T.C.
ADIYAMAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DOKTORA TEZİ

MATEMATİKSEL MODELLEME ETKİNLİKLERİNE DAYALI ÖĞRENİM SÜRECİNİN ALAN ÖLÇME KONUSU BAĞLAMINDA İNCELENMESİ

ZEYNEP ÇAVUŞ ERDEM

İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI

ADIYAMAN, 2018

T.C.
ADIYAMAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİKSEL MODELLEME ETKİNLİKLERİNE DAYALI ÖĞRENiM SÜRECİNİN ALAN ÖLÇME KONUSU BAĞLAMINDA İNCELENMESİ

Zeynep ÇAVUŞ ERDEM

Doktora Tezi

İlköğretim Anabilim Dalı

Bu tez 13/08/2018 tarihinde aşağıdaki jüri üyeleri tarafından oybirliği/~~oyçokluğu~~ ile kabul edilmiştir.

Prof.Dr. Ramazan GÜRBÜZ
Danışman

Prof. Dr. Bilal ALTAY
Üye

Prof.Dr. Yüksel DEDE
Üye

Doç. Dr. Mustafa DOĞAN
Üye

Dr. Öğr. Üy. Eyüp İZCİ
Üye

Prof. Dr. Refet KARADAĞ
Enstitü Müdürü

ÖZET

Doktora Tezi

MATEMATİKSEL MODELLEME ETKİNLİKLERİNE DAYALI ÖĞRENİM SÜRECİNİN ALAN ÖLÇME KONUSU BAĞLAMINDA İNCELENMESİ

Zeynep ÇAVUŞ ERDEM

Adıyaman Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
İlköğretim Anabilim Dalı

Danışman : Prof. Dr. Ramazan GÜRBÜZ
Yıl : 2018, Sayfa sayısı: 242

Jüri : Prof. Dr. Bilal ALTAY
Prof.Dr. Yüksel DEDE
Doç. Dr. Mustafa DOĞAN
Dr.Öğr.Üy. Eyüp İZCİ

Bu araştırmada, alan ölçme konusunun kazanımlarına uygun olarak hazırlanan matematiksel modelleme etkinliklerinin, öğrencilerin konuya ilişkin öğrenmelerine ve matematiksel modelleme becerilerine etkisinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Durum çalışması olan araştırma, yedinci sınıfta öğrenim gören ve alan ölçme konusundaki öğrenmelerinin yetersiz düzeyde olduğu belirlenen 6 öğrenciyle gerçekleştirilmiştir. Öğrencilere 8 adet matematiksel modelleme etkinliği uygulanmış ve uygulama sürecindeki gelişimleri, bireysel görüşmeler, video ve ses kayıtları, öğrenci çözüm raporları, araştırmacı notları ve diğer yazılı dokümanlar aracılığıyla incelenmiştir. Nitel yöntemlerin kullanıldığı araştırmanın veri analizi iki aşamada gerçekleşmiştir. Verilerin gömülü teorinin kodlama yöntemiyle analiz edilmesi ve rubrik geliştirme birinci aşamayı, rubriklerle verilerin yeniden analiz edilmesi ise ikinci aşamayı oluşturmuştur. Araştırmada, matematiksel modelleme etkinliklerinin uygulama biçimine bağlı olarak öğrencilerin öğrenmelerini önemli ölçüde desteklediği ve bunun bireysel keşif, akran iş birliği, akran veya öğretmen rehberliği yoluyla gerçekleştiği, etkinliklerin modelleme becerisine de katkı sağladığı sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin süreç içerisinde konuya ilişkin kavramları, kavramlar arası ilişkileri matematiksel olarak açıklayabildiği, söz konusu gelişmede alanı ölçülecek bölgenin birim kare ile kaplanarak alan bağıntısıyla ilişkilendirilmesinin kritik rol oynadığı belirlenmiştir. Sonuçlar, öğretim programında matematiksel modelleme uygulamalarına yer verilmesinin, uygulamada dikkat edilecek hususların önemini gösterir niteliktedir.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel modelleme; Matematiksel modelleme etkinliği; Matematik öğretimi; Alan kavramı; Alan ölçme.

ABSTRACT

PhD Thesis

INVESTIGATION OF THE LEARNING PROCESS BASED ON MATHEMATICAL MODELING ACTIVITIES IN THE CONTEXT OF AREA MEASUREMENT

Zeynep ÇAVUŞ ERDEM

Adiyaman University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Primary

Supervisor : Prof. Dr. Ramazan GÜRBÜZ
Year : 2018 , Number of pages: 242

Jury : Prof. Dr. Bilal ALTAY
Prof. Dr. Yüksel DEDE
Assoc. Prof. Dr. Mustafa DOĞAN
Asst. Prof. Dr. Eyüp İZCİ

In this research, it is aimed to investigate students' knowledge of area concept and their area measurement skills by using mathematical modeling activities that were prepared specifically to focus the subject of area measurement and to determine students' modeling skills during implementing those activities. This study was designed as a case study and conducted with six 7th grade students who had inadequate knowledge of area and measurement. Eight mathematical modeling activities were implemented during the study and students' engagement in those activities were examined through individual interviews, video and audio recordings, artifacts on their solutions, researcher notes, and other written documents. The data were analyzed in two main stages based on qualitative research methods. The first stage involved coding the data by using grounding theory coding strategies to develop a rubric, and the second stage constituted re-coding the data based on the developed rubric. The results showed that the mathematical modeling activities not only significantly support students' conceptual understanding, but also contribute to their modeling skills. These improvements were mainly based on the nature of mathematical modeling activities that support students' individual discovery, peer-collaboration, and peer/or teacher guidance. The students developed important skills during the engagement in the mathematical modeling activities such as the ability to recognize related concepts, to explain the mathematical relation between the concepts, and to associate the area concepts with unit squares. The results of this study conclude that the importance of mathematical modeling activities in the curricula is crucial for implementing those kinds of activities in classroom practices.

Key Words: Mathematical modeling; Mathematical modeling activity; Teaching mathematics; Area; Area measurement.

DESTEKLER

Araştırmacı doktora öğrenimi boyunca TÜBİTAK Bilim İnsanları Destekleme Programı (BİDEB) tarafından desteklenmiştir.

BEYAN

"Matematiksel Modelleme Etkinliklerine Dayalı Öğrenim Sürecinin Alan Ölçme Konusu Bağlamında İncelenmesi" başlıklı tezimde çalışmaların tamamen akademik kurallara ve etik değerlere sadık kalınarak yürütüldüğünü ve yazımda yararlandığım eserlerin kaynakçada gösterilenlerden oluştuğunu ayrıca alıntılardan bilimsel etiğe uygun atıf yaparak yararlanmış olduğumu beyan ederim.

Zeynep ÇAVUŞ ERDEM

imza

TEŞEKKÜR

Doktora benim için, emeğin, sabrın, çalışmanın, azmin ve vazgeçmemenin ne demek olduğunu en yoğun şekilde anladığım bir dönem. Bir çok şeyi sorguladığım ve bana her anlamda önemli katkılar sağlayan bu dönemin nihayet sonuna gelmiş bulunmaktayım. Bu süre zarfında ve tüm lisans üstü öğrenimim boyunca her an bilgi ve tecrübesinden faydalandığım, danışmanın öğrencisinin hem öğretmeni hem arkadaşı olabileceğini gösteren ve bu yönüyle her zaman örnek aldığım, saygıdeğer danışman hocam Prof.Dr. Ramazan GÜRBÜZ'e teşekkürlerimi sunarım.

Tez döneminde bana her konuda yardımcı olan, arkası kesilmeyen sorularıma sabırla cevap veren ve bilgisini paylaşan, akademisyenliğe bakış açımı değiştiren değerli hocam ve arkadaşım sayın Dr.Öğr.Üy. Muhammed Fatih Doğan'a, elindeki tüm imkanları sunan, iş ahlakını her zaman takdir ettiğim, fikirleriyle tezime de katkı sağlayan, birlikte güzel işler yaptığımız ve güzel anılar biriktirdiğim dönem arkadaşım sayın Arş.Gör.Seda Şahin'e çok teşekkür ederim.

Ders döneminde, seminerlerde bilgilerinden faydalandığım ve sayıca çok olmalarından dolayı burada isimlerine yer veremediğim tüm hocalarıma ve arkadaşlarıma, tez izleme komitemde, tez savunma jurimde yer alan ve fikirleriyle tezime değerli katkılar sağlayan saygıdeğer hocalarıma, öğrenim dönemindeki katkılarından dolayı TÜBİTAK'a çok teşekkür ederim.

Orta okuldan bu yana, öğrenim hayatım boyunca bana hep yol gösteren ve doğru kararlar almamı sağlayan, her anlamda örnek aldığım ve minnet duyduğum saygıdeğer abim sayın Emin ÖLMEZTOPRAK'a, iki evladımla birlikte tezimi de büyüttüğüm bu zorlu süreçte, desteklerini maddi ve manevi her anlamda hissettiğim, tüm imkanlarını sunan, dualarını hiçbir zaman esirgemeyen ve haklarını hiçbir zaman ödeyemeyeceğim canım AİLEME ve son olarak her koşulda, her durumda, her zaman yanımda olan, motivasyonumu her kaybettiğimde beni yapabileceğime inandıran, matematik öğretmeni olması yönüyle bilgisinden sürekli olarak faydalandığım, meslektaşım, çok değerli eşim sayın Barış ERDEM'e gönülden teşekkür ediyorum.

Zeynep ÇAVUŞ ERDEM

Adıyaman, 2018

İÇİNDEKİLER

ÇİZELGELER DİZİNİ

ŞEKİLLER DİZİNİ

GRAFİKLER DİZİNİ

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

br	: Birim
br^2	: Birim kare
cm	: Santimetre
cm^2	: Santimetre kare
m	: Metre
m^2	: Metre kare

Kısaltmalar

AÇİ	: Alan-Çevre İlişkisi
AHA	: Alan Hesaplama Algısı
AK	: Alan Korunumu
AKA	: Alan Kavramı Algısı
AKAÖBD	: Alan Kavramı ve Alan Ölçme Bilgisi Değerlendirme Rubriği
AÖBD	: Alan Ölçme Birimleri ve Birimler Arası Dönüşümler
BK	: Birim Kare
CCSSM	: Common Core State Standards for Mathematics
ÇAİ	: Çevre-Alan İlişkisi
ICTMA	: International Conferences on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications
KAİ	: Kenar Uzunluğu-Alan İlişkisi
KDAH	: Kare ve Dikdörtgenin Alanını Hesaplama Becerisi
NCTM	: National Council of Teachers of Mathematics
MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı
PAH	: Paralelkenarın Alanını Hesaplama Becerisi
UK	: Uzunluk Korunumu
ÜAH	: Üçgenin Alanını Hesaplama Becerisi

1. GİRİŞ

Bilgi çağının etkisi ile insanlarda artmaya başlayan dinamizm ve hareketlilik, her şeyde olduğu gibi eğitim sisteminde de birtakım değişiklikler gerektirmektedir. Bilgi çağı, insanların yeni gerçeklikler ve deneyimler oluşturmak için kullandıkları, kendi deneyimlerine dayanan kavramsal araçları gerektirir ve giderek artan bir şekilde karmaşıklaşan iletişim, ekonomi, dijital dünya, teknoloji sistemine ayak uydurmak ve değişiklikleri takip etmek, eğitim sisteminin bu bakımdan sorgulanmasını gerektirir. Zira geleneksel sistemin çağın gereklilikleri bakımından yetersiz kaldığını söylemek mümkündür [1]. Çünkü 21. Yüzyılda ihtiyaç duyulan matematiksel düşünce türleri geleneksel öğretim programı materyallerinde sunulandan çok farklıdır [2]. Dinamik dünyaya hazırlanmak için eleştirebilen, muhakeme eden, varsayımda bulunabilen ve sorgulayabilen bireyler yetişmesi, bunun için yetersiz pedagojik anlayışların değişmesi gerekmektedir [3]. Son zamanlarda eğitim sisteminde yaşanan değişiklikler ve farklı yaklaşımlar, bu gerekliliğin sonuçları olarak görülmektedir. Söz konusu değişimlerin matematik eğitiminde de gerçekleşmesi beklenen bir durumdur. Çünkü çağın gerektirdiği problem çözme ve üst düzey düşünme becerilerine sahip öğrencilerin yetiştirilmesi matematik eğitiminin öncelikli hedefleri arasındadır [4].

Problem çözme, yıllardır matematik eğitimi araştırmalarında önemli bir konu olarak karşımıza çıkmaktadır [5-8]. Matematik eğitiminin temel taşlarından biri olarak ifade edebileceğimiz problem çözme, öğrencilerin bilişsel aktivitelerini yoğun bir şekilde yaşadığı bir süreci barındırdığından, öğrencilere zor gelmektedir. Schoenfeld [8] öğrencilerin problem çözme stratejilerini ve konu bilgilerini artırmak için problem çözmeye yönelik yetersiz inançlarını ortadan kaldırarak pozitif inançlarını desteklemenin önemli olduğunu belirtmiştir. Ayrıca üst bilişsel stratejilerini geliştirmek için daha spesifik problem çözme çalışmalarının yapılmasının önemli olduğunu vurgulamıştır. 1980'lerin sonuna doğru doğrusal olarak kabul edilen problem çözme anlayışında birtakım değişiklikler meydan gelmiş ve süreç döngüsel olarak kabul edilmeye başlanmıştır [8]. Doksanlı yılların başından bu yana problem çözmenin, sanılanın ötesinde daha karmaşık bir yapıda olduğu ifade edilmiş ve bağlamsal yönü ağırlık kazanmıştır [7, 9]. Bir başka deyişle yaşadığımız çağda gerçekleşen değişiklikler, problem çözme anlayışındaki değişiklikleri de beraberinde getirmiştir. Öğrencilerin okul dışında matematik yönünden zengin ortamlarda öğrenmelerinin nasıl gerçekleştiği konusunun çok az bilinmesi [10] karmaşık olarak kabul edilen problem çözme anlayışına yeni bir bakış açısı getirmiş, problem çözmede okul dışında gerçek hayatta var olan senaryoların kullanılması önem kazanmaya başlamıştır. Gerçek hayat bağlamının ön planda olduğu matematiksel modelleme, bu anlamda problem çözme için umut vaat eden bir değişim olarak görülmekte [9] ve geleneksel problem çözme anlayışına oldukça büyük ve çarpıcı bir değişiklik getirmektedir.

Problem çözme becerisine sahip bireylerin okul ortamı dışında başarıyı yakalaması için matematik anlayışları içinde hesaplama, kavramsallaştırma ve teknolojik bilgi için güçlü araçları oluşturabilmesi ve kullanabilmesi gerekmektedir [2, 9]. Aslında meslek yaşantısına geçildiğinde, birçok birey bunu matematiği kullandığının farkında olmadan iyi bir şekilde yapabilmekte ve problem çözümü için güçlü araçlar oluşturabilmektedir. Trafik sıkışmalarının çözümü, baz istasyonları, internet arama motorlarının yapımı gibi teknolojiyle beraber problemlere çözüm olarak üretilen ve gelişen durumlarda matematiksel modeller oldukça sık kullanılmaktadır. Yani birey, matematiği örtük veya açık bir şekilde tüm yaşantısı boyunca kullanmaktadır. Burada önemli olan bireyin kullandığı matematiğin ne derece farkında olduğu ve geçmiş deneyimleriyle ne kadar örtüştürdüğüdür. Yapılan bazı çalışmalar, ilgili meslek grubundaki bireylerin okulda öğretilen matematiği günlük işlerinde tanımlamalarının zor olduğunu ortaya koymaktadır [11]. Bu durum, matematik ile mesleklerdeki problem çözümü arasında algısal bir boşluk oluşturmaktadır ve bunun sonucu olarak okul matematiği ve iş hayatındaki matematik farklı olarak algılanmaktadır. Günlük hayat problem durumlarını çözmek için matematiksel model oluşturmayı hedefleyen matematiksel modelleme, söz konusu algısal boşluğu kapatmada önemli bir araç olarak görülmektedir.

1.1. Problem Durumu

Matematik öğretiminin amacı, öğrencinin öğretim sürecinde aktif bir şekilde rol almasını, matematiksel yapılarda var olan ilişkileri anlamlı bir şekilde ifade etmesini sağlayacak düşünce yapılarını oluşturmak olmalıdır. Bunun için öğrencileri kendi düşüncelerini daha çok ifade edebilecekleri, düşüncelerinin ve varsayımlarının doğruluğunu deneyerek öğrenecekleri öğrenme ortamları oluşturmak önem kazanmaktadır [12]. Öğretimin amacı sadece okul ortamı değil, okul ortamının dışında da matematiği kullanabilen, uygulayabilen ve sorgulayabilen öğrencilerin yetiştirilmesini sağlamaktır. Bunu sağlamanın yollarından biri ise matematiksel modellemedir. Matematiksel modelleme, en genel ifadeyle gerçek yaşamda karşılaşılan bir problem durumunun matematiksel olarak formüle edilip, oluşturulan matematiksel modeller yardımıyla çözüme ulaştırılıp, elde edilen çözümün tekrar gerçek yaşama dönüştürülmesini içeren karmaşık bir süreçtir [13]. Matematiksel modelleme yoluyla öğrenciler, gerçek yaşamdaki matematiği keşfederek, matematiğin yaşamdan ayrı bir disiplin olmadığını, yaşamla iç içe olduğunu görme fırsatı yakalar. Birey matematiksel modellemeyle, matematiğe gerçek hayatta nasıl ihtiyaç duyulduğunu fark eder [14]. Matematiksel modelleme, öğrencilerin matematiksel kavramlar arasındaki ilişkiyi daha iyi anlamalarına yardımcı olur ve bir problem durumu üzerinde farklı bakış açıları geliştirmelerini sağlar [15]. Eğitim sisteminde matematiğin öğrenciden bağımsız; tanımlar, kurallar ve işlemler sistemi olduğu görüşü yerine; matematiği öğrenmenin bir süreç şeklinde gerçekleştiği görüşü benimseyen eğitim anlayışıyla birlikte [16] kendini göstermeye başlayan matematiksel modellemenin eğitim sistemine entegre edilmesi ve öğrencilerin modelleme becerisine sahip olması çok kolay değildir. Öğrencilerin matematiksel modelleme etkinliklerinde bir takım zorluklar yaşadığını gösteren çalışmalar bu düşünceyi desteklemektedir [17-21]. Bunun en önemli nedenlerinden biri, matematiksel modelleme problemlerinde öğrencilerin yoğun bir şekilde bilişsel faaliyetlerle uğraşıyor olmasıdır [22]. Öte yandan bireyin okul ortamında aldığı eğitimin, modelleme etkinliklerinin çözümünde yeterli olmadığı ilgili literatürle belirtilmektedir [1]. Çünkü bireyler, günlük hayatta kullandığı matematiği okul ortamında öğrendiği matematikten farklı olarak algılamaktadır [9]. Öğrenciler gerçek dünya ile matematik dünyası arasındaki ilişkiyi sağlamada zorlanmakta, bir durumu sadece gerçek yaşam olarak ya da sadece matematik olarak algılamaktadır [23]. Aslında var olan bilgi aynıdır, uygulama alanlarında kullanılma biçimi farklıdır. Gerçek hayatta matematiksel bilgi çoğu zaman gizli veya örtük bir şekilde kullanılırken, okul matematiğinde teorik ve bir takım kurallar şeklinde kullanılmaktadır. Birey okul ortamında öğrendiği bilginin, günlük hayatındaki bilgi ile aynı olduğunu fark ettiği anda, söz konusu bilginin kendisi için kullanışlılığı test etmiş olur, bu da öğrenmeyi kolaylaştıran ve etkili hale dönüştüren bir unsur olarak karşımıza çıkmaktadır. Ayrıca bireyin okul matematiğini dış dünyaya transfer edememesi, matematiği kendi içinde kalıplaşmış bir kurallar bütünü olarak algılaması, matematiğe karşı korku ve başarısızlık hissi oluşturmasına sebep olabilir. Bu nedenle, öğrencilerin her iki ortamda kullanılan bilgiyi ilişkilendirerek aradaki boşluğu kapatması oldukça önemlidir [1,20]. Matematiksel modelleme bu algının değiştirilmesine olanak sağlayan bir öğrenme ortamı sunması açısından önemlidir. Matematiksel modellemenin öğretim sürecinde kullanımının, öğrencilerin gerçek hayat bağlamlı problem çözme becerilerinin kazandırılmasında iyi bir yol olacağı düşünülmektedir [24, Kaynak: 25].

