiksel modelleme problemlerinin karmaşık veya düşündürücü olması problemi çözecek kişide bir çaresizlik hissi uyandırması, problemdeki belirsizliği hissettirmesi şeklinde ele alınmaktadır. Problemin belirli bir algoritmayla doğrudan çözülebilir olmaması problemin karmaşık veya düşündürücü yapısından kaynaklanmaktadır. Karmaşık veya düşündürücü olması özellikle matematiksel modelleme problemleriyle yeni karşılaşan birçok kişide (örn, öğretmenler, öğrenciler, öğretmen adayları) bu tür problemlerin zor olduğu hissi uyandırmaktadır. Araştırmadan elde edilen bulgular öğretmenlerin problem hazırlarken gerçek yaşam ve açık uçlu olmasını dikkate aldıkları gibi düşündürücü olmasını net bir kriter olarak ele almadıklarını göstermektedir. Bunun nedenlerinden biri problemlerini diğer iki özelliğe uygun hazırladıklarında bu özelliğe doğal olarak sahip olacağı anlayışını benimsemeleri olabilir. Bu bölümde hazırlanan problemlerin düşündürücü olmasına ilişkin bulgular ele alınmıştır.

Yukarıda da belirtildiği gibi öğretmenler problemin düşündürücü olmasını belirgin bir kriter olarak dikkate almamışlardır. Ancak özellikle bireysel görüşmeler sırasında problemin uygulanabilirliği ile ilgili sorulan sorulara verdikleri cevaplar üzerinden bu koda ilişkin bulgular değerlendirilmiştir. Öncelikle, öğretmenlerin genel olarak problemin düşündürücü olmasını zor olması şeklinde belirttikleri söylenebilir. Örneğin, Fırat öğretmenin çok fazla değişkenin ve belirsizliğin olmasının problemi zorlaştırdığını; hatta çözüme ulaşılmasını engellediğini düşündüğü görülmüştür. Öğretmenin bu yöndeki görüşleri şu şekildedir:

> *“(…) Bazı hocalarımın sorularını (diğer öğretmenlerin hazırladıkları problemleri kast ediyor) görünce hani dünyayı nasıl kurtarırız diye anladım mesela. Belki bu benim sorum da öyle anlaşılır, bilmiyorum. Hani çok ucu açık, çok böyle muallakta, çok böyle belirsizlikler, çok fazla değişkenler… Bu anlamda yani nasıl net çözümler yapılabilir ya da zor... (…) Buradaki amaç çözüme mi ulaşmak yoksa öğrenciyi düşündürüp öğrencinin işte problemi çözen kitlenin bazı yeteneklerini geliştirmek mi?”* (Fırat)

Zühre öğretmen probleminin matematiksel modelleme olup olmadığından emin olmamakla birlikte zor ve düşündürücü bir problem olduğunu söylemiştir. Daha önceki bölümlerde belirtildiği gibi Çöpten Enerji Üretimi problemi matematiksel modelleme problemi değildir ve bunun sebeplerinden biri de düşündürücü olmamasıdır.

> ***Araştırmacı:*** *Şimdi niye (matematiksel modelleme problemi) olmayabileceğini düşünüyorsunuz?*
> ***Zühre:*** *Yani işte bilmiyorum tam emin değilim. Çünkü değişkenler var. Hani çocuklar belirleyecek, soruyu çözecek olan kişi belirleyecek. Gerçek hayattan zor bir soru, düşünmeyi gerektiriyor, işlem gerektiriyor. Herhalde matematiksel modelleme sorusudur.*

Zühre öğretmene göre birkaç işlem adımını gerektiriyor olması düşündürücü olması anlamına geliyor olabilir. Aras öğretmen ise geleneksel problemler ile hazırladığı problemi karşılaştırırken şu ifadeleri kullanmıştır:

> *“Yani bunun karşılaştırılması biraz zor olacak. Çocuk hemen çözüme ulaşmayacak. Çözüm tek bir tanedir ama biraz uğraştıktan sonra, biraz sayısal beceri geliştirdikten sonra, biraz kavramı becerisi geliştirdikten sonra konular, kazanımlar ya da disiplinler arasında geçiş yaptıktan sonra çözümü bulunabilecek soruları soruyoruz Ama bu tür soruları işin doğrusu hayal etmiyordum ben.”*

Aras öğretmenin bir problemin düşündürücü olması gerektiği konusunda hassas olduğu çalıştay öncesi yapılan görüşmeler sırasında da fark edilmiştir. Kaliteli bir matematik probleminin taşıması gereken en önemli özelliklerden birinin düşündürücü olmasını vurguladığı bulgular önceki başlıklar altında ele alınmıştır. Öğretmen, matematiksel modellemenin bu yönünün kendisini cezbettiği, daha önce farkında olmadığı bu problem türünün özellikle düşündürücü olduğu için geleneksel problemlerden daha etkili olabileceğini ifade etmiştir. Aras öğretmenin *"(...) Aslında (öğrencinin) bu tür problemlerle uğraşmasıyla diğer klasik anlamdaki soruları bol bol çözmesine gerek kalmadığını düşünüyorum."* şeklindeki yorumu bu duruma örnek gösterilebilir. Meriç öğretmen de Aras öğretmen gibi geleneksel problemlerle kendi problemini karşılaştırırken matematiksel modelleme problemlerinin düşündürücü olmasına vurgu yapmıştır:

> *"Bu seferki matematiksel modelleme ile ilgili sorularımız öğrenciyi daha çok düşünmeye sevk eden onları sadece bir konuyu öğrenmek için uğraşmaya değil de daha genel olarak matematiksel düşünmeyi nasıl sağlayabiliriz, verilen bilgiler nasıl matematiksel modellemeye dönüştürülebilir ya da verilen bilgiler matematiksel modellemeye dönüştürülebilecek bilgiler mi? Önce bunları ayarlamamız gerekti. Farklı olarak bu problemimiz daha kompleks, daha karmaşık bir yapıda… Daha uzun sürede çözülecek problemler. Çünkü bizim daha önce hazırladığımız problemler üç beş dakika sonra çözülebilecek problemlerdi. Bu problemin (Araba problemi) çözümüne belki iki saat yetmeyecek, ertesi gün şey yapılacak (devam edilecek) bir problem."*

Meriç öğretmenin bu sözlerinden matematiksel modelleme problemi hazırlarken konu öğretiminin yanı sıra matematiksel düşünme becerisi kazandırmayı hedeflediği anlaşılmaktadır. Ayrıca hazırladığı problemi daha öncekilere göre daha karmaşık, düşünmeye sevk eden, çözüm aşaması daha uzun soluklu olan bir problem olarak değerlendirdiği görülmektedir.

Ayla öğretmenin hazırladığı problemin matematiksel modelleme olabilmesi için dikkat etmeye çalıştığı kriterleri sıralarken;

> *"(...) Düşündürücü olacak, çeldirici olacak, çaresiz kılacak… Öyle ilk başta bakınca cevap böyle ortada olmayacak, araştırma yapması lazım öğrencinin bir şeyleri bulması için…"*

ifadelerini kullanmıştır. Daha sonra Ayla öğretmen "*Tabii ben hepsini tutturamadım problemimde."* Diyerek problemin açık uçlu olmadığını belirtmiştir. Radar probleminin düşündürücü olduğunu söylemiş ve sözlerine *"(...) dediğim gibi yani şimdi bakınca hah cevap şu denilmesin istedim."* şeklinde devam etmiştir.

Seyhan öğretmen hazırladığı Elektrik Tarifesi probleminin zor ya da düşündürücü olduğunu doğrudan söylemese de yaptığı değerlendirmelerden bunu dikkate aldığı anlaşılmaktadır.

> *"(...) Şu an bu problem Bloom taksonomisine göre nerde olur bilmiyorum ama çocuğun kendi modelini kurup, kendi özgün yorumlarını yapacağı ve sıfırdan bir şey inşa edeceği için değerlendirme basamağına yaklaşacaktır. (...) Hani bundan sonra mesela çok daha rahat bir şekilde daha yüksek becerilerde zihinsel becerilerde soru yazabileceğimi düşünüyorum."*

Öğretmenin geleneksel problem hazırlama ile matematiksel modelleme problemi hazırlama deneyimlerini karşılaştırırken yaptığı bu yorumdan Elektrik Tarifesi probleminin üst düzey zihinsel becerilere yönelik olduğunu düşündüğü anlaşılmaktadır.

Problemin düşündürücü olması gerektiği ya da problemlerini hazırlarken buna dikkat ettikleri her öğretmen tarafından doğrudan ifade edilmemiş olsa da tüm öğretmenlerin bu özelliği göz önünde bulundurdukları rahatlıkla söylenebilir. Her ne kadar dikkate alsalar ve hatta problemlerinin bu özelliği taşıdığını düşünseler de Ayla ve Zühre öğretmenlerin hazırladıkları Radar ve Çöpten Enerji Üretimi problemleri düşündürücü olma kriterini sağlamadığı tespit edilmiştir. Bu iki problem kendi aralarında değerlendirildiğinde Radar probleminin diğer probleme nazaran bir nebze zorlayıcı olduğu söylenebilir. Aras öğretmenin Düğün Salonu probleminin ise kısmen düşündürücü olduğu görülmüştür. Fırat, Meriç ve Seyhan öğretmenlerin bu özelliğin fakında oldukları ve bunu bilinçli bir şekilde problemlerine yansıttıkları düşünülmektedir.

4.3.5. Problemlerin Modelleme Sürecine Uygun Çözülebilmesi Açısından İncelenmesi

Bir problemin matematiksel modelleme olabilmesi için gerekli şartlardan biri de modelleme sürecine uygun olarak çözülebilmesidir. Bu süreç, problemi anlama, varsayımlarda bulunma ve değişkenleri belirleme, zihinsel model oluşturma, model oluşturma, modeli çözme, dönüştürme ve değerlendirme basamaklarının döngüsel olarak takip edilmesini gerektirir. Bu bölümde öğretmenlerin problemleri modelleme sürecine uygun çözülebilmesine yönelik çalışmaları incelenecektir.

Problem hazırlarken modelleme sürecine uygun çözülebilmesini dikkate aldığını dile getiren tek öğretmen Seyhan olmuştur. Öğretmenin bununla ilgili görüşleri şu şekildedir:

> ***Araştırmacı:*** *Yazıya dökerken zorlandınız mı?*
> ***Seyhan:*** *Hayır. Zaten şöyle diyeyim, en büyük şansım şu oldu. Yaparken mesela modellemenin basamaklarını zaten zihnimde geçirdiğim için, ona göre yazdığım için (…) Yani nasıl desem modelleme, hani soruyu düşünürken ya da şey yaparken (anlaşılmıyor ne demek istediği) modelleme basamaklarını düşünerek yazdım. Şimdi şey değil hani zihinsel model oluşturmada, model oluşturmaya da dönüştürmeye de yönelik şeyler yaptığım (…) için problemin çatısını kurduktan sonraki meseleler pek fazla zamanımı almadı. Sadece kâğıda döküp ondan sonra örnek çözüm üzerinde konuşmak kaldı yani.*

Seyhan öğretmen problemi hazırlarken bir taraftan da modelleme sürecine uygun olarak nasıl çözülebileceğini düşünmektedir. Modelleme sürecini düşünerek problemi hazırlamasının problem yazma sürecini kolaylaştırdığı da görüşleri arasındadır. Diğer öğretmenlerde böyle bir bulguyla karşılaşılmamıştır. Ancak problemlerinin modelleme sürecine uygunluğunu açık uçlu olmasına dikkat ederek sağlamaya çalıştıkları söylenebilir. Neticede problemin açık uçlu olması varsayımlarda bulunmayı ve değişkenleri belirlemeyi, bu değişkenlere sayısal değerler vererek özgün bir çözüm ortaya koymalarını kapsamaktadır. Modelleme sürecinde ise başta problemi anlama olmak üzere problemin açık uçlu olması, varsayımlarda bulunma ve değişkenleri belirleme, zihinsel model oluşturma, model oluşturma, modeli çözme basamaklarına karşılık gelmektedir. Dönüştürme ve değerlendirme basamakları ile ilgili ayrıca Aras öğretmen görüş bildirmiştir:

> *"Problemi uygularken çocuklara sadece tek bir çözüm olmadığını, bu çözümü yaparken sürecin önemli olduğunu, bu süreci de sizin (öğrencilerin) yönetebileceğinizi (söylerdim). İşte diyelim ki bireysel de olsa grup halinde de olsa siz yöneteceksiniz. Mantıklı, tutarlı bir çözüm olması gerekiyor. Yani siz çözümü sunduğunuz zaman başkası demeyecek: "ya bu kadar kişiyle olmaz. Bu kadar ücreti olmaz. Çok uç ücret çıktı o olmaz, çok az bir şey çıktı, o da olmaz." şeklinde çocukların bunlara dikkat etmesi gerektiğini söylerdim. İşte bunlara*

> *dikkat ederek öyle hazırlasın (çözümü). Biraz süre problemin durumunu anladıktan sonra işlemlere başlasınlar. Belki hemen birkaç işlem yaparak bir sonuç bulabilir. Çocuğa eğer dersek ki "ya sana senin sunacağın her çözümün doğrudur" o çocuk hiç umursamadan, düşünmeden bir çözüm bulmaya çalışacaktır ama "tutarlı olacak, mantıklı olacak, o problem durumu ile ilgili olacak yani ortaya çıkacak sonuç seni de mutmain edecek" (dememiz gerekiyor)"* (Aras)

Aras öğretmenin bu sözleri ile matematiksel modellemede birçok farklı çözüm elde edilebilmesinin her çözümün kabul edilebilir olduğu şeklinde algılanmaması gerektiğini vurgulamak istediği söylenebilir. Aras öğretmene göre ortaya koyulan her çözüm mantık süzgecinden geçirilmeli, gerçek hayattaki işlevselliği kontrol edilmelidir. Aksi takdirde öğrencilerin üzerinde düşünmeden ürettikleri birçok çözüm önerisi sunacaklarından endişe etmektedir. Modelleme sürecinde, model oluştururken ve çözerken problem durumunun gerçek hayatla bağının koparılmaması gerekliliği dönüştürme ve değerlendirme basamağına karşılık gelmektedir. Problemlerini hazırlarken modelleme sürecine ilişkin açıklama yapan öğretmenlerin görüşleri de şu şekilde örneklendirilebilir:

> *"Soruyu hazırlamadan önce burada paylaştığımız dokümanların bir kısmını inceledim, incelemek zorunda hissettim kendimi. Aşamalar nasıldı? Hatta kendi problemimde şu an düşünüyorum aşamaları… Bazılarını yanlış yazmış olabilirim bazı yazmam gerekenleri başka yere yazmış olabilirim. Onu düzeltiriz sonra."* (Fırat)

> *"Yani problemi hazırlarken çözümünü de düşünmek zorunda kalıyor insan. Böyle düşününce ben mesela bir yöntem düşündüm, uyguladım. Benim problemimi değil de daha komplike bir problem olduğunu düşünelim. Öğrencilerin benim gibi düşünebileceğini, benden farklı düşünebileceğini göreceğim. Farklı bir şey olduğu zaman onların çözümlerinden ben de istifade edeceğim. Onlar farklı yoldan çözmüşlerse ben söyleyeceğim, onlar da ondan istifade edecek. Yani sonuçta bayağı bir şey kazanmış olacağız zihinsel olarak."* (Meriç)

Görüldüğü gibi Fırat ve Meriç öğretmenler problem hazırlarken problemin nasıl çözülebileceğini düşünmeleri gerektiği vurgulamaktadır. Ancak her iki öğretmenin de doğrudan çözümün modelleme sürecine uygunluğuna dair bir açıklama yapmadıkları, özellikle öğrencilerden gelebilecek alternatif çözümleri daha iyi anlayabilmek için öğretmenin problemi hazırlarken örnek çözüm yapması gerektiği konusunda fikir beyan ettikleri görülmüştür.

Ayla ve Zühre öğretmenlerin problemlerinin modelleme sürecine uygun çözülebilmesini dikkate aldıklarını ortaya koyan bir bulguya rastlanmamıştır.

Daha önce de belirtildiği gibi öğretmenlerden matematiksel modelleme problemleri hazırlarken en bir adet de örnek çözüm yapmaları istenmiştir. Öğretmenlerin örnek çözümleri de incelendiğinde Aras ve Zühre öğretmenlerin çözümlerini modelleme basamaklarına göre düzenlemedikleri görülmüştür. Diğer öğretmenlerin ise (Ayla hariç) yaptıkları örnek çözümleri modelleme basamaklarına uygun şekilde sundukları söylenebilir. Ayla öğretmenin Radar probleminin çözümünü modelleme sürecine göre yapmaya çalıştığı ancak başarılı olamadığı tespit edilmiştir. Ayrıca her problem çalıştayda değerlendirildikten sonra problemi hazırlayan öğretmenden tahtada bir örnek çözüm sunması istenmiştir. Çalıştay video kayıtlarında da Aras, Ayla ve Zühre öğretmenlerin sunum yaparken modelleme basamaklarını dikkate almadan sadece adım adım çözümlerini nasıl yaptıklarını anlattıkları görülmüştür. Fırat, Meriç ve Seyhan öğretmenler ise sunum yaparken her bir adımın modellemenin hangi basamağında olduğunu göstermişlerdir. Ancak elde edilen bulgular çalıştaya katılan hiçbir öğretmenin problemleri değerlendirirken problemin modelleme sürecine uygun çözülebilmesini dikkate almadığını ortaya koymaktadır.

4.3.6. Öğretmenlerin Problem Hazırlama Süreçleri

Bu çalışma kapsamında matematiksel modelleme eğitimi alan öğretmenlerin problem hazırlama yeterlikleri incelenmiştir. Bulgular öğretmenlerin matematiksel modelleme problemi hazırlarken geleneksel problem hazırlamaya nazaran oldukça uzun ve zorlu bir süreçten geçtiklerini göstermektedir. Çalıştay öncesi yapılan görüşmelerde öğretmenlerin problem hazırlama hakkındaki görüşleri incelendiğinde bunun öğretmenler için önemli bir beceri olduğu tüm öğretmenlerin ortak görüşü olmuştur. Ayrıca çalıştay öncesi bulgular genel olarak öğretmenlerin iyi bir matematik probleminde aradıkları özelliklerin de gerçek yaşama uygun, yoruma açık, öğretici ve dikkat çekici olması üzerinde yoğunlaştığını göstermektedir. Ancak ulusal öğrenci seçme sınavlarına uygun olmadığı için hazırladıkları problemlere bu özellikleri yansıtamadıklarını belirtmişlerdir.

Matematiksel modelleme eğitimi ile öğretmen yeterliklerinden teorik boyutuna yönelik beceriyi kazanmaları sağlandıktan sonra etkinlik boyutuna yönelik çalışmalar yapılmıştır. Bu bağlamda öğretmenlerden matematiksel modelleme problemlerini geleneksel problemlerden nasıl ayırt edebildikleri görmek amacıyla Asansör, Oyuncakçı Giapetto ve Antik Tiyatro problemlerini değerlendirmeleri istenmiştir. Elde edilen veriler Fırat, Meriç ve Seyhan öğretmenlerin bu yeterliğe sahip olduklarını; yazılı değerlendirmelerinde kısmen başarılı sayılabilecek Aras, Ayla ve Zühre öğretmenlerin ise çalıştayda yapılan tartışmalar sonunda değerlendirme kriterlerini doğru bir şekilde belirleyebildiklerini göstermektedir. Matematiksel modelleme eğitimi süresince birçok modelleme problemi çözdüklerinden öğretmenlerin modelleme sürecine uygun olacak şekilde problem çözmede başarılı performans gösterdikleri proje verileriyle desteklenmektedir. Böylelikle, öğretmenlerin matematiksel modelleme yeterliklerinden etkinlik boyutuna dâhil olan üçünce ve son aşamaya gelinmiştir. Bu aşama bu çalışmanın esas araştırma sorusuna yönelik olan matematiksel modelleme problemi hazırlayabilme becerisini içermektedir. Matematiksel modelleme problemlerine ilişkin temel teorik bilgiye sahip olmak, matematiksel modelleme problemlerini geleneksel problemlerden ayırt edebilmek ve matematiksel modelleme problemlerini çözebilmek matematiksel modelleme problemi hazırlamanın temelini oluşturmaktadır. Öğretmenlerin hazırladıkları problemlerin matematiksel modelleme kriterlerine göre değerlendirilmesine ait bulgular yukarıdaki başlıklar altında ayrıntılı olarak ele alınmıştır. Ayrıca problemlerin niteliğini doğrudan etkileyen faktörlerden biri çalışmaya katılan hiçbir öğretmenin daha önce böyle bir deneyiminin olmamasıdır. Dolayısıyla öğretmenlerin problemlerinin matematiksel modellemeye uygunluğu kadar hazırlama sürecine ilişkin genel görüşlerinin de önemli olduğu düşünülmektedir.

Bulgular öğretmenlerin matematiksel modelleme problemi hazırlarken geleneksel problem hazırlamaktan çok daha farklı bir süreçten geçtiklerini ortaya koymaktadır. Matematiksel modelleme problemi hazırlamayı geleneksel problem hazırlamadan ayıran özelliklerine yönelik öğretmen görüşleri dikkate alınarak problem hazırlama süreçlerin karşılaştırılması Çizelge 4.10'da verilmiştir:

Çizelge 4.10 Matematiksel modelleme problemi ile geleneksel problem hazırlama süreçlerinin karşılaştırılması

Matematiksel Modelleme Problemi Hazırlama Süreci	Geleneksel Problem Hazırlama Süreci
Zaman alıcıdır	Kısa sürede yapılabilir
Gerçek yaşam durumu olmak zorundadır	Gerçek yaşam durumu olmak zorunda değildir
Problem durumu matematikselleştirmeye uygun	Problem durumunun matematik diline aktarılması söz konusudur
Açık uçlu olmalıdır	Genellikle tek çözüme yöneliktir
Farklı değişkenleri dikkate almak gerekir	Sadece sayısal değişkenler kullanmak yeterlidir
Düşünmeyi gerektirir	Çok fazla düşünmeden birçok benzer problem hazırlanabilir
Analiz, sentez ve değerlendirme basamakları dikkate alınır	Genellikle kavrama ve uygulama basamağına yöneliktir

Matematiksel modelleme problemi hazırlamanın zor bir süreç olduğu tüm öğretmenlerin ortak görüşüdür. Zor olmasının nedenleri Çizelge 4.10'da açık bir şekilde görülmektedir. Öncelikle, öğretmenler için geleneksel problem hazırlamaya göre oldukça uzun bir süreç olduğu söylenebilir. İlk olarak fikir bulma konusunda öğretmenlerin zorlandıkları söylenebilir:

> *"Bu çok daha fazla zaman aldı çok daha derin düşünmeme neden oldu. Öbürlerinde (geleneksel problemlerde) sayısal cevap direk bulunabildiği için sıkıntı yaşamıyordum da bunda süreç bayağı uzun sürdü."* (Ayla)

> *"Ya ben önce konuyu belirleyemedim. Yani bunu belirledikten sonra iki gün sürdü kâğıda dökmek. (...) bir fikir bulmak uzun sürdü."* (Zühre)

> *"Yani bu bir süreç olarak düşündüm. Önce düşündüm. Sonra kafamda tasarladım. Şöyle diyebilirim, hani 2 günümü aldı. (...) En zoru fikir bulmaktı.*

Fikir bulduktan sonra 1, 2 günümü aldı diyebilirim herhalde. Daha doğrusu fikirle beraber..." (Meriç)

Görüldüğü gibi öğretmenlerin en çok zorlandıkları aşama fikir bulma olmuştur. Fikri bulduktan sonra bunu kâğıda dökmek çok fazla zamanlarını almamıştır. Öğretmenlerin problem durumunu belirlemelerinde zorlanmalarının nedenleri problemin gerçek hayattan ve açık uçlu olması gerektiğinden kaynaklanmaktadır. Aynı anda farklı değişkenlerin bir arada düşünülmesini sağlayacak karmaşık bir problem hazırlamak öğretmenler için kolay olmamıştır. Örneğin problemin gerçek hayat durumunu yansıtması gerekliliğinin kendisini zorladığını Fırat öğretmen,

"Normal problem hazırlarken işte sınavlarda belli kazanımlarımız var onları genel itibariyle istediğimiz kazanımları ölçecek şekilde olan testler, sınavlar, sorular hazırlıyoruz. Çok zor olmuyor. Orada işte günlük hayatta çokta fazla iç içe olması gerekmeyen kazanımlar da yoklanıyor. İşte alan hesabı mesela herhangi bir dörtgenin alanının hesaplanması çok da günlük hayatın içinde olan bir probleme dayanması gerekmiyor. Ha olsa iyi olur ama daha basit kalıyor. Daha alışkın olduğum şeyler öğrenciliğimizden beri hep haşir neşir olduğumuz klasik soru tarzları."