Son yıllarda matematik eğitimi araştırmalarında önemli bir yere sahip olan matematiksel modelleme, aynı zamanda birçok ülkenin matematik öğretim programında kazandırılması gereken temel bir beceri olarak ele alınmış ve modellemeye öğretim uygulamalarında daha fazla yer verilmesi gerektiği vurgulanmıştır [26-29]. Ülkemizde çok kısa bir süre öncesine kadar uygulamada olan matematik öğretim programında [30] "….modelleme yaparak problem çözme, iletişim kurma, akıl yürütme gibi becerilerinin geliştirilmesine yönelik ortamlar hazırlanmalıdır." ifadesi yer almış ve matematiksel iletişimde modellerden yararlanmanın büyük önem taşıdığı belirtilmiştir. Bu sene yürürlüğe giren ortaokul matematik öğretim programında ise [4] modelleme ifadesi genel bilgi ve amaçların verildiği bölümden kaldırılmıştır. Yeni programın 2017'de yayınlanan taslak metninde matematiksel modelleme temel bir süreç becerisi olarak ifade edilirken, programın güncel metninde modelleme, sadece görselleştirme ve somutlaştırma anlamında kullanılmıştır. Aynı programda ayrıca "Matematiksel yetkinlik, günlük hayatta karşılaşılan bir dizi problemi çözmek için matematiksel düşünme tarzını geliştirme ve uygulamadır." şeklinde bir ifade yer almaktadır[4]. Söz konusu açıklama doğrudan doğruya matematiksel modelleme becerisini işaret etmesine rağmen, programda matematiksel modellemeye yer verilmemesi oldukça dikkat çekicidir ve programın bir eksikliği olarak düşünülmektedir. Programda modellemeye ilişkin bu sınırlı algı, programa göre hazırlanan ders kitaplarında kendini göstermektedir. Çavuş Erdem, Doğan, Gürbüz ve Şahin [31] ders kitaplarında modelleme kavramının matematiksel modellemeden ziyade "matematiği modelleme" şeklinde ele alındığı ve modellerin sadece somut ve görsel yapılarla sınırlı kaldığını ifade etmiştir. Cirillo, Pelesko, Felton-Koestler, Rubel [32] matematiği modellemeyi, kavram ve fikirlerin anlatılması için matematik temsillerinin kullanılması şeklinde tanımlamış ve matematiksel modellemeden farklı olduğunu belirtmiştir. Matematiği modellemede matematikten gerçek yaşama doğru bir yönelim söz konusu iken, matematiksel modellemede gerçek yaşamdan matematiğe doğru bir yönelim söz konusudur. Matematiği modellemede amaç matematiksel kavramları daha görsel bir forma sokarak anlaşılır kılmak iken, matematiksel modellemede amaç gerçek yaşamda var olan bir problem durumuna çözüm olabilecek kavramsal araçlar geliştirmektir. Matematiği modellemede daha çok görsel ve somut model anlayışı söz konusu iken, matematiksel modellemede somut modelin yanı sıra eşitlik, eşitsizlik, grafik, tablo gibi her türlü yapının model olabileceği, hatta problem çözümünde yapılan varsayımları bile zihinsel model olarak kabul eden bir anlayış söz konusudur. Matematiksel modellemenin özellikle ilkokul ve ortaokulda somut materyal kullanımı olarak algılandığını ifade eden çalışmalara [33] paralel bu sonuçlar, benzer bir algının ülkemiz eğitim sisteminde olduğunu göstermektedir. İlkokul ve ortaokul döneminde matematiksel yapıların, kavramların ve işlemlerin somut model olarak adlandırabileceğimiz sayma pulları, sayma blokları, kesir kartları, cebir karoları ile gösterilmesi, görselleştirme amaçlı şekillerin model olarak ifade edilmesi bu algının oluşmasındaki en büyük nedenlerden biridir. Hâlbuki matematiksel model, somut modelle sınırlı kalmayıp eşitlik, eşitsizlik, grafik, tablo, şekil, sayı doğrusu gibi her türlü matematiksel yapının kullanıldığı bir çözüm yolu olarak ifade edilmekte, hatta modelleme etkinliklerinde çözüme ulaşmak için kullanılan zihinsel yapıların ve araçların da zihinsel bir model olduğu belirtilmektedir [1]. 2012 yılında okullarda seçmeli ders olarak okutulmaya başlanan 'Matematik Uygulamaları' dersi öğretim programında öğrencilere problem çözme ve problem kurma çalışmaları yapılacağı ve ders içeriğinin "….günlük hayattan matematiğin uygulanacağı gerçek ve kurmaca problemler, diğer bilim alanlarından matematiksel problemler veya soyut matematiksel oyunlar ve problemlerden….." oluşacağı ifade edilmektedir [34]. Dersin amaçları dikkate alındığında, öğrencilerin matematiksel deneyimlerini problem çözerek derinleştirmek ve matematik ile günlük hayat arasında ilişkilendirmek ifadelerinin yer aldığı görülmektedir. Söz konusu amaçlarda yer alan becerilerin matematiksel modelleme yoluyla sağlanabileceği, modellemeyle ilgili yapılan çalışmalarda ifade edilmektedir [1, 17, 35, 36]. Fakat matematik uygulamaları programında da matematik dersi programında olduğu gibi matematiksel modelleme ifadesine yer verilmemektedir [34]. Bu nedenle programda, matematiksel modelleme uygulamalarına yer verilmesini sağlayacak çalışmaların yapılması oldukça önem kazanmaktadır. Matematiksel modellemenin zorunlu bir ders olarak matematik öğretmenliği lisans programında yer almaya başlaması, ortaokul programının matematiksel modelleme yönünden zenginleştirilmesi adına umut verici bir gelişmedir [37]. Ayrıca, matematik konularının kazanımlarını hedefleyen ve belirli bir konuya yönelik geliştirilen matematiksel modelleme etkinliklerinin ders kitaplarında yer alması, etkinliklerin bir öğretim ve öğrenim aracı olarak kullanılmasını sağlayabilir. Matematiksel modellemenin, matematiksel kavram ve bilgilerin oluşturulmasında ve derinleştirilmesinde etkili bir yöntem olduğunu vurgulayan araştırmalar [35, 38, 39] dikkate alındığında, bu durum önemli bir kazanım olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu nedenle, araştırma kapsamında geliştirilen matematiksel modelleme etkinliklerinin, program ve ders kitabına matematiksel modellemenin entegresi yolunda önemli bir adım olduğu düşünülmektedir.

1.2.Araştırmanın amacı

Matematiksel modelleme etkinliklerinde, öğrencilerin gerçek hayat problemine çözüm olabilecek ve matematiksel yapılarla oluşturdukları bir model geliştirmeleri beklenir. Matematiksel modelleme bireylerin sorgulama, muhakeme etme, kendini ve akranlarını değerlendirme, eleştirme ve bilgilerini geliştirme fırsatı sunar [36]. Ortaya konulan model, bireyde var olan kavramsal sistemlerin güçlü bir temsilcisidir ve öğrencilerin kavramsal bilgilerine dair önemli bilgiler sunar [1]. Benzer şekilde matematiksel model oluşturmak, bireyin kavramsal sistemlerinin gelişimini, daha derin ve anlamlı matematiksel bilgiler inşa etmesini de desteklemektedir [40-42]. Matematiksel modellemenin sağladığı zengin öğrenme ortamından dolayı, matematik öğretimi için etkili bir araç olduğu çeşitli çalışmalarda vurgulanmıştır [1, 17, 43]. Bu nedenle araştırmada, alan ölçme konusunun kazanımlarına göre hazırlanan matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin alan ölçme konusuna ilişkin öğrenmelerine etkisinin incelenmesi amaçlanmıştır.

1.3.Araştırmanın önemi

Matematik programında yer alan matematik eğitiminin genel amaçlarına bakıldığında, matematiksel modelleme etkinlikleriyle sağlanabilecek amaçların yer aldığı görülmektedir [4]. Bahsi geçen amaçların matematiksel modelleme yoluyla kazandırıldığı yapılan çalışmalarda görülmektedir. Amaçlar ve ilgili çalışmalar şu şekildedir:

- Matematiksel kavramları anlayabilme, bu kavramları günlük hayatta kullanabilme [1],
- Problem çözme sürecinde kendi düşünce ve akıl yürütmelerini ifade edebilme, başkalarının matematiksel akıl yürütmelerindeki eksiklikleri veya boşlukları görebilme [36],

- Matematiği öğrenmede deneyimleriyle matematiğe yönelik olumlu tutum geliştirme ve matematiksel problemlere öz güvenli bir yaklaşım geliştirme [44],
- Üst bilişsel bilgi ve becerilerini geliştirebilme, kendi öğrenme süreçlerini bilinçli biçimde yönetebilme [45] şeklinde ifade edilmektedir.

Genel amaçların gerçekleştirilmesinde, matematiksel modellemenin önemli bir katkı sağlayacağı söylenebilir. Çünkü, matematiksel modelleme öğrencilerin dünyayı daha iyi anlamalarına yardım eder, matematiksel yapıları öğrenmelerini destekler, matematiksel düşünme becerilerini geliştirmeye yardımcı olur, böylelikle matematik daha anlamlı bir hal almaya başlar ve öğrencilerin matematiğe yönelik tutumları olumlu şekilde etkilenir [35, 46-48]. Tüm bu nedenlerden dolayı öğretimde matematiksel modelleme uygulamalarına yer verilmesi oldukça önemlidir.

Yapılan araştırmalar, matematiksel modellemenin eğitim sistemine entegresi yolunda gelişme kaydedildiğini göstermektedir [14, 22, 49-52]. Fakat, söz konusu gelişmenin istenen düzeyde olmadığı ve her ülkenin matematiksel modellemeye gerekli şekilde yer vermediği görülmektedir [31, 47]. Matematiksel modellemenin öğretim programında yer almasına ilişkin görüş farklılığı bu durumun etkileyen önemli unsurlardan biridir [54]. Matematiksel modellemenin öğretim programında yer almasını destekleyen görüşü savunanlar, modellemenin matematiksel yapıları anlamaya bir destek olması, matematik ile gerçek yaşam arasındaki ilişki kurmayı sağlaması, matematiğin toplumdan ayrı olmadığını görme imkanı sunması ve matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmesini gerekçe olarak göstermektedir [44]. Modellemenin öğretim programında olmasının bazı sakıncaları olması nedeniyle karşıt görüşü savunanlar ise düşüncelerini öğrenci ve öğretmenin yetersizliğinden ziyade nesnel engellerle gerekçelendirmiştir. Modelleme uygulamaları için yeterli zamanın olmayışı, öğrenciler açısından matematik derslerini ve sınavlarını daha karmaşık hale getirmesi, öğretmenler açısından uygulamada ek matematiksel bilgiye olan ihtiyaçtan dolayı öğretimin daha çok çaba gerektiren bir duruma dönüşmesi, modelleme uygulamalarına az yer verilmesinin başlıca nedenleridir [54]. Bir diğer neden ise problemin gerçek yaşamdan olması sebebiyle, öğrenciler ve öğretmenler için modellemenin zor gelmesi ve öğretiminin de daha açık uçlu ve daha az tahmin edilebilir olmasıdır [35, 54]. Öğretmenlerin matematiksel modellemeyi önemsedikleri, fakat zaman alıcı bir iş olmasından ya da nasıl kullanacaklarını bilmediklerinden dolayı tercih etmediklerini gösteren araştırmalar, ükemizde benzer algıların olduğunu göstermektedir [55-57]. Anlamlı öğrenme, zaman alan bir iştir ve eğitimde uzak hedeflerin gerçekleştirilmesi, anlamlı öğrenmeyle doğrudan ilişkilidir. Öğrencilerin düşüncelerini sorgulayabildiği, kendi çözümünü değerlendirebildiği, tartışabildiği ve düzenleyebildiği öğrenme ortamlarının matematiksel modelleme etkinlikleriyle sağlandığı ve bu şekilde tasarlanan öğrenme ortamlarının anlamlı öğrenmeyi desteklediği bilinmektedir [1]. Bu nedenle programda matematiksel modelleme etkinliklerine yer verilmesi gerekmektedir.

Öğrencilerin çok yönlü gelişimini sağlayan matematiksel modelleme, uluslararası yapılan sınavlar için önemli bir boyutta yer almaktadır. PISA (Programme for International Student Assessment) gibi öğrenci değerlendirme sınavlarında klasik işlem becerisinin yanında, okuryazarlık becerisini ölçmeye yönelik sorular yer almaktadır. PISA'da öğrencilerin sadece matematiksel kavramlar ve işlemler bilgisi değil, bireylerin gerçek yaşamda karşılaşabilecekleri problemlerin üstesinden gelmede matematik bilgilerini ne kadar kullanabildiklerini gösteren bir yapı mevcuttur [58]. Turner [59], PISA'da yer alan soruların birçoğunun matematiksel modelleme etkinliklerini tam olarak karşılamasa da modelleme sürecinde yer alan bazı basamaklarıyla ilişkili olduğunu, soruların güçlük düzeyinin artmasıyla birlikte modelleme sürecindeki basamakları içerme oranının arttığını belirtmektedir. Bu bağlamda öğrencilerin uluslararası sınavlarda başarılarının arttırılmasında, matematiksel modelleme problemleriyle zengin öğrenme ortamlarının tasarlanması büyük önem taşımaktadır [59, 60]. 2003, 2006, 2009, 2012 ve 2015 sonuçlarına bakıldığında ülkemizin, üyesi olduğu OECD ülkelerinin arasında son sıralarda yer aldığı görülmektedir [61]. Ülkemizin bu tür sınavlarda başarıyı artırması için öğretimde matematiksel modelleme uygulamalarına daha çok yer vermesi gerekmektedir.

Son 25 yıldan bu yana gerçek dünyadaki matematiği okul matematiğiyle ilişkilendiren, gerçek yaşam problemlerini çözme becerisine sahip bireyler yetiştirmek için matematiksel modellemeye ilişkin yapılan çalışmalar, uluslararası ve ulusal alanda hızla ivme kazanmaya başlamıştır [1, 13, 22, 35, 45, 62-66]. Fakat, matematiksel modelleme etkinlikleri yoluyla matematiksel bilgi ve kavramların öğretildiği çok fazla çalışma bulunmadığı ve bu çalışmalara daha fazla yer verilmesi gerektiği ifade edilmektedir [39, 43, 67]. Ayrıca matematiksel modellemeyle ilgili küçük yaş gruplarına yönelik az sayıda çalışma olduğu görülmektedir [68]. Benzer şekilde ulusal literatürde çalışmaların az bir bölümü, ilköğretim düzeyindeki öğrencilerle gerçekleştirilmiştir [69-75]. Buna ek olarak, bir konunun matematiksel modelleme etkinlikleri kullanılarak öğretilmesine ilişkin yapılan çalışmalar ulusal literatürde çok sınırlıdır [73-77]. Bu nedenle matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin öğrenmelerine etkisinin incelendiği bu araştırmanın, hem ulusal ve uluslararası literatüre katkı sağlaması, hem de program geliştiricilere farklı ve yeni bir bakış açısı kazandırması sebebiyle önemli olduğu düşünülmektedir.

1.4.Araştırmanın Problemi

Araştırmanın ana problemi, "Alan ölçme konusunun kazanımlarına göre hazırlanmış olan matematiksel modelleme etkinliklerinin, öğrencilerin alan ölçme konusuna ilişkin öğrenmelerine etkisi ve bu sürecin modelleme becerisine etkisi ne şekildedir?" şeklinde belirlenmiştir. Araştırmanın alt problemleri;

- Matematiksel modelleme etkinliklerinin uygulanmasından önce öğrencilerin alan ölçme konusuna ilişkin öğrenmeleri ne düzeydedir?
- Matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin alan ölçme konusuna ilişkin öğrenmelerine etkisi nasıldır?
- Matematiksel modelleme etkinliklerinin uygulanmasından sonra öğrencilerin alan ölçme konusuna ilişkin öğrenmeleri ne düzeydedir?

1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları

Araştırmanın sınırlılıkları şu şekilde sıralanabilir:

- Bu araştırma altı öğrenciyle sınırlandırılmıştır.
- Araştırmadan toplanan veriler sekiz matematiksel modelleme etkinliğiyle sınırlıdır.

1.6. Tanımlar

Model: Dış dünyadaki karmaşık sistemleri, tanımlamak, açıklamak ve yapılandırmak için kullanılan, kural, işlem gibi farklı yapıları içeren, zihindeki kavramsal sistemlerin dış dünyada dönüştürülmüş tanımlamalarıdır [1].

Matematiksel Model: Matematiksel modelleme etkinliğini çözmek için ortaya çıkan matematiksel yapıları, işlemleri ve ilişkileri açıklayan kavramsal sistemler ile problem durumunu çözen modele ulaşmak için yapılan öngörüler, varsayımlar ve yönlendirmelerin hepsi matematiksel model olarak tanımlanmaktadır [78].

Matematiksel Modelleme: Matematiksel modelleme, en genel ifadeyle gerçek yaşamda karşılaşılan bir problem durumunun matematiksel olarak formüle edilip, oluşturulan matematiksel modeller yardımıyla çözüme ulaştırılıp, elde edilen çözümün tekrar gerçek yaşama dönüştürülmesini içeren karmaşık bir süreçtir[13].

Matematiksel Modelleme Etkinliği: Gerçek yaşam problem durumlarını çözmek amacıyla oluşturulan, kavramsal araçları içeren modellerin çözüm olarak sunulduğu gerçekçi ve karmaşık problemlerdir [9].

Alan: Alan, sınırlı bir bölgenin yüzeyini kaplayan belirli bir miktardır [79].

Alan Ölçme: Bir bölgenin bir birim cinsinden miktarını bulma işlemidir [80].

2. LİTERATÜR TARAMASI ve KURAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde, matematiksel modellemenin tanımı, matematiksel modelleme yaklaşımları, matematiksel modelleme süreci, matematiksel modelleme yeterlikleri, etkinlik özellikleri ve ilköğretimde modelleme uygulamaları daha önce yapılmış olan çalışmalarla ilişkilendirilerek açıklanmakta, araştırmanın kabul ettiği ve referans aldığı kuramsal çerçeve bölüm sonunda sunulmaktadır.

2.1. Matematiksel Modelleme

2.1.1. Matematiksel Model ve Matematiksel Modelleme

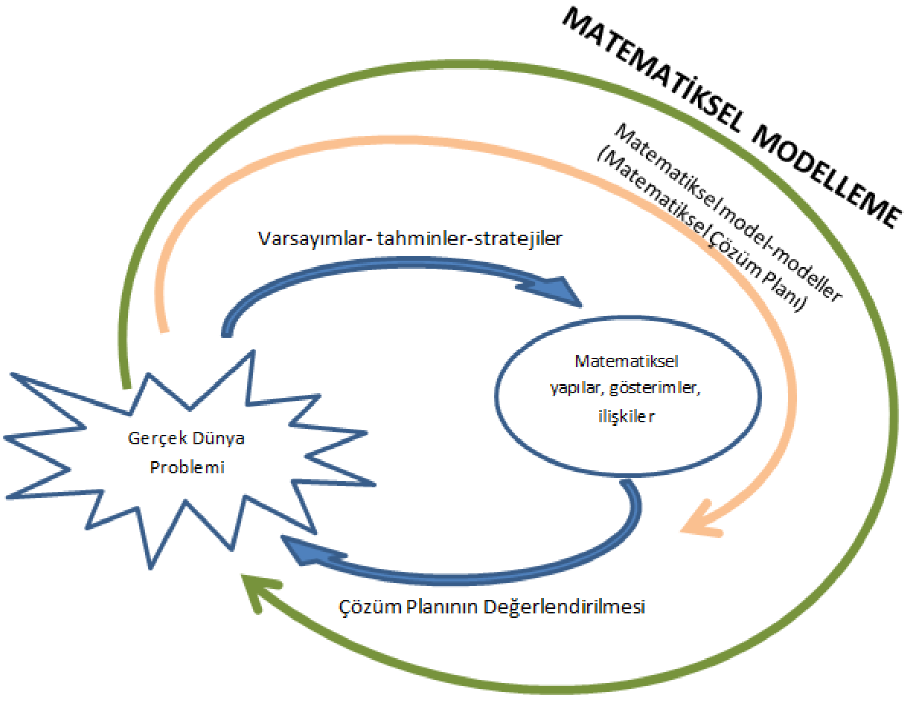
Matematiksel modelleme kavramını açıklamadan önce, model ile matematiksel model kavramını ve model ile modelleme arasındaki ilişkiyi açıklamak konunun anlaşılması adına daha yararlı olacaktır. Matematiksel model ve matematiksel modellemeyle ilgili literatürde ortak bir anlayışın olduğunu söylemek pek mümkün değildir [81]. Çünkü bu kavramların kullanıldığı alanın farklılığı (matematik, fen bilimleri, mühendislik), kullanım amacı (matematik öğretimi için araç, matematiksel modellemeyi öğrenmek için amaç), farklı bakış açıları ve öğrenme teorileri (bağlamsal, eğitimsel, teorik, realistik, epistemolojik, bilişsel) gibi durumlar farklı tanımlamalara neden olmaktadır. Burada ilgili kavramlar, literatürde yer alan farklı tanımlamalarıyla birlikte ele alınacaktır ve bu çalışmada bu kavramların hangi bağlamda kullanıldığı açıklanacaktır.

Model denince genel olarak, bir nesnenin fiziksel özelliklerinin temsil edildiği küçültülmüş bir versiyonu akla gelmektedir. Literatürde fen bilimleri araştırmacıları tarafından ölçeklendirme modelleri [82] olarak geçen bu yapı, bir yapının tamamen kopyası olduğu için bilimsel model olarak kabul edilmez [83]. Onlara göre matematiksel model, bilimsel bir modeldir, fiziksel özellikleri, süreçleri ve kavramsal ilişkileri ortaya çıkaran matematiksel eşitlikler ve grafikler, matematiksel model olarak kabul edilmektedir [82]. Örneğin, hız formülü $V=x/t$ bir matematiksel modeldir. Fen bilimleri araştırmacılarına göre model ve matematiksel model tanımlamaları, okuyucuya daha geniş bir perspektiften bakmak için verilmiştir. Bundan sonra bu bölümde verilecek olan bütün açıklamalar, matematik eğitimindeki tanımlamaları içermektedir ve model kelimesiyle matematiksel model ifade edilmektedir.