şeklinde açıklamıştır. Öğretmenlerin problemlerini hazırlarken çıkış noktaları kazanımlar değil gerçek yaşam durumları olduğu hatta kendi deneyimleri olduğu elde edilen sonuçlardan biridir. Ancak probleme konu olan durumlar da birden ortaya çıkmamıştır. Her öğretmen birkaç başarısız deneme süreci yaşamıştır. Bunun nedenlerinden birinin her gerçek yaşam probleminin matematikselleştirilerek çözüme kavuşturulmasının mümkün olmaması ya da öğretmenlerin bu konuda yetersiz kalmaları olabilir. Bu konuyla ilgili olarak Meriç öğretmenin,

"Vazgeçilmez özelliklerimden ilki günlük hayatta bir karşılığın olmasıydı. İkincisi matematik diline çevrilebiliyor olmasıydı. (…) Hani şey diye düşündüm bir olayı matematik diline çevireyim diye düşündüm. Çeviremedim. (…)Bir şey daha oldu ondan önce de bir şey tasarlamıştım ben. (…) Ben 8. sınıfların dersine girdiğim için orada da hazırlayabileceğim konular üslü sayılar, kareköklü sayılar olduğu için kareköklü sayılardan bir şey tasarlamak istedim. Hatta onu da tasarladım da sonra ondan da vazgeçtim. Onda da bir bahçeye hazır çim sereceklerdi. Farklı firmaların farklı şeyleri var mı diye araştırdım hatta. Çünkü hepsi kare şeklinde mi üretiyor, hepsi dikdörtgen şeklinde mi

> *üretiyor. Sonra baktım ki farklı firmalar farklı ebatlarda üretebiliyormuş. Onunla ilgili bir problem tasarladım sonra vazgeçtim ondan. Aslında onu götürebilseydim sonuna kadar o daha iyi bir problem olabilirdi."*

şeklindeki açıklamalarından birden fazla problem durumu belirlediğini ancak matematiksel modelleme formatına dönüştürmeyi başaramadığı görülmektedir. Dikkat edilirse Meriç öğretmen matematiksel modelleme problemi hazırlarken günlük hayattan bir problemin matematik diline çevrilebilmesinden bahsetmektedir. Öğretmenin burada "matematik diline çevirmek" ile kast ettiği şeyin esasında matematikselleştirmek olduğu düşünülmektedir. Meriç öğretmene ait verilerin büyük resmi bu çıkarımı destekler niteliktedir. Problem hazırlama sürecinde zorluk yaşamalarının nedenlerinden birinin problemin açık uçlu olması gerekliliğidir. Geleneksel problemler genellikle işlem adımları belli olan tek çözümlü problemler olduğu için öğretmenler bu tür problem yazmada uzmanlaşmışlardır. Oysa matematiksel modelleme problemleri farklı yorumlara açık çözüm adımları doğrusal olmayan bir yapıya sahiptir. Bu durum ile ilgili olarak Seyhan ve Fırat öğretmenlerin aşağıdaki yorumları tüm öğretmenlerin ortak görüşünü yansıtmaktadır:

> *"(...) biraz daha zorlayıcı bir süreçti benim için. Çünkü değişkenleri çocuğun bulup ondan sonra bunlara göre yöntem istemesi bizim en büyük zorluğumuz oldu. Hani matematik dediğiniz zaman aklınıza her zaman şu geliyor. Verilen değerleri yerlerine yerleştirdiğiniz zaman belirli bir metodoloji izleyip ondan sonra doğru sonuca ulaşma çabasıdır. Fakat burada tek bir doğru yok. Yani çocuğun kendi içerisinde kendi öğrenmesini sorgulamasını istiyoruz aslında."* (Seyhan)

> *"Matematiksel modellemede veriler yani problemin içindeki veriler şunu fark ettim seni net çözüme götürmüyor. Normal bizim klasik problemlerden farkı bu. Bence en büyük farklardan birisi... Ciddi anlamda bir yorum katmak gerekiyor. Zaten öznel çözümler bu şekilde ortaya çıkıyor."* (Fırat)

Az önce de belirtildiği gibi tüm öğretmenlerin görüşü bu yöndedir fakat Aras öğretmenin bu konuya bakış açısı diğer öğretmenlerden daha farklıdır. Aras öğretmene göre matematiksel modellemenin geleneksel problemlerdeki gibi tek çözümlü olmaması öğrencileri problemi çözmeye teşvik etmektedir. Tek bir doğru cevaba odaklanılmaması öğrenci doğru bir çözüme ulaşamasa dahi kısmen de olsa başarılı olma hissi yaratmasının önemini vurgularken bu durumun kendisini de mutlu ettiğini belirtmiştir.

Matematiksel modelleme problemi hazırlarken üst düzey düşünme becerilerinin gelişmesini sağlayacak nitelikte olmasına özen gösterdikleri görülen öğretmenlerin bunu sağlamaya çalışırken zorlanmalarının nedenini alışageldikleri problem hazırlama sürecinin kavrama ve uygulama basamaklarına yönelik olmasıyla ilişkilendirmektedirler.

> *"(...) ya kendi adıma öğretmenliğimi eleştirecek olursam… Biz bu zamana kadar çocuklardan daha çok hep en fazla uygulama basamağı ya da çok nadir analiz basamağındaki soruları çözmesini istedik ama bu sefer çocuğun değerlendirme basamağına çıkabilecek türden sorular (...) yöneltmemiz istendi."* (Seyhan)

> *"Okuldaki öğrencilerime problem hazırlarken genelde bilgi kavrama, uygulama (basamaklarında kalıyoruz) analiz ve sentez düzeyinde çok çıkamıyoruz. Yeni başlıyorsak daha basit sorular, biraz öğrendikten sonra biraz daha zorlaştırdık sonra biraz daha zorlaştırdık ama bizimki daha çok konuyu kavratmaya yönelik sorulardı. Bu seferki matematiksel modelleme ile ilgili sorularımız öğrenciyi daha çok düşünmeye sevk eden onları sadece bir konuyu öğrenmek için uğraşmaya değil de daha genel olarak matematiksel düşünmeyi nasıl sağlayabiliriz, verilen bilgiler nasıl matematiksel modellemeye dönüştürülebilir ya da verilen bilgiler matematiksel modellemeye dönüştürülebilecek bilgiler mi önce bunları ayarlamamız gerekti."* (Meriç)

Öğretmenlerin matematiksel modelleme problemi hazırlarken yaşadıkları zorluklar ve nedenleri genel olarak bu şekildedir. Ancak bu sürecin zorlu olması matematiksel modellemeye karşı olumsuz bir tutum geliştirmediği görülmektedir. Bu tür problem yazma deneyimi yaşamamış olmaları, hatta matematiksel modelleme problemleriyle ilk defa bu proje aracılığıyla karşılaşmış olmalarından kaynaklanan zorluklar yaşamaları olağan bir durumdur. Elde edilen bulgular matematiksel modelleme problemi hazırlamanın öğretmenlerin matematiksel modellemeyi tam anlamıyla öğrenmelerini sağlaması açısından önemli olduğunu göstermektedir. Örneğin Meriç öğretmenin,

> *"Bence bu ilk olduğu için zor oldu. İlerisi için net konuşmak doğru olmaz ama şu göstergeler bize bazı şeyler ifade eder. Şimdi biz en iyi şekilde matematiksel modellemenin ne demek olduğunu tam olarak soruyu hazırlarken öğrendik. Yani matematiksel modellemenin sadece çözme yönü değil; hazır olan problemleri çözmek kolay. Problem üretmenin zor olduğunu ve problem üretirken matematiksel modelleme problemi üretmenin ne demek olduğunu burada öğrenmiş olduk. Bundan sonra tabi öğrendiğimiz şeyi uygulamak biraz daha kolay olacaktır. Hani zor olsa dahi daha güzel ürünler çıkacaktır en azından. Çünkü bu acemice hazırlanmış bir şey."*

sözleri bu çıkarımı destekleyen önemli bir bulgudur. Benzer şekilde Seyhan öğretmen de şu ifadelerle neden zorlu bir süreç yaşadıklarını özetlemiştir:

> *"Ben kendim ona (matematiksel modellemeye) alışkın değilken yani hem çözmeye hem yazmaya… Hani çocuktan böyle bir şey beklemek, çocuğun kendi yerime koymasını beklemek de biraz zor oldu. Çünkü siz soruyu yazarken sadece yazan taraf olmuyorsunuz aynı zamanda çözen taraf da oluyorsunuz. Yani her iki tarafı birden kontrol etmek zorunda olduğunuz için biraz daha zorlayıcı geldi bana işin açığı…"*

Araştırmada elde edilen bulgular öğretmenlerin matematiksel modelleme problemi hazırlamadan önce yeterli teorik bilgiye sahip olmaları gerektiğini ortaya koymaktadır. Ancak yukarıda da belirtildiği gibi öğretmenlerin matematiksel modellemeyi tam anlamıyla öğrenebilmeleri bu tür problemler hazırlamalarıyla mümkün olmuştur. Bilgilerini uygulamaya yansıtmaları istendiğinde bazı teorik bilgileri yanlış yorumladıkları ortaya çıkmıştır. Sonuç olarak öğretmenler tarafından hazırlanan toplam sekiz problemden yedisinin (Düğün Salonu problemi hariç) matematiksel modellemeye uygun olduğu görülmüştür. Öğretmenlerin problem hazırlama sürecinde bir takım zorluklar yaşasalar da başarılı performanslar sergiledikleri düşünülmektedir. Matematiksel modellemenin sınıfa taşınmasından önce -*ki bu Borromeo Ferri'nin (2018) "uygulama yeterliği"ne denk gelir-* öğretmenlerin matematiksel modelleme problemlerine tam anlamıyla hâkim olmaları bir gerekliliktir.

5. TARTIŞMA

Bu bölümde matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme problemi hazırlama becerilerine dair araştırma bulguları literatür ile birlikte tartışılmıştır. Bulgular, belirlenen tartışma konuları dahilinde tek tek araştırma sorularına yönelik değil; bütüncül bir yaklaşımla sunulmuştur. Öncelikle, matematiksel modellemedeki gerçek yaşam algısı tartışılmış, daha sonra problemin açık uçlu olmasına ilişkin sonuçlar ele alınmıştır. Matematiksel modelleme problemlerinin düşündürücü olması, öğretici ve disiplinler arası özelliği ayrı ayrı incelenmiştir. Son olarak da öğretmenlerin matematiksel modelleme hazırlama süreçlerine ilişkin bulgular literatürle desteklenerek tartışılmıştır.

5.1. Matematiksel Modellemedeki Gerçek Yaşam

Öğretmenlerin derslerinde pek fazla yer veremeseler de iyi bir matematik probleminin hangi özelliklere sahip olması gerektiği hakkındaki düşüncelerini yansıtan farklı bulgular elde edilmiştir. Öncelikle öğretmenler problemlerin etkili olabilmesi için gerçek hayattan olması gerektiğine inanmaktadırlar. Gerçek yaşam ile matematik arasındaki ilişkiyi ise dört farklı şekilde kurdukları görülmüştür: (1) Günlük hayat durumlarını geleneksel örneklerde kullanma, (2) İçinde sayısal işlemler olan günlük hayat durumlarını kullanma, (3) Farklı disiplinlerdeki matematiği kullanma, (4) Metafor oluşturma şeklindedir. Günlük hayat durumlarının geleneksel problemlerde kullanılması en yaygın kullanılan yöntemdir. Gerçek hayat ile matematik arasında ilişki kurarken metafor oluşturulması ise en az sıklıkta karşılaşılan ilişkilendirme biçimi olmuştur. Matematik derslerinde problemlerin gerçek yaşama dayalı olması birçok çalışmada vurgulanan önemli bir özelliktir [62-64]. Cumhuriyet dönemi matematik öğretim programlarının ortak özelliklerinden birinin bu olması öğretim programlarımızda matematik öğretimi için gerçek hayatın önemli bir yere sahip olduğunu göstermektedir [168]. MEB [169] de matematiğin gerçek yaşamla ilişkilendirilmesi gerektiğini,

> *"Matematiğin hayatın bir parçası olduğu unutulmamalı, bunun için her fırsat matematiksel düşünmenin gelişimi için değerlendirilmelidir. Bu amaçla diğer derslerle Matematik dersi arasında yeri geldikçe ilişkilendirmeler yapılmalıdır. Örneğin gerek günlük hayatta karşılaşılan gerekse Hayat Bilgisi ve Sosyal Bilgiler dersi içinde yer bulan ekmek israfı, geri dönüşüm, sağlıklı ve planlı hayat, vergi bilinci, sosyal güvenlik hak ve yükümlülükleri gibi konular özellikle vurgulanmalı ve bu konularda örnekler verilmelidir."* (s.15)

şeklinde vurgulamaktadır. Ancak Bonotto'nun [63] da dediği gibi matematik ile gerçek dünya ilişkilendirilirken çözüme değil sürece ve bu süreçte gerçek dünyadaki matematiksel ilişkilere odaklanılmalıdır. Öğretmenlerin matematiği gerçek yaşamla ilişkilendirme yöntemleri göz önüne alındığında çoğunlukla bu durumu göz ardı ettikleri, geleneksel ve sınırlı bir tutum sergiledikleri söylenebilir. Oysa matematiksel modellemedeki matematik ile gerçek dünya arasındaki ilişki geleneksel anlayışın ötesindedir ve her iki dünya da çözüm için önemlidir [99]. Geleneksel problemlerde yer alan gerçek yaşam durumları çoğunlukla çözümü etkileyecek bir faktör değildir. Çalışmadan elde edilen bulgular öğretmenlerin matematiğin daha etkili öğretimi için gerçek yaşama vurgu yaptıklarını ancak verdikleri örneklerden gerçek hayat durumlarının ilgi çekici, motive edici, akılda kalıcı yönlerini kullandıkları görülmüştür. Öğretmenlerin gerçek yaşam durumlarını etkili bir şekilde kullanmamaları farklı araştırmaların sonuçlarıyla da örtüşmektedir [170-172]. Derslerinde gerçek yaşamdan örnekler veren öğretmenlerin bir kısmı bu örnekleri öğrenmeyi desteklemek amacından ziyade matematiğin hayata uygunluğunu göstermek ve öğrencilerin derse olan motivasyonlarını artırmak için kullanılabilecek birer araç olarak görmektedir [170-172]. Birçok ülkenin öğretim programında vurgulanmasına ve öğretmenlerin buna yönlendirilmesine rağmen gerçek yaşam durumları içeren bağlamsal problemlere derslerinde yeterince yer vermedikleri görülmektedir [173, 174].

Matematiksel modelleme eğitimi aldıktan sonra öğretmenlerin karşılaştıkları bir problemi modelleme kriterlerine göre değerlendirirken dikkate aldıkları ilk kriter gerçek yaşam durumu olmuştur. Öğretmenlerin eğitim almadan önce dahi gerçek hayata vurgu yapmaları ve modelleme problemlerinin en belirgin özelliğinin problemlerin gerçek dünyada başlıyor olması nedeniyle bir problemin bilişsel analizini yaparken ilk olarak bu özelliğe bakmaları şaşırtıcı değil hatta beklenen bir sonuçtur. Bu sonuç Borromeo Ferri ve Lesh'in [100] çalışmaları ile de uyuşmaktadır. Araştırmacıların elde ettikleri sonuçlara göre, öğretmen adayları ve öğretmenlere göre gerçekçi bir içeriğe sahip olması bir problemin matematiksel modelleme olması için taşıması gereken özelliklerinden biridir. Burada kastedilen gerçeklik kişinin bireysel hayatı değil; verilen durumun hayatın akışına uygunluğudur. Öğrencinin var olan durumu anlaması bu bağlamda kendini verilen olayda hayal edebilmesi gerçeklik için yeterlidir [173, 175]. Bu çalışmada ise öğretmenlerin gerçek yaşam algılarının bu gerçeklik tanımıyla tam olarak uyuşmadığı söylenebilir. Öğretmenler Asansör, Oyuncakçı Giapetto ve Antik Tiyatro problemlerinin değerlendirilmesinde tüm problemlerin gerçek hayata uygun olduğunu düşünmüşlerdir. Oyuncakçı Giapetto ve Antik Tiyatro problemleri gerçekten de bu özelliği taşımaktadır. Ancak Asansör problemi tam olarak gerçek dünyada karşılaşılabilecek bir problem değildir. Problemin bir şirkette çalışan personellerin asansör kullanımı ile ilgili olması gerçek hayattan bir hikâye algısı yaratmaktadır. Tüm öğretmenlerin Asansör probleminin gerçek yaşam problemi olduğunu belirtmesinin bu nedenle olduğu düşünülmektedir. Ancak problemde şirket çalışanlarının hepsinin aynı saatte işe gelmesi ve tümünün asansör kullanılması gerçekliğe uygun değildir. Ancak ders kitaplarında yer alan gerçek yaşamla ilişkilendirilmiş problemlerde gerçeklik algısının "bir hikâyeye sahip olma" ile sınırlı olduğu durumlar da söz konusu olduğundan öğretmenlerin bu şekilde düşünmeleri şaşırtıcı olmamıştır.

Gerçek yaşama uygunluk öğretmenlerin matematiksel modelleme problemi hazırlarken de göz önünde bulundurdukları en önemli özellik olmuştur. Problem hazırlama süreçleri incelendiğinde tüm öğretmenlerin çıkış noktasının gerçek hayat durumları olduğu görülmektedir. Bu sonuç literatür ile paralellik göstermektedir [7, 129, 144]. Ellerton'un [129] çalışmasında problemlerin çıkış noktası farklılık gösterse de katılımcıların öğrencilik hayatlarındaki deneyimlerine ve problemi çözecek olan hedef kitlenin ilgi ve yaşantılarına uygun olmasına dikkat ettikleri tespit edilmiştir. Tekin Dede ve Güzel'in [144] yaptığı araştırmaya katılan öğretmenler önce matematiksel bir konu belirleyip bunu senaryolaştırarak matematiksel modelleme problemi yazmayı düşünseler de süreç içinde bundan vaz geçerek öğrencilerin hayatından ilgi çekici konular bulmaya yönelmişlerdir. Bu çalışmada ise sadece Meriç öğretmenin ilk olarak bir kazanım belirleyerek işe başladığını ancak zorlandığı için gerçek yaşam durumlarının içindeki matematiğe odaklandığını belirtmiştir. Öğretmenlerle yapılan görüşmelerde matematiksel bir konu ya da kazanıma uygun bir matematiksel modelleme problemi oluşturmanın daha zor olacağına inandıkları görülmüştür. Bunun nedenlerinden birinin derslerde matematik ile gerçek yaşamın etkili bir şekilde ilişkilendirilememesi olduğu düşünülmektedir. Öğretmenlerin bu ilişkilendirmeyi genellikle yüzeysel örnekler aracılığıyla yaptıklarını gösteren bulgular bu çıkarımı desteklemektedir. Literatürde bu sonucu destekleyecek bilgiye rastlanmamasına rağmen araştırmacıya göre öğretmenler gerçek yaşam durumlarındaki matematiği görmekte zorlandıklarından ya da bunun matematik öğretmek için önemli bir faktör olduğunu göz ardı ettiklerinden dolayı böyle bir sonuç elde edildiğini düşünmektedir. Bu da çalışmanın özgün sonuçlarından biri olarak kabul edilebilir.

Öğretmenlerin hazırladıkları problemler incelendiğinde, problemlerin öğrencilerden ziyade öğretmenlerin kendi hayatlarına uygun olması dikkat çekmektedir. Matematiksel modelleme problemi hazırlama üzerine yapılan araştırmaların ortak noktalarından biri problemin çıkış noktasının gerçek yaşam olmasıdır [7, 86, 144]. Galbraith [140] matematiksel modelleme problemi hazırlarken dikkat edilmesi gereken gerçek yaşam bağlantısının öğrencilerin hayatına uygun olmasının gerekliliğine vurgu yapmaktadır. Deniz [86] çalışmasında öğretmenlerin matematiksel modelleme etkinliği hazırlarken en çok zorlandıkları durumun matematik ile gerçek yaşam arasında ilişki kurmak olduğunu tespit etmiştir. Ayrıca etkinliklerin öğrenci seviyesine uygun şekilde düzenlenmesi de yaşanan zorluklardan biridir. Bu zorlukların nedenlerinden biri öğretmenlerin öğrencilerin gerçekliğinin göz ardı edilmesi ya da buna yeterince dikkat edilmemesi olabilir. Bu araştırmada da benzer sonuçlar elde edilmiş ve yapılan görüşmelerde tüm öğretmenlerin problem hazırlarken kendi yaşadıkları ya da tanıklık ettikleri olaylardan esinlendikleri belirlenmiştir. Ortaokul öğrencileri açısından değerlendirildiğinde bazı problemlerin bu yaş grubu için karşılığı olmayan gerçeklik öğelerine sahip olduğu söylenebilir. Örneğin, Bahçe Evi probleminin ilk versiyonunda yapı türlerinin birim fiyatlarının yapının yüzey alanına (duvarlar) göre değil; oturum alanına (zemin) göre belirlendiğine dair bir bilgi verilmemiştir. İşlevsel bir model oluşturulabilmesi için öğrencilerin bu bilgiye sahip olmaları ya da en azından buna ihtiyaç duyduklarını hissetmeleri gerekmektedir. Ancak bu, öğrenciler için oldukça teknik ve detay bir bilgidir. Dolayısıyla, problem hazırlarken özellikle öğrenciler için anlamlı olacak, onların gerçekliğine uygun olmasına dikkat edilmelidir [100]. Benzer çalışmalarda problemi çözecek hedef kitlenin özelliklerinin dikkate alındığı, onların ilgisini çekebilecek problemler hazırlanmaya çaba gösterildiği görülmektedir [7, 86, 144].

Öğretmenlerin derslerinde ağırlıklı olarak geleneksel problemler kullanmaları ve bu tür problemlerde gerçek yaşam durumlarının farklı şekillerde ele alınması (çoğunlukla örnek olarak ve yüzeysel bir şekilde) öğretmenlerin matematiksel modelleme problemi hazırlarken zorlanmalarına sebep olmuştur. Buhrman [64] geleneksel problemlerin öğrencileri düşünmeden uzaklaştırdığını sadece işlemsel olarak doğru cevaba ulaşma amacıyla öğrencilerin çözümün gerçekçi yönlerini görmeye gayret etmediklerini belirtmektedir. Bu çalışmanın sonuçlarına bakıldığında benzer durumun öğretmenler için de geçerli olduğu görülmektedir. Geleneksel problemlerle uygulama yaparken problemin gerçek yaşam bağlantısını dikkate almamalarının öğretmenlerin matematiksel modelleme problemi hazırlarken bu ilişkiyi kurmakta zorlanmalarına sebep olduğu düşünülebilir.