Matematiksel model, sadece matematik eğitiminde yer alan bir kavram değildir ve matematiğin ilişkili olduğu her alanda matematiksel modelden bahsetmek mümkündür. Kapur [84] matematiksel modellerin teorik kimya, matematiksel fizik, matematiksel biyoloji, matematiksel ilaç bilimi, ekonomi, sosyoloji, psikoloji ve mühendislik gibi birçok alanda kullanıldığına vurgu yaparak alanlarına göre matematiksel modelleri sınıflandırmıştır. Her ne kadar geniş bir kullanım alanı olsa da matematiksel model deyince akla ilk gelen şey, matematiksel yapıları daha anlaşılır kılmak için görselleştirmeye dayanan somut modellerdir. Daha önce de belirtildiği gibi ilköğretim düzeyinde matematik model, somut materyal kullanımıyla sınırlı kalmaktadır [31-33]. Oysa matematiksel model, evrende var olan karmaşık yapıları, daha basit, daha anlaşılır kılmak için kullanılan yapılar, fikirler, gösterimler, tanımlar olarak ifade edilmektedir. Lesh ve Doerr [1] modeli, dış dünyadaki karmaşık sistemleri, tanımlamak, açıklamak ve yapılandırmak için kullanılan, kural, işlem gibi farklı yapıları içeren, zihindeki kavramsal sistemlerin dış dünyada dönüştürülmüş tanımlamaları olarak ifade etmektedir. Tanımlamalar matematiksel modelin, somut materyal veya görsel gösterimden çok daha fazlasını içerdiğini göstermektedir. Çünkü matematiksel model, etkinliği çözmek için ortaya çıkan matematiksel yapıları, işlemleri ve ilişkileri açıklayan kavramsal bir sistem olabileceği gibi, modele ulaşmak için yapılan öngörüler, varsayımlar ve yönlendirmelerin hepsi bir matematiksel model olabilmektedir [78].

Nesnelerin fiziksel özelliklerini açıklamaya odaklanan ve bir nesnenin küçültülmüş kopyası olan ölçeklendirme modellerinde gerçek durum ile model nerdeyse birbirinin aynısıdır. Matematiksel modellerde ise bu durum çok farklı olup gerçek hayat durumu ile geliştirilen model arasında birebir aynılıktan bahsetmek pek mümkün değildir. Zira matematiksel modeller, gerçek hayatta var olan bir durumun fiziksel özelliklerini tanımlamaktan ziyade durumunun yapısal ve işlevsel özelliklerini açıklamaya odaklanır [1, 85]. Ayrıca gerçek hayat durumu, modelinden daha kompleks bir yapıdadır ve her model açıklanan sistemin sahip olduğu bazı özelliklere sahip değildir [1]. Burada esas amaç gerçek dünyadaki karmaşayı, problemi, matematik yardımıyla basitleştirmek, çözülebilir bir forma ulaştırmaktır. Dolayısıyla, ortaya konulan ürünün yani modelin ilgili olduğu sistemden ortaya çıkardığımız kalıplara dayandığını, fakat birebir aynısı olmadığını bilmek önemlidir..

Matematiksel modellemeye ilişkin daha önce belirtildiği üzere farklı tanımlamalar yer almaktadır. Örneğin; Berry ve Houston [13], matematiksel modellemeyi, gerçek yaşamda karşılaşılan bir problem durumunun matematiksel olarak formüle edilip, oluşturulan modeller yardımıyla çözüme ulaştırılıp, elde edilen çözümün tekrar gerçek yaşama dönüştürülmesini içeren karmaşık bir süreç olarak tanımlamaktadır. Lesh ve Doerr [1] matematiksel modellemeyi benzer şekilde bir süreç olarak tanımlamış ve bu süreçte kavramsal sistemlerin ve yapıların daha anlamlı bir şekilde geliştirildiği, bununla birlikte yeni modellerin ortaya çıktığı ve sürecin döngüsel olduğunu belirtmiştir. Haines ve Crouch'a [86] göre matematiksel modelleme, gerçek hayat problem durumlarının matematiksel bir şekilde ifade edilerek soyutlandığı, problemin çözümlendiği ve çözümün test edildiği döngüsel bir süreci kapsamaktadır. Lingefjard [87] matematiksel modellemeyi, birçok disiplini bir araya getiren disiplinler arası bir iletişim olarak ifade etmiştir. Bliss ve Libertini [88], gerçek dünya durumlarını temsil etmek, analiz etmek, tahminler yapmak veya başka türlü anlamlandırmak için matematiğin kullanıldığı bir süreç olarak tanımlamıştır. Tanımlamalara bakıldığında, genel olarak matematiksel modellemenin gerçek yaşam ile matematik dünyası arasındaki ilişki ve geçişlere dayanan bir problem çözme süreci olarak ifade edildiği görülmektedir. Tanımlardaki farklılıklar, aynı zamanda araştırmacıların çalışmalarında odaklandıkları ve araştırdıkları bölüm olmuştur. Bazı araştırmacılar modelleme sürecinde ortaya çıkan kavramsal sistemler ve yapılara odaklanırken [1], bazı araştırmacılar modelleme sürecinde öğrencilerin bilişsel yapılarındaki değişime odaklanmıştır [62]. Matematiksel modellemede birey gerçek yaşamda karşılaştığı veya karşılaşabileceği bir probleme, çözüm oluşturacak matematiksel bir model oluşturmaya çalışır. Söz konusu model, matematiksel her türlü yapıyı içermesinin yanı sıra, çözüme ilişkin tahminleri varsayımları ve stratejileri de içinde barındırır. Bir diğer deyişle, probleme dair oluşturulan çözüm planı, bireyin o problem için matematiksel modelini oluşturmaktadır. Oluşturulan model, matematiksel olarak doğru olmasının yanında, gerçek hayat için anlamlı ve uyarlanabilir olmalıdır. Birey problemi çözerken, bir taraftan çözümünün gerçek dünya için anlamlı olmasını da değerlendirilmelidir. Bireyin model oluşturmasına ek olarak yaşamış olduğu tüm bu süreç ve problem çözümünün tüm aşamaları matematiksel modellemeyi ifade etmektedir. Buradan hareketle, matematiksel modelin problemin çözümü için matematiksel yapılar kullanılarak oluşturulan ve çözüm için oluşturulan tahmin, varsayım ve stratejileri de içinde barındıran çözüm planını, matematiksel modellemenin ise çözüm planının oluşturulması, gerçek hayata uyarlanması, yorumlanması ve değerlendirilmesini içeren problem çözme sürecini ifade ettiğini söylemek mümkündür (Şekil 2.1).



Şekil 2.1 Matematiksel modellemenin genel yapısı

Matematiksel modellemeyle ilgili ilk çalışmalardan biri Henry Pollak'ın [6] "How Can We Teach Applications of Mathematics?" isimli çalışmasıdır. Pollak, çalışmasında, matematiksel modelleme tabirini kullanmasa da gerçek hayat bağlamı içeren problemlerin önemine vurgu yapmıştır. Pollak [6], matematiğin matematik dışı bir ortamda formüle edilmesinin, matematiğin keşfi konusunda çok yaratıcı bir faaliyet olduğunu ve geleneksel problemlerin matematik öğretimine katkısı olsa da gerçek yaşam problemini içeren uygulamalara katkıda bulunmadığı belirtmiştir. Gerçek hayat bağlamlı problemlerin uygulamalarının birtakım zorlukları olduğunu belirten araştırmacı matematiğin gerçek uygulamalarının (matematiksel modelleme problemleri), sınıf deneyimlerinin ayrılmaz bir parçası olmasını sağlayacak adımlar atılması gerektiğini ifade etmiştir. Bu çalışmayla birlikte matematiksel modelleme matematik eğitimi araştırmalarında etkisini hissettirmeye başlamıştır.

1980'lerden sonra matematiksel modellemeyle ilgili çalışmalar literatürde daha fazla yer almaya başlamıştır [22, 84, 89, 90]. 1990'larda matematiksel modelleme uygulamaları ve problem çözme anlayışındaki değişmeleri ele alan çalışmalar, 2000'li yıllarda, matematiksel modellemenin bileşenlerini içeren daha spesifik bir hal almıştır. Bazı çalışmalar matematiksel modelleme yeterliklerini incelemiş [45], bazı çalışmalar modelleme sürecinde ortaya çıkan basamaklar, bileşenler ve bu süreçte ortaya çıkan bilişsel özelliklere odaklanmıştır [62]. Bazı çalışmalar farklı modelleme anlayışlarını ve özelliklerini [91], bazı çalışmalar ise modelleme etkinlikleriyle ortaya çıkan matematiksel bilgi ve yapıların doğasını [92] incelemiştir. Günümüzde matematiksel modellemeyle ilgili farklı yaklaşımları kabul eden ve farklı bileşenleri inceleyen çok sayıda araştırma bulmak mümkündür.

2.1.2. Matematiksel Modelleme Yaklaşımları

Matematiksel modellemenin tanımı, amacı, uygulama şekli ve uygulanan etkinliklerin türüyle ilgili ortak bir anlayış söz konusu olmayıp, matematiksel modelleme alan yazında oldukça farklı amaç ve yaklaşımlarla ele alınmaktadır [93]. Matematiksel modellemeyle ilgili ilk çalışmalara bakıldığında teorik modelleme ve gerçek yaşama uygun modelleme olmak üzere iki farklı ekol göze çarpmaktadır [66]. Eğitim felsefesindeki değişikliklerle birlikte matematiksel modellemeye yönelik bakış açıları da çeşitlilik kazanmıştır. Modelleme araştırmacılarına fikir sağlamak amacıyla bakış açılarını sınıflayan Kaiser ve Sriraman [91] matematiksel modelleme yaklaşımlarını, biri üst perspektif olmak üzere altı başlık altında toplamıştır (Çizelge 2.1)

Çizelge 2.1 Matematiksel Modelleme Perspektifleri [91]

Perspektif	**Temel Hedefi**	**İlgili Araştırmacılar**
Gerçekçi / Uygulamalı Modelleme	Gerçek yaşam problemlerine faydalı çözümler üretme, modelleme yeterliklerini geliştirme	Pollak Haines Crouch
Epistemoloji/ Teorik Modelleme	Teori odaklı hedefler geliştirme	Chevallard Freudenthal
Bağlamsal Modelleme	Konuyla ilişkili ve psikoloji hedefler (açık uçlu sözel problemlerin çözümü)	Lesh Doerr
Eğitimsel Modelleme a)Didaktik b) Kavramsal	Pedagojik ve konuyla ilişkili hedefler, a)Öğrenme süreçlerinin yapılanması ve geliştirilmesi b)Kavramları tanıtma ve geliştirme	Blum Niss Galbraith, Stillman
Sosyo-kritik Modelleme	Yaşadığımız dünyayı eleştirel bir yolla anlamak için pedagojik hedefler	Barbosa Skovsmose
Bilişsel Modelleme	Araştırma Amaçları, a)Modelleme süreci esnasında oluşan bilişsel süreçlerin analizi ve süreçlerin anlaşılması Psikolojik Hedefler, b) Modelleri zihinsel imgeler veya hatta fiziksel resimler olarak kullanarak veya modellemeyi bilişsel bir süreç olarak soyutlama veya genelleme gibi vurgulayarak matematiksel düşünme süreçlerinin geliştirilmesi	Blum Borromeo Ferri

Kaiser ve Sriraman [91] yaptıkları sınıflandırmanın yüzeysel olduğunu belirtmiştir. Gerçekçi / uygulamalı modelleme, mühendislik ve diğer alanlarda karşılaşılan durumlarda matematiksel bilginin kullanımına odaklanır. Diğer bir deyişle gerçek hayatta matematiğin pratik uygulamalarını ifade etmektedir. Bu yaklaşımda kullanılan problemler oldukça karmaşık ve gerçek hayatın tüm bileşenlerini barındırır [14]. Epistemolojik / Teorik modelleme, teorilere dayanır ve matematiksel teorilerin gelişimine katkıda bulunur. Bağlamsal modellemede eğitim boyutu yavaş yavaş kendini göstermekte, gerçek yaşam ile matematik arasındaki bağlam göze çarpmaktadır. Gerçek yaşam durumlarını içeren problem durumlarıyla oluşturulan öğrenme ortamı bu yaklaşımın en önemli özelliğidir. Amaç bireyin gerçek yaşamdaki matematiği bulması, anlaması ve özümsemesidir. Bu yaklaşımın bir diğer önemli özelliği, matematiksel modellemenin okul öncesi çağından başlayarak tüm yaş gruplarında kullanılması gerektiği düşüncesidir. Borromeo Ferri [14, 94], bu yaklaşımda kullanılan model oluşturma etkinliklerinden (Model Eliciting Activities) dolayı bağlamsal modellemeyi 'Model Eliciting Activity' (MEA) yaklaşımı olarak ifade etmiştir. Eğitimsel modelleme, didaktik ve kavramsal modelleme olmak üzere ikiye ayrılır ve bu yaklaşımların temel hedefleri pedagojik ve konu ilişkilidir. Didaktik modelleme yaklaşımında, öğrenme süreçlerinin tasarlanması ve geliştirilmesi hedeflenirken, kavramsal modelleme yaklaşımında kavram tanıtımı ve gelişimi hedeflenir. Sosyo-kritik modellemede gerçek yaşam durumlarındaki sosyal kurallar, yapılar, kabuller ve olaylar eleştirel bir gözle değerlendirilir. Elde edilen sonuçlarla sosyal normlar yeniden değerlendirilir. Bir üst perspektif olarak ifade edilen bilişsel modellemede, modelleme sürecinde oluşan zihinsel süreçler ve zihinsel yapıların anlaşılması temel hedef olarak ifade edilir [91]. Bu yaklaşımda, model oluştururken ortaya çıkan zihinsel ve matematiksel düşünme yapıları bir süreç olarak değerlendirilir.

Galbraith [95], matematiksel modelleme yaklaşımlarıyla ilgili daha basit bir sınıflama yapmış ve matematiksel modellemeyi kullanım amacına göre ele almıştır [96]. Bunlar;

- Modelleme yeterliklerini geliştirmek, modellemeyi öğretmek amacıyla matematiksel modelleme (Bağlam / Amaç)
- Matematik öğretmek için kullanılan bir yöntem (Araç) olarak matematiksel modelleme şeklindedir.

Birinci yaklaşımda, matematiksel modelleme etkinliklerini kullanarak matematiksel modelleme yeterliklerinin (beceri) geliştirilmesi hedeflenir. Matematiksel modelleme etkinliklerinin uygulanmasındaki ana hedef matematiksel modellemeyi öğretmektir. Matematiksel modellemeyi bir araç olarak kabul eden yaklaşımda ise amaç, matematiksel kavramların öğretimidir ve bu yaklaşımda matematiksel modelleme sözü geçen amaca ulaşmak için bir araç veya yöntem olarak kabul edilir. Birinci yaklaşımda öğrencilerin güçlü bir matematik bilgisi ve matematiksel modelleme teknikleri bilgisi gerekirken, ikinci yaklaşımda öğrencilerin kendi geliştirdikleri çözüm yöntemleri daha ön plandadır. İkinci yaklaşımda kullanılan problemlerde hedeflenen matematiksel yapılar ve kavramlar öğrencilerde bir gereklilik oluşturduğundan daha anlamlı bir öğrenmenin gerçekleşmesi amaçlanmaktadır. Stillman [96] matematiksel modellemenin öğretimini amaç kabul eden yaklaşıma daha yakın olduğunu ifade ederek, birinci yaklaşımın, ikinci yaklaşımı kapsadığını, birinci yaklaşımda modellemeyi öğretmek için uygulanan etkinlikler aracılığıyla öğrencilerin matematiksel yapılar inşa edeceğini, dolayısıyla matematiğin bazı konularını öğreneceğini belirtmektedir. Buna ek olarak her iki yaklaşımın modelleme sürecinin problemi anlama, matematikselleştirme, modelin çözümü ve yorumlanması gibi temel bileşenleri içerdiği ve bazı genel işlemleri kapsadığı konusunda hem fikir olduğunu ifade etmektedir.

Lesh ve Doerr [1], literatürde bağlamsal modelleme [91], model oluşturma etkinliği yaklaşımı [14, 94] olan ifade edilen yaklaşımlarını, "Matematiksel Model ve Modelleme Perspektifi (Model and Modeling Perspective; MMP)" olarak ifade etmiştir. MMP bir öğrenme teorisi olarak ifade edilmemekle birlikte, çeşitli kuramsal perspektifler tarafından ileri sürülen düşünme ve öğrenme yapılarını bütün bir şekilde ele alan, bir kuramsal çerçeve olarak kabul edilmektedir [9, 67]. Genel olarak bu perspektif, yapısalcı ve sosyokültürel felsefelerin matematiksel kavramlar ve öğrenmelerin doğası hakkındaki düşünce yapılarıyla uyuşmakta, bazı yönleri ile farklılık göstermektedir [40]. Matematiksel modellemeyle ilgili anlayışlarını geniş bir şekilde ele alan araştırmacılar, öğrencilerin modelleme etkinlikleriyle meşgul olurken önemli matematiksel ve kavramsal yapılar geliştirdiğini ifade etmektedir. Bu yönüyle MMP'nin matematiksel modellemenin matematik öğretiminde bir araç olarak kabul edildiği yaklaşım dâhilinde olduğunu söylemek mümkündür.

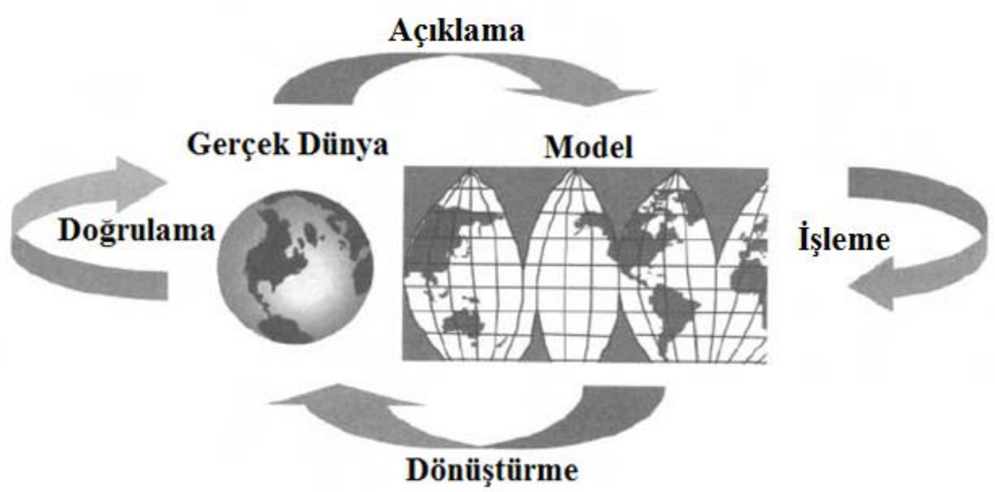
Matematiksel modelleme etkinliklerinin, öğrencilerin alan ölçme konusuna ilişkin öğrenmelerine etkisinin incelendiği bu araştırmada, matematiksel modellemenin matematik öğretimi için bir araç olarak kabul edildiği yaklaşım benimsenmiştir.

2.1.3.Matematiksel Modelleme Süreci

Matematiksel modelleme ve modelleme sürecine ilişkin birçok farklı yaklaşım olmasına rağmen [81], modellemenin bir süreci içermesi tüm yaklaşımların ortak bir özelliği olarak kabul edilebilir. Matematiksel modelleme, gerçek yaşam probleminin matematiksel olarak çözüme ulaştırıldığı ve elde edilen çözümün gerçek dünya ile bağlamının oluşturulduğu, yorumlandığı ve değerlendirildiği zihinsel bir süreci barındırır [1, 13]. Modelleme süreci, literatürde farklı şekillerde tanımlanmaktadır. Borromeo Ferri [94], bu çeşitliliğin modelleme anlayışındaki farklılıklardan, modelleme etkinliğindeki problem durumunun zorluk derecesinden kaynaklandığını ifade etmektedir. Aslında gerçek yaşam problem durumunun tanımlanması, matematiksel yollarla model oluşturularak çözülmesi ve modelin gerçek dünyada değerlendirilmesi ve sürecin döngüsel bir yapıyı içermesi gibi modellemenin doğasına özgü özellikler, tüm süreç çalışmalarının temel aldığı krîterlerdir. Bu yönüyle bakıldığında, tanımlamaların önemli ölçüde benzeştiği söylenebilir. Tanımlamalardaki farklılıklar ise sürecin detaylandırılmasında ve ön plana çıkarılan özelliklerde kendini göstermektedir. Modelleme süreç tanımlamalarına bakıldığında, bazı tanımlamalar modelleme sürecini temel basamaklarla açıklarken [1, 90, 97], bazı çalışmalar şekil üzerinde modelleme sürecini daha detaylı bir şekilde açıklamış ve basamaklara bileşenleri de eklemiştir [13, 62, 63, 97-101]. Çalışmaların genelinde basamaklar arasında geri dönüşlerin yaşandığı vurgulanmakla beraber, geçişin çok esnek olduğu ve her basamak arasında geçişlerin yaşanabileceğini ön plana çıkaran çalışmalarda [99] vurgulanan bu özellik, modelleme süreci tanımlamalarındaki bir diğer farklılık olarak ifade edilebilir. Burada açıklayıcı olması bakımından, birkaç süreç tanımlaması açıklanacaktır.