5.2. Matematiksel Modelleme Problemlerinin Açık Uçlu Olması

Matematiksel modelleme problemlerini diğer problem türlerinden ayıran en belirgin özelliklerinden biri varsayımlara ve tercihlere dayalı olmasıdır [2, 7, 140, 143]. Problemin bu özelliği çözüm için gerekli olanlara problemi çözen kişinin karar vermesini gerektirir ve böylece özgün çözümler (modeller) ortaya çıkar [27]. Bu çalışmada problemin açık (uçlu) olması şeklinde ele alınan bu özellik problemin yoruma açık olması şeklinde de değerlendirilebilir. Matematiksel modelleme problemlerinin açık uçlu olmasına yönelik elde edilen bulgular öğretmenlerin eğitimden önce ve sonra teorik olarak doğru yorumladıklarını düşündürse de problem hazırlama sürecinde Aras, Ayla ve Zühre öğretmenlerin bu özelliğe farklı bir anlam yükledikleri görülmüştür.

Problemin yoruma açık olması öğretmenler için önemli özelliklerden biridir. İlk görüşmelerde öğretmenlerin çoğu (Seyhan, Meriç, Zühre ve Fırat) öğrencilerin düşünme becerilerini geliştirecek, onları araştırmaya sevk edecek problemlerin işlemsel problemlere göre daha etkili bir öğrenme aracı olacağını düşündükleri görülmüştür. Ancak öğretmenler bu özelliğe sahip problemlerin hazırlanmasının ve uygulanmasının zaman alıcı olmasını ve LGS'yi gerekçe göstererek bu tür problemleri sınıf uygulamalarında neredeyse hiç kullanmadıklarını belirtmişlerdir. Bu nedenle yoruma açık problemleri genellikle ev ödevi olarak vermeyi tercih etmektedirler. Öğretmenlerin Okul Partisi problemi hakkında yaptıkları yorumlar neticesinde de öğrencilerin varsayımlarda bulunarak çözüm üretmelerinin kalıcı öğrenme sağlanacağı konusunda hem fikir oldukları görülmüştür. Ayrıca Zühre öğretmenin görüşmeler sırasında alan konusunu işlerken öğrencilerinden ödev olarak evlerinin krokilerini çizmelerini istediğini belirtmesi teorik olarak henüz bilmese de matematiksel modellemeye uygun olabilecek türde etkinlikler uyguladığını göstermektedir. Yukarıda da belirtildiği gibi öğretmenlerin yoruma açık problemler hakkındaki görüşlerinin matematiksel modellemenin açık uçlu olma özelliğiyle örtüştüğü görülmektedir. Hamilton'un [6] vurguladığı gibi, geleneksel problemlerde öğrencilerden bilinen matematiksel nicelik ve işlemleri kullanarak kendilerine matematikselleştirilmiş olarak verilen problem durumlarını çözmeleri beklenmektedir. Bu da çocukların kendi matematiksel yapılarını oluşturmalarını engellemektedir. Aksine, matematiksel modelleme öğrencilerin problem üzerinde çalışırken kendi matematiksel fikirlerini, yapılarını ortaya koymaları için fırsat sunar. Modelleme problemleri çocukların var olan durumu kendileri için anlamlı olacak şekilde matematikselleştirmelerini gerektirir. Bu da problemin yorumlanmasını, uygun niceliklerin (değişkenlerin) seçilmesini, işlemlerin belirlenmesini ve anlamlı gösterimlerin oluşturulmasını içeren döngüsel bir süreçtir [2]. Bu süreçte öğrenciler problemin çözümü için gerekli değişkenlerin hangilerinin elde tutulup hangilerinin göz ardı edileceğine kendileri karar verebilecekleri için özgün çözümler ortaya çıkmaktadır [98]. Dolayısıyla Seyhan öğretmenin problemin yoruma açık olmasını özgürlük olarak nitelendirmesi ve bu tür problemlerin öğrencilere farklı düşünme ve özgün çözümler üretme fırsatı tanıdığını belirtmesi literatürü destekleyen bir bulgu olarak değerlendirilebilir. Öte yandan, öğretmenlerin yoruma açık problemleri daha etkili bulmalarına karşın sınıflarında tek çözümlü, işlemsel prosedürün net olduğu problemleri kullanmalarının nedenlerini öğretim programının yoğunluğuna ve sınav sistemine bağlamaları, uygun şartlar sağlandığı takdirde tercihlerinin farklı olacağı şeklinde yorumlanabilir.

Matematiksel modelleme problemlerinin açık uçlu olması "gerçek yaşam problemlerinin matematikselleştirilerek çözülmesi" tanımındaki matematikselleştirme kavramına karşılık gelmektedir. Elde edilen bulgular öğretmenlerin çoğunun eğitim almadan önce bu konuda başarılı olamadıklarını göstermektedir. İyi bir problemin yoruma açık olması gerektiğini düşünseler de Organ Nakil Merkezi ve Okul Partisi problemleri için sundukları çözüm stratejileri matematikselleştirmeyi tam anlamıyla yapamadıkları söylenebilir. Örneğin, öğretmenlerden üçü (Aras, Ayla ve Fırat) Okul Partisi probleminin eksik olduğunu, mevcut haliyle çözülebilir olmadığını düşünmüşlerdir. Matematiksel modelleme problemlerinde tüm parametrelerin verilmemesi gerektiği [140]; modelleme yeterliğinin, matematikselleştirilmesi gereken bir durum olarak yeni bir probleme yaklaşım şekli olduğu [83] düşünüldüğünde öğretmenlerin geleneksel yaklaşımdan kurtulamadıkları söylenebilir. Geleneksel problemlerde tüm verilerin verilmesi, belirli adımlarla tek sonuca erişilmesi öğretmenlerin matematiksel modelleme problemlerindeki sınırlı veriyi problemin çözülebilmesini engelleyen *eksik veri* olarak değerlendirmelerine sebep olmuştur.

Öğretmenlerin eğitimden sonra verilen problemleri değerlendirirken problemin açık uçlu olmasına yönelik varsayımlara dayalı olma, farklı sonuçlar elde etme, verilerin sınırlı olması gibi kriterler kullandıkları tespit edilmiştir (Ayla hariç). Bu kriterleri Oyuncakçı Giapetto ve Antik Tiyatro problemlerinde doğru şekilde de açıklamışlardır. Ancak Asansör problemini farklı çözümlerin elde edilebileceği açık uçlu bir problem olarak değerlendirerek matematiksel modelleme problemi olduğunu belirtmişlerdir. Öğretmenlerden problemleri değerlendirirken çözüm yapmaları istenmediğinden çalıştay toplantılarında problemi çözmeye çalışmadıklarını belirtmişlerdir. Böyle bir bulgunun ortaya çıkma sebeplerinden birinin bu olduğu düşünülmektedir. Oyuncakçı Giapetto probleminin çözüm yapılmadan da tek çözümlü olduğu aşikârdır. Ancak bu problemin mantık problemlerine yakın bir formatta olması öğretmenlerde problemin geleneksel problemlerden farklı olduğu izlenimi yaratmış olması da muhtemel sebeplerden biridir.

Öğretmenlerin problem hazırlama süreçleri incelendiğinde dikkate aldıkları ortak özelliklerden biri problemin açık uçlu olmasıdır. Elde edilen bulgular öğretmenlerin problem hazırlarken problemin farklı çözümlerin ortaya çıkmasına fırsat vermesi gerektiğine önemli derecede özen gösterdiklerini ortaya koymaktadır. Tüm öğretmenler için gerçek yaşam durumundan sonra dikkate aldıkları en önemli kriter bu olmuştur. Ancak öğretmenlerin yarısı (Aras, Ayla ve Zühre) problemin farklı çözümlerinin olmasını farklı sonuçların elde edilmesi şeklinde düşündükleri tespit edilmiştir ve bu bulgu araştırmayı bu konuda yapılan diğer çalışmalardan ayıran en önemli özgün sonuçlardan biridir. Düğün Salonu, Radar ve Çöpten Enerji Üretimi problemleri açık uçlu olma özelliği taşımamaktadır. Düğün Salonu probleminin ayrıca matematiksel ve mantıksal hatalar barındırması açık uçlu olmasına engel olmaktadır. Radar ve Çöpten Enerji Üretimi problemlerini hazırlarken her iki öğretmenin de farklı sonuçlar elde edilmesinden dolayı özgün çözümlere açık olduğunu düşündüğü belirlenmiştir. Problemlerde sayısal değerlerin belirli bir aralıkta verilmesi (*%40 ile %60 arasında olma* gibi.) öğrencilere bu aralıkta herhangi bir değer alma fırsatı sunmaktadır. Buna bağlı olarak öğrenciler farklı sonuçlar bulabilirler. Ancak farklı sayısal sonuçların ortaya çıkması özgün çözümler elde etme anlamı taşımamaktadır. Çünkü çözüm için gerekli tüm değişkenler problem metninde verilmiştir ve öğrenciye varsayımda bulunma fırsatı sunmamaktadır. Öğrencilerden beklenen verilen sayısal aralık dâhilinde sayılar belirleyerek aynı işlemsel prosedürlerle farklı sonuçlar bulmalarıdır. Dolayısıyla bu problemler için sadece matematiksel dile aktarma söz konusudur ve birer geleneksel problem niteliğindedir. Oysa matematiksel modellemede matematikselleştirme, matematiğe çeviri eylemi değil matematiği organize anlamı taşımaktadır [81-83]. Gerçek dünyadaki problemlere çözüm bulmak için de öğrencileri matematiksel düşünmeye ve matematiksel fikir üretmeye teşvik eden problemlere ihtiyaç vardır [5]. Bununla ilgili olarak, öğretmenlerin ya da öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemlerinin özellikleri hakkındaki görüşlerin incelendiği çalışmalarda [176, 177] matematiksel modelleme problemlerinin sayısal veriler üzerinde yapılan işlemlerden ziyade varsayımlardan yola çıkarak analitik bir düşünme gerektirmesi bu problemlerin zor ve belirsiz olarak algılamalarına sebep olduğu ortaya koyulmuştur.

Araştırma bulguları açık uçlu olma kriterini amacına uygun olarak kullanan öğretmenlerin olduğunu da göstermektedir. Fırat, Meriç ve Seyhan öğretmenler problem hazırlarken problemin farklı çözümlere açık olması, özgün modellerin ortaya çıkması, çözüm özgürlüğü sunması gibi özelliklere sahip olması gerektiğine dikkat ettiklerini belirtmişlerdir. Bu problemler incelendiğinde gerçekten de varsayımlara açık, çözüm için gerekli değişkenlerin öğrenci tarafından belirlenebileceği nitelikte olduğu görülmektedir. Ayrıca problemlerin çalıştay toplantılarında sunulması ve tartışılması sırasında Ayla ve Zühre öğretmenlerin problemin açık uçlu olmasına yönelik fikirlerinin değiştiği, farklı sayısal sonuçlar elde etmenin yeterli olmadığını anladıkları görülmüştür. Öğretmenlerin bu görüş değişikliklerinden sonra hazırladıkları Hediyelik Kayısı ve Katı Atık Bertaraf Tesisi problemleri incelendiğinde açık uçlu olma kriterini doğru bir şekilde problemlerine yansıttıkları sonucu elde edilmiştir.

Araştırmadan elde edilen sonuçlar matematiksel modelleme probleminin açık uçlu olması gerektiği tüm öğretmenlerce kabul edilen ancak olması gereken şekilde algılanmasında zorluk yaşanan bir özellik olduğunu göstermektedir. Öğretmen ve öğretmen adaylarının "farklı sayısal sonuçlar elde etmek" ile "farklı modellerin ortaya çıkması" arasındaki farkı ayırt etme yeterliğine sahip olmalarının matematiksel modelleme problemlerinin kullanım amacının anlaşılması ile doğrudan ilişkili olduğu söylenebilir. Bu sebeple öğretmen ya da öğretmen adaylarına matematiksel modelleme eğitimi verilirken bu problemlerin farklı çözümlerden öte farklı modellerin ortaya çıkmasına açık olduğuna; bunun için problem durumunda çözüm için gerekli tüm parametrelerin verilmemesi gerektiğine özellikle vurgu yapılması önerilmektedir.

5.3. Matematiksel Modelleme Problemlerinin Düşündürücü Olması

Problem, doğrudan bir çözüm prosedürünün olmadığı kişide çözüm bulma isteği uyandıran ya da bunun gerekliliğini hissettiren bir durum olarak tanımlanmaktadır [54]. Matematiksel fikirleri öğretmenin yollarından biri de öğrenciye problem sunmaktır. Böylelikle öğrencilerin düşünmeleri ve fikir üretmeleri sağlanırken [55], gerçek dünyada karşılaşılan problemlere etkili çözüm bulma becerileri geliştirilebilir [5]. Literatürdeki tanımlar dikkate alındığında bir durumun problem olması için kişinin problemi çözme ihtiyacı duyması gerekmektedir. Dolayısıyla matematik problemleri belirli stratejilerle çözülebilecek sadece matematik dünyasına ait problemler olmaktan ziyade öğrencilerin okulun ötesindeki gerçek hayat problemleri ve karmaşık sistemlerle başa çıkma yeteneklerini geliştirecek nitelikte olmalıdır [4, 56]. Bunun için kullanılabilecek en etkili araçlardan biri matematiksel modelleme problemleridir. Çünkü matematiksel modelleme problemlerinin amacı gerçek yaşam durumlarını matematikselleştirerek çözmek olduğu kadar öğrencilere bağımsız düşünme ve çalışma becerisi de kazandırmaktır [32]. Bir problemin öğrencilerde çözme isteği ya da ihtiyacı hissettirmesi problem durumunun karmaşık ya da düşündürücü olmasıyla doğrudan ilişkilidir. Her ne kadar bu matematiksel modellemenin bir özelliği olsa da düşündürücü olan her problem matematiksel modelleme problemi değildir. Bu özellik matematiksel modelleme problemlerinin bilişsel analizini yaparken ayırt edici olmayabilir. Bu araştırmanın sonuçları dikkate alındığında bunun iki sebebi olduğu düşünülmektedir: 1) Problemin düşündürücü olmasının matematiksel olarak zor olması şeklinde algılanması, 2) Problemin düşündürücü olmasının çözümü için farklı durum ya da değişkenlerin aynı anda düşünülmesi gerektiği ile sınırlandırılması (mantık problemleri gibi). Matematiksel modelleme eğitiminden önce öğretmenlerden sadece Aras'ın iyi bir problemin düşündürücü olmasına yönelik görüş bildirdiği ancak bunu modellemedekinden farklı şekilde tanımladığı görülmüştür. Aras öğretmene göre bir problemin özel şartlar altında sunulması düşündürücü olması anlamına gelmektedir. Örneğin, bir üçgenin kenar uzunluklarının toplamının verilip kenar uzunluklarının ne olabileceğinin sorulduğu bir problem düşündürücü değildir. Bunun yerine problem, üçgenin ikizkenar olmaması şartı eklenerek sorulursa düşündürücü bir niteliğe sahip olabilir. Görüldüğü gibi burada düşündürücü olma problem durumunu anlamada daha dikkatli olmayı gerektirmektedir.

Problem setinin değerlendirmesi sırasında öğretmenlerin Antik Tiyatro ve Oyuncakçı Giapetto problemlerinin bu kritere göre doğru değerlendirildiği; Antik Tiyatro'da tüm değişkenlerin problemde verilmediği için açık uçlu olduğu, Oyuncakçı Giapetto'nun ise birkaç matematiksel işlem uygulanarak tek sonuca ulaşılabileceği konusunda hem fikir oldukları görülmüştür. Ancak Asansör probleminin değerlendirilmesinde öğretmenlerin çoğu problemin düşündürücü olmasını matematiksel modelleme kriterini sağladığı şeklinde yorumlamıştır. Bu durumu gerekçelendirirken kullandıkları ifadeler *çözümün karmaşık olması, problemin zor olması, sonucun hemen bulunmaması, düşündürmeyi gerektirmesi* şeklindedir. Bu problem öğretmenlerin sınıflarında kullandıkları geleneksel problem formatından farklı türde bir mantık problemidir. Dolayısıyla yukarıda da bahsedildiği gibi sonuca ulaşmak için daha fazla çaba sarf etmeyi gerektirdiği için problemin farklı çözümlere açık zor bir problem olduğunu düşünmüşlerdir. Eğitimler sırasında da öğretmenlerin mantık problemlerini düşünmeyi gerektirdiği için matematiksel modelleme olarak görmeleri bu bulguları desteklemektedir. Ülkemizde yapılan araştırmalar incelendiğinde akademik düzeyde de benzer bir düşüncenin varlığından söz etmek mümkündür. Erbaş ve arkadaşları [87] modelleme problemlerinden oluşan çalışmalarında mantık soruları ya da uygulama problemi olarak değerlendirilebilecek bazı problemleri matematiksel modelleme örneği olarak ele almışlardır. Şunu da belirtmek gerekir ki, matematiksel modellemenin araştırmacılar tarafından farklı özelliklere göre tanımlandığı birçok perspektif bulunmaktadır. Kaiser ve Siriraman'a [57] göre bunun sebebi uluslararası alanda modellemenin epistemolojik bir arka planının ve ortak bir modelleme anlayışının olmamasıdır. Bu durum matematiksel modellemenin öğreniminde ve öğretiminde fikir birliğine varmayı engellemektedir. Bu araştırma kapsamında bilişsel ve eğitimsel perspektifler benimsendiğinden problemlerin değerlendirilmesinde bu perspektiflere uygun özellikler dikkate alınmıştır.

Öğretmenlerin problem hazırlarken problemin karmaşık yapıda olmasına ve çözümün matematiksel işlemlerle kolayca çözülememesine dikkat ettikleri ancak bunu net bir şekilde ifade etmedikleri görülmüştür. Öğretmenlerin problemin gerçek hayattan olması ve açık uçlu olmasının sonucu karmaşık ya da düşündürücü olacağını düşündükleri söylenebilir. Esasında bu yanlış bir algı değildir. Öyle ki gerçek yaşam problemlerinin matematikselleştirilmesi sürecinde varsayımlarda ve tahminlerde bulunmak, yorumlamak, çözümün matematiksel olarak doğruluğu kadar gerçek dünyadaki işlevselliğini test etmek problemin öğrencileri düşünmeye ve fikir üretmeye teşvik etmektedir. Bu süreç problemin açık uçlu olması ile düşündürücü olmasını kapsamaktadır. Düğün Salonu, Radar ve Çöpten Enerji Üretimi problemleri ile ilgili olarak problemleri hazırlayan öğretmenler (Aras, Ayla ve Zühre) sayısal verileri belirli bir aralıkta vererek öğrencilerin işlem yapacakları sayıları kendilerinin belirlemelerini istemişlerdir. Bunu yapmalarındaki amacın problemin farklı çözümlere açık olmasını sağlamak, kolayca sonuca ulaşmalarını engellemek ve öğrencileri düşündürmek olduğunu ifade etmişlerdir. Öğretmenlerin matematiksel modelleme eğitiminde inceledikleri ve çözdükleri problemlerin düşündürücü olma özelliği onlarda problemin zor olması gerektiği hissiyatı oluşturmuş olabilir. Ayrıca modelleme problemlerinde aynı anda farklı değişkenlerin dikkate alınması gerektiğini farklı yorumladıkları da söylenebilir. Örneğin, Düğün Salonu problemi için Aras öğretmen, öğrencilerin yemek ve organizasyon giderlerini hesaplarken davetli sayısını göz önünde bulundurmaları gerektiğini belirtmiştir. Öğretmene göre bu öğrencileri düşünmeye sevk etme anlamına gelmektedir. Bulgular Ayla ve Zühre öğretmenlerin de benzer fikirlere sahip olduklarını göstermektedir. Öte yandan Elektrik Tarifesi, Araba ve Bahçe Evi problemleri hazırlanırken öğretmenlerin bu özelliği bilinçli bir şekilde problemlerine yansıttıkları elde edilen sonuçlar arasındadır.

Bu araştırmadan elde edilen sonuçlar matematiksel modelleme problemi hazırlarken bazı öğretmenlerin problemi matematiksel işlem sayısını ya da sayısal değişkenleri artırarak zorlaştırmaya çalışarak öğrencileri düşünmeye sevk etmeyi amaçladıklarını göstermektedir. Öğretmenler her ne kadar gerçek yaşam durumlarını dikkate almış olsalar da matematiksel modellemedeki matematik dünyası ile gerçek dünya arasındaki ilişkinin kopmaması, çözüm için her iki dünyanın da önemli olduğu gerekliliğini göz ardı ettikleri söylenebilir. Matematiksel modelleme problemlerinin düşündürücü olması problem durumunun özellikle gerçek dünya ile olan ilişkilisiyle ilgilidir. Çünkü bu problemlerin temelinde toplum ve çevre vardır, dolayısıyla bunlar karmaşık, dağınık ve gerçekçi problemlerdir [60, 97]. Matematiksel modellemenin karmaşık durumlara açıklık getirilmesi beklenen problemler olması [33], problemi çözen kişide çaresizlik ve güvensizlik hissi yaratması [34], matematiğin örtük olarak yer alması, yorumlamayı ve fikir üretmeyi gerektirmesi [8, 35] modelleme sürecini ve hatta uygulama sürecini zorlaştırmaktadır [35]. Ancak araştırma bulguları bu özelliği farklı yorumlayan öğretmenlerin matematik dünyasından çıkamadıklarını, problemi matematiksel olarak zorlaştırarak karmaşık hale getirmeye çalıştıklarını göstermektedir. Bu sonuç araştırmacının yaptığı farklı araştırma sonuçları ile de paralellik göstermektedir [103, 104]. Şahin ve arkadaşları [103] öğretmen adayları ile yaptıkları çalışmalarında çok değişkenli ve fazla sayısal verinin yer aldığı geleneksel problemleri düşündürücü olduğu için matematiksel modelleme problemi olarak değerlendirdiklerini tespit etmişlerdir.

Matematiksel modelleme problemlerinin düşündürücü olmasına ilişkin bulgular problemin matematiksel olarak zor olması şeklinde yorumlanabileceğini göstermektedir. Bu sonuç, matematiksel modelleme sürecinin geleneksel problem çözme sürecinden kapsamlı olması ile ilişkilendirilebilir. Farklı modellerin ortaya çıkmasını sağlayacak açık uçlu gerçek hayat problemi hazırlamanın kolay olmadığı literatürle desteklenen bir sonuçtur [7]. Hazırlama sürecinin zorluğu öğretmenlerde bu problemlerin zor olması gerektiği algısı oluşmasına sebep olan etkenlerden biri olarak düşünülebilir.