Lesh ve Doerr [1] gerçek dünya ile matematiksel dünya arasındaki ilişki olarak belirttikleri matematiksel modelleme sürecini dört basamak altında incelemiştir (Bkz. Şekil 2.2). Açıklama (description) olarak ifade edilen ilk basamak;

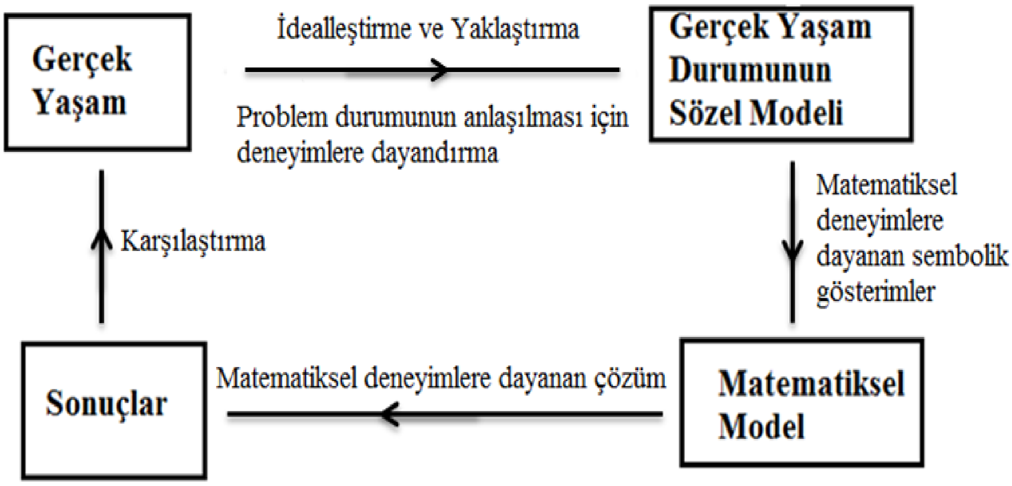
gerçek dünya ile model dünyası arasında bir bağlantı kurmayı içerir. Öncelikle, açıklanan gerçek dünya problem durumu iyice tanımlanarak, verilen bilgiler matematiksel olarak analiz edilir. Böylelikle matematiksel olarak anlamsız olan bilgiler elenerek, durum daha anlaşılır hale gelir. İkinci basamak olan işleme (manipulation) basamağında, birinci basamakta belirlenen bilgiler ve tahminler matematiksel yapılarla temsil edilir ve matematiksel ilişkiler kurulur. Matematiksel bilgi ve beceri gerektiren bu basamakta oluşturulan model, çözüm yapıldıkça daha belirgin bir hal almaya başlar. Üçüncü basamak olan dönüştürme (translation or prediction) basamağında; elde edilen model gerçek dünyaya uyarlanır ve problem durumuna ait çözümlerin anlamlı olup olmadığı matematiksel olarak değerlendirilir. Son basamak olan doğrulama (verification) basamağında ise oluşturulan modelin gerçek dünyadaki karşılığı, modelin kullanışlılığı değerlendirilir [1].



Şekil 2.2 Matematiksel modelleme süreci [1]

Araştırmacılara göre matematiksel modellemede amaca ulaşma sürecinde katı bir uygulama söz konusu değildir. Modelleme sürecinin basamakları arasında bir esneklik mevcuttur ve basamaklar arasında geri dönüşler sıklıkla yaşanabilir. Lesh ve Doerr [1] matematiksel modelleme sürecinde, paylaşılabilir, değerlendirebilir ve yeniden düzenlenebilir modeller oluşturulması için bu sürecin defalarca tekrarlanması gerektiğini belirtmektedir. Başlangıçta ortaya çıkan belirsiz ve karmaşık olan zihinsel araçlar, varsayımlar ve modellerin daha belirgin ve problem durumuna çözüm olacak bir model olabilmesi için süreçteki döngünün defalarca tekrarlanması gerektiği birçok çalışmada belirtilmektedir [1, 76, 92, 102, 103].

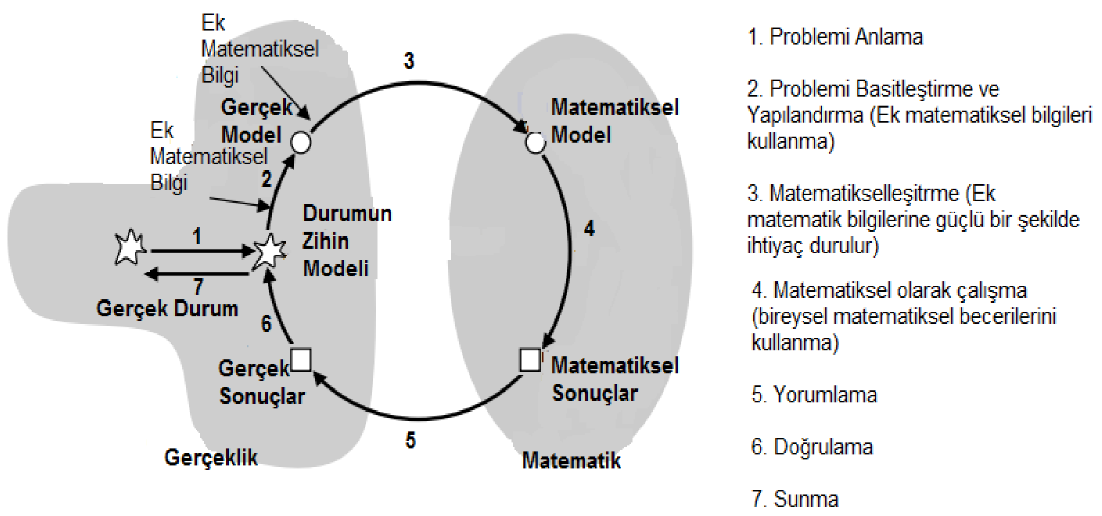
Kapur [97] modelleme sürecini, probleme uygun değişkenleri belirleme, değişkenler arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarma, değişkenler arasındaki ilişkiye odaklanarak bir model ortaya koyma ve modeli ve uygulamalarını test etme olarak tanımlamaktadır [104]. 1982'deki çalışmasında matematiksel modelleme sürecini basamaklar şeklinde açıklayan Kapur, 1988 yılında sürece bileşenleri de dahil ederek yeniden yorumlamıştır. Buna göre matematiksel modelleme süreci, gerçek yaşamdaki problemi matematik problemine dönüştürmeyi, elde edilen matematiksel çözümü gerçek dünya diline göre yorumlayarak çözüm bulmayı içerir (Şekil 2.3)



Şekil 2.3 Matematiksel modelleme süreci [84]

Kapur'a [84] göre bir gerçek dünya problemini matematik problemine dönüştürmek, gerçek dünyanın kompleks yapısı gereği zorlu bir iştir. Matematik dünyasına dönüştürülen gerçek hayat probleminin çözümü, genellikle gerçek hayat problemine yakın daha ideal ve daha basit bir forma dönüştürülmesiyle mümkün olmakta ve bu basamağı gerçek yaşam durumunun sözel modeli olarak adlandırmaktadır. Bireyler gerçek hayat problemlerini çözmek için, problemi anlaşılır biçimde ifade edecek sözel bir model oluşturur. Sonrasında ise matematiksel bilgi ve deneyimlerini dikkate alarak sembolik gösterimlerle ifade ettiği matematiksel modeli oluşturur. Oluşturulan model bireyin sahip olduğu matematiksel deneyimlerle çözülür. Elde edilen sonuçların gerçek dünya ile karşılaştırılıp yorumlanması, sürecin son basamağını oluşturur.

Borromeo Ferri [62], Blum ve Leiß'in [105] 6 basamaktan oluşan modelleme döngüsünü geliştirdiği süreç tanımlamasında matematik dünyası ile gerçek dünyayı farklı iki dünya olarak kesin çizgilerle ayırmıştır (Şekil 2.4)

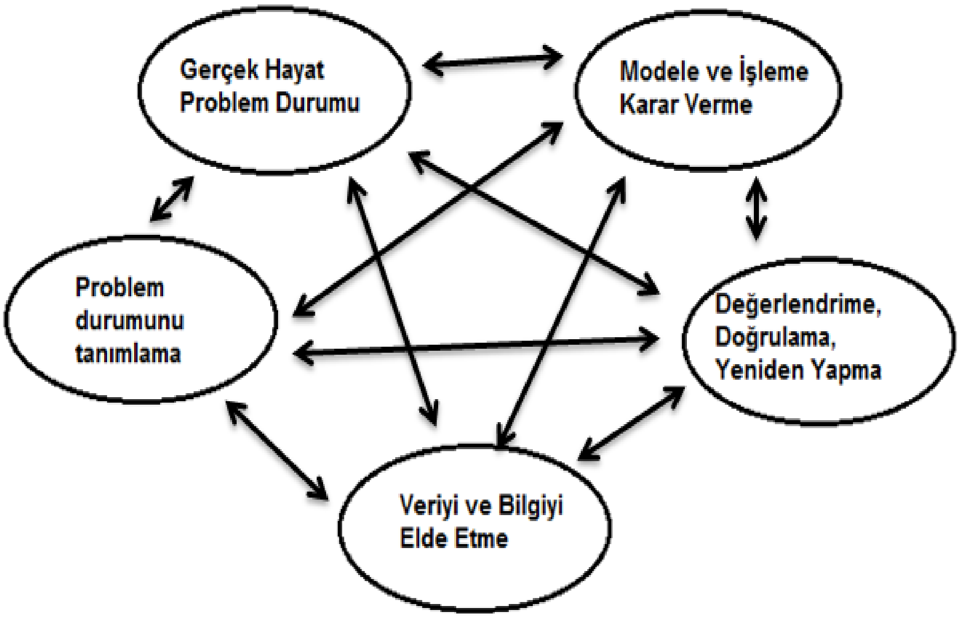


Şekil 2.4 Matematiksel Modelleme Süreci [62]

Borromeo Ferri [62] süreç içinde ortaya çıkan bilişsel özellikleri de dikkate alarak süreci tanımlamıştır. Gerçek hayat probleminin ilk tanımlaması ve çözümüne ilişkin yapılan ilk varsayımla problemin durumun zihin modeli oluşturulur. Bu basamak Kapur' un [84] gerçek yaşam durumunun sözel model basamağına benzemektedir. Durumun zihin modelinden hareketle ek matematiksel bilgiler kullanılarak geliştirilen gerçek model, matematiksel sembol ve işlemler yardımıyla matematiksel modele dönüştürülür. Böylelikle matematik dünyasına geçiş yapılır. İki basamak arasını matematikselleştirme bileşeniyle açıklayan Borromeo Ferri [62 bu geçiş için güçlü matematiksel bilginin gerektiğini ifade etmektedir. Oluşturulan matematiksel model çözümlenerek matematiksel sonuçlar elde edilir ve bu sonuçlar yorumlanarak gerçek hayata uyarlanır. Sonuçlar doğrulandıktan sonra modele ilişkin son zihinsel durum modeli oluşturulur ve sunma basamağıyla süreç tamamlanır. Bu tanımlamada diğer iki süreç tanımlamasından farklı olarak, geliştirilen modellerin sunulmasını kapsayan sunma basamağına yer verildiği göze çarpmaktadır.

Modelleme sürecini süreçte ortaya çıkan bilişsel faaliyetlerle açıklayan araştırmacı, sunma basamağında da öğrencinin yoğun bilişsel faaliyetler göstereceğini ileri sürerek süreç kapsamında değerlendirmiştir.

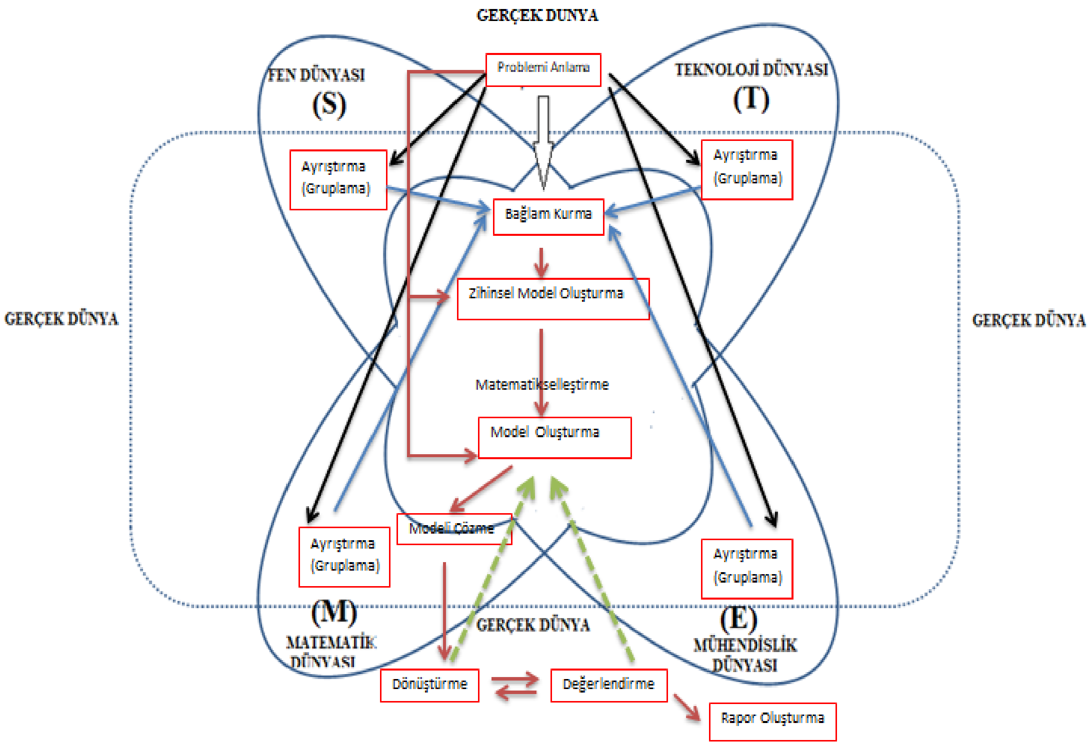
Kapur [84] ve Borromeo Ferri [62] modelleme süreçlerinde her ne kadar basamaklar arasındaki geçişler doğrusal olarak ifade edilse de geçişler için çok katı bir prosedür söz konusu değildir. Aksine basamaklar arasında geri dönüşlerin yaşanabileceğini söylemek mümkündür. Geçişlerin esnek olduğunu gösteren çalışmalara bakıldığında, model oluşturulurken basamaklar arasında geçişin sıklıkla yaşandığı vurgusu yapılmakta ve bu durum ön plan çıkartılmaktadır. Bu konuda en belirgin örneklerden biri Doerr'in [99] süreç tanımlamasıdır (Şekil 2.5)



Şekil 2.5 Matematiksel modelleme süreci [99]

Doerr [99], modelleme sürecindeki basamakların belirli bir sırayı takip etmediğini, basamakların hepsinin birbiriyle sıkı bir ilişki içerisinde olduğunu ifade etmektedir. Doerr'in [99] sürecinde basamaklar arasındaki geçiş inanılmaz derecede esnektir. Öyle ki süreçteki tüm basmaklar arasında direkt bir geçiş söz konusu olabileceği gibi geri dönüşlerde yaşanabilir. Bu yönüyle Doerr'in süreç tanımlaması, diğer çalışmalara göre oldukça farklı bir yapı içermektedir.

Matematiksel modelleme süreciyle ilgili yapılan bir diğer tanımlama disiplinler arası bir boyut taşıyan modelleme süreci tanımlamasıdır [101]. Matematiksel modellemenin farklı disiplinleri bir arada ele alan bir yaklaşım olan STEM'e geçiş için bir köprü vazifesi gördüğünü belirten araştırmacılar, matematiksel modelleme etkinlikleriyle farklı disiplinlerin bir arada öğretilebileceğini ifade etmiş ve söz konusu etkinlikleri disiplinler arası matematiksel modelleme etkinliği (DMM) şeklinde tanımlayarak modelleme sürecini disiplinler arası boyutuyla yorumlamıştır (Şekil 2.6).



Şekil 2.6 Disiplinler arası matematiksel modelleme süreci[101]

Araştırmacılar modelleme etkinliklerinde model oluşturulabilmesi için problemin anlamlandırması ve problemde istenenlerle, verilenlerin doğru bir şekilde belirlenmesi gerektiğini ifade etmiş ve bunu problemi anlama basamağı olarak adlandırmıştır. Araştırmacılara göre problemde istenenler ve verilenler bireyin zihninde bir süzgeçten geçirilir ve ilgili disiplinle ilişkilendirilerek ayrıştırılır. Problemi anlayan birey, böylelikle disiplinlerin dünyasına girmiş olur. Ayrıştırma (gruplama) basamağı her alanın kendine özgü basamağında gerçekleşmektedir.

Çünkü birey DMM etkinliğinde yer alan o alana ilişkin kavramı bilgi dağarcığından geçirerek belirler ve bu esnada bilişsel olarak o alanın dünyasına bir geçiş yapar. Kısa süreli gerçekleşen bu geçişle birlikte birey ayrıştırdığı kavramların birbirini tamamlayıcı yönlerini ve ilişkilerini fark ederek kavramlar arasında bağ kurar ve gerekli ilişkilendirmeyi yaparak ortak alana geri döner ve bu durum modelleme sürecinin bağlam kurma basamağına denk gelmektedir. Zihinsel model oluşturma basamağında, birey problem çözümü için gerekli olan değişkenleri doğru bir şekilde belirleyerek, çözüme dair bir takım varsayımlarda bulunur. Oluşturulan varsayımlar matematiksel yapılarla ilişkilendirilerek matematiksel model oluşturulur. Oluşturulan model, matematiksel yollarla ve problem türüne göre diğer disiplinlere ait bilgilerle çözülür. Modeli çözme basamağında birey, matematiksel yapı ve işlemleri yoğun bir şekilde kullanır. Bireyin problem çözümü olarak oluşturduğu modelin gerçek dünyadaki karşılığını yorumlaması dönüştürme basamağı olarak adlandırılmaktadır. Gerçek dünyada yorumlanan modelin kullanışlılığını ve doğruluğunu değerlendirmesi ise değerlendirme basamağında gerçekleşmektedir. Modelleme sürecinde basamaklar arasındaki geçişin esnek olduğunu ve tüm problem çözme süresinde gerçek hayat ile disiplinlerin arasında sık sık geçişlerin yaşandığı belirten araştırmacılar, ayrıştırma basamağının etkinliğin ilişkili olduğu disiplinlerin alanında gerçekleştiği ve her zaman ortaya çıkmayabileceğini ifade etmiştir.

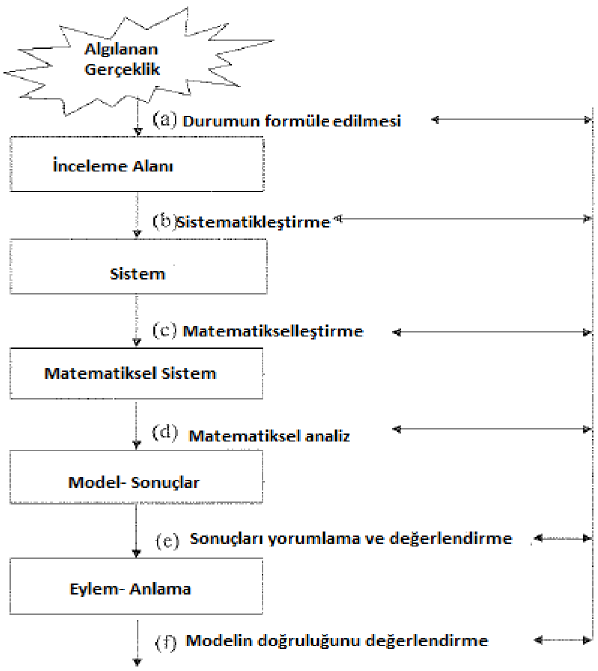
Yukarıda, literatürde yer alan bazı süreç tanımlamaları sunulmuştur. Yapılan çalışmalarda, süreç tanımlamaları ve gösterimleri farklılık gösterse de süreçte bilişsel faaliyetlerin yoğun bir şekilde yaşandığı, bireylerin basamaklar arasında geri dönüşler yaşayabileceği ve döngüsel bir yapıda olması hemen hemen bütün araştırmacılar tarafından ortak kabul edilen görüşlerdir.