5.4. Matematiksel Modellemenin Disiplinler Arası ve Öğretici Olma Özelliği

Matematiksel modelleme problemleri temel amaçlarından biri öğrencilere okulun dışındaki gerçek dünya problemlerine etkili çözümler üretebilme becerisi kazandırmaktır [3, 6]. Matematiksel modellemeyi okulun ötesine taşıyan avantajlarından biri gerçek dünya durumlarını farklı disiplinler aracılığıyla ele almasıdır. Bu çalışmada disiplinler arası özellik matematiksel modellemenin vazgeçilmez bir parçası değil; onu güçlendiren bir özellik olarak düşünülmektedir. Bu nedenle öğretmenlerin matematiksel modelleme problemi hazırlarken kendilerini bu kriteri kullanma zorunda hissetmedikleri ancak matematik problemlerinin sadece matematik öğretmekle sınırlandırılmaması gerektiği ve problemde farklı derslere ait bilgilerin de verilebileceği inancına sahip oldukları söylenebilir. Bu bağlamda iyi bir matematik probleminin sahip olması gerektiği düşünülen *problemin öğretici olması* öne çıkan özelliklerden biridir. Öğretmenler (Aras hariç) öğrencilerin problem çözerken hayata dair ya da farklı disiplinlerde kullanılan bilgiler edinmeleri gerektiğini düşünmektedir. Örneğin, Erozyonla Mücadele probleminde erozyon, erozyonun nedenleri ve önlenmesi ile ilgili bir bilgi metninin yer alması tüm öğretmenlerin ilgisini çekmiştir. Matematik yaparken öğrencilerin bir yandan da farklı bir disipline ait bilgiler öğrenecekleri ve böylelikle matematiğin diğer disiplinlerle ilişkilendirilebileceğini göreceklerini düşünmektedirler. Öğretmenlerin problemin öğretici olmasını genel olarak bu şekilde değerlendirdikleri söylenebilir. Gerçekten de matematiksel modellemeyi güçlü kılan özelliklerinden biri disiplinler arası boyutunun olmasıdır [2]. Ancak matematiksel modellemenin disiplinler arası özelliği ile öğretim programlarında yer alan ve öğretmenlerin düşündükleri özelliklerin birebir uyum sağladığı söylenemez. Matematiksel modellemenin farklı disiplinlerin bir arada öğretilmesinde etkili bir araç olduğunu gösteren çalışmalarda [2, 85] bu tür problemlerin çözümü için her iki (daha fazla da olabilir) disipline de ait bilgilerin birlikte kullanılması gerektiği vurgulanmaktadır. Dolayısıyla problem aracılığıyla farklı disiplinlere ait bilgi verilmesinden öte öğrencilerin o disiplinlere ait bilgilerini kullanarak matematiksel bir çözüm elde etmeleri beklenmektedir. Öğretim programında *"(...) diğer derslerle Matematik dersi arasında yeri geldikçe ilişkilendirmeler yapılmalıdır."* [169] şeklinde belirtilen ve özellikle değerler eğitiminin yer aldığı sosyal bilgiler derslerindeki konulara vurgu yapılması gerektiğine yönelik ifadeler öğretmenlerin bu konudaki görüşleriyle örtüşmektedir. English ve Sriraman'a [5] göre matematik öğretim programlarında matematiğin diğer disiplinlerle olan ilişkisinden yeterince yararlanılmamaktadır. Ulusal öğretim programı incelendiğinde ülkemizde de benzer bir durumun söz konusu olduğu görülmektedir.

Matematiksel modellemenin öğretici olma özelliği bilinmeyen bir kavramın, kuralın keşfedilmesine yönelik olarak da ele alınabilir. Örneğin, Çavuş Erdem [17] doktora tezinde alan ölçme konusunda matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrenmeye etkisini incelemiştir. Alan ölçme bilgisi yetersiz olan yedinci sınıf öğrencileriyle yürütülen araştırmada matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin öğrenmelerini önemli ölçüde desteklediği sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin süreç içerisinde konuya ilişkin kavramları, kavramlar arası ilişkileri matematiksel olarak açıklayabildiği belirlenmiştir. Burada dikkat edilmesi gereken husus alan ölçme bilgisi zayıf ya da bu bilgiye sahip olmayan öğrencilerin matematiksel modelleme etkinlikleri aracılığıyla ilgili kavramları ve ilişkilendirmeleri keşfetmeleridir. Bu anlamda araştırmacının bu etkinliklerin öğretici boyutundan faydalandığı söylenebilir.

Araştırma bulguları öğretmenlerin problem hazırlarken matematiksel modellemeye atfedilen disiplinler arası özelliği kullanmadıkları ancak problemlerinin matematikle sınırlı olmamasını güçlü yönlerinden biri olarak değerlendirdiklerini göstermektedir. Problemi hazırlama sürecinde gerçek yaşam ilişkisi kurarken özellikle sayısal verilerin gerçek değerlere uygun olmasına dikkat ettikleri önceki bölümlerde tartışılmıştır. Öğretmenlerin bu konudaki çabası araştırma yaparken kendilerinin, problemi çözerken öğrencilerinin farklı alanlar hakkında bilgi sahibi olmalarını sağlamaktadır. Problemler incelendiğinde çoğunun matematik dünyasının ötesinde bilgi içerdiği görülmektedir. Örneğin, Katı Atık Bertaraf Tesisi probleminde çöplerin ayrıştırılması, organik atıkların geri dönüşümü ve metan gazından elektrik üretimi gibi konular söz konusudur. Görüşmeler sırasında problemi hazırlayan Zühre öğretmen bunun çocuklarda farkındalık oluşturmak için oldukça önemli bir özellik olduğunu; kendisinin de araştırma yaparken konuyla ilgili birçok yeni bilgi edindiğini belirtmiştir. Benzer şekilde Fırat, Meriç ve Seyhan öğretmen problem hazırlarken farkında olmadıkları ya da yanlış bildikleri şeylerin doğrusunu öğrendiklerini belirtmiş ve bunun hem kendileri için hem de öğrencileri için önemli olduğuna vurgu yapmışlardır. Geleneksel problemlerde problem durumunun gerçekliğinin önemsenmediği, sadece işlemsel doğruluğa odaklanıldığı düşünüldüğünde öğretmenlerin matematiksel modelleme problemlerinin öğretici olduğunu düşünmeleri olağan bir sonuçtur. Ancak hiçbir öğretmenin matematiksel bir kavram ya da konu öğretimi amacıyla problem hazırlamaması dikkat çekici bir sonuçtur. Çünkü tüm öğretmenlerin matematiksel modelleme problemlerinin yeni kavram ve konu öğretiminde kullanılabilecek bir araç olarak gördüklerine yönelik bulgular bulunmaktadır. Modelleme eğitiminde bu konuya değinilmesi ve buna yönelik problemlerle karşılaşmaları düşüncelerini etkilemiş olabilir. Ayrıca ilk defa matematiksel modelleme problemi hazırlama deneyimi yaşadıkları da düşünüldüğünde yeni kavram ya da konu öğretimi için problem hazırlamanın bu aşamada zor olacağı makul bir gerekçe olarak görülebilir. Belki de konu öğretici düzeyde matematiksel modelleme problemleri hazırlamak uzmanlık gerektiren bir beceridir. Bununla ilgili bir çalışmaya rastlanmamıştır ancak ileriki çalışmalarda araştırmacılara bunun detaylı araştırılması önerilmektedir.

Öğretmenler için iyi bir matematik probleminin taşıması gereken özelliklerden biri de dikkat çekici olmasıdır. Problemin dikkat çekici olmasını görsel kullanma, güncel olaylara yer verme ya da öğrencilerin günlük hayatlarından örnekler sunması şeklinde ifade etmişlerdir. Bu, bir problemin matematiksel modelleme olması için aranan bir özellik olmasa da matematiksel modelleme problemlerinin genellikle dikkat çekici olduğunu söylemek mümkündür. Yapısal olarak geleneksel problemlerden farklı olması, öğrencilerin özgün çözümler oluşturmalarına fırsat sunması, düşündürücü olmasının doğal bir sonucu olarak modelleme problemlerinin ilgi çekici olduğu düşünülmektedir. Begle [55] matematiksel fikirleri öğretmenin en iyi yolunun çözümünde düşünmeyi ve fikir üretmeyi gerektiren ilginç problemlerle işe başlamak olduğunu ve bu durumda “önce matematik sonra problem” anlayışının tersine işlediğini vurgulamıştır. Ancak öğretmenlere göre problemin dikkat çekici olması öğrencilerin derse motive ve problemi çözmeye istekli olmalarını sağlamak adına önemli bir özelliktir. Bu açıdan matematiksel modelleme problemlerinin dikkat çekici olması bir avantaj sağlamaktadır. Kokmaz [178] da öğretmen adaylarıyla yaptığı çalışmasında matematiksel modelleme problemlerinin geleneksel problemlerden farklı olarak düşündürücü olduğunu; düşündürücü problemlerin de ilgi çekici ve eğlenceli olduğuna yönelik bulgular elde etmiştir.

Yukarıda incelenen özellikler dışında öğretmenlerin iyi bir matematik probleminde aradıkları özellikler amaca uygun olma, anlaşılır olma ve öğrenci seviyesine uygun olma şeklinde sıralanabilir. Öğretmenlerin matematiksel modelleme eğitimi almadan önce etkili bir problemde aradıkları niteliklerin çoğunu matematiksel modelleme problemlerinin taşıdığı hatta bunun ötesinde özelliklere sahip olduğu söylenebilir. Dolayısıyla matematiksel modelleme problemlerinin gerçek yaşamdan, öğretici, yoruma açık ve dikkat çekici olması öğretmenlerin bu problem türüyle tanıştıklarında matematik öğretiminde etkili bir araç olarak kullanmaya istekli olacakları yönünde olumlu bir etki yaratabileceği düşünülmektedir.

5.5. Problem Hazırlama Sürecinin Genel Değerlendirilmesi

Bu çalışmada matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme problemi hazırlama süreçleri incelenmiştir. Problem hazırlama, öğretmenlerin sahip olmaları gereken önemli bir beceri olarak görülmektedir (Hospesova ve Ticha, 2015). Bu araştırmanın sonuçları da çalışmaya katılan tüm öğretmenlerin bu fikre sahip olduğunu göstermektedir. Buna rağmen öğretmenler merkezi sınav sitemi ve müfredatı yetiştirme kaygısıyla problem hazırlamaya vakit ayıramadıklarını; bunun yerine mevcut kaynaklardan faydalandıklarını belirtmişlerdir. Öğretmenlerin problem hazırlamayı sadece öğrenciler için oluşturulan birer etkinlik olarak görmemeleri gerekir. Öğretmenler sınıftaki öğrencilerin özelliklerine ve ihtiyaçlarına uygun problemler hazırlayarak onların eksikliklerini ve karşılaştıkları zorlukları tanılayabilirler [121, 122]. Ayrıca problem hazırlamak öğretmen için bir motivasyon kaynağıdır. Bu çalışmada da ortaya koyulduğu gibi problem hazırlama aynı zamanda bir öğrenme faaliyetidir ve daha iyi anlayan öğretmen daha etkili bir öğretim gerçekleştirir [119, 127]. Araştırmaya katılan öğretmenlere göre bir konuyu anlamanın en iyi yolu o konu hakkında problem hazırlamaktır. Eğer bir öğretmen bunu gerçekleştirebiliyorsa hem konuyu daha iyi anlar, hem de yukarıda belirtildiği gibi öğrencilerin nasıl öğrendikleri hakkında fikir sahibi olur. Hatta araştırma bulguları arasında hazırladıkları problemlere örnek çözümler yapmanın öğrencilerin nerede ve nasıl zorluklar yaşayacaklarında bir öngörü kazanmalarını sağladığı yer almaktadır.

Dolayısıyla öğretmenler için örnek çözüm yapmak problem hazırlamanın önemli bir bileşenidir. Matematiksel modelleme problemlerinin birçok özgün çözüme açık olmasının öğretmenlerde örnek çözüm yapmayı bir ihtiyaç haline getirdiği de söylenebilir. Örnek çözüm yapmak öğretmenlerin yorum repertuarını genişletir ve öğrencilerin çözümlerini değerlendirmede daha başarılı olmalarını sağlar. Hospesova ve Ticha'nın [119] çalışmalarında olduğu gibi bu araştırmada da öğretmenlerin problem hazırlamanın önemli fakat zor bir süreç olduğu, kendi bilgilerini sorgulayabildikleri, bu problemlerin öğrenciler için daha ilgi çekici ve anlaşılır olduğu yönünde bulgular elde edilmiştir. Özel olarak bu çalışmada, geleneksel problemlerin ötesinde daha önce kendilerinin de karşılaşmadıkları türde bir problem hazırlamak öğretmenleri oldukça zorlamıştır. Bu alanda yapılan çalışmalarda katılımcıların matematiksel modelleme problemi hazırlama sürecinde bir takım zorluklar yaşadıkları görülmektedir [7, 86, 144]. Problem hazırlama çalışmalarında genellikle araştırmacıların isteği üzerine öğretmenlerin bir laboratuvar ortamında bunu yaptıkları [123-125] ortaya koyulmaktadır. Dolayısıyla katılımcılar çalışmaya her ne kadar gönüllü katılmış olsalar da araştırmacılar tarafından hazırlanan uygun ortamlarda ve onların istekleri doğrultusunda problem hazırlarlar. Ancak öğretmenlere bu becerinin kazandırılması için öncelikle öğretmenlerin bunun matematik öğretimi için bir gereklilik olduğuna inanmaları sağlanmalıdır [60, 119]. Bu çalışmada, bundan sonraki süreçte matematiksel modelleme problemi hazırlama hakkındaki fikirleri sorulduğunda tüm öğretmenler ne kadar zor bir süreç de olsa bunu etkili bir öğrenme ve öğretim aracı olarak gördükleri için matematiksel modelleme problemi hazırlamaya ve uygulamaya devam etmek istediklerini dile getirmiştir. Matematiksel modellemenin uygulanmasında öğretmenlerin etkili bir öğretim yapması bu tür problemler hazırlama yeterliğine sahip olmaları ile doğrudan ilişkilidir [7, 60, 128]. Ancak uluslararası alanda ortak bir modelleme anlayışının olmaması matematiksel modellemenin öğreniminde ve öğretiminde fikir ayrılıklarına sebep olmaktadır [57]. Özellikle öğrencilerin matematiksel modelleme süreçlerinin gelişimi, karşılaştıkları zorluklar ve bunların nasıl üstesinden gelineceği ve öğrencilerin modelleme becerilerinin geliştirilmesiyle ilgili zorluklar modelleme çalışmalarında sıklıkla karşılaşılan ortak sorunlardır [58]. Geleneksel öğretim yöntemlerinin hâkim olduğu bir öğrenme ortamında öğrencilerden karşılaştıkları bir duruma yorum yaparak çözüm üretmelerini beklemek modellemenin zor bir süreç olduğunun görülmesi için yeterlidir. Sürekli hazır olarak kendilerine sunulan formülleri ve sorularda verilen sayıları kullanarak ekstra düşünmelerine gerek kalmadan problem çözmeye çalışan öğrenciler için matematiksel modelleme problemlerini çözmek zor geldiğinden müfredatta yer almasına rağmen öğretmenlerin de bu tür problemleri uygulamaktan kaçındıkları görülmektedir [35]. Bizim öğretim programımızda henüz matematiksel modelleme anlayışı bu çalışmadaki anlamıyla yer almamasına rağmen böyle bir durumda benzer sorunlarla karşılaşılabileceği kuvvetle ihtimaldir. Bunun üstesinden gelebilmek için kilit taşın öğretmenler olduğu düşünülmektedir. Nasıl ki problem hazırlama alışkanlığı kazanmaları için öncelikle bunun bir ihtiyaç olduğuna ikna edilmeleri gerekiyorsa matematiksel modelleme problemlerinin sınıflarda uygulanabilmesi için de öğretmenlerin bunun etkili bir öğrenme aracı olduğuna inanmaları gerekmektedir. Güç [12] de yaptığı çalışmada öğretmen adaylarının öğrenme sürecinde yaşanan zorluklara rağmen matematiksel modellemenin etkili bir öğretim aracı olduğuna yönelik inançlarının modelleme yeterliklerinin gelişmesinde etkili olduğu sonucuna varmıştır. Dolayısıyla öğretmenlere ve öğretmen adaylarının öncelikle matematiksel modellemenin matematik eğitimindeki rolü hakkında bilgi sahibi olmaları sağlanmalıdır. Bunun için matematiksel modelleme problemlerinin genel ve özel amaçları eksiksiz bir şekilde anlatılmalıdır. Eğitim liderlerinin vurguladığı gibi öğrencilerin okulun ötesinde ihtiyaç duydukları bilgi ve yeterliklere sahip olmaları ve karmaşık sistemlerle başa çıkabilmeleri için yorumlama, tanımlama, açıklama, yapılandırma ve tahmin etme gibi üst düzey becerilerinin geliştirilmesi gerekmektedir [4, 56]. Öğrencilerin gerçek dünyayı anlama ve gerçek hayat problemlerine çözüm üretmelerini sağlayacak bu yeterliklerin kazandırılması matematiksel modellemenin genel amaçları arasında yer almaktadır. Matematiksel modellemenin özel amaçları ise eğitim uygulamaları kapsamında yer alan faaliyetler olarak nitelendirilebilir. Bu amaçlar öğretmenlerin öğrencilerinin öğrenmelerini sağlamayı, takip etmeyi ve değerlendirmeyi içermektedir. Örneğin, matematiksel modelleme problemleri aracılığıyla öğrencilerin matematiksel düşünmeleri ortaya çıkarmalarını sağlamak özel bir amaç olabilir. Öncelikle öğretmenler öğrencilerin model oluşturma sürecinde ne düşündüklerini takip edebilirler. Öğrencilere neyi neden yaptıklarını sorgulatarak özdeğerlendirme yapmalarını ve yaratıcı olmalarını sağladıkları kadar öğrencileri fikirlerini açıklamaya teşvik ederek onların ne düşündüklerini de anlayabilirler. Ayrıca öğrencilerden bir çözüm raporu isteyerek bu yazılı dokümanları analiz etme fırsatı yakalarlar ya da öğrencilerden çözümlerini sunmalarını isteyerek akranlarının sunum yapan öğrencilere soru sorma fırsatı verebilirler. Böylelikle hem soru soran öğrencilerin hem de sunum yapan öğrencilerin kendilerini ifade etmeleri öğretmenlere öğrencilerin düşündüklerini araştırma olanağı verir [80]. Bu çalışma kapsamında öğretmenlere matematiksel modelleme eğitimi verilerek ve eğitimin bir parçası olarak problem hazırlamaları istenerek öğretmenlerin matematiksel modellemenin matematik eğitimindeki önemini, genel ve özel amaçlarını anlamalarını sağlamada önemli bir etkiye sahip olduğu düşünülmektedir. Elde edilen sonuçlar literatürde vurgulandığı gibi [7, 28, 94] matematiksel modellemenin başarılı bir şekilde sınıfa taşınmasında öğretmenlerin modellemeye bakış açısı ve öğretme yeterliklerinin oldukça önemli faktörler olduğunu göstermektedir.

Literatürdeki çalışmalarla [7, 129] paralel olarak araştırma sonuçları öğretmenlerin problem hazırlamayı öğrenmenin temel bir ilkesi alarak kabul ettiklerini göstermektedir. Öğretmenlerin iyi bir matematik probleminin zorluk yaşamadan ya da çaba sarf etmeden ortaya çıkmayacağı; problem hazırlamanın verilen problemi çözmek kadar kolay olmadığı ve daha fazla sorumluluk almak gerektiği bilincinde oldukları görülmüştür. Matematiksel modelleme problemi hazırlamanın vakit alan bir süreç olması zaman kaybı olarak düşünülmemelidir. Aksine tüm paydaşlar tarafından (program geliştiriciler, öğretmenler ve öğrenciler) matematik öğrenmeye harcanan zaman olarak görülmelidir. Dolayısıyla müfredatın yoğunluğu gerekçe gösterilerek bu tür faaliyetler bir dayatma ya da fuzuli uygulamalar olarak değerlendirilmesi doğru değildir [129].

Matematiksel modellemenin amacına uygun şekilde öğretim programında yer alması ve uygulanması basit görevler olarak görülmemelidir. Öğretmenleri matematik dersleri için modelleme görevlerine hazırlamak yeterli değildir, bireysel olarak da modelleme konusunda deneyim sahibi olmaları gerekmektedir. Ayrıca metabilişselliği geliştirmek için öğretim yöntemleri, tartışmayı yönetme ve yönlendirme hakkında bilgi edinmeleri ve bu yeni öğretim yöntemleriyle tecrübe sahibi olmaları gerekir. Bu amaçları gerçekleştirmek için ise etkili öğretmen eğitimi yöntemlerine ihtiyaç vardır [14].

6. SONUÇ ve ÖNERİLER

Matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme problemi hazırlama becerilerinin incelendiği bu çalışmada literatürü destekleyen sonuçlarla birlikte özgün sonuçlara da ulaşılmıştır. Problem hazıramanın genel olarak öğrenmenin bir parçası olduğu ve bunun öğretmenin sahip olması gereken bir yeterlik olması literatürdeki çalışmalarla paralellik gösteren sonuçlardandır. Matematiksel modelleme problemi hazırlamanın zor bir süreç olması, özellikle gerçek yaşam durumlarının matematikselleştirilmesini anlama ve bunu uygulamalarına yansıtma noktasında bir takım güçlükler yaşanması yine bu tür araştırmalarda karşılaşılan ortak sonuçlar arasındadır. Bunun yanısıra bu araştırma ile birlikte yeni tartışma konularının ortaya çıktığı söylenebilir. Bu tartışmalardan biri matematik ile gerçek yaşam arasındaki ilişki üzerine yapılabilir. Matematik ve gerçek yaşam ilişkisi ile ilgili olarak elde edilen sonuçlardan biri öğretmenlerin matematiksel modelleme eğitimi ile birlikte gerçek yaşam durumlarını kullanma amaçlarındaki dramatik değişimdir. Öğretmenler matematiksel modelleme eğitimi almadan önce gerçek yaşam durumlarını öğrencilerin ilgisini çekmek ve onları motive etmek için kullanırken eğitimden sonra gerçek yaşam durumlarını örnek olmaktan öte bir problem durumu olarak ele alınabileceğini fark etmişlerdir. Ayrıca matematiksel modellemeki *gerçek yaşam*ın ne anlama geldiği, nasıl ele alınması gerektiği tartışılması gereken diğer önemli konulardan biridir. Matematiksel modellemedeki *gerçek yaşam* ile kast edilen tam olarak nedir? Öğretmenler problem hazırlarken gerçek yaşamı probleme nasıl yansıtmalıdır? Bu çalışma da dahil olmak üzere yapılan araştırmalar öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemi hazırlarken dikkate aldıkları ilk kriterin genellikle gerçek yaşama uygunluk olduğunu ortaya koymaktadır. Ancak gerçek yaşam durumunun kaynağı tartışma konusu olmamıştır. Gerçek yaşamı *günlük hayat*a indirgeyen kısıtlı bir algının matematiksel modellemeye oldukça sınırlı bir anlam yüklediği söylenebilir. Ayrıca matematiksel modelleme problemi hazırlarken hazırlayan kişinin gerçekliğinden ziyade problemi çözecek kitlenin gerçekliğinin dikkate alınması gerektiği düşünülmektedir. Bu çalışmada öğretmenlerin -*diğer araştırma sonuçlarından farklı olarak*- kendi deneyimlerinden yola çıkarak problem durumu oluşturmaya çalıştıkları tespit edilmiştir. Araştırma problemlerin sınıf içi uygulamalarını içermediği için bu durumun öğrencilerin performansını nasıl etkileyeceği bilinmemekle birlikte öğrencilerden kendi dünyalarında anlamlı olmayan ya da gerekli değişkenleri belirlemeleri mümkün olmayan gerçek yaşam durumlarına çözüm üretmelerini beklemek gerçekçi bir yaklaşım değildir. Bundan sonra yapılacak araştırmalarda öğretmenlerin hazırladıkları matematiksel modelleme problemlerinin sınıf içi uygulamalarına odaklanılabilir. Böylelikle gerçek yaşam durumunun niteliğinin öğrencilerin problemi anlama ve çözüme ulaştırma sürecinde etkisi ortaya koyulabilir.