2.1.4. Matematiksel Modelleme Yeterlikleri

Matematiksel modelleme etkinliklerinde birey, gerçek hayat problemini matematiksel olarak çözmeye ve gerçek dünyada yorumlamaya çalışmaktadır. Söz konusu çözümlemeyi ve yorumlamayı yapabilmesi için bir takım yeterliklere ihtiyaç duymaktadır. Matematiksel modelleme yeterliği, matematiksel modelleme süreçlerini yeterli ve hedefli bir şekilde yürütebilmek için bireyin sahip olması gereken yetenek ve beceriler olarak ifade edilebilir [106]. Modelleme sürecinin başarılı bir şekilde tamamlanabilmesi için, öğrencilerin matematiksel yeterliklere sahip olması gerekmektedir. Yani, öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliklerindeki eksiklikleri, aynı zamanda modelleme sürecinde yaşanan zorlukları ifade etmektedir. Bu anlamda modelleme sürecinde yaşanan zorlukların önüne geçebilmek ve modelleme sürecini başarılı bir şekilde tamamlayabilmek için modelleme yeterliklerinin geliştirilmesi gerekmektedir.

Literatürde matematiksel modelleme yeterliklerine ilişkin yapılan çalışmalarda farklı farklı tanımlamaların olduğu görülmektedir. Bazı çalışmalar, modelleme süreci basamaklarına göre modelleme yeterliklerini açıklarken [107-109], bazı çalışmalar modelleme yeterliklerini alt yeterlikler ekseninde incelemiş ve açıklamış [45], bazı çalışmalar yeterlikleri seviyeler şeklinde belirlerken [110-111] bazı çalışmalar çok boyutlu olarak ele almıştır [112, Kaynak: 113].

Blomhøj ve Jensen [107] yaptıkları çalışmada, matematiksel modelleme yeterliklerini aynı çalışmada tanımlamış oldukları modelleme sürecinin (Şekil 2.7) basamaklarına göre tanımlamıştır.



Şekil 2.7 Matematiksel modelleme süreci [107]

Araştırmacılar yukarıda verilen modelleme sürecine göre modelleme yeterliklerini şu şekilde tanımlamıştır:

a) Algılanan gerçekliğin özelliklerinin belirlenmesi için görevin (problemin) formüle edilmesi,
b) Algılanan durum sonuçlarından, olası durumların, ilişkilerin belirlenmesi ve matematiksel gösterimlerle oluşturulabilmesi için idealleştirilmesi,
c) Sistemde belirlenen durum ve ilişkilerin matematiksel olarak ifade edilmesi,
d) Matematiksel sonuçlar ve tartışmalar elde edilmesi için matematiksel yöntemlerin kullanılması,
e) Elde edilen sonuçların algılanan gerçeklik ekseninde yorumlanması,
f) Elde edilen bilgilerle, teorik bilginin karşılaştırılmasıyla, modelin doğruluğunun değerlendirilmesi.

Bir başka çalışmada Maaß [45], Blum ve Kaiser'in [114] matematiksel modelleme yeterlikleri ve alt yeterlik tanımlamalarını dikkate alarak yeterlikleri detaylı bir şekilde açıklamıştır (Çizelge 2.2).

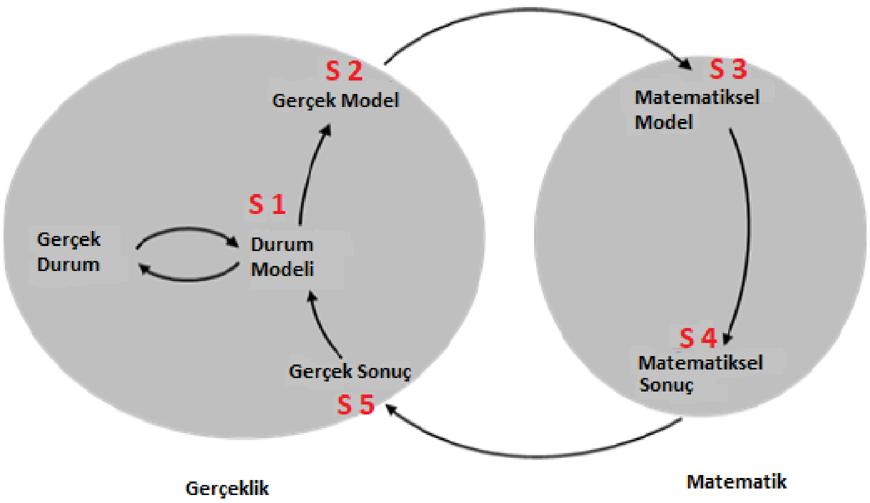
Çizelge 2.2 Matematiksel modelleme yeterlikleri ve alt yeterlikler [114, Kaynak: 45]

Yeterlik	Alt yeterlikler
Gerçek sorunu anlamak ve gerçekliğe dayalı bir model kurmak için yeterlikler	• Problem için varsayımlar yapmak ve durumu basitleştirmek, • Durumu etkileyen değişkenleri tanımak, bunlara isim vermek ve anahtar değişkenleri belirlemek, • Değişkenler arasındaki ilişkileri kurmak, • Mevcut bilgileri dikkate alarak alakalı ve alakasız bilgiler arasında ayrım yapmak,
Gerçek modelden bir matematik modeli oluşturmak için yeterlikler	• İlgili durumları ve ilişkilerini matematikselleştirmek, • Karmaşıklıkları azaltmak için gerekli değişkenleri ve gerekirse ilişkilerini basitleştirmek, • Uygun matematiksel notasyonları seçmek ve durumları grafiksel olarak temsil etmek,
Matematiksel modeli matematiksel yollarla çözebilmek için yeterlikler	• Problemi daha küçük parçalara bölme, benzer problemlerle ilişki kurma, problemi başka şekilde ifade etme, uygun bilgileri çeşitlendirme gibi buluşsal stratejiler kullanmak, • Problemi çözmek için matematik bilgisini kullanmak,

Çizelge 2.2 (devam)

Matematiksel sonuçları gerçek bir durumda yorumlamak için yeterlikler	• Matematiksel sonuçları matematik dışı bağlamlarda yorumlamak, • Özel bir durum için geliştirilen çözümleri genelleştirmek, • Oluşturulan çözümleri uygun matematik dilini kullanarak incelemek ve gözden geçirmek,
Çözümü doğrulamak için yeterlikler	• Elde edilen çözümleri eleştirel olarak kontrol etmek, • Modelin bazı bölümlerini gözden geçirmek veya çözümlerin duruma uymaması durumunda tekrar modelleme sürecinden geçmek; • Sorunu çözmenin diğer yollarını düşünmek ya da farklı şekilde geliştirilebilen çözüm yollarını denemek. • Modeli tüm yönleriyle genel olarak değerlendirmek.

Ludwig ve Reit [115] çalışmalarında modelleme yeterliklerini seviyeler şeklinde belirlemiştir. Ludwig ve Xu'nun [111] çalışmasında yer verilen yeterlikleri araştırmacılar, Blum ve Leiß'in [105] modelleme sürecine entegre ederek açıklamıştır (Şekil 2.8).



Şekil 2.8 Blum ve Leiß'in [105] modelleme sürecine göre tanımlanan modelleme yeterlik seviyeleri [115]

Seviye 0 - Öğrencinin problem durumunu anlamadığı, problem çözümü için çalışmadığı veya anlamsız yaklaşımlar sergilediği seviyedir.

Seviye 1 - Öğrencinin problem durumunu anladığı fakat durumu yapılandıramadığı, basitleştiremediği, gerçek durumu matematik ile ilişkilendiremediği seviyedir.

Seviye 2 - Öğrencinin gerçek durumu basitleştirip yapılandırarak gerçek bir model oluşturduğu fakat modeli matematiksel olarak yorumlayamadığı seviyedir.

Seviye 3 – Öğrencinin problem durumuna ilişkin hem gerçek bir model, hem de matematiksel bir model oluşturabildiği, fakat matematiksel olarak çözemediği seviyedir.

Seviye 4 – Gerçek durumun genel ve matematiksel olarak ifade edildiği ve matematiksel çözümlerin yapıldığı seviyedir.

Seviye 5 – Öğrencinin modelleme döngüsünü tamamladığı, elde edilen çözümü yorumladığı ve değerlendirdiği seviyedir.

Ludwig ve Reit'in [115] yapmış olduğu modelleme yeterlikleri tanımlaması modelleme sürecinin tamamlanması dikkate alınarak oluşturulduğundan, doğrusal ve hiyerarşik bir şekilde sıralanmaktadır. Fakat modelleme etkinliklerinde sürecin doğrusal olmadığı, basamaklar arasındaki geçişin esnek bir şekilde olduğu birçok çalışmada belirtilmektedir [63, 98, 99, 101]. Öğrencinin her basamakta gösterdiği başarı farklı olabilir, matematiksel çözümü yapabilecek yeterlikte olmayan bir öğrenci, değerlendirme basamağında başarılı bir performans sergileyebilir. Bu nedenle, öğrencinin modelleme başarısını seviye olarak belirlemek yerine, modelleme basamakları altında ayrı ayrı değerlendirmek daha doğru bir yaklaşım olarak ifade edilebilir. Bu araştırmanın modelleme yeterliklerine ilişkin benimsediği anlayış, yeterliklerin her basamakta ayrı bir şekilde değerlendirilmesi şeklinde olup, kuramsal çerçeve başlığı altında daha detaylı bir şekilde açıklanmıştır.

2.1.5. Matematiksel Modelleme Etkinlikleri

Matematiksel modelleme, gerçek yaşamda var olan bir problemi çözme sürecidir ve problem durumu öğrencilere modelleme etkinliği şeklinde sunulur. Modelleme etkinlikleri literatürde modelleme aktivitesi [116], modelleme görevi

[35], modelleme problemi [49] ve model oluşturma etkinlikleri [1] şeklinde ifade edilmektedir. Modelleme etkinliği, gerçek yaşam problem durumlarını çözmek amacıyla oluşturulan, kavramsal araçları içeren modellerin çözüm olarak sunulduğu gerçekçi ve karmaşık problemlerdir [9]. Modelleme etkinliklerinde birey, problem durumuna ilişkin kendi varsayımını oluşturarak problemi anlamlı bir şekilde matematiksel bir ifadeye dönüştürmeyi amaçlamaktadır [117].

Matematiksel modelleme etkinliklerinin sahip olması gereken özellikleri açıklayan en belirgin çalışmalardan biri Lesh, Hoover, Hole, Kelly ve Post'un [118] modelleme prensiplerini açıkladığı çalışmadır. Araştırmacılar, etkinliklerde var olması gereken özellikleri prensipler şeklinde altı başlık altında detaylı bir şekilde açıklamıştır. Söz konusu prensipler aşağıda sunulmuştur:

Gerçeklik Prensibi: Bu prensibe göre modelleme etkinliğindeki gerçek yaşam durumu, öğrencinin dünyasında anlamlı olmalıdır. Modelleme etkinlikleri hazırlanırken öğrencinin bilgi ve deneyimleriyle çözebileceği bir problem durumunun oluşturulmasına dikkat edilmelidir. Öğrenci, hazırlanan problem durumunun gerçek yaşamdaki karşılığını anlamlandırabilmelidir.

Model Oluşturma Prensibi: Bu prensibe göre, hazırlanan modelleme etkinliğinde öğrenci verilen problem durumundan verileri kullanarak bir model oluşturması gerektiği sonucuna varmalıdır.

Öz Değerlendirme Prensibi: Bu prensibe göre, öğrenciler oluşturdukları modellerin doğruluğunu, uygunluğunu ve kullanışlılığını grup içinde, gruplar arası veya bireysel olarak değerlendirebilmelidir.

Yapı Belgelendirme (Model Dokümantasyon) Prensibi: Bu prensip, öğrencilerin oluşturdukları modellerle ilgili düşüncelerini, varsayımlarını ve çözüm yollarını açık bir şekilde ortaya koyan yazılı bir belge oluşturmalarını gerektirir.

Model Genelleme Prensibi: Bu prensipte öğrenciler, oluşturdukları modelleri genelleyebilmeli ve buna benzer problem durumunda oluşturulan modeli kullanabilmelidir.

Etkili Prototip (Örnek model) Prensibi: Bu prensip oluşturulan modelin benzer başka durumlar için örnek model olmasını gerektirir.

Matematiksel modelleme etkinliklerini bu prensiplere göre hazırlayan Model ve Modelleme Perspektifi (MMP) yaklaşımının öncüleri olan Lesh ve Doerr [1], matematiksel modelleme etkinliklerini, model ve modelleme kavramlarının ikisini birden kapsaması açısından model oluşturma etkinlikleri (model eliciting activities) olarak ifade etmektedir. Model oluşturma etkinlikleri, belirli matematiksel kavramların tarihsel gelişimindeki doğal sürecini, kısa bir zaman dilimi içerisinde yaşama imkanı sağlayan ve bu sayede kavrama olan ihtiyacı öğrencilere hissettiren modelleme araçlarıdır [25]. MMP yaklaşımında araştırmacılar, modelleme etkinliklerinin amacına uygun bir şekilde hizmet edebilmesi için Lesh vd. [118] tarafından belirlenen ve yukarıda detaylı bir şekilde açıklanan modelleme prensiplerine göre dizayn edilmesi gerektiğini belirtmektedir. Çünkü bu prensiplere göre tasarlanmış modelleme etkinliğinde öğrenciler gerçek yaşama ait karmaşık bir durumu matematiksel olarak çözebilmek için güçlü, paylaşılabilir, gözden geçirilebilir ve yeniden değerlendirilebilir modeller oluşturarak kendi düşüncelerini açıklama ve kendilerini değerlendirme fırsatı bulurlar [119].

Maaß [120], çalışmasında matematiksel modelleme problemlerinde tipik olarak görülebilecek özellikleri sıralamıştır. Çalışmada, problemin açık, aynı zamanda karmaşık ve gerçekçi olması, otantik bir içeriğe sahip olması ve en önemlisi problem çözümünün modelleme sürecinin tamamı ile gerçekleşmesi, modelleme problemlerinin en belirgin özellikleri olarak ifade edilmiştir. Öğrencinin var olan problemi rutin işlemlerle alışılageldik bir biçimde bulmasından ziyade problem durumu üzerinde düşünmesi ve çözümünü tüm modelleme süreciyle birlikte geliştirmesi Borromeo Ferri'nin [14] de çalışmasında vurguladığı etkinlik özellikleridir. Borromeo Ferri [14], Maaß'ın [120] belirttiği özelliklerin yanı sıra Borromeo Ferri ve Lesh'in [68] çalışmasında saydığı kriterleri de tamamlayıcı kriterler olarak ifade etmiştir. Bu kriterler çalışmada şu şekilde belirtilmiştir [14]:

- Problem durumunun anlamlı olması: Modelleme etkinliğinde yer alan gerçek hayat problemini çözmek, öğrenci için anlamlı ve gerekli olmalıdır.
- Öğrenci yaşına dayalı olma, gerçekçi içerik: Her bireyin yaşına ve deneyimlerine bağlı olarak kendi gerçekliği mevcuttur. Aynı problem

durumu öğrencinin yaşına bağlı olarak anlamlı veya anlamsız gelebilir. Bu nedenle içerik belirlerken uygulama grubunun yaş aralığı dikkate alınmalıdır.

- Başka sorulara teşvik: Modelleme problemleri öğrencilerin matematiksel olarak veya problem durumunun bağlamına dair yeni sorular açma fırsatı sunmalıdır.
- Uygun dil seviyesi: Modelleme etkinlikleri, öğrencilerin eğitim seviyesi ve yaşına göre anlayabileceği bir şekilde ifade edilmelidir.

Yukarıda yapılan tüm açıklamalar, matematiksel modelleme etkinliklerini tanımlayan özelliklerdir Öte yandan, matematiksel modelleme yaklaşımlarına göre matematiksel modelleme etkinliklerinde bazı özellikler farklılaşabilir [121]. Kaiser vd. [121] çalışmasında aynı modelleme etkinliğinin, modelleme perspektifleri dikkate alındığında farklı şekilde sunulacağını ifade etmiştir. Realistik yaklaşımda etkinliğin oldukça açık uçlu, epistemolojikte ise karmaşık ve daha zor olabileceğini belirten araştırmacılar, sosyo-kritik modelleme etkinliklerinde metinde sosyal problemin daha ön plana çıkabileceğini, bağlamsal ve eğitimsel modellemede ise matematiksel kavramları öğretmeye amaçlı olarak hazırlanabileceğini ifade etmiştir. Bukova Güzel vd., [66], matematiksel modellemeyle matematik kavramlarının öğretilmesine odaklanan kavramsal perspektifte, kullanılan modelleme problemlerinin açık uçlu olmaktan biraz daha uzak olduğunu ifade etmiştir. Özetle matematiksel modelleme problemlerinin genel olarak belirgin özellikleri olmakla birlikte, kabul edilen yaklaşım ve kullanım amacına göre bazı özelliklerinin düzeyi değişebilmektedir.

2.1.6. Ortaokul Döneminde Matematiksel Modelleme

Matematiksel modelleme, bir takım üst düzey bilişsel beceriler gerektirmesi, karmaşık yapıya sahip olması gibi nedenlerden dolayı erken yaş grupları için zor ve karmaşık olarak düşünülmekte ve öğretim programında pek tercih edilmemektedir [53]. Son yıllarda bu anlayışın değiştiği söylenebilir. Özellikle Lesh ve Doerr [1] tarafından ileri sürülen MMP yaklaşımı, okul öncesinden yüksek-öğretime kadar her aşamada ve her seviyede öğrenciyle çalışılması gerektiğini vurgusuyla öne çıkan bir yaklaşım olmuştur. Matematiksel modellemenin erken yaş grupları için kullanılabileceğini diğer birçok araştırmada belirtilmiştir [36, 39, 41, 46, 49, 69, 74, 75, 92]. Çünkü matematiksel modelleme ile öğrenciler kendi kavramsal sistemlerinin bir bölümünü temsil eden, yararlı, tartışılabilir, düzenlenebilir ve yeniden kullanılabilir modeller geliştirmeye çalışır ve bu süreçte güçlü matematiksel yapılar oluşturur [1]. Bu ise matematiksel modellemenin öğrencinin akademik gelişimi için oldukça kıymetli bir öğrenme ortamı sağladığını göstermektedir. English [36] çalışmasında matematiksel modellemenin erken yaş döneminde kullanılmasının gerekçelerini şu şekilde sıralamıştır:

- Modelleme problemleri farklı düzeyde karmaşıklığa ve farklı çözüm yaklaşımlarına fırsat tanıdığı için tüm başarı düzeylerine sahip çocukların bu öğrenme deneyimlerine katkıda bulunmalarını ve bundan yararlanabilmelerini sağlar.
- Modelleme problemleri öğrencilerin kendi fikirlerini oluşturması, geliştirmesi, değerlendirmesi ve revize etmesine olanak sağlaması bakımından matematiksel yapılar gelişimi için zengin bir öğrenme ortamı sunar.
- Modelleme problemleri öğrencilerin kendi fikirlerini ve çözüme yönelik varsayımlarını paylaşmaları sebebiyle öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerini geliştirmek adına faydalıdır.
- Öğrenciler modelleme problemlerinde, problem çözümüne yönelik düşüncelerini ve hipotezlerini arkadaşlarına sunarak sürekli olarak değerlendirme ve biçimlendirme fırsatı bulurlar. Modellerini sınıf ortamında sunan ve savunan öğrenciler, akran değerlendirmesiyle birlikte yapıcı değerlendirmelerde bulunarak öz değerlendirmesini gerçekleştirir. Bu değerlendirme, öğrencilerin değişen matematik anlayışlarının daha fazla nasıl geliştirebileceğini belirlemek için zengin bir fırsat sunar.
- Matematiksel modelleme gruplar şeklinde uygulandığında, öğrencilerin grubun birliğini sürdürme, grubu denetleme ve motive etme gibi grup rollerini benimsemelerini kolaylaştırır.

Yukarıda belirtilen özellikler matematiksel modellemenin erken yaş gruplarında uygulanması için önemli gerekçeler olarak belirtilmektedir [36]. Gerekçeler modellemenin öğrencilere önemli fırsatlar sunduğunu göstermektedir. Bu nedenle erken yaş gruplarında matematiksel modelleme uygulamalarına yer vermek oldukça önemlidir.

2.2. Alan Ölçme

Bir nesnenin veya durumun bir özelliğini, aynı özelliğe sahip bir birim ile karşılaştırılması olarak ifade edebileceğimiz ölçme, matematiğin önemli alanlarından biridir [122]. Bireyler, günlük hayatlarında bilinçli veya bilinçsiz bir şekilde ölçmeyi çok kullanırlar. Bu nedenle ölçme, bireylerin sahip olması gereken önemli bir beceri olarak kabul edilmekte ve ortaokul öğretim programında birinci sınıftan sekizinci sınıfa kadar her sınıf düzeyinde yer almaktadır [4]. Ölçmenin alt öğrenme alanlarından biri olan alan ölçme de benzer şekilde programda üçüncü sınıftan itibaren her sınıf seviyesinde yer almakta ve programda yer alan ölçme kazanımlarının önemli bir bölümünü kapsamaktadır.

Alan ölçme, bir bölgenin bir birim cinsinden miktarını bulmayı içerir [80]. Stephan ve Clements [123] alan ölçmede a) bölümleme, b) birimin tekrarlanması, c) korunum ve d) bir dizinin yapılandırılması şeklinde en az dört temel kavramın olduğunu belirtmektedir. Söz konusu kavramların doğru bir şekilde oluşması, alan ölçmenin anlaşılması için temelde alan ve ölçmenin doğru bir şekilde anlaşılması gerekmektedir. Çünkü alan ölçmede bu iki kavram birbirinden farklıdır ve yapılan çalışmalarda bu iki kavramın karıştırılabildiği ve alan ölçme konusunda yeterli bilgiye sahip olmayan öğrencilerin alanı, alan ölçme olarak yorumladığı belirtilmektedir [124, 125]. Alan, sınırlı bir bölgenin yüzeyini kaplayan belirli bir miktardır [79], alan ölçme ise bu miktarı belirleme işidir. Huang ve Witz [125], alan ölçümü ve alan kavramının alan ölçme için temel kavramlar olduğunu belirterek bu ikisinin kesin bir şekilde ayrıştırılması ve öğretimde buna dikkat edilmesi gerektiğini vurgulamıştır. Simon ve Blume [126] alan ölçmeyi, alanı sınırlı bir bölge olarak değerlendirmek ve bu bölgenin miktarını belirlemek şeklinde iki farklı aşama olarak ifade etmektedir. Birinci aşama alanın düzlemsel bir bölge olduğunu anlamayı alanı kavramsal olarak yorumlamayı içerir. İkinci aşama ise belirlenen bölgenin miktarını belirleyebilmeyi içerir. İkinci aşama alan hesaplamayı ve bireyin bunu nasıl algıladığını kapsamaktadır. Bir başka deyişle alan ölçmeyi anlayabilmek için öncelikle alanın sınırlı bir bölge olduğunu anlamak sonra da onu hesaplayabilmek gerekmektedir. Alanın hesaplanabilmesi için ise ölçme aracının yani birimin anlaşılması gereklidir. Çünkü alan ölçme, sınırlı bir düzlemin aynı tür ve uygun ölçü biriminden kaç tanesiyle kaplanacağının belirlenmesi işidir [127]. Burada aynı tür ve uygun ölçü biriminden kasıt, kaplanan düzlemin yapısına uygun onu tamamen kaplayacak ve boşluk bırakmayacak şekilde bir ölçü birimidir. Örneğin dikdörtgen gibi dik kesişen çokgenlerin alan hesaplamasında genel olarak kare şeklinde ölçü birimleri kullanılır. Bir dikdörtgenin alanını daireyle kaplamak dikdörtgen alanına ilişkin tahmini bir değer sunabilir fakat birimi kare şeklinde almak alana ilişkin daha net bir bilgi sunar [128, Kaynak: 129]. Bu şekilde yapılan ölçmede ise sistemli sayma ön plana çıkmaktadır [130]. Öyle ki bir dikdörtgenin uygun ve eş birimle kaplanması sonucunda, her satıra kaç birim denk geldiğini ve her satırdan kaç tane olduğunu hesaplamak ve bunu sistemli bir saymaya dönüştürmek gerekmektedir. Çünkü alan ölçümünün çarpımsal boyuta geçilmesinde sütun-satır koordinasyonunu görmek ve bunu kenar uzunluklarının çarpımıyla ilişkilendirmek oldukça önemlidir [125,131]. Böylelikle öğrencilerin alan formülündeki çarpma işlemini kavramsal olarak anlayabilmesi mümkün olabilmektedir [122, 130]. Bu durum konunun doğru bir şekilde öğrenilmesi adına önem arz etmektedir. Çünkü yapılan çalışmalar, alan konusunda hatalı öğrenmelerin ve yaşanan problemlerin temelinde, konunun "alan=enxboy" ve "alan= uzunluk x genişlik" algoritmalarına dayalı olarak yapılan geleneksel öğretim anlayışının yer almasının ve öğrencilerin alan bağıntısındaki çarpım kuralını ezbere bir biçimde yorumlamalarının olduğu belirtilmektedir [123, 132]. Bu nedenle çarpım kuralının matematiksel bir şekilde açıklandığı öğretim anlayışının önemli olduğu söylenebilir. Ortaokul öğretim programında da yapılan çalışmalara benzer olarak alan ölçmede, ölçülecek özelliğin belirlenmesi, karşılaştırma ve sıralama yapma, önce standart olmayan daha sonra standart birimler kullanarak ölçme yapma ve son olarak da bu bilgileri uygulama ve yorumlama şeklinde bir ilerleme süreci ele alınmaktadır [4]. Bu araştırmada, matematiksel modelleme etkinliklerini tasarlarken ve uygularken bu tarz bir yaklaşım benimsenmiş, öğrencilerin alanın bir bölge olduğu algısını oluşturmaya, standart olan ve olmayan birimlerle bu bölgeyi kaplamaya ve sonrasında alan bağınıtısına geçişi hedefleyen bir uygulama amaçlanmıştır.

2.3.Araştırma Konusuyla İlgili Yapılan Çalışmalar

Literatürde yapılan çalışmalara bakıldığında, matematiksel modellemeyle ilgili çalışmaların son yıllarda ciddi oranda artış gösterdiği ve çalışmaların modellemenin alt boyutlarıyla ilgili olarak farklılaştığını söylemek mümkündür. Bazı çalışmalar matematiksel modellemenin süreç yapısını incelerken [62, 63, 99], bazı çalışmalar matematiksel modelleme sürecinin başarılı bir şekilde tamamlanabilmesi için kazandırılması gereken yeterlik (beceri) ve alt yeterliklere odaklanmıştır [45, 111, 113, 115]. Ayrıca matematiksel modelleme hakkındaki öğrenci ve öğretmen görüşlerini inceleyen çalışmalar ve modelleme sürecinde karşılaşılan zorluklar ve öğrenme güçlüklerinin ele alındığı çalışmalarda literatürde göze çarpmaktadır [17-21]. Diğer çalışmalara nazaran daha az incelenen bir diğer matematiksel modelleme çalışma konusu, matematiksel modelleme etkinlikleri yoluyla oluşturulan ve geliştirilen matematiksel bilgi, kavram ve yapıların incelendiği çalışmalardır. Birçok çalışmada, matematiksel modelleme etkinlikleri sürecinde öğrencilerin matematiksel kavram ve bilgilerinin derinleştiği ve geliştiği belirtilmiştir [1, 3, 36, 41, 49, 50, 133]. Fakat sınırlı sayıda çalışmada, matematiksel modelleme etkinliği bir öğretim aracı olarak kullanılmış, modelleme yoluyla belirli matematiksel kavram ve yapılar öğretilmeye çalışılmıştır. Araştırmanın amacına uyguna olarak bu bölümde matematiksel modelleme yoluyla matematiksel konuların öğretiminin amaçlandığı çalışmalara yer verilecektir. Çalışmalar yurt içinde ve dışında yapılan çalışmalar olmak üzere iki alt başlıkta sunulacak ve sonraki bölümde literatür taramasının sonucu sunulacaktır.

2.3.1.Yurt Dışında Yapılan Çalışmalar

Dunne ve Galbraith [17], matematiksel modelleme etkinlikleriyle oluşturulan bir öğretim programının öğrencilerin matematiksel kavram ve becerilerinin gelişimine etkisini incelemiştir. Deneysel yöntemin uygulandığı çalışma, tek cinsiyetli bir ortaokulda yapılmıştır. Ulusal sınav sonuçlarına göre (TOLA) öğrencilerin sınıflara yerleştirildiği okulda, kontrol grubunu üst seviyede yer alan 23 öğrenci, deney grubu ise orta seviyede bulunan 23 öğrenci oluşturmuştur. Her iki gruba, yıl boyunca aynı matematik kazanımları ekseninde ve programda yer alan kazanımlara bağlı kalarak bir öğretim programı uygulanmıştır. Kontrol grubu geleneksel yöntemlerle eğitim alırken, deney grubu matematiksel modelleme etkinlikleriyle zenginleştirilen bir eğitim almıştır. Uygulama yıl boyunca devam etmiştir. Çalışmada hem deney hem de kontrol grubu öğrencilerinin ortak girdiği sınav sonuçları, tüm öğrencilere uygulanan tutum ölçeği, deney grubu öğrencilerinin etkinlik çözüm kağıtları ve günlük notları, uygulama yapan öğretmenin yansıtıcı notları, öğrenci görüşmeleri aracılığıyla veriler toplanmıştır. İki yıl süren uygulamanın ilk yılı bu şekilde gerçekleştirilirken, ikinci yılında her iki gruba da geleneksel öğretim yapılmıştır. Uygulama sonucunda, deney grubunun, kontrol grubuna göre ortak değerlendirme sınavında daha başarılı olduğu belirlenmiştir. Tutum ölçeği sonuçlarında ön ve son test puanları arasında her iki grup içinde çok fazla bir fark olmadığı belirlenmiş, bunun yanı sıra deney grubunun kontrol grubuna göre daha olumlu bir tutuma sahip olduğu ifade edilmiştir. Ayrıca deney grubu matematiksel modelleme etkinlikleriyle öğretimi, iş birliğini, kendi öğrenmelerini deneyimlemeleri gibi nedenlerden dolayı ikinci yılda verilen geleneksel eğitimden daha olumlu olarak değerlendirdikleri belirlenmiştir. Araştırmacılar, matematiksel modellemenin bir şeyi bilmenin ötesinde, o şeyin nasıl olduğunu bilmek konusunda öğrencilere önemli fırsatlar sunduğunu ve geleneksel öğretim metotlarıyla öğrencilere kazandırılan bilgilerinin doğruluğunu sınamak ve becerilerini zorlamak için oldukça etkili bir araç olduğunu ifade etmiştir.

Lesh ve Carmona [92], çalışmalarında öğrencilerin matematiksel modelleme etkinliklerini uygulama sürecinde geliştirdikleri matematiksel yapıları ve kavramsal sistemleri incelemiştir. Model ve Modelleme Perspektifi (MMP) yaklaşımının açıklandığı kitabın bir bölümü olan bu çalışmada uzun süreli bir modelleme uygulamasının bir bölümü ele alınmış ve incelenmiştir. Çalışmada, ölçme becerilerini ve kazanımlarını kapsayan ve bir tür niceliksel ilişkiyi kavramayı gerektiren matematiksel modelleme problemine (Yorgan Problemi) ait bir grubun çözüm yaklaşımı ve çözüm yaklaşımda ortaya çıkan kavramsal gelişmeler incelenmiştir. Grupta yer alan öğrenciler ortalama bir düzeye sahip 3 öğrencidir. Nitel yöntemlerle gerçekleştirilen çalışmada, nicel düşüncenin kavramsal oluşumunun literatürde nasıl ele alındığı detaylı bir şekilde açıklanmış, korunum ve birim kavramının niceliksel düşünme için oldukça önemli ve ilk gelişen kavramlar olduğu vurgulanmıştır. Araştırmacılar çalışma sonuçlarının, literatürde var olanın aksi bir durumu ortaya çıkardığını ifade etmiştir. Problem çözümünün detaylı incelemesi sonucunda öğrencilerin, bütün- bütün, parça- bütün ve parça-parça şeklinde üç farklı strateji kullanarak standart olmayan bir ölçü birimi kavramı belirlemiş ve geliştirmiş olduğu belirlenmiştir. Çalışmada elde edilen bulgularla literatürde var olanın aksine nicel düşüncenin bir birimle başlamadığını belirten araştırmacılar, matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin güçlü matematiksel ve kavramsal araçlar geliştirmesi için çok uygun bir öğrenme ortamı sağladığını belirtmiştir.

Harel ve Lesh [102], MMP yaklaşımının anlatıldığı kitabın bir başka bölümünde yer alan çalışmalarında, öğrencilerin matematiksel modelleme etkinliği uygulama sürecinde kavramsal gelişimlerini ve matematiksel kanıt şemalarının değişimini incelemiştir. Akademik başarı düzeyi düşük üç sekizinci sınıf öğrencisine uygulanan matematiksel modelleme probleminin (Akıllı Gölgeler Problemi) uygulama süreci ve öğrencilerin çözüm yaklaşımı çalışmanın verilerini oluşturmaktadır. Çalışmanın sonucunda öğrencilerde kavramsal değişim ve gelişim olduğunu belirten araştırmacılar, söz konusu değişimi aşama aşama açıklamıştır. Öğrencilerin probleme çözüm yaklaşımı matematiksel olmayan deneme-yanılma, tek değişkeni dikkate alarak dönüşümler yapma, farklı değişkenleri düşünerek dönüşümler yapma, dönüşümleri matematiksel kurallarla ilişkilendirme ve açıklama, genel bir kurala ulaşma ve soyutlama şeklinde açıklanmıştır. Araştırmacılar bu uygulama sürecinde kavramsal gelişim yolunun algısal akıldan-dönüşümsel akla doğru gerçekleştiğini ve matematiksel modellemenin bu amaca etkili bir biçimde hizmet ettiğini ifade etmiştir. Çalışmada elde edilen bir diğer sonuç, öğrencilerin uygulama sürecinde ispat şemalarının dışsal şemadan, deneysel ve mantıksal ispat şemalarına doğru kayması olmuştur. Öğrencinin kendi bilgisini oluşturma ve tekrar tekrar deneyimleme fırsatı yakalaması bu pozitif gelişmenin başlıca sebebi olarak açıklanmıştır. Araştırmacılar aynı yıl içinde yaptıkları başka bir çalışmada Lesh ve Harel [78], matematiksel modellemenin kavramsal gelişimi nasıl desteklediğini açıklamıştır. Akademik başarı düzeyi düşük öğrencilere uygulanan orantısal akıl yürütme gerektiren üç matematiksel modelleme etkinliğinin (Katalog Problemi, Büyük Ayak Problemi, Yorgan Problemi) ve Akıllı Gölgeler etkinliğinin çözüm süreci ve öğrenci yaklaşımları incelenmiştir. Çalışmada öğrencilerin tüm etkinliklerde kavramsal bir gelişme yaşadığı, kavramsal gelişmenin günlük tecrübe ve deneyimlerden, matematiksel soyutlamalara dönüş şeklinde olduğu kaydedilmiştir. Öte yandan kavramsal gelişmelerin doğrusal bir şekilde olmadığını, öğrencilerin bir önceki etkinlikte ulaştıkları seviyeden daha düşük bir seviye ile bir sonraki etkinliğe başlayabileceği, kavramsal değişim veya gelişimin, merdiven benzeri bir dizi ilerleme olmadığı çalışmada elde edilen bir diğer sonuçtur. Akran öğrenmesini ve akran rehberliğinin bu gelişmelerde etkili olduğunu belirten araştırmacılar, etkinliklerde yaşanan kavramsal gelişimin, Piaget ve Van Hiele'nin kavramsal gelişim teorilerindeki ana aşamalarla çarpıcı bir şekilde benzerlik taşıdığını ifade etmiş ve bunu çalışmanın en önemli sonucu olduğunu belirtmiştir. Öğrencilerin kendi bilgilerini oluşturma ve deneyimleme fırsatı yakalaması ve düşünme düzeylerinin gelişmesi için matematiksel modelleme etkinlikleriyle bir öğrenme ortamının sağlanması, araştırmacıların her iki çalışma için ortak önerisidir.

Ärlebäck, Doerr ve O'Neil [43] yaptıkları çalışmada, öğrencilerin üstel fonksiyonların azalma bağlamındaki değişim oranlarını tanımlama ve yorumlama becerilerini geliştirmeleri ve fonksiyonların değişim hızı kavramını öğrenmeleri için, matematiksel modelleme etkinliklerinden yararlanmış ve öğrencilerin modelleme etkinlikleri bağlamında sabit olmayan değişim oranlarını nasıl yorumladıkları incelemiştir. Çalışma bir yaz kampında üniversiteye hazırlanan 51 öğrenciyle yürütülmüştür. Öğrencilere 6 haftalık kurs düzenlenmiş ve bu kurs çerçevesinde 5 adet modelleme etkinliği uygulanmıştır. Etkinlikler, Lesh vd. [33] çalışmasında yer verdiği model geliştirme adımları (model development sequence) dikkate alınarak, 1 adet model açığa çıkarma (model eliciting activity), akabinde 2 adet model keşif etkinliği (model exploration activities), 2 adet model uygulama etkinliği (model application activities) olacak şekilde uygulanmıştır. Etkinliklerin uygulama sürecinden sonra öğrencilere, üstel azalma fonsksiyonu bilgisinin kullanıldığı, bir veri seti verilmiş ve veri setindeki voltaj düşüş miktarını modellemeleri istenmiştir. Çalışmanın verilerini bu kısımda elde edilen veriler oluşturmuştur. Araştırmacılar toplanan verileri, istatistiksel yöntemlerle (post-hoc), hem de nitel yöntemlerle (kodlama yöntemi) analiz etmiştir. Araştırmacılar veriler için azalma miktarını yorumlama (sadece matematik, sadece bağlam, matematik ve bağlam) ve değişim oranını yorumlama (sadece oran, oran ve fonksiyon, oran, bağlam ve fonksiyon) şeklinde oluşturdukları iki kod listesine göre analiz etmiştir. Araştırmanın sonucunda, öğrencilerin modelleme etkinlikleri uygulama sonucunda genel olarak fonksiyondaki sabitleri ve değişim oranlarını yorumlamada başarılı oldukları, fakat azalan ve doğrusal olmayan değişim oranlarını matematiksel olarak yorumlamada bir takım zorluklar yaşadığı belirlenmiştir. Zorluklar konunun doğasından kaynaklanan kavramsal, bağlamda azalma miktarının doğrusal olmamasından dolayı bağlamsal zorluklar olarak açıklanmıştır. Araştırmacılar modelleme etkinliklerinin, öğrencilerin matematiksel yapıların kullanımına ve gelişimine katkıda bulunduğu ve bu gelişimi açık bir şekilde inceleme fırsatı sunduğu ve bu sebeple konuya ilişkin özellikle yaşanan zorlukları açıklayıcı araştırmalar yapılmasını önermiştir.

Park vd. [39], matematiksel modelleme etkinliklerini kullanarak türev ve integral hesaplamalarının kavramsallaştırmasını amaçlayan bir çalışma yürütmüştür. Matematiksel modellemenin matematiksel kavramları geliştirmede ve matematik öğrenmede zengin alternatif bir yaklaşım olarak kabul eden araştırmacılar, araştırmalarında üstün yetenekli 14 sekizinci sınıf öğrencisiyle çalışmıştır. Öğrencilere 3 saatlik bir modelleme dersi uygulanmış ve çalışmanın verilerini oluşturan bu ders kapsamında, matematiksel modellemenin hesaplamada kavramsallaştırmayı ne şekilde kolaylaştırdığı incelenmiştir. Öğrencilere 3 alt görevden oluşan bir modelleme etkinliği sorulmuş ve bu etkinlikte buzlu kahvenin uygun sıcaklığa ulaşması için gerekli buz miktarını bulmaları istenmiştir. Çalışmanın yazılı kağıtları ve elektronik tablo dosyaları ile uygulamanın video görüntüleri çalışmanın verilerini oluşturmuştur. Verilerin analizi sonucunda, matematiksel modelleme etkinliklerinin konuyla ilgili değişim hızı, değişim oranı gibi kavramlara ilişkin keşif ve kavramsal gelişmeler sağladığı belirtilmiştir. Araştırmacılar, modelleme sürecinde eylemlerin tekrar edilmesi ve oluşturulan modellerde öğrencilerin matematiksel yapıyı yinelemeli olarak yorumlamasının, eksik bilgilerini tekrar tekrar kullanmasının ve bilgiyi kendilerinin test etmesinin, kavramların içselleştirmesinde önemli bir rol oynadığı belirtmiştir. Bu yönüyle matematiksel modellemenin türev hesaplamalarını kavramsallaştırmayı desteklediği ve öğrenmeyi kolaylaştırıcı bir rolü olduğu araştırmanın genel sonucu olarak ifade edilmiştir.

Freeman [51] matematiksel modellemeyi bir araç olarak gören perspektiften hazırladığı doktora tezinde, 3 ana amaç belirlemiştir. Freeman amaçlarını, matematiksel modelleme etkinlikleri yoluyla öğrencilerin doğrusal ve ikinci dereceden fonksiyonlar konusundaki kavramsal ve işlemsel bilgileri geliştirmek, öğrencilerin modelleme etkinlikleriyle uğraştıklarında modelleme sürecini tamamlamasını engelleyen bilişsel zorlukları belirlemek ve uygulamanın öğrencilerin matematiksel inançlarına etkilerini incelemek olarak ifade etmiştir. Yarı deneysel yönteme sahip çalışmada Freeman, bir lisede geleneksel cebir dersini alan öğrenciler arasından bir deney (25) ve bir kontrol sınıfı (13) oluşturmuştur. Çalışmada, araştırmacı tarafından geliştirilen konuya ait kazanımlara göre harılanan 5 adet matematiksel modelleme problemi, doğrusal ve ikinci dereceden fonksiyonlara ilişkin kazanımların ölçüldüğü "Matematik Bilgi Ölçeği"nin ön test ve son test formları, "Matematiksel İnanç Ölçeği" ve görüşme formu veri toplama araçlarını oluşturmaktadır. Kontrol grubunda lise bünyesinde her sene verilen cebir müfredatına göre geleneksel bir şekilde konu işlenmiş, deney grubunda ise aynı müfredata göre hazırlanan modelleme etkinlikleriyle konu işlenmiş ve her iki gruba da matematik bilgi ölçeği ve matematiksel inanç ölçeği ön test ve son test olarak uygulanmıştır. Toplanan veriler nicel ve nitel yöntemler kullanılarak analiz edilmiştir. Çalışmanın sonucunda araştırmacı, matematiksel modelleme etkinliklerinin doğrusal ve ikinci dereceden fonksiyonların öğretiminde geleneksel öğretime kıyasla çok büyük bir fark oluşturmadığı ve öğrencilerin kazanımlara ulaşmalarını önemli ölçüde etkilemediğini ifade etmiştir. Öte yandan çalışmada öğrencilerin model oluşturma becerilerindeki eksikliklerinden ve matematiksel bilgi yetersizliklerinden dolayı problemleri çözmekte zorlandıkları belirtilmiş ve bu zorlukları bağlamsal bir durumun ilgili matematiksel özelliklerini anlama ve tanımlama, bağlamsal temsillerden sembolik temsillere çeviri yapma ve durum modellerini matematikselleştirme olarak tanımlamıştır. Uygulamanın öğrencilerin matematiksel inançlarına etkisiyle ilgili olarak modelleme etkinliklerinin öğrencilerin bazı inançlarını olumsuz etkilediği (zaman alıcı ve karmaşık yapısı nedeniyle matematik problemlerini çözme becerisine daha az güvenmesi gibi), bazı inançlarını ise olumlu yönde pekiştirdiği ve öğrencilerin süreci olumlu bir deneyim olarak açıkladıkları ifade edilmiştir.