Bu araştırmada elde edilen sonuçlar öğretmenlerin matematiksel modelleme problemlerinin açık uçlu olmasına ilişkin zorluk yaşadıklarını ve bu zorlukların matematiksel modelleme problemi hazırlama becerilerini olumsuz etkilediğini göstermektedir. Matematiksel modelleme problemlerinin açık uçlu olması varsayımlara, tahminlere ve farklı değişkenlerin dikkate alınması sonucu özgün modellerin ortaya çıkması anlamına gelmektedir. Ancak farklı modeller oluşturulmasının farklı sayısal sonuçların elde edilmesi şeklinde algılanması öğretmenlerin matematiksel modelleme anlayışlarının oluşmasında yaşanılan zorluklardan biri olmuştur. Benzer şekilde matematiksel modelleme problemlerinin düşündürücü ya da karmaşık olması özelliğini öğretmenlerin uygulamalarına farklı şekilde transfer ettikleri görülmüştür. Gerçek yaşam durumu içeren bir problemin zor olması ya da birden fazla değişkenin aynı anda dikkate alınması problemin düşündürücü ya da karmaşık olması için gerekli ve yeterli bir özellik olarak kabul edilmiştir. Öğretmenlerin yaşadığı bu zorlukların problem hazırlama aşamasında kendini göstermesi matematiksel modelleme eğitiminde problem hazırlamanın önemli bir yere sahip olduğunun bir göstergesidir. Öğretmenlerin sahip oldukları teorik bilgilerini problem hazırlamak suretiyle uygulamalarına yansıtmaları bilgiyi nasıl yapılandırdıklarını açığa çıkarmada önemli bir rol oynamaktadır. Dolayısıyla öğretmenlerin ve öğretmen adaylarına verilecek matematiksel modelleme eğitiminde problem hazırlama dikkatle üzerinde durulması gereken öneme sahip olmalıdır.

Öğretmenlerin matematiksel modellemenin öğretiminde sahip olmaları gereken yeterliklerden etkinlik boyutu, teorik boyutun pratiğe dönüştürüldüğü aşama olarak görülebilir. Öğretmenlerin matematiksel modelleme hakkında edindikleri teorik bilgiler, benimsedikleri modelleme perspektifleri uygulamalarına doğrudan yansıtacakları, uygulamalarını şekillendirecek etkiye sahiptir. Bununla birlikte öğretmenlerin matematiksel modelleme anlayışlarını ortaya çıkaracak en etkili yöntemlerden biri onlardan problem hazırlamalarını istemektir. Araştırma sonuçları öğretmenlerin teorik olarak anlamlandıramadıkları, eksik ya da yanlış öğrendikleri özellikleri problem hazırlama sürecinde fark ederek öğrenme eksikliklerini giderme çabası gösterdiklerini ortaya koymuştur. Ayrıca öğretmenler matematiksel modelleme eğitiminde problem hazırlamanın öğrenmeleri üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğu kadar öğretim yöntemlerine de yön verecek deneyimler yaşadıklarını belirtmişlerdir. Matematiksel modelleme problemi hazırlarken örnek çözümler yapmaları öğrencilerin yaşayacakları muhtemel zorluklara hazırlıklı olmaları, bu zorluklarla karşılaşılmaması için alınacak önlemler ya da karşılaşıldığında nasıl müdahale edecekleri hakkında öngörü kazanmalarını sağlamıştır. Matematiksel modelleme problemlerinin en önemli özelliklerinden biri farklı modellerin ortaya çıkmasına olanak sağlamasıdır. Bu özelliği nedeniyle sınıfta uygulanması kolay olmayan bir problem çözme yaklaşımıdır. Dolayısıyla öğretmenlerin derse hazırlıklı gitmesi etkili uygulamalar için bir önkoşuldur. Öğretmenin hazırladığı problemlere örnek çözümler üretmesi uygulama sırasında karşılaşacağı alternatif çözümleri değerlendirebilme kapasitesini genişleteceği düşünülmektedir. Öğretmenlerin matematiksel modelleme problemi hazırlama becerisi ile uygulama yeterlikleri arasındaki ilişki, bundan sonra yapılacak çalışmalarda incelenebilecek araştırma konularından biri olabilir.

Bu araştırmada matematiksel modelleme etkinliklerinin sınıfa taşınmasında ve etkili öğretimin gerçekleştirilmesinde öğretmenlerin vazgeçilmez hatta belirleyici bir role sahip oldukları düşünülerek öğretmen yeterliliklerinden etkinlik boyutuna odaklanılmıştır. Araştırma sonuçlarına dayanarak, matematiksel modelleme eğitimi almayan öğretmenlerden matematiksel modelleme öğretiminde başarılı performans beklemenin akılcı bir yaklaşım olmadığı rahatlıkla söylenebilir. Öğretmenlerin öncelikle kendileri için de yeni olan bu problem çözme yaklaşımının eğitimdeki etkisine inanmaları ve bu alanda yeterli donanıma sahip olmaları için gerekli yeterlikleri kazanmaları gerekmektedir. Bu sebeple matematiksel modelleme eğitimi almamış ve görevde olan öğretmenlerin bu yeterlikleri kazanmaları için öğretmen eğitimlerine önem verilmelidir. Bunun için üniversitelerin eğitim fakülteleri ile Milli Eğitim Bakanlığı ortak çalışmalar yapabilir, ilk etapta formatör öğretmenlerin yetiştirilmesi hedeflenerek sonraki aşamalarda bu öğretmenlerin meslektaşlarına aldıkları eğitimi aktarmaları sağlanabilir.

Araştırmada öğretmenlerin matematiksel modelleme problemi hazırlama becerileri incelenirken doğrudan araştırma soruları ile ilişkilendirilemeyecek verilerle de karşılaşılmıştır. Örneğin, matematiksel modellemeye ait kavramların anlamlandırma sürecinin nasıl geliştiği, matematikselleştirme sürecinde yaşanan öğrenme zorlukları ve bu zorlukların giderilmesi gibi farklı araştırma konuları ortaya çıkmıştır. Üstelik bu konuların sadece öğretmen boyutuyla değil, öğretmen adayları ve öğrencilerle yürütülecek çalışmalarla ele alınması gerektiği düşünülmektedir.

Bu çalışmanın sonuçları altı öğretmenin uygulamaları ile sınırlıdır. Çoklu özel durum çalışması olan araştırmanın sonuçlarını genellemek doğru değildir. Ancak öğretmenlerin matematiksel modelleme anlayışlarının gelişmesinde ve problem hazırlama yeterliği kazanmalarında araştırmada uygulanan yöntemin etkili olduğu söylenebilir. Eksiklikleri giderilerek daha geniş çaplı uygulamalarda benzer bir eğitim verildiği takdirde başarılı sonuçlar elde edilebileceği öngörülmektedir. Gerek akademik dünyada gerekse eğitim uygulamalarında etkili bir matematiksel modelleme anlayışının gelişmesi için bu çalışmanın sonuçlarının referans alınabileceği düşünülmektedir.

KAYNAKLAR

[1] L. M. W. de Almeida ve K. A. P. da Silva, “The meaning of the problem in a mathematical modelling activity”, in *Mathematical Modelling in Education Research and Practice* (pp. 45-54). Springer, Cham, 2015.

[2] R. A. Lesh ve H. M. Doerr, *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*. Routledge, 2003.

[3] L. D. English, R. Lesh ve T. Fennewald, “Future directions and perspectives for problem solving research and curriculum development”, in *Proceedings of the 11th International Congress on Mathematical Education*, Monterrey. Mexico, 2008.

[4] J. Gainsburg, “The mathematical modeling of structural engineers”, *Mathematical Thinking and Learning*, 8(1), 3-36, 2006.

[5] L. English ve B. Sriraman, “Problem solving for the 21 st century”, in *Theories of mathematics education* (pp. 263-290). Springer, Berlin, Heidelberg, 2010.

[6] E. Hamilton, “What changes are needed in the kind of problem solving situations where mathematical thinking is needed beyond school?”, in R. Lesh, E. Hamilton, & J. Kaput (Eds.), *Foundations for the Future in Mathematics Education* (pp. 1–6). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 2007.

[7] R. Borromeo Ferri, *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. Springer International Publishing, 2018.

[8] R. Borromeo Ferri, “Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process”, *ZDM,* vol.38, no.2, pp.86-95, 2006.

[9] M. Blomhøj ve T.H. Jensen, “What’s all the fuss about competencies?”, *Modelling and Applications in Mathematics Education*, pp. 45-56, 2007.

[10] H.M. Doerr, “Experiment, simulation and analysis: An integrated instructional approach to the concept of force”, *International Journal of Science Education,* vol.19, no.3, pp.265-282, 1997.

[11] M. Ludwig ve B. Xu, “A Comparative Study of Modelling Competencies Among Chinese and German Students”, *Journal fur Mathematik-Didaktik,* vol.31, no.1, pp.77-97, 2010.

[12] F.A. Güç, “Matematiksel Modelleme Yeterliklerinin Geliştirilmesine Yönelik Tasarlanan Öğrenme Ortamlarında Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Yeterliklerinin Değerlendirilmesi”, Doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, 2015.

[13] M. Ludwig ve X.R. Reit, “A Cross-section Study about Modelling Task Solutions”, in *ICME 12 Conference*. Seoul, Korea: ICME, 2012, pp.3376–3387.

[14] K. Maaß, “Modelling in class: What do we want the students to learn?”, in C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, S. Khan, & Mathematical Modelling (Eds.), *Education, Engineering and Economics* (pp. 65–78). Chichester: Horwood Publishing, 2007.

[15] M. Hagena ve R.B. Ferri, “How do measurement sense and modelling competency influence each other? An intervention study about german middle

class students dealing with length and weight", in *12th International Congress on Mathematical Education,* 2012, pp. 8-15.
[16] K.E.D. Ng, "Mathematical knowledge application and student difficulties in a design-based interdisciplinary project", in *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (pp. 107-116). Springer, Dordrecht, 2011.
[17] Z. Çavuş Erdem, "Matematiksel modelleme etkinliklerine dayalı öğrenim sürecinin alan ölçme konusu bağlamında incelenmesi", Doktora tezi, Adıyaman Üniversitesi, 2018.
[18] R. Lesh ve G. Harel, "Problem solving, modeling, and local conceptual development", *Mathematical Thinking and Learning*, vol.5, no.2/3, pp.157-189, 2003.
[19] J. Park, M.S. Park, M. Park, J. Cho ve K.H. Lee, "Mathematical modelling as a facilitator to conceptualization of the derivative and the integral in a spreadsheet environment", *Teaching Mathematics and its Applications: An International Journal of the IMA,* vol.32, no.3, pp.123-139, 2013.
[20] R. Borromeo Ferri ve W. Blum, "Mathematical modelling in teacher education– experiences from a modelling seminar", in *Proceedings of CERME*, 2009, Vol. 6, pp. 2046-2055.
[21] "Learning and Education in and Through Modelling and Applications (LEMA)", http://www.lemaproject.org/web.lemaproject/web/dvd_2009/english/trainer.html. [Erişim tarihi: 08-Temmuz-2017].
[22] D. Leiß, *Hilf mir, es selbst zu tun. Lehrerinterventionen beim mathematischen Modellieren*. Hildesheim/Berlin: Franzbecker, 2007.
[23] W. Blum, "Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research", in *Trends in Teaching and Learning of mathematical Modelling* (pp. 15-30). Springer, Dordrecht, 2011.
[24] National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*, 2014.
[25] K. Gravemeijer, M. Stephan, C. Julie, F. L. Lin ve M. Ohtani, "What mathematics education may prepare students for the society of the future?", *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(1), 105-123, 2017.
[26] J. Suh, K. Matson ve P. Seshaiyer, "Engaging elementary students in the creative process of mathematizing their world through mathematical modeling", *Education Sciences*, 7(2), 62, 2017.
[27] H. Gould, "Teachers' Conceptions of Mathematical Modeling" Dissertation, Columbia University, 2013.
[28] M. Niss, W. Blum ve P. Galbraith, "Introduction", in W. Blum, P. Galbraith, H. W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI study* (pp. 3-32). New York: Springer Science + Business Media, LLC, 2007.
[29] J. Sekerák, "Phases of mathematical modelling and competence of high school students", *The Teaching of Mathematics*, (25), 105-112, 2010.
[30] D. J. Carrejo ve J. Marshall, "What is mathematical modelling? Exploring prospective teachers' use of experiments to connect mathematics to the study of motion", *Mathematics Education Research Journal*, 19(1), 45-76, 2007.

[31] H. Pollak, "A History of the Teaching of Modeling, History of School Mathematics", *NCTM*, vol. 1, 2003.

[32] S. Meier, "Mathematical Modelling in A European Context–A European Network Project", *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics. Proceedings from Topic Study Group*, 21, 207-216, 2009.

[33] R. Lesh ve J.S. Zawojewski, "Problem solving and modeling", in F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teac hing and learning* (pp. 763–804). Greenwich, CT: Information Age Publishing, 2007.

[34] G. Kaiser, B. Schwarz ve N. Buchholtz, "Authentic modelling problems in mathematics education", in *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (pp. 591-601). Springer: Dordrecht, 2011.

[35] J. Clement, J. Lochhead ve G. S. Monk, "Translation difficulties in learning mathematics", *The American Mathematical Monthly*, 88(4), 286-290, 1981.

[36] R. vom Hofe, A. Jordan, T. Hafner, P. Stölting, W. Blum, R. Pekrun, "On the Development of Mathematical Modelling Competencies The PALMA Longitudinal Study", in *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics*, pp. 47-60, 2009.

[37] H. O. Pollak, "How can we teach applications of Mathematics?", *Educational Studies in Mathematics*, 2(2), 393-404, 1969.

[38] R. Lesh ve B. Caylor, "Introduction to the special issue: Modeling as application versus modeling as a way to create mathematics", *International Journal of Computers for Mathematical Learning,* 12, pp. 173-194, 2007.

[39] M. Niss, "Application and modelling in mathematics curricula – state and trends", *International Journal for Mathematical Education in Science and Technology,* 18, pp. 487-505, 1987.

[40] M. Niss, "Aims and scope of applications and modelling in mathematics curricula", in Blum, W. et al. (eds.) *Application and Modelling in Learning and Teaching Mathematics* (pp. 22-31). Chichester: Ellis Horwood, 1989.

[41] W. Blum ve M. Niss, "Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects", *Educational Studies in Mathematics*, 22, pp. 37-68, 1991.

[42] W. Blum ve D. Leiss, "Filling up -the problem of independence-preserving teacher interventions in lessons with demanding modelling tasks", in M. Bosch (Ed.), *Proceedings of CERME4* (pp. 1623–1633). Gerona: ERME, 2005.

[43] W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn ve M. Niss, "Introduction", in *Modelling and applications in mathematics education, The 14th ICMI-study 14.* New York: Springer-Verlag, 2007.

[44] H. Freudenthal, "The implicit philosophy of mathematics: History and education", in *Proceedings of the International Congress of Mathematicians*, Warsaw and Amsterdam: Polish Scientific Publishers and Elsevier Science Publishers, 1983, pp. 1695-1709.

[45] A. Treffers, *Three dimensions: a model of goal and theory descriptions in mathematics instruction – the Wiskobas Project*. Dordrecht: Kluwer, 1987.

[46] E. Bukova Güzel, *Matematik Eğitiminde Matematiksel Modelleme – Araştırmacılar, eğitimciler ve Öğrenciler için-*. Ankara: Pegem Akademi, 2016.

[47] O. Skovsmose, *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Dordrecht: Kluwer, 1994.
[48] O. Skovsmose, *Travelling through education. Uncertainty, mathematics, responsibility*. Rotterdam: Sense Publishers, 2005.
[49] U. D'Ambrosio, "Literacy, mathemacy and technocracy: a trivium for today", *Mathematical Thinking and Learning*, 1 (2), pp.131-153, 1999.
[50] M. Blomhøj, "Different perspectives in research on the teaching and learning mathematical modelling", in *Mathematical Applications and Modelling in the Teaching and Learning of Mathematics*, 1-17, 2009.
[51] W. Blum ve D. Leiss, "How do students and teachers deal with modelling problems?", in *Mathematical modelling* (pp. 222-231). Woodhead Publishing, 2007.
[52] R. Borromeo Ferri, "On the influence of mathematical thinking styles on learners' modeling behavior", *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(1), 99-118, 2010.
[53] M. Blomhøj ve T. H. Jensen, "Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning", *Teaching mathematics and its applications*, 22(3), 123-139, 2003.
[54] F. K. Lester, "Trends and issues in mathematical problem-solving research", in R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 229-261). New York: Academic Press, 1983.
[55] E. G. Begle, *Critical Variables in Mathematics Education: Findings from a Survey of the Empirical Literature*, Washington, D.C.: NCTM, 1979.
[56] L. D. English, "Mathematical modeling: Linking Mathematics, Science, and the Arts in the Elementary Curriculum", in B Sriraman, C. Michelsen, & A. Beckmann, & V. Freiman (Eds.), *Proceedings of The Second International Symposium on Mathematics and its Connections to the Arts and Sciences*, (MACAS2, pp. 5-36), University of Southern Denmark Press, 2008.
[57] G. Kaiser ve B. Sriraman, "A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education", *ZDM*, 38(3), 302-310, 2006.
[58] G. Kaiser, M. Blomhoj ve B. Sriraman, "Towards a didactical theory for mathematical modelling", *ZDM*, 38(2), 82–85, 2006.
[59] C. Gann, T. Avineri, J. Graves, M. Hernandez, ve D. Teague, "Moving students from remembering to thinking: The power of mathematical modeling", in *Annual perspectives in mathematics education*, 97-106, 2016.
[60] W. Blum, R. Borromeo Ferri, "Mathematical modelling: Can it be taught and learnt?", *Journal of mathematical modelling and application*, 1(1), 45-58, 2009.
[61] T. T. Menu, *GAIMME: Guidelines for Assessment & Instruction in Mathematical Modeling Education*, 2016.
[62] R. Lesh, T. R. Post ve M. Behr, "Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving", in C Janiver (ed.), *Problems of representations in the teaching and learning of mathematics* (pp. 33-40). Lawrence Erlbaum, 1987.
[63] C. Bonotto, "How to replace word problems with activities of realistic mathematical modelling", in *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 185-192). Springer, Boston, MA, 2007.

[64] D. Buhrman, "The Design and Enactment of Modeling Tasks: A Study on the Development of Modeling Abilities in a Secondary Mathematics Course", Dissertation, University of Nebraska, 2017.
[65] E. A. Silver, L. J. Shapiro ve A. Deutsch, "Sense making and the solution of division problems involving remainders: An examination of middle school students' solution processes and their interpretations of solutions", *Journal for Research in Mathematics Education*, 24, 117-135, 1993.
[66] T. Palm, "Impact of authenticity on sense making in word problem solving", *Educational Studies in Mathematics*, 67(1), 37-58, 2008.
[67] H. Pollak, "What is mathematical modelling?", in H. Gould (Ed.), *Mathematical modelling handbook* (pp. vi-x). Massachusetts: COMAP, 2012.
[68] S. K. Bleiler-Baxter, A. T. Barlow ve D. C. Stephens, "Moving beyond context: challenges in modeling instruction" in *NCTM: Mathematical Modeling and Modeling Mathematics* (pp. 53-64). USA: APME, 2016.
[69] K. J. Reins, "Broadening the Landscape of Modeling by Including an Emergent View" in *NCTM: Mathematical Modeling and Modeling Mathematics* (pp. 77-86). USA: APME, 2016.
[70] K. Gravemeijer, "How emergent models may foster the constitution of formal mathematics", *Mathematical Thinking and Learning*, 1(2), 155-177, 1999.
[71] K. Gravemeijer, "How concrete is concrete?", *Journal on Mathematics Education*, 2(1), 1-14, 2011.
[72] J. Boaler, *What's Math Got to Do with It?: How Parents and Teachers Can Help Children Learn to Love Their Least Favorite Subject*. New York: Penguin, 2008.
[73] H. M. Doerr ve L. D. English, "A modelling perspective on students' learning through data analysis", in M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the 25th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 361–368). Utrecht University, 2001.
[74] L. D. English, "Mathematical modeling in the primary school: Children's construction of a consumer guide", *Educational Studies in Mathematics*, 62(3), 303–329, 2006.
[75] R. Lesh, J. S. Zawojewski ve G. Carmona, "What mathematical abilities are needed for success beyond school in a technology-based age of information?" in R. Lesh & H. Doerr (Eds.), *Beyond Constructivism: Models and Modeling Perspectives on Mathematic Problem Solving, Learning and Teaching* (pp. 205–222). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 2003.
[76] R. Lesh ve H. Doerr, "Foundation of a models and modeling perspective on mathematics teaching and learning" in R. A. Lesh & H. Doerr (Eds.), *Beyond Constructivism: A Models and Modeling Perspective on Mathematics Teaching, Learning, and Problem Solving* (pp. 9–34). Mahwah, NJ: Erlbaum, 2003.
[77] L. A. Steen, *Mathematics and Democracy: The Case for Quantitative Literacy*. USA: National Council on Education and the Disciplines, 2001.
[78] R. Lesh ve B. Sriraman, "John Dewey revisited—pragmatism and the models-modeling perspective on mathematical learning" in A. Beckmann, C. Michelsen, & B. Sriraman (Eds.), *Proceedings of the 1st International Symposium of Mathematics and Its Connections to the Arts and Sciences* (pp. 7–31). Schwöbisch Gmund, Germany: The University of Education, 2005.

[79] B. Sriraman ve B. Dahl, "On bringing interdisciplinary ideas to gifted education" in L.V. Shavinina (Ed.), *The International Handbook of Giftedness* (pp. 1235–1254). Springer Science & Business, 2009.

[80] S. A. Chamberlin ve S. M. Moon, "Model-eliciting activities as a tool to develop and identify creatively gifted mathematicians", *Journal of Secondary Gifted Education,* 17(1), 37-47, 2005.

[81] B. Djepaxhija, P. Vos ve A. B. Fuglestad, "Assessing mathematizing competences through multiple-choice tasks: Using students' response processes to investigate task validity" in *Mathematical Modelling and Applications* (pp. 601-611). Springer, Cham, 2017.

[82] A. Jupri ve P. H. M. Drijvers, "Student difficulties in mathematizing word problems in algebra", *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 12(9), 2481-2502, 2016.

[83] K. Gavemeijer, "Commentary Solving Word Problems: a Case of Modeling", *Learning and Instruction*, 7(4), 389-397, 1997.

[84] H. Böge ve R. Akıllı, *Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu 8.Sınıf Matematik Ders Kitabı*, Ankara: MEB, 2018.

[85] R. Gürbüz, M. F. Doğan, M. Çalık, D. Çelik, S. Şahin, Z. Çavuş Erdem, A. Temurtaş, C. Doğan, "Modelleme Etkinlikleri Hazırlama Süreci", (Editör: Gürbüz R, Doğan M. F.) *Matematiksel Modellemeye Disiplinler Arası Bakış: Bir STEM Yaklaşımı* (ss. 97-159). Ankara: Pegem Akademi, 2018.

[86] D. Deniz, "Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin Matematiksel Modelleme Yöntemine Uygun Etkinlik Oluşturabilme ve Uygulayabilme Yeterlikleri", Doktora tezi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Atatürk Üniversitesi, 2014.