Hitt ve González-Martín [42] çalışmasında, matematiksel modelleme etkinlikleri yoluyla fonksiyonların grafiksel gösterimi için bir ön koşul olan değişimler arası kovaryans kavramını öğretmek ve öğrencilerin fonksiyonların grafik gösterimiyle ilgili gelişmelerini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmacılar matematiksel modellemeyi işbirlikli öğrenme, bilimsel tartışma ve öz değerlendirme özelliklerini barındırması sebebiyle, çalışmalarının kuramsal çerçevesi olan ACODESA(collaborative learning, scientific debate and self-reflection) olarak tanımladıkları bir metodoloji ekseninde yorumlamıştır. Çalışmada aynı zamanda modelleme sürecinde öğrencilerin gösterim türlerindeki gelişimi incelenmiştir. Gösterim türleri, öğretim sisteminin elemanları tarafından kabul edilen ve kullanılan kurumsal gösterimler (institutional representations) ve rutin olmayan bir matematiksel görevi anlamaya ve çözmeye çalışırken öğrencide ortaya çıkan bilişsel bir yapı olarak tanımlanan fonksiyonel gösterimler (functional representation) şeklinde açıklanmıştır. Çalışmada, beş tane matematiksel modelleme etkinliğinin uygulandığı kapsamlı bir uygulamanın bir etkinlik süreci değerlendirilmiştir. 24 dokuzuncu sınıf öğrencisi ile yürütülen çalışmada, öğrencilere çalışmanın amaçladığı matematiksel kazanıma yönelik ve farklı görevlerden oluşan bir matematiksel modelleme etkinliği uygulanmıştır. Modelleme etkinliklerinin uygulaması bireysel çalışma, takım çalışması, tartışma, kendini yansıtma (yeniden yapılandırma sürecinde bireysel çalışma) ve kurumsallaştırma (öğretmen rehberliğinde öğretim) şeklinde beş aşamada yapılmış ve bir grubun etkinlik çözümü incelenmiştir. Öğrencilerin modelleme sürecinin başında kendilerine özgü fonksiyonel gösterimler oluşturduğu, etkinlik sonunda bu gösterimlerin kurumsal gösterimlere doğru bir gelişme kaydettiği sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin etkinlik sonunda değişkenler arasındaki kovaryans kavramını öğrenmesi ve bir fonksiyon anlayışı oluşturmaları çalışmanın bir diğer sonucu olarak belirtilmiştir. Matematiksel modellemenin matematik öğretiminde kullanılmasının bir takım zorlukları barındırmakla birlikte oldukça etkili bir yöntem olduğunu belirten araştırmacılar, etkinliklerin standart uygulamasına ek olarak bu çalışmada kullanılan, kendini yansıtma (evde yeniden yapılandırma sürecinde bireysel çalışma) ve kurumsallaştırma (öğretmen rehberliğinde öğretim) basamaklarının bu etkiyi daha çok artıracağını ifade etmiştir.

2.3.2.Yurt İçinde Yapılan Çalışmalar

Özturan Sağırlı [76], doktora tez çalışmasında matematiksel modelleme yönteminin türev konusunun öğretimine etkisini incelemiştir. Aynı araştırma kapsamında, çalışma grubunun modelleme performansları, öz-düzenleme becerileri ve matematiksel modellemeye yönelik görüşleri de incelenmiştir. Deneysel yöntemin kullanıldığı çalışmada deney grubunu 19, kontrol grubunu 18 12. sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Deney grubuna dokuz hafta boyunca türev konusunun kazanımlara uygun olarak tasarlanmış olan matematiksel modelleme etkinlikleri uygulanmış, kontrol grubunda ise aynı konu geleneksel yöntemlerle yürütülmüştür. Çalışmada veriler her iki gruba ön ve son test olarak uygulanan genel türev testi, türev konusundaki matematiksel modelleme performansı testi ve deney grubuna uygulanan öğrenmede motive edici stratejiler ölçeği ve yapılandırılmış mülakatlar ile toplanmıştır. Veriler nicel ve nitel yöntemler kullanılarak analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda deney grubunun genel türev başarılarının ve matematiksel modelleme performanslarının daha yüksek olduğu, öte yandan öğrenme stratejileri alt boyutları ortalamalarının birbirine çok yakın olduğu görülmüştür. Deney grubundaki öğrenciler, matematiksel modelleme yoluyla öğretimi, ezberlemekten uzak ve yoruma dayalı olarak yorumlamış, gerçek hayatla ilişkili olmasını ve konuların anlaşılmasında kolaylaştırıcı bir rolü olmasını önemli özellikleri olarak ifade etmiştir. Araştırmacı çalışmasının sonuçları ışığında, matematiksel modellemenin tüm seviyelerde uygun bir şekilde kullanılmasının başarının artmasını sağlayabileceğini belirterek, modelleme etkinliklerinin programda yer alması gerektiği önerisinde bulunmuştur.

Çiltaş [77] doktora tez çalışmasında, diziler ve seriler konusunu matematiksel modelleme yoluyla öğretiminde öğrencilerin başarılarını ve modelleme becerilerini incelemiştir. Nicel ve nitel yöntemlerin birlikte kullanıldığı çalışma, ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünde okuyan 75 öğretmen adayıyla yürütülmüştür. Çalışma, çalışmaya hazırlık aşaması ve çalışma süreci olmak üzere iki aşama şeklinde yapılmış ve her aşama bir eğitim-öğretim yılını kapsayacak şekilde yürütülmüş ve dört dönem sürmüştür. Birinci sene öğretmen adaylarının diziler ve seriler konusuna ilişkin öğrenme zorlukları ve öğrencilerin zihinsel modellerini belirlemek amacıyla, dizi ve seriler bilgi testi ve mülakat formu kullanılmıştır. İkinci sene deneysel bir yöntemi içermektedir. Deney grubu, matematiksel modelleme etkinliklerinin kullanıldığı bir yöntemle 14 hafta boyunca ile ilgili konuyu işlerken, kontrol grubu geleneksel yöntemlerle aynı sürede konuyu işlemiştir. Deney grubuna 18 matematiksel modelleme etkinliği uygulanmıştır. Deney ve kontrol grubuna, ön test ve son test olarak diziler ve seriler bilgi testi, matematiksel modelleme testi uygulanmış, deney grubuna bunun yanı sıra matematiksel modelleme görüş anketi uygulanmış ve mülakat yapılmıştır. Çalışmanın sonucunda, öğrencilerin diziler ve seriler konusuna ilişkin öğrenme zorlukları olduğu belirlenmiş ve bu zorluklar çalışmada detaylı bir şekilde açıklanmıştır. Deney grubunun diziler ve seriler konusunda kontrol grubuna göre daha başarılı oldukları, modelleme etkinliklerini ilgi çekici ve dikkat artırıcı bularak olumlu bir şekilde değerlendirdikleri belirlenmiştir. Ayrıca çalışma öncesinde belirlenen öğrenme güçlüklerinin deney grubunda büyük ölçüde azaldığı fakat kontrol grubunda ise belirlenen öğrenme güçlüklerinin devam ettiği ve bunun başarı testi sonuçlarını da etkilediği bir diğer çalışma sonucu olarak ifade edilmiştir. Araştırmacı sonuçlar ışığında, matematiksel modellemenin zaman unsuruna dikkat ederek, ortaokul, lise gibi tüm seviyelerin öğretim programında yer alması gerektiğini önermiştir. .

Sandalcı [74] yüksek lisans tez çalışmasında, matematiksel modelleme yöntemiyle cebir öğretiminin 6. Sınıf öğrencilerinin akademik başarılarına ve matematiği günlük yaşamla ilişkilendirme becerilerine etkisini incelemiştir. Aynı çalışma bünyesinde öğrencilerin uygulama süresinde yaşayacağı zorluklar ve etkinliklere yönelik görüşleri de incelenmiştir. Nicel ve nitel yöntemlerin yer aldığı yarı deneysel desenli çalışmada, çalışma grubunu 33'ü deney, 32'si kontrol grubu olmak üzere toplam 65 6. Sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Araştırmacı tarafından geliştirilen 'Cebir Başarı Testi' ve literatürden faydalanılarak araştırmacı tarafından geliştirilen 'Matematik Günlük Yaşam Testi' ve literatürde yer alan etkinlikler ışığında programda yer alan cebir kazanımlarına yönelik araştırmacı tarafından geliştirilen beş matematiksel modelleme etkinliği veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Deney grubunda, programda yer alan kazanımlara ait problem saatleri modelleme etkinlikleri ile yürütülürken kontrol grubunda ise müfredatta var olan etkinliklerle yürütülmüştür. Etkinlikler uygulanmadan önce öğrencilere matematiksel modelleme tanıtılmış ve matematiksel modelleme süreci detaylarıyla aktarılmış ve uygulama gerçekleştirilmiştir. Ayrıca 9 öğrenci ile yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Uygulanan testler istatistiksel yöntemlerle, modelleme etkinlikleri ve görüşmeler ise betimsel analiz yöntemiyle analiz edilmiştir. Çalışmanın sonucunda, matematiksel modelleme etkinlikleri uygulanan öğrencilerin cebir konusunda akademik anlamda daha başarılı oldukları ve matematiği günlük yaşamla daha çok ilişkilendirdikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin model oluştururken zorlandıkları ve uygulanan etkinlik sayısının artmasıyla yaşanan zorluğun azaldığı, öğrencilerin uygulamalar esnasında yoğun bir şekilde iletişime geçtikleri, iş birliği yapmada ve sorumluluk almada gelişme kaydettikleri, düşük ve orta matematik seviyesine sahip öğrencilerin derse ilgilerinin arttığı ve dersi daha iyi kavradıkları belirtilmiştir.

Işık [73] doktora tezinde, sayılar öğrenme alanında zor olarak algılanan konularda matematiksel modelleme etkinliklerinin zorluk algısı ve başarıya etkisini incelemiştir. Dördüncü sınıfta öğrenim gören öğrencilerle ve iki aşama şeklinde yürütülen çalışmanın birinci aşamasında, öğrencilerin sayılar öğrenme alanında zorlandıkları konuları belirlemek amaçlanmış ve 207 öğrenciye *'Sayılar Öğrenme Alanı Başarı ve Zorluk Ölçeği'* uygulanmış ve zor olarak algılanan konular belirlenmiştir. İkinci aşamada deneysel bir yöntem kullanılmış ve deney grubuna zorluk yaşanan konulara yönelik olarak hazırlanan 9 matematiksel modelleme etkinliği 9 hafta (27 saat) boyunca uygulanmış, kontrol grubuna ise müfredatta yer alan problem çözme etkinlikleri uygulanmıştır. Her iki gruba birinci aşamada kullanılan ölçeğin iki formu ön ve son test olarak uygulanmış ve iki uygulamanın sonuçları karşılaştırılmıştır. Çalışmanın sonucunda, öğrencilerin "çarpma işlemi, bölme işlemi ve kesirler" konularında zorlandıkları, bu konular ekseninde ise işlem bilgisi ve kavram-işlem ilişkisinde zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir. Matematiksel modelleme etkinliklerinin, geleneksel problem çözme etkinliklerine göre işlem bilgisi ve kavram-işlem ilişkisinde daha etkili olduğu, matematiğe karşı olumlu bir tutum geliştirdiği ve kavram-işlem ilişkisini kurmada gerekli üst bilişsel becerilere katkıda bulunduğu araştırmada elde edilen diğer sonuçlardır.

Cinislioğlu [75] yüksek lisans tezinde, doğrusal denklemler konusunun matematiksel modelleme yöntemi ile öğretiminde öğrenci başarısını değerlendirmiştir. Deneysel yöntemin kullanıldığı çalışmada, deney grubunda 20 ve kontrol grubunda 20 olmak üzere toplam 40 sekizinci sınıf öğrencisiyle çalışılmıştır. Deney grubuna doğrusal denklemler kazanımlarına göre hazırlanan 6 matematiksel modelleme etkinliği uygulanmış, kontrol grubunda ise müfredat etkinlikleriyle konu işlenmiştir. Uygulama 3 hafta (9 saat) sürmüştür. Her iki gruba uygulanan '*Doğrusal Denklemler Bilgi Testi'* uygulama öncesi ve sonrası uygulanarak veriler toplanmıştır. Nicel yöntemlere yapılan analizlerin neticesinde, her iki grubunda başarısının arttığı, iki grup arasında ise deney grubu lehine anlamlı bir fark olduğu belirlenmiş ve matematiksel modellemenin öğrenci başarısını artırdığı ifade edilmiştir.

2.3.3. Literatür Taramasının Sonucu

Matematiksel modelleme etkinlikleri yoluyla matematiksel kavramların öğretimini hedefleyen yurt içinde ve yurt dışında yapılan çalışmalar incelendiğinde, çalışmaların bir takım unsurlara göre farklılaştığı belirlenmiştir. Bazı çalışmalar belirli bir veya birkaç matematik konusuna göre hazırlanmış olan etkinlikler bağlamında öğrencilerin matematiksel gelişimlerini incelemiştir. Bazı çalışmalar ise herhangi konu sınırlaması olmaksızın etkinliğin içerdiği matematiksel kavramlar dahilinde öğrenci gelişimini incelemiştir. Literatürde yapılan çalışmalar daha çok konuya göre tasarlanan etkinliklerle yürütülen çalışmaları kapsamaktadır. Çalışmaların farklılaştığı bir diğer durum ise yönteme ilişkindir. Bazı çalışmalarda deneysel yöntemle ve nicel veri toplama araçlarıyla çalışmalar yürütülürken, çalışmaların bir kısmında nitel yöntemler benimsenerek, etkinlik bağlamında ortaya çıkan gelişim daha derin bir şekilde sunulmuş ve incelenmiştir. Yurt dışında yapılan çalışmalarda nitel yöntemi benimseyen araştırmalar ağırlıktayken, yurt içinde yapılan çalışmaların tamamının deneysel yöntemle araştırmalarını yürüttükleri söylenebilir. Yapılan çalışmalar ve özellikleri Çizelge 2.3'te sunulmuştur.

Çizelge 2.3 Araştırma konusuyla ilgili yapılan çalışmalar ve özellikleri

			Deneysel Yöntem (Nicel Yöntemler Ağırlıklı)	**Tek Grup (Nitel Yöntemler Ağırlıklı)**
Yurt Dışında Yapılan Çalışmalar	**Konu Eksenli**	Bir konuya göre hazırlanan modelleme etkinlikleriyle yürütülen araştırmalar	Freeman [51]	Park vd. [39], Hitt ve González-Martín [42], Ärlebäck, Doerr ve O'Neil [43],
		Birkaç konuya (program) göre hazırlanan modelleme etkinlikleriyle yürütülen araştırmalar	Dunne ve Galbraith [17]	-
	Etkinlik Eksenli	Etkinliğin içerdiği kavram ve kazanımların gelişimini inceleyen araştırmalar	-	Lesh ve Harel [78], Lesh ve Carmona [92], Harel ve Lesh [102]
Ulusal Çalışmalar			Deneysel Yöntem (Nicel Yöntemler Ağırlıklı	Tek Grup (Nitel Yöntemler Ağırlıklı)
	Konu Eksenli	Bir konuya göre hazırlanan modelleme etkinlikleriyle yürütülen araştırmalar	Sandalcı [74], Cinislioğlu [75], Özturan-Sağırlı [76], Çiltaş [77],	-
		Birkaç konuya (program) göre hazırlanan modelleme etkinlikleriyle yürütülen araştırmalar	Işık [73]	-
	Etkinlik Eksenli	Etkinliğin içerdiği kavram ve kazanımların gelişimini inceleyen araştırmalar	-	-

Yurt içinde yapılan çalışmaların tamamı deneysel yöntemlerle yürütülmüştür. Nitel yöntemleri benimseyen bu araştırmanın, yurt içinde yapılan çalışmalara bu bağlamda önemli bir katkı sunacağı düşünülmektedir.

2.4.Kuramsal Çerçeve

Bu araştırmada matematiksel modelleme etkinliklerinin alan ölçme konusuna ilişkin öğrenmelerine etkisinin belirlenmesi amaçlanmaktadır. Araştırmanın kuramsal çerçevesi ve araştırmacının araştırma dizaynını yaparken dikkate aldığı yaklaşımlar Çizelge 2.4'te sunulmuştur.

Çizelge 2.4 Araştırmanın Kuramsal Çerçevesini Oluştururken Dikkate Alınan Yaklaşımlar

Matematiksel Modellemenin Uygulama Amacını Belirlemede Dikkate Alınan Yaklaşım	• Matematik öğretimi için bir araç olarak matematiksel modelleme [95, 96] • Matematiksel modellemeyle öğrencilerin matematiksel yapılar geliştirdiğini benimseyen MMP yaklaşımı [1]
Matematiksel Modelleme Etkinliklerini Tasarlamada Dikkate Alınan Yaklaşım	• Lesh vd. [118] tarafından belirlenen modelleme etkinliklerinde olması gereken prensipler. • Matematiksel modelleme etkinliklerinin özelliklerinin açıklandığı bazı çalışmalar [1, 49, 68, 134, 135]
Modelleme Sürecindeki Değişimi Belirlemede Dikkate Alınan Yaklaşım	• Bukova Güzel ve Tekin Dede'nın [136] çalışmasında yer alan modelleme yeterlikleri

Matematiksel modellemenin uygulama amacını belirlemede, modellemenin matematik öğretimi için bir araç olarak kullanıldığı yaklaşımdan hareket edilmiştir [95]. Matematiksel modellemeyi araç olarak gören yaklaşımlardan biri olan MMP [25] ise bu araştırmanın kabul ettiği kuramsal çerçevenin temelini oluşturmaktadır. MMP, bilişsel ve sosyo-kültürel yapılandırmacılık yaklaşımlarıyla (Piaget, Vygotsky) ve pragmatist araştırmacıların (Pierce, Holmes, Dewey) düşüncelerinin dikkate alınmasıyla geliştirilen çerçeve bir yaklaşımdır [40]. Araştırmacılar yaklaşımlarını ve özelliklerini, "*Beyond Constructivism*" isimli kitaplarında geniş bir şekilde açıklamıştır. MMP öğrencilerin matematiksel modelleme etkinlikleri sürecinde geliştirdikleri modellerle birlikte güçlü matematiksel kavramsal yapılar oluşturduğunu kabul etmektedir. Bu araştırmada MMP'in bu anlayışından hareketle matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin alan ölçme konusuna ilişkin öğrenmelerine ne şekilde ve ne düzeyde etki ettiğini belirlemek amaçlanmıştır. MMP yaklaşımın öne sürdüğü ve bu araştırmanın dizaynında dikkat ettiği diğer özellikler şu şekildedir:

- Matematiksel modellemede, ortada olan bir gerçek yaşam problemi mevcuttur ve bunun gerçekliği ortadadır. Her birey problem durumunu kendi deneyimleriyle ve modelini sahip olduğu kavramsal yapılarıyla açıklar. Yani birey deneyimlerini modeller ve modelleme etkinliğinde ortaya koyduğu model, öğrencinin sahip olduğu kavramsal sistem hakkında önemli derecede ipuçları verir. MMP'in bu görüşünden hareketle bu araştırmada, öğrencilerin modelleme etkinlikleriyle kazandırılmak istenen hedeflere ne derece ulaştığını belirlemek için, öğrenci öğrenmelerine ilişkin önemli bilgiler sunacağı düşünülerek, model oluşturma süreçlerindeki matematiksel yapıları ve modelleri incelenmiştir.