[87] A. K. Erbaş, B. Çetinkaya, C. Alacacı, E. Çakıroğlu, A. Aydoğan Yenmez, A. Şen Zeytun, A., ... ve Z. Şahin, *Lise Matematik Konuları için Günlük Hayattan Modelleme Soruları,* Ankara: Türkiye Bilimler Akademisi, 2016.

[88] G. Larina, "Analysis of Real-World Math Problems: Theoretical Model and Classroom Applications", *Educational Studies Moscow*, 3, 151–168, 2016.

[89] National Council of Teachers of Mathematics, *Principles and standards for school mathematics* (Vol. 1), 2000.

[90] Common Core State Standards Initiative, *Common core state standards for mathematics*, 2010.

[91] G. Kaiser, "Realitätsbezüge im Mathematikunterricht – Ein Überblick über die aktuelle und historische Diskussion", in G. Graumann (Ed.), *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht* (pp. 66–84). Bad Salzdetfurth: Franzbecker, 1995.

[92] W. Blum, "Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht – Trends und Perspektiven", in G. Kadunz, H. Kautschitsch, G. Ossimitz, & E. Schneider (Eds.), *Trends und Perspektiven* (pp. 15–38). Wien: Hölder-Pichler-Tempsky, 1996.

[93] D.L. Ball, M. H. Thames ve G. Phelps, "Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special?", *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407, 2008.

[94] R. M. Zbiek, "Supporting Teachers' Development as Modelers and Teachers of Modelers", in C. R. Hirsch (Ed), *Annual Perspectives in Mathematics Education*

(APME) 2016: Mathematical Modeling and Modeling Mathematics (pp. 263–272). Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics, 2016.

[95] H. M. Doerr ve R. Lesh, "Models and modelling perspectives on teaching and learning mathematics in the twenty-first century", in *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (pp. 247-268). Springer, Dordrecht, 2011.

[96] R. Borromeo Ferri, "Mathematical modeling – The teachers' responsibility", in A. Sanfratello & B. Dickman (Eds.), *Proceedings of conference on mathematical modeling at Teachers College of Columbia University* (pp. 26–31). New York, 2014.

[97] S. Garfunkel ve M. Montgomery, *Guidelines for assessment and instruction in mathematical modeling education (GAIMME).* Boston/Philadelphia: Consortium for Mathematics and Its Applications (COMAP)/Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), 2016.

[98] H. Gould, "What a Modeling Task Looks Like", in C. R. Hirsch (Ed), *Annual Perspectives in Mathematics Education (APME) 2016: Mathematical Modeling and Modeling Mathematics* (pp. 179–186). Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics, 2016.

[99] K. Bliss, K. Fowler, B. Galluzzo, F. Giordano, L. Godbold, H. Gould, ... ve H. Pollak, *GAIMME: Guidelines for Assessment & Instruction in Mathematical Modeling Education*. Consortium for Mathematics and Its Applications, 2016.

[100] R. Borromeo Ferri ve R. Lesh, "Should interpretation systems be considered as models if they only function implicitly?", in G. Stillman et al. (Eds.), *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice* (pp. 57–66). New York: Springer, 2013.

[101] Y. Üstündağ Pektaş, *Ortaokul 8. Sınıf Matematik Ders Kitabı*. Ankara: Öğün Yayınları, 2017.

[102] W.L. Winston, *Introduction to linear programming. Operations research: Applications and algorithms* (4th. ed.) (pp. 49-126). Duxbury: Thomson Brooks/Cole, 2004.

[103] S. Şahin, R. Gürbüz, Z. Çavuş Erdem ve M. F. Doğan, "Matematiksel Modelleme Problemi mi? Değil mi?", *II. Uluslararası Sosyal Bilimler Sempozyumu Özet Kitapçığı*, Alanya, 2017, p.179.

[104] S. Şahin, R. Gürbüz, M. F. Doğan ve Z. Çavuş Erdem, "Teachers' Mathematical Modeling Competencies: Task Dimension", *International Conference on Mathematics and Mathematics Education (ICMME-2018),* Ordu, 2018.

[105] D. Teague, R. Levy ve K. Fowler, "The GAIMME Report: Mathematical Modeling in the K–16 Curriculum", in C. R. Hirsch (Ed), *Annual Perspectives in Mathematics Education (APME) 2016: Mathematical Modeling and Modeling Mathematics* (pp. 253–262). Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics, 2016.

[106] H. M. Doerr, "Examining the tasks of teaching when using students' mathematical thinking", *Educational Studies in Mathematics,* 62(1), 3–24, 2006.

[107] B. Davis, "Listening for differences: An evolving conception of mathematics teaching", *Journal for Research in Mathematics Education,* 28(3), 355–376, 1997.

[108] T. Wallach ve R. Even, "Hearing students: The complexity of understanding what they are saying, showing, and doing", *Journal of Mathematics Teacher Education,* 8(5), 393–417, 2005.

[109] H.M. Doerr, "What knowledge do teachers need for teaching mathematics through applications and modelling?", in W. Blum, P.L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 69-78). New York: Springer, 2007.

[110] L. English, "Mathematical modelling with young learners", in *Mathematical Modelling* (pp. 3-17). Woodhead Publishing, 2003.

[111] C. Christou, N. Mousoulides, M. Pittalis, D. Pitta-Pantazi ve B. Sriraman, "An empirical taxonomy of problem posing processes", *ZDM*, 37(3), 149-158, 2005.

[112] A. Downton, "Problem posing: A possible pathway to mathematical modelling", in *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice* (pp. 527-536). Springer, Dordrecht, 2013.

[113] E. A. Silver, J. Mamona-Downs, S. S. Leung ve P. A. Kenney, "Posing mathematical problems: An exploratory study", *Journal for research in mathematics Education*, 293-309, 1996.

[114] C. Bonotto, "Realistic mathematical modeling and problem posing", in *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies* (pp. 399-408). Springer, Boston, MA, 2010.

[115] N. F. Ellerton ve P. C. Clarkson, "Language factors in mathematics teaching", in A.J. Bishop, et al. (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 83–87). Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1996.

[116] L. D. English, "Engaging students in problem posing in an inquiry-oriented mathematics classroom", in F. K. Lester, Jr. (Ed.), *Teaching Mathematics Through Problem Solving: Prekindergarten-Grade 6* (pp. 187–198). Reston, VA: NCTM, 2003.

[117] L. D. English, "Children's problem posing within formal and informal contexts", *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(1), 83–106, 1998.

[118] L. B. Resnick, P. Nesher, F. Leonard, M. Magone, S. Omanson ve I. Peled, "Conceptual bases of arithmetic errors: The case of decimal fractions", Journal for *Research in Mathematics Education*, 20(1), 8–27, 1989.

[119] A. Hošpesová ve M. Tichá, "Problem posing in primary school teacher training", in *Mathematical problem posing* (pp. 433-447). Springer, New York, NY, 2015.

[120] E. A. Silver ve J. Cai, "Assessing Students' Mathematical Problem Posing", *Teaching Children Mathematics*, 12(3), 129, 2005.

[121] L. D. English, "The development of fifth-grade children's problem-posing abilities", *Educational Studies in Mathematics,* 34, 183–217, 1997.

[122] G. Harel, B. Koichu ve A. Manaster, "Algebra teachers' ways of thinking characterizing the mental act of problem posing", in J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, & N. Stehlíková (Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 241–248). Prague, Czech Republic: Charles University, 2006.

[123] M. Klinshtern, B. Koichu ve A. Berman, "What Do High School Teachers Mean by Saying "I Pose My Own Problems"?", in *Mathematical Problem Posing* (pp. 449-467). Springer: New York, 2015.

[124] S. Crespo, "Learning to pose mathematical problems: Exploring changes in preservice teachers' practices", *Educational Studies in Mathematics,* 52(3), 243–270, 2003.
[125] I. Lavy ve A. Shriki, "Problem posing as a means for developing mathematical knowledge of prospective teachers", in J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park, & D. Y. Seo (Eds.), *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 129–136). Seoul, Korea: PME, 2007.
[126] G. Stillman, "Problem finding and problem posing for mathematical modelling", in Lee, N. H., & Ng, K. E. D. (Eds.). *Mathematical modelling: From theory to practice* (pp. 41-56). World Scientific Publishing Company, 2015.
[127] O. Chapman, "Prospective elementary school teachers' ways of making sense of mathematical problem posing", *PNA,* 6 (4), 135–146, 2012.
[128] S. Kula Unver, C. N. Hidiroglu, A. Tekin Dede ve E. Bukova Guzel, "Factors Revealed While Posing Mathematical Modelling Problems by Mathematics Student Teachers", *European Journal of Educational Research*, 7(4), 941-952, 2018.
[129] N. F. Ellerton, "Problem posing as an integral component of the mathematics curriculum: A study with prospective and practicing middle-school teachers", in *Mathematical Problem Posing* (pp. 513-543). Springer: New York, 2015.
[130] R. M. Zbiek ve A. Conner, "Beyond motivation: Exploring mathematical modeling as a context for deepening students' understandings of curricular mathematics", *Educational Studies in Mathematics*, 63(1), 89-112, 2006.
[131] M. F. Özmantar ve E. Bingölbali, "Etkinlik tasarım ve temel tasarım prensipleri", E. Bingölbali ve M. F. Özmantar, (Ed.). *İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri* (ss. 313-345). Ankara: Pegem Akademi, 2009.
[132] M. Sáiz ve O. Figueras, "A research-based workshop design for volume tasks", in *Tasks in primary mathematics teacher education* (pp. 147-160). Springer, Boston, MA, 2009.
[133] G. Brousseau, *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques, 1970–1990* (Vol. 19). Springer Science & Business Media, 2006.
[134] A. Watson, "Task transformation is the teacher's responsibility", in *Proceedings of the 32nd Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Pyschology of Mathematics Education,* Morelia, Mexico, 2008, pp. 147-153.
[135] W. Doyle, "Work in mathematics classes: The context of students' thinking during instruction", *Educational psychologist*, 23(2), 167-180, 1988.
[136] J. Ainley, D. Pratt ve A. Hansen, "Connecting engagement and focus in pedagogic task design", *British Educational Research Journal*, 32(1), 23–38, 2006.
[137] A. Watson ve J. Mason, "Taken-as-shared: A review of common assumptions about mathematical tasks in teacher education", *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10(4–6), 205–215, 2007.

[138] G. Kaiser, B. Sriraman, M. Blomhøj ve F. J. Garcia, "Report from the working group modelling and applications-Differentiating perspectives and delineating commonalties", in *European Research in Mathematics Education V (Proceedings of the Fifth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education)*, 2007, pp. 2035-2041.
[139] M.T. Chamberlin, "Design principles for teacher investigations of student work", *Mathematics Teacher Education and Development*, 6, 52-65, 2004.
[140] P. Galbraith, "Dreaming a 'possible dream': More windmills to conquer", in *Mathematical Modelling* (pp. 44-62). Woodhead Publishing, 2007.
[141] T. Palm, "Features and impact of the authenticity of applied mathematical school tasks", in W. Blum et al. (Eds.), *Applications and modelling in mathematics education; new ICMI studies series no. 10* (pp. 201–208). New York: Springer, 2007.
[142] P. Vos, "What is 'authentic' in the teaching and learning of mathematical modelling?", in G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in the teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 713–722). New York: Springer, 2011.
[143] J. Y. I, J. Son ve H. Jung, "Do Social Justice Contexts Matter in Mathematical Modeling?: Modeling Problem Analysis", *New England Mathematics Journal*, 51(1), 2018.
[144] A. Tekin Dede ve E. Bukova Güzel, "Matematik öğretmenlerinin model oluşturma etkinliği tasarım süreçleri ve etkinliklere yönelik görüşleri", *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 2(1), 300-322, 2013.
[145] D. Sağıroğlu, "Matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme yöntemine yönelik etkinlik oluşturma ve uygulama süreçlerinin incelenmesi", Yüksek lisans tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi, 2018.
[146] R. Lesh, M. Hoover, B. Hole, A.Kelly ve T. Post, "Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers", in R. Lesh, & A. Kelly (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 591-645). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 2000.
[147] R. Yin, *Case study research: Design and methods* (3rd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage, 2003.
[148] R. E. Stake, *The art of case study research*. Thousand Oaks, CA: Sage, 1997.
[149] R. E. Stake, *Multiple case study analysis*. Guilford Press, 2013.
[150] J. W. Creswell, *Educational research: planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research.* Columbus, OH: Merrill Prentice Hall, 2011.
[151] M. Q. Patton, *Qualitative evaluation and research methods.* Newbury Park, CA: Sage, 1990.
[152] J.W. Creswell, *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five traditions*. Thousand Oaks, CA: Sage, 1998.
[153] D. Vaughan, "Theory elaboration: The heuristics of case analysis", in C. C. Ragin & H. S. Becker (Eds.), *What is a case?: Exploring the foundations of social inquiry* (pp. 173–292). Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1992.

[154] R. K. Yin, *Case study research: Design and methods* (2nd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage, 1994.

[155] A. Yıldırım ve H. Şimşek, *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (9. Genişletilmiş Baskı). Ankara: Seçkin Yayınevi, 2013.

[156] N. K. Denzin ve Y. S. Lincoln, "Paradigms and perspectives in contention", *The Sage handbook of qualitative research*, 183-190, 2005.

[157] A. Tekin, Ç. N. Hıdıroğlu ve E. Bukova Güzel, "Öğrenciler matematiksel modellemede birlikte çalıştıklarında hangi yaklaşımları sergiliyorlar", A. Baki (Ed.), *9. Matematik Sempozyumu Bildiri Özet Kitapçığı*, Trabzon, 2010, ss. 223-224.

[158] N. Mousoulides ve L.D. English, "Modeling with Data in Cypriot and Australian Classrooms", *The 32nd International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp 423-430). Morelia, Mexico, 2008.

[159] N. K. Denzin, "The practices and politics of interpretation", in N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research* (2nd ed., pp. 897–922). Thousand Oaks, CA: Sage, 2000.

[160] B. Malinowski, *Argonauts of the western Pacific*. Prospect Heights, IL: Waveland, 1984.

[161] J. Nisbet ve J. Watt, "Case study", in J.Bell, T. Bush, A.Fox, J.Goodey and S.Goulding (eds) *Conducting Small-scale Investigations in Educational Management.* London: Harper &. Row, 79–92, 1984.

[162] J. M. Corbin ve A. Strauss, "Grounded theory research: Procedures, canons, and evaluative criteria", *Qualitative sociology*, 13(1), 3-21, 1990.

[163] M. Vollstedt, "To see the wood for the trees: The development of theory from empirical interview data using grounded theory", in *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education* (pp. 23-48). Springer, Dordrecht, 2015.

[164] K. Charmaz, *Constructing grounded theory: A practical guide through qualitative analysis*. Sage, 2006.

[165] M.B. Miles ve A.M. Huberman, *Qualitative data analysis: An expande sourcebook (2nd ed.)*. Thousand Oaks, CA: Sage, 1994.

[166] S. B. Merriam, *Nitel araştırma: Desen ve uygulama için bir rehber*. Nobel, 2013.

[167] J.W. Creswell, *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches (4nd ed.).* Thousand Oaks, CA: Sage, 2013.

[168] R. Gürbüz ve S. Şahin "İlişkilendirme becerisi kapsamında ortaokul matematik öğretim programlarının incelenmesi", (Editör: Özmantar M. F., Akkoç H., Kuşdemir Kayıran B., Özyurt M.) *Ortaokul Matematik Öğretim Programları Tarihsel Bir İnceleme* (ss. 367-392). Pegem Akademi, Ankara, 2018.

[169] "Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], Talim Terbiye Kurulu, Ortaokul matematik dersi (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı", http://mufredat.meb.gov.tr/Programlar.aspx . [Erişim Tarihi: 20- Şubat- 2018].

[170] J. Gainsburg, "Real-world connections in secondary mathematics teaching", *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(3), 199-219, 2008.

[171] J. Gainsburg, "How and why secondary mathematics teachers make (or don't make) real-world connections in teaching", in *Words and Worlds* (pp. 265-281). Brill Sense, 2009.

[172] R. U. Pierce ve K. C. Stacey, "Enhancing the image of mathematics by association with simple pleasures from real world contexts", *ZDM*, *38*(3), 214-225, 2006.
[173] L. T. Reinke, "Toward an analytical framework for contextual problem-based mathematics instruction", *Mathematical Thinking and Learning*, 1-20, 2019.
[174] E. R. Banilower, P. S. Smith, I. R. Weiss, K. A. Malzahn, K. M. Campbell ve A. M. Weis, *Report of the 2012 national survey of science and mathematics education*. Chapel Hill, NC: Horizon Research, Inc, 2013.
[175] M. Van Den Heuvel-Panhuizen, "The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage", *Educational studies in Mathematics*, 54(1), 9-35, 2003.
[176] A. Eraslan, "İlköğretim matematik öğretmen adaylarının model oluşturma etkinlikleri ve bunların matematik öğrenimine etkisi hakkındaki görüşleri", *İlköğretim Online*, 10(1), 2011.
[177] K. Thomas ve J. Hart, "Pre-service teachers' perceptions of model eliciting activities", in *Modeling students' mathematical modeling competencies* (pp. 531-538). Springer, Boston, MA, 2010.
[178] E. Korkmaz, "İlköğretim matematik ve sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel modellemeye yönelik görüşleri ve matematiksel modelleme yeterlikleri", Yüksek lisans tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir Üniversitesi, 2010.

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Seda ŞAHİN

Doğum Yeri : Adıyaman

Doğum Tarihi : 02.05.1985

Medeni Hali : Bekâr

Yabancı Dili : İngilizce

E-posta : sssedasahin@gmail.com

Eğitim Durumu

Derece	Alan	Üniversite	Mezuniyet Yılı
Yüksek Lisans	Matematik Eğitimi	Gaziantep Üniversitesi	2011
Lisans	Matematik	Uludağ Üniveristesi	2008
Lise	Sayısal	Adıyaman Anadolu Lisesi	2003

Yayınlar

Uluslararası hakemli dergilerde yayımlanan makaleler:

[1] S. Şahin, M. F. Doğan, Z. Çavuş Erdem, R. Gürbüz, A. Temurtaş, "Prospective Teachers' Criteria for Evaluating Mathematical Modeling Problems", International Journal of Research in Education and Science (IJRES), 5 (2), 730-743, 2019.

[2] R. Gürbüz, Z. Çavuş Erdem, S. Şahin, A. Temurtaş, C. Doğan, M. F. Doğan, M. Çalık, D. Çelik, "Reflections from an Interdisciplinary Mathematical Modeling Activity", Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi, Özel Sayı (8), 1-22, 2018.

[3] Z. Çavuş Erdem, M. F. Doğan, R. Gürbüz, S. Şahin, "The reflections of mathematical modeling in teaching tools: Textbook analysis", Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi, 7 (1), 61-86, 2017.

[4] R. Gürbüz, M. Gülburnu, S. Şahin, "Oyun destekli kesir öğretimi hakkında öğretmen görüşleri: Video destekli bir çalışma", Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 1(4), 98-132, 2017.

[5] R. Gürbüz, S. Şahin, "8. Sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arasındaki geçiş becerileri", Kastamonu Eğitim Dergisi, 23, 4, 1869-1888, 2015.

Uluslararası bilimsel toplantılarda sunulan ve bildiri kitaplarında basılan bildiriler:

[6] S. Şahin, R. Gürbüz, M. F. Doğan, Z. Çavuş Erdem, "Teachers' Mathematical Modeling Competencies: Task Dimension", in International Conference on Mathematics and Mathematics Education(ICMME-2018), 677-679, 2018.
[7] M.F. Doğan, S. Şahin, Z. Çavuş Erdem, R. Gürbüz, "Investigation of Teachers' Awareness of Interdisciplinary Mathematical Modeling Problem", in International Conference on Mathematics and Mathematics Education (ICMME), 2018.
[8] R. Gürbüz, M. F. Doğan, Z. Çavuş Erdem, S. Şahin, "An investigation of Teachers' Qualifications of Designing Interdisciplinary Mathematical Modeling Activities", in International Conference On Mathematics: An Istanbul Meeting for World Mathematicians, Minisymposium on Approximation Theory Minisymposium on Math Education, 199-203, 2018.
[9] S. Şahin, R. Gürbüz, Z. Çavuş-Erdem, M. F. Doğan, "Matematiksel Modelleme Problemi mi, Değil mi?" in II. Uluslarası Sosyal Bilimler Sempozyumu Özet Kitapçığı, s.179. 18-20 Mayıs, Alaaddin Keykubat Üniversitesi, Alanya, 2017.
[10] A.Temurtaş, R. Gürbüz, S. Şahin, M. F. Doğan, "Suriyeli Öğrencilerin Matematik Derslerine Entegrasyonu ile İlgili Öğretmen Görüşleri", in IVth International Eurasian Educational Research Congress Conference Proceedings, pp. 976-977. 11-14 May, Pamukkale University, Denizli, 2017.
[11] Z. Çavuş Erdem, M. F. Doğan, R. Gürbüz, S. Şahin, "The Reflection Of Mathematical Modelling to Teaching Tools: A Textbook Analysis", in International Conference on Mathematics and Mathematics Education (ICMME-2017), (pp. 955-956), 11-13 May 2017, Harran University, Şanlıurfa, 2017.
[12] R. Gürbüz, A. Koç, S. Şahin, İ. Başpınar, "Kırsalda Öğrenim Gören Üstün Yetenekli Öğrencilerin Belirlenmesine Yönelik Uygulamalı Bir Çalışma", in VII. Uluslararası Eğitimde Araştırmalar Kongresi, 27-29 Nisan, Çanakkale, 2017.
[13] R. Gürbüz, S. Şahin, "About 8th Grade Students? Skills In Translating Among Multiple Representations, Oral Presentation", in International Conference On Education In Mathematics, Science & Technology, 16 - 18 Mayıs, Konya, 2014.

Yazılan ulusal/uluslararası kitaplar veya kitaplardaki bölümler:

[14] S. Şahin, M. F. Doğan, R. Gürbüz, "Matematiksel Modelleme Öğretiminde Öğretmen Yeterlikleri", (Editör: R. Gürbüz, M. F. Doğan) Matematiksel Modellemeye Disiplinler Arası Bakış: Bir STEM Yaklaşımı, ss. 81-94, Pegem Akademi, Ankara, 2018.
[15] M. F. Doğan, R. Gürbüz, Z. Çavuş Erdem, S. Şahin, "STEM Eğitimine Geçişte Bir Araç Olarak Matematiksel Modelleme", (Editör: Gürbüz R, Doğan M. F.) Matematiksel Modellemeye Disiplinler Arası Bakış: Bir STEM Yaklaşımı, ss. 43-56, Pegem Akademi, Ankara, 2018.
[16] Z. Çavuş Erdem, R. Gürbüz, M. F. Doğan, S. Şahin, "Matematiksel Modelleme Süreci ve Matematiksel Modelleme Yeterlikleri", (Editör: Gürbüz R, Doğan M.

F.) Matematiksel Modellemeye Disiplinler Arası Bakış: Bir STEM Yaklaşımı, ss. 33-42, Pegem Akademi, Ankara, 2018.
[17] R. Gürbüz, M. F. Doğan, M.Çalık, D. Çelik, S. Şahin, Z. Çavuş Erdem, A. Temurtaş, C. Doğan, "Modelleme Etkinlikleri Hazırlama Süreci", (Editör: Gürbüz R, Doğan M. F.) Matematiksel Modellemeye Disiplinler Arası Bakış: Bir STEM Yaklaşımı, ss. 97-159, Pegem Akademi, Ankara, 2018.
[18] R. Gürbüz, S. Şahin, "İlişkilendirme becerisi kapsamında ortaokul matematik öğretim programlarının incelenmesi", (Editör: Özmantar M. F., Akkoç H., Kuşdemir Kayıran B., Özyurt M.) Ortaokul Matematik Öğretim Programları Tarihsel Bir İnceleme, ss. 367-392, Pegem Akademi, Ankara, 2018.

Ulusal hakemli dergilerde yayımlanan makaleler:

[19] A. Bozkurt, S. Şahin, "İlköğretim matematik öğretiminde materyal kullanılırken karşılaşılan zorluklar ve bu zorlukların nedenleri", Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 1302-8944, 25, 1, 19-37, 2013.

Ulusal bilimsel toplantılarda sunulan ve bildiri kitaplarında basılan bildiriler:

[20] S. Şahin, M. F. Doğan, R. Gürbüz, Z. Çavuş-Erdem, "Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Problemi Hazırlama Becerileri", Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu Bildiri Kitabı. ss. 582-584. 17-19 Mayıs, Afyon, 2017.
[21] R. Gürbüz, S. Şahin, "Diskalkuli Risk Grubundaki Bir Çocuğun Özellikleri: Öğretmen ve Aile Görüşleri", 12. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, 28 - 30 Eylül, 2016.
[22] Y. Güder, R. Gürbüz, S. Şahin, "Disiplinler Arası Köprü: Matematiksel Modelleme", Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu (türkbilmat-2), 16 -18 Mayıs, 2015.
[23] Y. Güder, S. Şahin, "Uyum Analizi Yöntemiyle Matematik Başarısını Etkileyen Faktörlerin Incelenmesi", XI. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, 2014.
[24] Bingölbali, S. Şahin, "Öğrenci Zorluklarına Gösterilen Öğretmen Müdahale Türleri", 10. Matematik Sempozyumu, 21 - 23 Eylül, 2011.

EKLER

EK 1. Görüşme Formu-1
EK 2. Görüşme Formu-2
EK 3. Problem Seti Değerlendirme Formu
EK 4. Problem Hazırlama Süreci Değerlendirme Görüşme Formu
EK 5. Öğretmenlerin Hazırladıkları Problemlerin İlk Versiyonu
EK 6a. Çöpten Enerji Üretimi Problemi Öğretmen Çözümleri
EK 6b. Araba-Yakıt Problemi Öğretmen Çözümleri
EK 7. Öğretmenlerin Hazırladıkları Problemlerin Son Versiyonu
EK 8. Etik Kurul Belgesi
EK 9. Milli Eğitim Bakanlığı Uygulama İzin Belgesi

EK 1.

Görüşme Formu - 1

Matematik-Gerçek Hayat İlişkisi

- Öğrencileriniz “Bu konu ne işe yarayacak? Neden matematik öğreniyoruz?” gibi sorular sorduklarında nasıl cevap veriyorsunuz?
- Matematik nasıl öğretildiğinde öğrenciler için daha anlamlı hale gelir?
- Gerçek yaşam problemi deyince ne anlıyorsunuz?
- Matematik eğitiminde gerçek hayat problemlerinin kullanılması hakkında ne düşünüyorsunuz?

Bu bölümden sonra öğretmelere aşağıdaki problem verilir ve ilgili sorular sorulur:

ORGAN NAKİL MERKEZİ

28 Bin Hasta Organ Bekliyor

Türkiye’de 22 bini böbrek olmak üzere 28 binin üzerinde hasta, bağışlanacak organla sağlığına kavuşmayı bekliyor.

2014 yılında 7 bin 748 kişi organ nakliyle şifa bulurken beyin ölümü gerçekleşenlerden 407’sinin de organları aileleri tarafından bağışlandı.

A.A muhabirinin Sağlık Bakanlığı verilerinden derlediği bilgilere göre, yılda yaklaşık 4 bin kişinin organ bekleme listesine dahil olduğu Türkiye’de, organ nakli bekleyen hasta sayısı her geçen gün artıyor.

En fazla organ nakli bekleyen grubun başında ise böbrek hastaları geliyor.

2 Ocak 2015 http://www.aa.com.tr/tr/turkiye/444292

Yukarıdaki gazete haberinde de anlaşılacağı üzere ülkemizde organ nakline ihtiyaç duyan hasta sayısı giderek artmaktadır. Özellikle Sağlık Bakanlığı aracılığıyla organ bağışı ile ilgili çeşitli tanıtım ve bilgilendirme kampanyaları yürütülerek bağış yapan kişi sayısının artırılması sağlanırken donanımlı Organ Nakil Merkezleri kurularak başarılı organ naklinde dünya standartlarına ulaşılmaya çalışılmaktadır. 2017 yılı itibari ile bağış bekleyen hasta sayısı ortalama 25.000; aktif olarak çalışan Organ Nakil Merkezleri’nin sayısı ise 95’tir. Ancak her merkezde tüm nakil işlemleri gerçekleştirilememektedir. Bu nedenle ülkemizde tüm organ nakillerinin yapılabileceği tam teşekküll iki Organ Nakil Merkezi kurulmak istenmektedir. Bu merkezlerden birinin İstanbul, İzmir ve Ankara illeri arasında uygun bir bölgeye yapılması düşünülmektedir. Sizden Organ Nakil Merkezi’nin konumunu belirlemeniz isteniyor. Merkezin nerede yapılması gerektiğini gerekçelerinizle birlikte açıkladığınız bir rapor hazırlayınız.

- Problemde hangi kavram / konuların öğretimi söz konusudur?
- Öğrencilerinizin bu problemi çözebileceklerini düşünüyor musunuz? Neden?
- Problemi çözmeniz istenirse nasıl bir yol izlersiniz?
- Dersinizde böyle bir problem uygulamak ister misiniz? Uygularsanız hangi kazanımlar veya konu kapsamında kullanırsınız?

Matematiksel Modelleme

- Sizce model (matematiksel model) nedir?
- Daha önce “matematiksel modelleme”yi duydunuz mu? Ne demek olduğunu düşünüyorsunuz?
- Sizce yukarıdaki senaryo bir matematiksel modelleme problemi olabilir mi? Neden?

EK 2.

Görüşme Formu – 2

Problem Türlerinin Değerlendirilmesi

- Aşağıdaki soruları öğrencileriniz açısından değerlendirmenizi isteyeceğiz. (Öğretmene problem seti verilerek incelemesi istenir ve daha sonra her problem için aşağıdaki soru sorulur.)

- Öğrencilerinizin problemleri çözme başarısı hakkında bir sıralama yapabilir misiniz? Örneğin öğrencilerinizin yüzde kaçı bu problemi çözebilir? Neden?

- Bu problemleri konuyu işlerken kullanım sıranız ne olur? Tek tek değerlendirecek olursak hangi problemi ne amaçla kullanırsınız? (yeni öğrenme, pekiştirme, ölçme-değerlendirme gibi.)

(Öğretmenin derslerinde ağırlıklı olarak hangi problem türünü kullandığına dikkat edilir)

Problem Çözme ve Hazırlama

- Bu problemlerin dikkatinizi çeken benzer özellikleri var mı? Varsa sıralayabilir misiniz?
- Bu problemlerin dikkatinizi çeken farklı özellikleri var mı? Varsa sıralayabilir misiniz?
- Bu problemlerden hangisi ya da hangileri daha etkili bir öğrenme aracıdır? Neden?
- Matematik eğitiminde sözel problem çözme mi yoksa işlemsel formdaki sorular mı daha etkili bir öğrenme aracıdır? Neden?
- Kendi yazdığınız problemler var mı? Hazırladığınız problemlerin hangi özellikleri taşımasına dikkat ediyorsunuz? Problemleri hangi amaçla kullanıyorsunuz? (yeni öğrenme, pekiştirme, ölçme-değerlendirme)
- Sizce iyi bir matematik problemi hangi özellikleri taşımalıdır?

- Dersinizde bu tür problemlere (kendisine göre iyi bir matematik problemi) ne kadar yer veriyorsunuz?
- Sizce bir matematik öğretmeni kendi problemlerini oluşturmalı mıdır? Yoksa hazır problemleri kullanmak yeterli midir?
- Sizce problem hazırlama önemli bir öğretmen yeterliği midir? Öğretmenin mesleki gelişimine ne tür katkılar sağlar? Sizce öğrencilere katkıları nelerdir?

Problem Değerlendirme

(Öğretmene Okul Partisi ve Erozyon ile Mücadele problemleri ile ilgili konuşulacağı söylenir. Sırasıyla iki problem aşağıdaki sorular altında değerlendirilir. Gerekirse problemi yeniden okuması istenebilir.)

- Bu problemde öğrenciden istenen nedir sizce?
- Bu problemi çözmek isteseniz nasıl çözersiniz?
- Bir önceki görüşmemizde matematiksel modelleme problemleri hakkında (en azından tanımı) konuşmuştuk. Bu bilgilerinizi de göz önünde bulundurarak düşünürseniz sizce bu bir matematiksel modelleme problemi midir? Neden? (Cevap “Evet” ise “Çözümdeki model nedir?”)
- Problem üzerinde değişiklik yapmak isteseniz nasıl değiştirirsiniz? (Neden?)

Okul Partisi Problemi

Okulumuzun bahçesinde bir konser düzenlenecek. Okulumuzdaki öğrencilerin hemen hepsi ve komşu okullardaki bazı öğrencilerin konsere gelmesini bekliyoruz. Konseri organize eden müzik kulübü öğrencileri bahçe için mümkün olan maksimum seyirci sayısını belirlemek istiyor. Sizin göreviniz bahçenin alabileceği maksimum öğrenci sayısını hesaplamak ve nasıl hesapladığınızı müzik kulübü öğrencilerine açıklayan bir rapor hazırlamak.

Erozyon ile Mücadele Problemi

Erozyon, diğer adıyla **aşınım**, yer kabuğunun üzerindeki toprakların, başta akarsular olmak üzere türlü dış etkenlerle aşındırılıp, yerinden koparılması, bir yerden başka bir yere taşınması ve biriktirilmesi olayıdır.

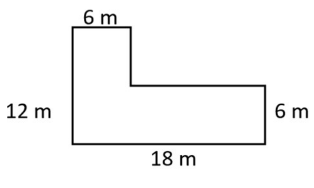
Türkiye topraklarının %90'ı su erozyonu, %1'i de rüzgâr erozyonuna maruz kalmaktadır. Türkiye'deki erozyon sonucunda yılda 500 milyon ton verimli toprak kaybedilmektedir.

Doğal şartlarda gerçekleştiğinde kaybedilen verimli topraklar, doğal döngü çerçevesinde telafi edilebilmektedir. Ancak erozyon bilinçsizlik ve insan etkisiyle telafi edilemez boyutlara ulaşabilmektedir. Erozyonun etkisi sebebiyle kaybedilen verimli topraklar tarımsal üretim kapasitesinin düşmesine sebep olmaktadır.

Erozyonun miktarını azaltıp kabul edilebilir sınırlara çekebilmek, alınacak önlemlere bağlı olarak gerçekleştirilebilir. Bu önlemlerden en önemlileri uzun süre kalabilen kesif bir bitki örtüsü oluşturmak ve rüzgâr hızını kıracak ağaçlar ile alanı donatmaktır.

Bölgenizde erozyonla mücadele etmek için TEMA Vakfı ile ortaklaşa yürüteceğiniz bir proje hazırlamayı düşünüyorsunuz ve 10 dönümlük (1 dönüm = 1000 m^2) bir alanı ağaçlandıracaksınız. Yaşadığınız bölgenin iklimine en uygun olan ağaç meşe ağacıdır ve ortalama üçer metre aralıklarla dikilir. Fidan teminini sağlayacak olan TEMA Vakfı'na ortalama kaç meşe fidanına ihtiyacınız olduğunu açıkladığınız bir mektup yazınız.

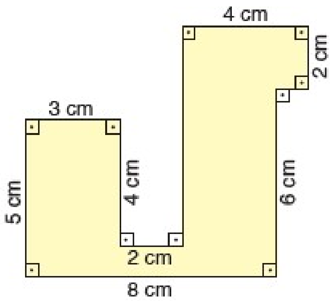
Zemin Döşeme Problemi



Zeynep Hanım bahçesinin bir bölümünü sert zemin olarak kullanmak istemektedir. Bunun için yanda verilen ölçülerdeki toprak zemini 60 cm x 60 cm boyutlarında kare taşlarla döşetmeyi düşünmektedir. Bunun için toplam kaç döşeme taşına ihtiyaç vardır?

Alan Problemi

Aşağıda ölçüleri verilen kapalı şeklin alanını hesaplayınız.



EK 3.

Problem Seti Değerlendirme Formu

Ad Soyad:

Lütfen aşağıda verilen problemleri matematiksel modelleme kriterlerinizi dikkate alarak değerlendiriniz.

Asansör Problemi

Bir şirket tarafından kullanılan 5 katlı (1-5) bir bina olduğunu düşünelim. Zemin kat (0) şirket tarafından kullanılmıyor ve her bir katta 60 personel çalışıyor. Binada üç asansör (A, B ve C) bulunuyor. Şirket çalışanları her gün yaklaşık aynı saatlerde işe gelmekte ve hepsi asansör kullanarak ofis katlarına çıkmaktadır. Her asansör 10 kişiliktir ve zemin katta bir asansörün dolması ortalama 25 sn sürmektedir. Her asansörün iki kat arasındaki yolculuk süresi 5 sn ve durdukları katta kalma süresi de 15 sn'dir. Sizin göreviniz tüm çalışanların mümkün olduğunca en kısa sürede ofislerine ulaşmalarını sağlamak için hangi asansörlerin

Bu bir matematiksel modelleme problemidir ☐ Evet ☐ Hayır

Çünkü;……………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………

Oyuncakçı Giapetto

Giapetto tahtadan oyuncak asker ve tren yapmaktadır. Satış fiyatları, bir oyuncak asker için \$27, bir oyuncak tren için \$21'dır. Bir asker için \$10'lık hammadde ve \$14'lık işçilik kullanılmaktadır. Bir tren için ise söz konusu rakamlar sırasıyla \$9 ve \$10'dır. Her bir asker için 2 saat cilalama ve 1 saat marangozluk gerekirken, her bir tren için 1 saat cilalama ve 1 saat marangozluk gerekmektedir. Eldeki hammadde miktarı sınırsızdır, fakat haftada en çok 100 saat cilalama ve 80 saat marangozluk kullanabilen Giapetto'nun haftada en fazla 40 oyuncak asker satabileceğini göz önünde bulundurarak karının maksimum olması için hangi oyuncaktan haftada kaç adet üretmesi gerektiğini bulunuz.

Bu bir matematiksel modelleme problemidir. ☐ Evet ☐ Hayır

Çünkü;…………………………………………………………………………………………………
……
……
……
……
……
……
……
……
……
……
……
……
……
……
……
………………………………………………………………………………………………………

Antik Tiyatro Problemi

Bir turist kafilesi Antalya'ya yaptıkları gezide Aspendos Antik Tiyatrosu'na gitmişlerdir. Bu gezi esnasında çekilen bir fotoğrafı yukarıda görüyorsunuz.

- İşaretli insanlar arasındaki gerçek uzaklığın ne olabileceğini bulunuz.
- Antik tiyatronun gerçek yüksekliğinin ne olabileceğini bulunuz.

Mavi ok ile gösterilen kişinin yeri sabit olmak üzere kırmızı ok ile gösterilen kişinin basamaklardaki değişimine göre bu iki kişi arasındaki uzaklığı ifade edebileceğiniz matematiksel bir yapı oluşturunuz.

Bu bir matematiksel modelleme problemidir ☐ Evet ☐ Hayır

Çünkü;……………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

EK 4.

Problem Hazırlama Süreci Değerlendirme Görüşme Formu

Problem hazırlama ile ilgili genel görüşler
Öğretmene öncelikle genel konular hakkında birkaç görüşünün alınmak istendiği söylenir.

- Daha önce problem hazırladığınızı söylemiştiniz. Önceki deneyimlerinizle karşılaştırdığınızda bu problemi hazırlama sürecinde neler yaşadığınızı anlatır mısınız?
- Matem atiksel modelleme problemi hazırlamak ile diğer problemleri hazırlamak arasında nasıl farklılıklar vardır?
- Matematiksel modelleme problemi olması için hangi özelliklerin vazgeçilmez olduğunu düşünüyorsunuz?
- Sizce aynı konuyla ilgili geleneksel problemler hazırlamak ya da kullanmak ile matematiksel modelleme problemi hazırlamak ya da kullanmak arsındaki fark nedir? (öğrencileriniz ve sizin açınızdan)

Eğitimin problem hazırlamaya etkisi

- Eğitim size matematiksel modelleme ile ilgili nasıl katkı sağladı?
- Eğitimin problem hazırlama sürecinize etkisi oldu mu? Nasıl?
- Diyelim ki siz matematiksel modelleme ile ilgili bu eğitimi almadınız (kendi imkânlarınızla okuyarak araştırarak bilgi sahibi oldunuz ya da sadece mevcut bilgileriniz var) o zaman bir matematiksel modelleme problemi hazırlamanız istenseydi böyle bir problemi yazabilir miydiniz? Neden?

Mevcut problemle ilgili görüşler
Öğretmene hazırladığı problemle ilgili konuşulacağı söylenir ve problem metni ile örnek çözüm verilir

- Problemi hazırlarken önce konu/kavram/kazanım mı belirlediniz (yoksa önce gerçek hayat problemi mi seçtiniz?) Sizce hangisini yapmak daha kolay ya da daha akılcıdır?
- Problemi hazırlarken nelere dikkat ettiniz?
- Bu problemi hazırlama amacınız nedir? (modelleme becerisi kazanmak, kavram öğretimi, pekiştirme vs.)
- Neden bu konuyu seçtiniz?
- Problemi hazırlamak ne kadar zamanınızı aldı? (fikir bulmak için mi kağıda dökmek için mi daha çok vakit harcadınız?) (Muhtemelen zaman alıcı olduğunu söyleyeceklerdir) Sizce neden bu kadar zamanınızı aldı?
- En çok hangi aşamada zorlandınız? Bir dahaki sefere aynı zorluklarla yine karşılaşacağınızı düşünüyor musunuz? Neden?
- Sizce probleminizin en önemli özellikleri (güçlü yönleri) nelerdir?
- Sizce probleminizin zayıf yönleri nelerdir?

Problemin öğrenci açısından değerlendirilmesi

- Problem çözümünde hangi matematiksel yapıların (kavram, kazanım, gösterim vs.) ortaya çıkmasını bekliyorsunuz?
- Sizce bu problem (ilgili konu ile alakalı olarak) öğrencilere nasıl bir katkı sağlar?
- Sizce öğrencileriniz bu problemi çözebilirler mi? (Cevap “hayır” ise nedeni sorulur)

Problemin öğretmen açısından değerlendirilmesi

- Örnek çözüm yapmak size nasıl bir avantaj sağladı? Problemi tamamen değiştirmeniz ya da revize etmeniz konusunda etkili oldu mu? Nasıl?
- Bu problemi yazmak size katkı sağladı mı? Nasıl?
- Problem yazma sürecinde konuyla ya da herhangi bir şeyle ilgili olarak daha önce farkına varmadığınız bir şey oldu mu?
- Problemi yazdıktan sonra kendinizde bir değişiklik gözlemlediniz mi? Açıklar mısınız?
- Düşünce yapınızın etkilendiğini düşünüyor musunuz? Nasıl?
- Hazırladığınız bu problemi dersinizde kullanır mısınız? Sizce etkili olur mu? Dezavantajları olur mu? Nasıl?
- Problemi sınıfında uygulamak isteyen bir öğretmene ne gibi tavsiyelerde bulunmak istersiniz?
- Bundan sonraki meslek hayatınızda matematiksel modelleme problemi yazmaya devam etmek ister misiniz? Neden?

SON SORU

- Sizce bu bir matematiksel modelleme problemi midir? Değiştirmek isterseniz ne gibi değişiklikler yapmak istersiniz? Neden?

EK 5.

Öğretmenlerin Hazırladıkları Problemlerin İlk Versiyonu

DÜĞÜN SALONU PROBLEMİ

Adıyaman'ın esnaflarından olan Ahmet amca evlilik çağına gelmiş oğlu Ali'yi evlendirme planları yapmaktadır. Bunun için hazırlıklara başlamıştır. Takı, beyaz eşya, mutfak araç gereçleri derken hazırlıkları tamamlamak üzere olan Ahmet amca düğün günü çağıracağı misafirler için bir liste yapmaya karar vermiştir. Listeyi tamamladığında 250 davetiye bastırmaya karar verir. Davetiyeleri dağıtan Ahmet amca misafirleri alabilecek büyüklükte olan bir düğün salonu kiralayacaktır. Bunun için düşündüğü bir düğün salonuna giden Ahmet amcaya sunulan teklifler şu şekildedir;

YEMEK ve MENÜ FİYATLARI:

1. Menü: Kuru faulye+pilav üstü kavurma+cacık+tulumba tatlısı = 10 TL
2. Menü: Tava + pirinç pilavı üstü kavurma+ ayran + helva = 12 TL
3. Menü: parmak kebabı + pilav üstü kavurma + ayran + baklava = 15 TL

MASRAFLAR

1. Yemek ücreti 6000 TL ve altı tutarsa organizasyon ücreti 3000 TL alınacak
2. Yemek ücreti 6000 – 7500 TL arası tutarsa organizasyon ücreti 1500 TL alınacak
3. Yemek ücreti 8000 TL ve üstü tutarsa organizasyon ücretsiz olacak

(Organizasyon ücretine; yapılacak program, müzik, çay, su, vb ücretler dahildir.)

1) Ahmet amcanın dağıttığı davetiyelerle düğün günü kaç kişinin gelebileceğini tahmin etmesine yardımcı olur musunuz? Sebebini birkaç kelimeyle açıklar mısınız?
2) Gelen misafirler için hangi yemek menüsünü seçeceğine yardımcı olur musunuz?
3) Ahmet amcaya organizasyon ücretini ödetmeden en karlı menüyü ve kaç kişilik olması gerektiğini hesaplaması konusunda yardımcı olur musunuz?

RADAR PROBLEMİ

1 Temmuz 2017 tarihinden itibaren otoyollarda araçların seyri sırasında ortalama hızlarının tespit edileceği ve ihlali bulunanlara cezai işlem uygulanacağı bildirilmiştir. Buna göre araçların otoyollarda giriş yaptığı HGS/OGS noktası ile çıkış yaptığı HGS/OGS noktası arasında kat etmiş olduğu mesafe ve süre bilgilerinden araçların ortalama hızlarının tespit edilerek yasada belirtilen hız limitlerini aşan araçlara para cezası verilecektir.

Adana-Mersin otobanı yaklaşık olarak 80km ve geçilmesi gereken süre en az 40dk olarak belirlenmiştir.

Adana'daki uçuşuna yetişmek için Mersin'den yola çıkan Mert Bey otobana doğru yönelir. Arabasıyla hız yapmayı seven biri olan Mert Bey otobana girdiğinde gaz pedalına daha da fazla basmıştır. Maksimum 200km/h hıza ulaşabilen arabasıyla 140km/h'nin altına düşmeden yol almaya devam ederken bir müddet sonra yeni radar uygulamasını hatırlamış ve frene bastığı anda Adana'ya 20 km kaldığını görmüştür. Mert Bey yaklaşık 5 dk. boyunca 60km/h hızla gittikten sonra yavaş gitmekten sıkılmış ve tekrar gaza basarak yoluna devam etmiştir.

Mert Bey'in uçağına zamanında yetişebilmesi için otobandan en erken sürede çıkması gerekmektedir. Buna göre Mert Bey ceza almadan otobandan çıkabilmek için nasıl bir strateji izleyebilir?

ELEKTRİK TARİFESİ

2017 yılında, Türkiye Elektrik İletim A.Ş. (TEİAŞ) tarafından yapılan çalışmada, kent merkezinde yaşayan **orta gelirli dört kişilik bir ailenin** elektrik tüketimi incelenmiştir. Çalışmanın yapıldığı örnek aile, iki çocukludur ve **gündüz vakti ebeveynler evde değildir.** Hazırlanan raporda, günlük yaşamda sıkça kullanılan **elektrikli aletler ve aydınlatmanın** tüketimindeki payları hesaplanmıştır. Her bir cihazın tüketimdeki payı, çalıştıkları saatlerin uzunluğuna göre hesaplanmıştır. Çalışma yapılan örnek konutun aydınlatılmasında şeffaf akkor (tasarruflu olmayan) ampuller kullanılmıştır; ayrıca söz konusu **konutta elektrik, ısınma ya da su ısıtma amacıyla kullanılmamaktadır.**

Söz konusu rapora göre 2017'de yapılan TEİAŞ araştırmasında, Türkiye'de **iki çocuklu dört kişilik bir ailenin** yıllık ortalama elektrik tüketimi **3036 kWh** olarak bulunmuştur.

Üstoğlu ailesi ebeveynleri kamu sektöründe çalışan 2 çocuklu orta gelirli bir ailedir. Bu aile yeni taşındıkları evlerinde akıllı elektrik sayacı olduğunu fark etmişlerdir. Bunun üzerine gündelik elektrik sarfiyatlarını göz önüne alarak sayaç tarifelerini değiştirip değiştirmeme konusunu araştırmaya başlamış ve şu bilgilere ulaşmışlardır.

Tüm mesken ve ticarethane aboneleri **olağan olarak tek zamanlı tarifededir**. İki tarifenin özellikleri aşağıdaki gibidir:

- **Tek zamanlı:** Tüm gün boyunca tek bir birim enerji bedeli uygulanır.
- **Üç (çok) zamanlı:** Çok zamanlı tarifede birim enerji fiyat günün **üç zaman dilimine göre** değişir. Zaman dilimleri, gün içinde **elektrik talebine göre ayarlanmıştır.** Saat aralıkları tüm Türkiye için aynı uygulanır. Tarifenin mantığı şöyledir, tüketici talebin en yüksek olduğu saatte en yüksek fiyattan, daha düşük olduğu saatlerde ise daha düşük birim fiyatlardan faturalandırılır. Elektrik birim fiyatının en ucuz olduğu zaman aralığı, talebin düşük olduğu **Gece** zaman dilimidir.

Mesken Elektrik kWh fiyatı Ocak 2018 (bedel ve vergiler dahil):

Mesken Tarifesi	Gündüz (06:00 - 17:00)	Puant (17:00 - 22:00)	Gece (22:00 - 06:00)
Tek Zamanlı	0,4482 TL		
Üç Zamanlı	0,4463 TL	0,6769 TL	0,2797 TL

Verilen bilgiler ışığında Üstoğlu ailesinin gün içindeki elektrik sarfiyat zamanlarını ve bir aylık fatura miktarlarını göz önünde bulundurarak yapacakları seçimin hangisi olması gerektiğine dair bir rapor hazırlayınız.

(Faturadaki vergiler ve diğer ücretler her tarife için eşit kabul edilecektir.)

Bahçe Evi Problemi

Tamamen meyve ağaçları ile kaplı bahçesi olan Sabri Amca, bahçesinden uzak bir mesafeye taşınmıştır. Bu sebeple bahçe bakımı için bahçeye gidip gelmesi kendisini oldukça zorlamaktadır. Yazın meyvelerini topladıktan sonra (Meyve hasadı) kısa süreliğine depolamak ve hasat döneminde bahçesine yakın olmak için bir bahçe evi yaptırmak istemektedir. **Sabri Amca bahçe evinin toplamda 10 kişilik (Sabri amca- eşi, 2 çocuğu ve eşleri, 4 torun) kalabalık ailesiyle birlikte rahat bir şekilde kalabileceği ve gerektiğinde topladığı meyveleri depolayabileceği büyüklükte olmasını istemektedir. Aynı zamanda bunu en uygun maliyetle yapmak istemektedir.** Sabri Amca, yaptığı araştırmalar sonucunda kendisine uygun 2 seçenek belirlemiş ve bunlar arasında bir tercih yapmaya karar vermiştir. Sizin göreviniz aşağıda verilen seçenekler dikkate alınarak yapılacak olan bahçe evinin maliyetini belirleyecek bir model oluşturmak. Modeli oluştururken neleri dikkate aldığınızı ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.

NOT:

Tablo. Yapı tiplerinin birim maliyet tablosu

	Yapı türünü birim fiyatı (m^2)	Evin temel kazısı maliyeti (m^3)	Ortalama Dayanıklılık Süresi
Betonarme	**320 ₺**	**2,95 ₺**	**50 yıl**
Ahşap	**225 ₺**	**2,95 ₺**	**40 yıl**

Temel kazısının derinliği evin yapılacağı toprak zemine göre değişkenlik göstermektedir. Genel olarak en az 1,5 m derinliğe sahip olmalıdır.

ARABA PROBLEMİ

Yakın arkadaş olan Halil, Mustafa ve Yusuf kullandıkları arabalarının artık eskidiğini ve sık arızalanıp çok masraf çıkardığını fark ederek yeni bir araç almaya karar veriyorlar. Sıfır araç isteyen 3 arkadaş A marka araçların satıldığı bir auto showrooma gidiyorlar. Satış danışmanı olan kişi 3 arkadaşın aynı model araç almaları halinde %2'lik bir indirim uygulanacağını söylüyor.3 arkadaşın almak istedikleri aracın benzinli dizel ve LPG'li seçenekleri mevcuttur. Araçların liste satış fiyatları tabloda verilmiştir.

Benzinli araç	Dizel araç	LPG(tüplü) araç
92.750 TL	105.200 Tl	96.150 Tl

3 Arkadaştan Yusuf işleri dolayısıyla sürekli il dışına gitmekte ve 1 yılda en az 35.000 km yol yapmaktadır. Mustafa 1 yılda ortalama 20.000 km yol yapmakta Halil ise 9.000 km den az yol yapmaktadır. Yeni aldıkları araçları en kötü ihtimalle 8 yıl kullanacaklarını varsaydığımızda hangisinin hangi yakıt türüne ait aracı almasının daha avantajlı olacağını belirleyelim. Kullandığımız yöntemleri ve sonucumuzu rapor haline getirelim.

ÇÖPTEN ENERJİ ÜRETİMİ PROBLEMİ

Toplumumuz tasfiyesi büyük zorluklar içeren ve gittikçe artan oranda çöp üretmektedir. Çöpün birikmesini izleyen süreçte çürümeyle birlikte metan gazı oluşmaktadır. Adıyaman Belediyesi hem çöp sorununa çözüm bulmak hem de oluşan bu gazdan elektrik üretmek amacıyla Katı Atık (çöp) işletme tesisi kurmak istemektedir. Adıyaman'da bir günde ortalama 350 ton çöp çıktığı belirlenmiştir. Çöplerin %40 ila %60 arasında organik atık (bozunabilen) ihtiva ettiği tahmin edilmektedir.

Organik atıkların %25'lik kısmı suya dönüşmektedir. Geri kalan organik atıkların ortalama %56'sı metan gazı çıkarmaktadır. Bir ton metan gazından bir saatte 2 kw ile 3 kw arasında elektrik üretimi yapılmaktadır. Bir günde ne kadar elektrik üretilebilir?

EK 6a. Çöpten Enerji Üretimi Problemi Öğretmen Çözümleri

Örnek Çözüm 1

Adıyaman Belediyesi biriken çöp sorununu çözmek ve çöpten çıkan metan gazı üreterek elektrik enerjisine dönüştürmek istiyor. Ne kadar elektrik üretimi elde edeceğini bulacağız.

Öncelikle ne kadar çöpten ne kadar metan gazı oluşacağını sonrasında da bu gazdan ne kadar elektrik üretileceğini bulalım.

Çöpler oldukça büyük bir sorun oluşturmaktadır. Oluşan metan gazı hem küresel ısınmaya neden olur hem de bu gaz patlama riski taşımaktadır. Kurulan bu tesis hem çöp sorununu çözecek hem de enerjiye dönüşecektir.

Çöp miktarı 350 ton ise önce buradan ne kadar organik çöp vardır bunu hesaplayalım. %40 ile %60 arasında organik çöp var ise biz en az değişkene (%40) göre çözelim.

350x40:100=130 ton organik çöp var.

%25'i suya dönüşüyorsa,

130x25.100=32,5

130 – 32,5=97,5 organik çöp kalır (yaklaşık 98 alalım).

Bu çöpten %56 oranında metan gazı oluşuyorsa,

98x55:100=54,88 metan gazı oluşur.

Bir saatte yaklaşık bir ton organik çöpten 55 ton metan gazı açığa çıkar.

1 ton metan gazından	2 kw elektrik üretiliyorsa
55 ton metan gazından	x kw elektrik üretilir.

55x2=110 kw elektrik üretilir.

1 saate 110 kw elektrik üretilirse 24 saatte;

110x24=2640 kw elektrik üretimi elde edilir.

Örnek Çözüm 2

Adıyaman belediyesi biriken çöp sorunu çözmek için bir tesis kurmak istiyor ancak öncesinde ne kadar enerji üretebileceğini hesaplamak istiyor. Öncelikle bir saatte ne kadar enerji üretebileceğimizi bulalım.

Çöplerin ayrı ayrı atıldığını ve organik çöp miktarını yüksek oranda olduğunu varsayalım. Çünkü organik çöp ne kadar çok olursa bozunma miktarı ve oluşacak metan gazı miktarı o kadar çok olacaktır.

350 ton çöpün %60'ının organik çöp olduğunu varsayalım.

350x60:100=210 ton organik çöp var.

Bu çöplerin %25 i suya dönüşmekte,

210x25:100=52,5 ton suya dönüşür.
210 -52,5=157,5 ton organik çöp kalır.

Ne kadar metan gazı oluştuğunu bulalım. Yaklaşık 158 ton alalım.

158x56:100=88,48 metan gazı oluşur.
Ortalama olarak 88 alalım.

1 ton metan gazından 2 kw elektrik üretilirse
88 ton metan gazından x kw elektrik üretilir

88x2=176 kw elektrik üretilir

Bir günde;
176x24=4224 kw elektrik üretilir.

Değerlendirme: Çöpler ne kadar doğaya karışıyorsa ne kadar organikse o kadar çok enerji üretilebilir. Çöpleri ayrıştırarak atarsak hem çevremizi korumuş oluruz hem de enerji üretimine katkı sağlamış oluruz.

EK 6b. Araba-Yakıt Problemi Öğretmen Çözümleri

Örnek Çözüm 1

Problemi anlama: Sıfır model birer araç alacak olan 3 arkadaşın aynı model ve markadaki araçlardan yakıt türlerine göre kendilerine en uygun olanı seçmelerine yardımcı olmamız isteniyor.

Zihinsel model oluşturma: Yusuf Bey'in çok sık şehirlerarası yolculuk yaptığını; Halil Bey'in ise aracını sadece şehir içinde kullandığını biliyoruz. Bunun için bir yılda ortalama kaç km kat edeceklerini tahmin edebiliriz. Her bir arkadaşın hangi yakıt türündeki arabayı almasının daha avantajlı olacağına karar verebilmek için öncelikle yakıt türlerinin birim fiyatlarını ve araçların 1 lt yakıtla gidebildikleri yol miktarını dikkate alarak her bir kişinin en az 8 yılda harcayacağı yakıt giderini hesaplamalıyız. Daha sonra araçların satış fiyatları ile birlikte ortaya çıkan toplam maliyeti hesaplamalıyız. Elde edilen sonuçlara göre en düşük maliyete sahip olan araçları almalarını tavsiye edebiliriz.

Matematikselleştirme: Yusuf Bey şehirlerarası yolculuk yaptığı için yılda ortalama 35.000 km; Halil Bey ise arabasını sadece şehir içinde kullandığı için yılda ortalama 9000 km yol yaptığını düşünebiliriz.

Yaptığım araştırmalar sonucunda yakıt fiyatları ile 1 lt yakıt ile alınan yol miktarını gösteren tablo şu şekildedir:

Yakıt fiyatları ve 1 lt yakıt ile alınan yol miktarı

Yakıt Türü	Birim fiyatı (lt)	Alınan yol
BENZİN	5,80 ₺	16,7 km
DİZEL	5,17 ₺	24,3 km
LPG	3,10 ₺	11,3 km

Model oluşturma ve modeli çözme: Yukarıdaki tablodan faydalanarak Yusuf, Mustafa ve Halil Bey'in harcayacakları ortalama yakıt miktarları ve aracın satış fiyatıyla birlikte toplam maliyeti şu şekilde hesaplanır:

8 yıllık ort. yakıt masrafı = 8 yıl x (Bir yılda kat edilen ort. yol ÷ 1 lt yakıt ile alınan ort. yol) x yakıt fiyatı

Aracın kampanyalı satış fiyatı = Yakıt türüne göre gerçek fiyat x % 98

Toplam maliyet = 8 yıllık ortalama yakıt masrafı + Aracın kampanyalı satış fiyatı

Yukarıdaki model her bir kişi için çözüldüğünde aşağıdaki sonuçlar elde edilir:
Yusuf Bey için maliyet tablosu (1 yılda ortalama 35.000 km)

Yakıt Türü	8 yıllık ortalama yakıt masrafı (₺)	Aracın kampanyalı satış fiyatı (₺)	Toplam maliyeti
BENZİN	(35.000÷16,7)x8x5.80=97.245	92.750 x(%98)=90.895	188.140 ₺
DİZEL	(35.000÷24,3)x8x5,17=59.572	105.200 x(%98)=103.096	162.668 ₺
LPG	(35.000÷11,3)x8x3,10=78.814	96.150 x(%98)=94.227	173.041 ₺

Mustafa Bey için ortalama maliyet tablosu (1 yılda ortalama 20.000 km)

Yakıt Türü	8 yıllık ortalama yakıt masrafı (₺)	Aracın kampanyalı satış fiyatı (₺)	Toplam maliyeti
BENZİN	(20.000÷16,7)x8x5.80=55.568	92.750 x(%98)=90.895	146.463 ₺
DİZEL	(20.000÷24,3)x8x5,17=34.041	105.200 x(%98)=103.096	137.137 ₺
LPG	(20.000÷11,3)x8x3,10=43.893	96.150 x(%98)=94.227	138.120 ₺

Halil Bey için ortalama maliyet tablosu (1 yılda ortalama 9.000 km)

Yakıt Türü	8 yıllık ortalama yakıt masrafı (₺)	Aracın kampanyalı satış fiyatı (₺)	Toplam maliyeti
BENZİN	(9.000÷16,7)x8x5.80=25.005	92.750 x(%98)=90.895	115.900 ₺
DİZEL	(9.000÷24,3)x8x5,17=15.318	105.200 x(%98)=103.096	118.414 ₺
LPG	(9.000÷11,3)x8x3,10=19.752	96.150 x(%98)=94.227	113.979 ₺

Dönüştürme: Yusuf Bey için yapılan hesaplamalar sonucu onun için en avantajlı aracın dizel araç olduğu görülüyor. Mustafa Bey için dizel ve LPG'li araçların her ikisinin de uygun olduğu söylenebilir. Bu durumda Mustafa Bey bu araçlardan birini tercih edebilir. Halil Bey'in ise benzinli araç ile arasında çok fiyat farkı olmamasına rağmen LPG'li aracı tercih etmesi daha avantajlı olacaktır.

Değerlendirme: Dizel yakıtla çalışan araçlar çok fazla yol yapan araçlar için daha avantajlıdır. Çok fazla yol yapmayan birinin sadece yakıt tasarrufunu düşünerek dizel araç alması makul değildir. Halil Bey örneğinde de görüldüğü gibi az yol yapan birinin LPG ve benzin değerleri birbirine yakındır. Yapılan yol azaldıkça benzin daha avantajlı olacaktır.

Örnek Çözüm 2

Araçların genellikle 2. El satış fiyatları sıfır satış fiyatlarından farklıdır. Dizel bir aracın sıfır kilometre satış fiyatı yüksek kilometresi arttıkça iken 2. El satış fiyatı düşer. Benzinli bir aracın sıfır fiyatı dizele göre daha düşük iken 2. El satış fiyatı daha yüksek olabilmektedir. Ayrıca dizel bir aracın periyodik bakımları benzin ve LPG'li bir araçtan daha pahalıdır.

Yakıt Türü	8 yıllık ortalama yakıt masrafı	Aracın kampanyalı satış fiyatı	Toplam maliyeti
BENZİN	97.245 ₺	92.750 ₺	189.995 ₺
DİZEL	59.572 ₺	105.200 ₺	164.772 ₺
LPG	78.814 ₺	96.150 ₺	172.964 ₺

8 yıllık bir aracın her 15000 km'de bakıma girdiğini ve dizel aracın ortalama 200 ₺ daha fazla bakım masrafı çıkardığını düşündüğümüzde 8 yılda 280.000 km'de 5400 ₺ fazla masraf çıkarmaktadır. Ayrıca aynı km'deki LPG'li aracın dizel araçtan 8.000 ₺ fazla fiyata satıldığını düşünürsek sadece yakıt ve araçların alış fiyatları hesaplanarak yapılan fiyatlamadan ortaya çıkan farkın kapandığı ve LPG'li aracın daha karlı olduğu görülür.

İlk hesaplama:(172.964-164.772=8.192) dizel avantajlı

Son hesaplama:(8.192-13.400= -5208) LPG avantajlı

EK 7. Öğretmenlerin Hazırladıkları Problemlerin Son Versiyonu

HEDİYELİK KAYISI PAKETİ

(Yukarıdaki ürünler 1kg'lıktır.)

Babasıyla beraber kuruyemiş dükkânında çalışan Abuzer babasına şöyle bir öneride bulunmuştur. "Hediyelik paketlerimizin hepsi tek çeşit olmasın. Birkaç çeşidi içinde bulunduran paketlerden de olsun" der. Bu fikri beğenen babası paketleri hazırlama görevini Abuzer'e vermiştir. Paketleri hazırlarken dikkat etmesi gereken hususlar şöyledir;

- Görsel olarak güzel gözüken,
- Çok pahalı olmayan paketler olmalıdır.

Bunun için paketleri hazırlaması konusunda Abuzer'e yardımcı olunuz ve fiyatı 10TL ile 30TL arasında olan yarım kiloluk paketler hazırlayınız.

Paketlerin içinde olabilecek ürünler ve kilo fiyatları şöyledir;

Gün kurusu – 15tl

Kuru kayısı – 30tl

Çifte kavrulmuş lokum (sade) – 14tl

Badem içi - 30tl

Fıstıklı pestil muska – 50tl

Narlı fıstıklı ipli sucuk – 35tl

Pekmezli cevizli ipli sucuk – 25tl

Kavrulmuş fındık içi – 40tl

Cevizli gün kurusu – 40tl

Ceviz içi – 50tl

Kuru üzüm – 10tl

KATI ATIK BERTARAF TESİSİ

Adıyaman Belediyesi şehrin çöp sorununa çözüm bulmak ve çöpten açığa çıkan metan gazını elektrik üretiminde kullanabilmek amacıyla bir enerji santrali kurmak istemektedir. Günde ortalama 350 ton çöp toplandığını göz önünde bulundurarak böyle bir tesisin kurulmasının gerekli olup olmadığını gerekçeleriyle yazdığınız bir rapor hazırlayınız.

EK 8. Etik Kurul Belgesi

BAŞVURU NO: 12

ERCİYES ÜNİVERSİTESİ SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ETİK KURULU
PROJE ONAY FORMU

Projenin Adı	Matematiksel Modelleme Yoluyla Bir Öğrenme Ortamının Tasarlanması, Uygulanması ve Değerlendirilmesi:Disiplinler Arası Geçiş
Projenin Niteliği	Proje Yüksek Lisans/Uzmanlık/Doktora Tezi
Proje Araştırmacıları	*Ramazan GÜRBÜZ* (Sorumlu Araştırmacı)
Sorumlu Araştırmacının Haberleşme Bilgileri	*Ramazan GÜRBÜZ* Adıyaman Üniversitesi Üniversitesi-Eğitim Fakültesi ADIYAMAN e-posta adresi:rgurbuz@outlook.com

KARAR: Etik Kurulumuza başvuran ***Ramazan GÜRBÜZ'ün "Matematiksel Modelleme Yoluyla Bir Öğrenme Ortamının Tasarlanması, Uygulanması ve Değerlendirilmesi:Disiplinler Arası Geçiş"*** adlı projesi değerlendirilerek aşağıdaki sonuca ulaşılmıştır.

- [x] Proje etik açıdan uygun bulunmuştur.
- [ ] Projenin etik açıdan geliştirilmesi gerekmektedir.
- [ ] Proje etik açıdan uygun bulunmamıştır.

23/02/2016

	ADI SOYADI	**İMZA**
Etik Kurul Başkanı	Prof. Dr. Mustafa ARGUNŞAH	
Üye	Doç. Dr. Kasım KARAMAN	
Üye	Prof. Dr. Celal YILDIZ	
Üye	Prof. Dr. Mehmet AKKURT	
Üye	Prof. Dr. Mustafa BAKTIR	
Üye	Doç. Dr. Mustafa DEMİRCİ	
Üye	Prof. Dr. Mustafa AKDAĞ	
Üye	Doç. Dr. Handan ZİNCİR	
(Raportör)	Yrd. Doç. Dr. Fatih BİRTEK	

EK 9. Milli Eğitim Bakanlığı Uygulama İzin Belgesi

T.C.
MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI
Temel Eğitim Genel Müdürlüğü

Sayı : 70297673-605-E.2596795 04.03.2016
Konu: Yasal izin verilmesi

ADIYAMAN ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Personel Daire Başkanlığı)

İlgi: a) Adıyaman Üniversitesi Rektörlüğünün 24/02/2016 tarihli ve 84776830/302/08.01-2109570 sayılı yazısı.
b) Doç. Dr. Ramazan GÜRBÜZ'e ait dilekçe.

TÜBİTAK kapsamında hazırlanan "Matematiksel Modelleme Yoluyla Disiplinler Arasını Geliştiren Bir Öğrenme Ortamının Tasarlanması, Uygulanması ve Değerlendirilmesi" adlı projeye ilişkin ilgi (a) yazınız ve ekleri ilgi (b) dilekçe ile birleştirilerek Genel Müdürlüğümüzde oluşturulan Komisyon tarafından incelenmiştir.

Adı geçen projeye sunulan dokümanların incelenmesi sonucunda yasal izin belgesi verilmesi uygun görülmüştür. Ancak sunulan proje önerisi birinci aşama dokümanlarından ibaret olduğundan, yapılacak uygulamaların içeriği, süresi vb. nitelikleri bilinmemektedir. Bu nedenle proje sürecinde uygulanması öngörülen ölçek, etkinlik, program vb. araç ve yöntemler için ayrıca izin alınması şartıyla yasal izin belgesi verilmesinde bir sakınca bulunmamaktadır.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Dr. Cem GENÇOĞLU
Bakan a
Genel Müdür

Elektronik Ağ: www.meb.gov.tr
Atatürk Blv. 06648 Kızılay/ANKARA

Bilgi için: Fatma EFENDİOĞLU (Şef)
Tel: (0 312) 413 16 22 Fax: (0312) 417 71 08)

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. http://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden 333c-8b08-3c66-b67b-08e1 kodu ile teyit edilebilir.