- MMP'ye göre etkinlikten etkinliğe geçişte öğrenci başarısı değişebilir. Bir etkinlikte oldukça başarı gösteren çocuk diğerinde bir model oluşturamayabilir. Çünkü gelişme somut-soyut, basit-kompleks, dışsal-içsel, spesifik-genel, sezgisel-formal ve kararsız-istikrarlı gibi çeşitli boyutlarda gerçekleşir ve görevler bu boyutlardan herhangi birinde farklıysa, o zaman farklı performans seviyeleri ortaya çıkabilmektedir. MMP'nin bu görüşünden hareketle öğrencilerin uygulama sürecinde öğrenmelerini tam olarak doğru bir şekilde belirleyebilmek için, modelleme etkinliklerindeki performansla sınırlı kalmayıp öğrencilerle uygulama sürecinin sonunda bireysel görüşmeler gerçekleştirilmiştir.
- MMP modelleme etkinliklerinin 3'er veya 4'er kişilik öğrenci gruplarıyla uygulanmasını önermektedir. Lesh vd., [33], MMP' de grupla çalışmanın etkilerini bilişsel ve sosyal dayanaklarla açıklamıştır. Onlara göre öğrenciler eldeki somut dokümanlarla bireysel etkileşime geçerek değil, aynı zamanda diğer bireylerle etkileşime geçerek modellerini şekillendirirler. Herhangi bir durumda bireyin, bir konuyu bütün bileşenleriyle ele alması ve yorumlaması her zaman mümkün değildir. Çünkü birey bir durumu yorumlarken iç modeller ve kavramsal yapıları dikkate alır. Geçmiş deneyimler ve kavramsal şemalar ile söz konusu durum eşleştirilirken bazı ayrıntılar dikkate alınmayabilir ya da etkinlikte yer alan bilgiler tecrübelere dayalı olarak çarpıtılabilir. Aynı kavramın farklı kişiler tarafından farklı şekilde algılanıp yorumlanması da bundan kaynaklanır. Bir başka deyişle bazı öğrenciler büyük resme bakarken ayrıntıların farkında olmayabilir. Bazıları da ayrıntılara odaklanırken büyük resmi göremeyebilir. Bu durumu Lesh vd. [33], Piaget'in terminolojisinde yer alan 'odaklanma' (centering- etkinlikteki

en çarpıcı ifadeye dikkat ederek diğer ayrıntıları göz ardı etme) ve 'benmerkezcilik' (egocentrism-kendi deneyimlerine dayanarak durumu ve yorumları çarpıtma) kavramlarıyla açıklanabileceğini ifade etmiştir. Grupla çalışmak modelleme etkinliğinde bu kavramların etkisini azaltmaya yardımcı olabilir. Bunun yanı sıra öğrenciler, bireysel olarak düşündüklerinde kritik düşünceyi aşma konusunda ya da iç diyalogu sürdürme konusunda yetersiz olabilirler. Bu noktada grupla işbirliği, bireylere destekleyici bir güç sağlayarak farklı bakış açıları kazanma ve düşünceyi geliştirme olanağı sağlayabilir. Modelleme etkinliklerinde bireyler grupla çalışma neticesinde, bireysel olarak geliştirdikleri fikirleri, kavramları ve yapıları dışa aktarma fırsatı yakalarken, diğer taraftan dış formlarda ortaya çıkabilecek yapıları da içselleştirme imkanı bulurlar. Modelleme etkinliklerinde grupla çalışmanın en temel nedenlerinden biri de budur. Bu araştırmada da bu gerekçelerle matematiksel modelleme etkinliklerinin uygulanması 3'er kişilik gruplarla gerçekleştirilmiştir.

Araştırmada uygulanan matematiksel modelleme etkinliklerini tasarlarken ve belirlerken, Lesh vd. [118] tarafından belirlenen önceki bölümlerde detaylı bir şekilde açıklanan modelleme prensipleri dikkate alınmıştır. Bunun yanı sıra modelleme etkinliklerinde olması gereken özellikleri açıklayan çalışmalar dikkat alınarak, etkinliklerin aşağıda verilen özelliklere sahip olmasına dikkat edilmiştir.

- Gerçek yaşamda yaşanabilecek bir durum hikayeleştirilerek sunulması [1],
- Problem durumunda öğrencilerin zihinsel yapılarını ortaya çıkarmak için sunulan bilgilerin ve verilerin problem durumuyla birlikte bir bütün içinde sunulması [134],
- Problemin açık ve anlaşılır bir dile sahip olması, öğrenci seviyesine uygun olması [68],
- Etkinlikte bağlamın öğrencilerin geçmiş deneyimleriyle anlamlandırabileceği bir şekilde olması, gerçek yaşam durumunun öğrencinin gerçekliğiyle örtüşmesi [118, 45],
- Öğrencilerin yanlış anlamalarını mahal vermeyecek derecede yönlendiriciler barındırması [120],

- Bunun yanı sıra problem durumunda yer alan gerçek hayat durumunun fotoğraf, resim veya videolarla ile zenginleştirerek dikkat çekici bir forma dönüştürülmesi,
- Problemlerin öğrencilerin farklı çözüm yolları üretebilecekleri, varsayımlar oluşturabilecekleri, öğrencinin gerçek yaşam deneyimlerinden yararlanarak çözebilecekleri problemler olması [49, 135],
- Araştırmada etkinliklerin öğrencilerin bilgi ve becerisine etkisini incelemek öncelikle hedef olduğundan, bazı etkinliklerde problemin tamamen açık uçlu olmaktan ziyade daha yapılandırılmış olması [66] matematiksel modelleme etkinliklerini tasarlarken ve belirlerken dikkat edilen özelliklerdir.

Son olarak öğrencilerin modelleme sürecindeki gelişimini değerlendirebilmek için modelleme sürecindeki her basamağa ilişkin yeterlikler belirlenmiş, bu yeterlikleri belirlemek için Bukova Güzel ve Tekin Dede'nin [136] değerlendirme rubriğinde yer alan beceriler dikkate alınmıştır. Araştırmanın modelleme süreci ve yeterliklerinin kuramsal çerçevesi Çizelge 2.5'te sunulmuştur.

Çizelge 2.5 Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi Olan Matematiksel Modelleme Süreci ve Matematiksel Modelleme Yeterlikleri

Modelleme Süreci	Yeterlik
Problemi Anlama	Problem durumunu anlama, verilen ve istenenleri belirleme ve birbiriyle ilişkilendirme.
Sadeleştirme	Problemi sadeleştirme, gerekli gereksiz değişkenleri belirleme, gerçekçi varsayımlarda bulunma.
Matematikselleştirme	Sadeleştirilen ve varsayımda bulunulan durumdan matematiksel bir model oluşturma.
Matematiksel Olarak Çalışma	Oluşturulan matematiksel modeli matematiksel yollarla doğru bir biçimde çözerek sonuca ulaşma.
Yorumlama	Elde edilen sonucu gerçek yaşam bağlamında doğru bir şekilde yorumlama
Doğrulama	Yorumlanan modelin kullanışlılığını değerlendirme ve gerektiğinde hataları düzeltme.

Çizelgede verilen yeterliklere göre araştırmada öğrencilerin modelleme sürecindeki değişimi incelenmiştir.

3. MATERYAL ve YÖNTEM

Bu bölümde, araştırmanın modeli, çalışma grubu, veri toplama araçları, uygulama süreci ve veri analiz süreci literatürle birlikte desteklenerek ayrıntılı bir şekilde açıklanmaktadır.

3.1. Araştırmanın Yöntemi

Araştırmada alan ölçme konusunun kazanımlarına göre hazırlanan matematiksel modelleme etkinliklerinin, öğrencilerin alan ölçme konusuna ilişkin öğrenmelerine etkisinin incelenmesi amaçlanmaktadır. Söz konusu gelişimin incelenmesi için sınırla sayıda durum ele alınarak derinlemesine incelenmiştir. Bu nedenle araştırmada, durum çalışması yöntemi (case study) kullanılmıştır. Durum çalışmasıyla ilgili literatürde farklı tanımlamalar ve yaklaşımlar bulunmaktadır. Bazı araştırmacılar durum çalışmasını, araştırmacının problemini araştırması için bir seçimi olarak ifade ederken [137], bazı araştırmacılar kapsamlı bir araştırma stratejisi veya araştırma yöntemi olarak ifade etmektedir [138-140]. Durum çalışması nicel ve nitel yaklaşımların her ikisi için kullanılabilen bir yöntem olarak kabul edilmesinin yanı sıra [140, 141], bazı çalışmalarda ele alınan durumun derinlemesine incelenmesi söz konusu olduğundan nitel yaklaşıma daha uygun olduğu düşünülmektedir [138, 139]. Yin [140] en genel anlamda durum çalışmasını, bir durumun gerçek bağlamı içinde ele alınarak incelenmesi ve betimlenmesi olarak ifade etmektedir. Burada amaç, ele alınan durumu gerçek bağlamıyla ve bütün yönleriyle ele alarak incelemektir. Ele alınan durumlar, sınırlı bir sistem içinde bir ya da birden çok durumu içerebilir ve bu durumu incelemek için nicel ve nitel yöntemlerden faydalanılabilir [140]. Öte yandan durum çalışması, bir sistem hakkında genel bir bilgiye ulaşmak için tek veya çok sayıda sistem öğesinin gerçek bağlamı içinde ayrıntılı ve kapsamlı bir biçimde çok sayıda veri toplama aracı yoluyla araştırıldığı nitel yaklaşıma sahip bir yöntem olarak ta ifade edilmektedir [139]. Farklı nitel veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı bu araştırmada durum çalışması nitel boyutuyla ele alınmaktadır.

Literatürde durum çalışması bazı özelliklere göre sınıflandırılmıştır. Yin [141, 142] sınıflandırmayı incelenen durum sayısı ve özelliklerine göre, Stake [143] ise durum çalışmasının kullanılma amacına ve durum sayısına göre bir sınıflandırma yapmıştır. Stake [143], araştırmacının ilgisine ve kullanım amacına göre içsel, araçsal ve toplu - çoklu olmak üzere üç türe ayırmıştır. Araştırmacının içsel bir ilgiden dolayı seçilen durumu incelediği, olay ve olguyu incelemeninin, bir teoriye ya da genel bir yargıya varmanın amaç olmadığı araştırmalar **içsel** durum çalışması olarak nitelendirilmektedir [138]. **Araçsal** durum çalışmasında, bir konu hakkında fikir sağlamak ve bir genellemeye ulaşmak hedeflenmektedir ve bu hedefe ulaşmak için konu evreninden sınırlı bir durum seçilmektedir. İncelenen durum, bu araştırma türünde genel bilgiye varmak için bir araç vazifesi görmektedir. **Toplu ya da çoklu** durum çalışmasında bir konu, bir olgu veya bir evreni araştırmak için genel yapıya ait birden çok durumun incelenmesi söz konusudur [139]. Bu araştırmada problemi, alan ölçme konusuna göre hazırlanan matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin alan ölçme konusuna ilişkin öğrenmelerine etkisi incelenmektedir. Söz konusu incelemenin yapılabilmesi için, problemin evrenine ait sınırlı sayıda altı durum (öğrenci) seçilerek derinlemesine incelenmiştir. Seçilen durumlar (öğrenciler) genel bir bilgiye ulaşmak için araç görevi görmektedir. Bu nedenle araştırmanın Stake'in [143] türlerinden araçsal durum çalışmasına, uygun olduğu söylenebilir.

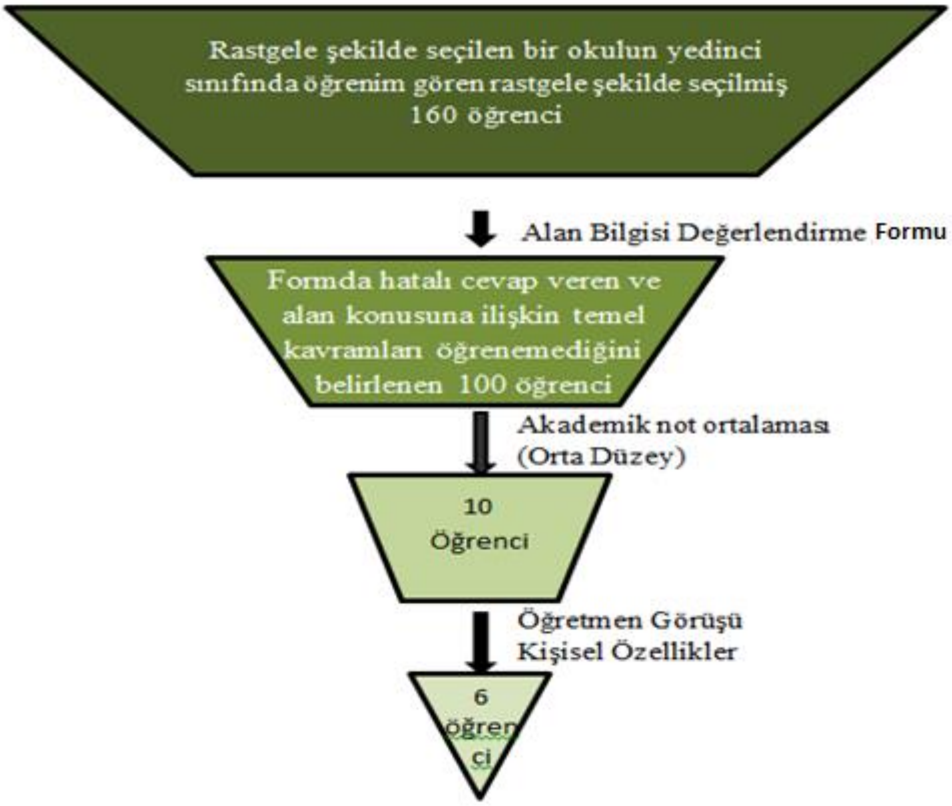
3.2.Çalışma Grubu

Nitel yaklaşımlarda genel olarak araştırmanın problemine ve amacına uygun örneklem seçilir. Bu tür örneklem seçimi ise olasılıksız, ihtimale açık olmayan bir yapıyı ifade eder. Olasılıksız örneklem, litaratürde yaygın olarak amaçlı örneklem [144] olarak karşımıza çıkmaktadır. Amaçlı örneklem, araştırmanın evreninden sistemin tamamını temsil etme özelliği aranmaksızın araştırma amacına uygun örneklemin seçimini ifade etmektedir. Bireyin algılarının ve deneyimlerinin ortaya konulduğu nitel çalışmalarda, çok sayıda bireyin araştırmaya katılması güçtür [145]. Çünkü toplanan verilerin ayrıntılı ve derinlemesine incelenmesi gerekmektedir. Araştırmada seçilen grubun araştırma evrenini temsil etme gücü dikkate alınmalı ve bu şartlar altında bir seçim yapılmalıdır. Ana problemin amacına uygun bir seçim yapılmalıdır [139]. Araştırmanın çalışma grubu oluşturulurken bu hususlar dikkate alınmıştır. Araştırmanın çalışma grubunu, araştırmacı tarafında kolay ulaşılabilir olması yönüyle belirlenen bir okulda öğrenim gören ve amaçlı örneklem yöntemiyle seçilen 6 tane yedinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Çalışma grubunu belirlemeden önce "Alan Bilgisi Değerlendirme Formu" okulda öğrenim gören 160 7. Sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Böylelikle 7. sınıf öğrencilerinin alan ölçme konusuna ilişkin öğrenmelerine dair genel bir resmi ortaya koymak, öğrencilerin programda yedinci sınıfa kadar hedeflenen kazanımların ne kadarına sahip olduğunu belirlemek amaçlanmıştır. "Alan Bilgisi Değerlendirme Formu" alan ölçme konusuna ilişkin altıncı sınıf ve önceki yılların programında yer alan kazanımlar ile araştırmalarda kullanılan sorular [146-148] ve milli eğitimin ders kitabında yer alan sorular dikkate alınarak, araştırmacı tarafından geliştirilmiştir. Formda yer alan soruların ilişkili olduğu kazanımlar Çizelge 3.1'de sunulmuştur.

Çizelge 3.1. Alan Bilgisi Değerledirrme Form'unda Yer Alan Soruların İlişkili Olduğu Kazanımlar

Soru	İlişkili Olduğu Kazanım
Soru 1	Şekillerin alanlarının, bu alanı kaplayan birim karelerin sayısı olduğunu belirleyebilme ve şekillerin alanlarını karşılaştırabilme
Soru 2	Dikdörtgenin alanını hesaplayabilme, santimetrekare ve metrekareyi kullanabilme
Soru 3	Standart alan ölçme birimlerini tanıyabilme
Soru4	Paralelkenarın alanıyla ilgili problemleri çözebilme
Soru 5	Çokgenlerin alanlarını karşılaştırabilme
Soru 6	Üçgenin alanıyla ilgili problemleri çözebilme
Soru 7	Dik yamuğun alanıyla ilgili problemleri çözebilme.
Soru 8	Alanla iligli problemleri çözebilme
Soru 9	Bir bölgenin alanını standart olmayan birim karelerle ölçebilme.
Soru 10	Kenar uzunluğu alan ilişkisini yorumlayabilme, karenin alanını hesaplayabilme

Formda öğrencileri yönlendirmemek için özellikle çoktan seçmeli soru türünden kaçınılmış ve öğrencilerin alan ölçme konusundaki bilgilerini daha iyi bir şekilde tespit edebilmek adına açık uçlu sorular tercih edilmiştir. Form, istatistiksel bilgilerle genel sonuçlara ulaşmayı hedefleyen nicel bir ölçek olarak geliştirilmemiştir. Formu geliştirmekteki amaç, çalışma grubunun seçileceği evrenin araştırma problemine ilişkin bilgilerine dair bir resim ortaya koymak ve araştırmayı bu eksende sürdürmektir. Dolayısıyla formun geçerliliği ve güvenirliğini sağlamak adına nitel yaklaşımlar benimsenmiştir. Öyle ki formun geçerliliğini sağlamak adına 3 matematik eğitimi uzmanının ve 10 yıllık deneyime sahip bir ortaokul matematik öğretmeninin görüşüne başvurulmuştur. Araştırmacının aynı alanda çalışan konu uzmanlarının görüşünü alması veri toplama araçlarının geçerliğini arttırmak adına yapılabilecek işlemlerden birisidir [149]. Bunun dışında geliştirilen form bir dil uzmanına gösterilerek formda oluşabilecek yanlış anlamaları ve ifade eksikliklerini düzeltmek hedeflenmiş ve uzmandan alınan görüşler doğrultusunda forma son hali verilmiştir. Asıl uygulamaya geçilmeden önce formun pilot uygulaması, uygulama yapılacak olan okuldan farklı bir okulda 65 7. Sınıf öğrencisiyle gerçekleştirilmiştir. Pilot uygulama sonunda bir matematik eğitimi uzmanıyla beraber sonuçlar değerlendirilmiş ve forma son hali verilerek uygulama gerçekleştirilmiştir. Yapılan uygulama neticesinde, cevaplarında belirgin hatalar barındıran öğrenciler olduğu ve bu öğrencilerin uygulama grubunun büyük bir yüzdesini kapsadığı belirlenmiştir. Araştırmanın çalışma grubunu oluştururken öncelikli olarak bu detay dikkate alınmış ve hatalı cevap veren öğrenciler arasından akademik not ortalaması orta düzeyde olan 10 öğrenci belirlenmiştir. Bu şekilde tipik örneklem elde edilmesi amaçlanmıştır [145]. Belirlenen 10 öğrenciyle ilk görüşme formu kullanılarak bireysel görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Araştırmada verileri daha doğru bir şekilde yorumlamak adına, düşüncelerini açıkça ifade edebilen, paylaşabilen ve tartışabilen öğrenciler olmasına dikkat edilmiş, bunun için görüşme notları dikkate alınmış ve 10 öğrenci arasından 6 öğrenci belirlenmiştir. Tüm bu aşamalardan sonra 6 öğrenciyle çalışma grubu oluşturulmuştur (Şekil 3.1).



Şekil 3.1. Araştırmanın çalışma grubunun oluşturulma aşamaları

Bu araştırmanın çalışma grubu amaçlı örneklem yöntemiyle seçilen bir okulun 6 tane 7. Sınıf öğrencisinden oluşmaktadır.

3.3.Veri toplama Araçları

Nitel araştırmalarda birden çok yöntemle veri toplamak, araştırmada zengin veri çeşitliliğine ulaşmak adına önemli olduğundan, nitel çalışmalarda farklı yöntemlerle veri toplanılması önerilmektedir [144, 150]. Durum çalışmasında, farklı şekilde toplanan veriler araştırmanın yapı geçerliğini arttırır, bu nedenle veri çeşitliliği (triangulation) sağlamak önemlidir [141]. Nitel araştırmalarda en çok kullanılan veri toplama yöntemleri görüşme, gözlem ve doküman incelemesidir [145, 150, 151]. Yin [141] durum çalışmasında altı tür veri toplama yöntemi olduğunu ifade etmiştir. Bunlar, dokümanlar, arşiv kayıtları, görüşme, doğrudan gözlem, katılımcı gözlem ve çalışma grubu tarafından oluşturulan fiziksel eserlerdir. Bu araştırmada görüşme, gözlem ve dokümanlar aracılığıyla veriler toplanmıştır. Araştırmanın alt problemlerinde kullanılan veri toplama araçları Çizelge 3.2'de verilmiştir.

Çizelge 3.2 Araştırmanın alt problemlerinde kullanılan veri toplama araçları

Araştırmanın Alt Problemleri	**Veri Toplama Araçları**
Matematiksel modelleme etkinliklerinin uygulanmasından önce öğrencilerin alan ölçme konusuna ilişkin öğrenmeleri ne düzeydedir?	• "Uygulama Öncesi Görüşme Formu", • Görüşmelerin video ve ses kaydı • Araştırmacı notları • Öğrenciye ait yazılı dokümanlar
Matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin alan ölçme konusuna ilişkin öğrenmelerine etkisi nasıldır?	• Matematiksel modelleme etkinlikleri, • Modelleme etkinlikleri çözüm sürecinde yapılan video ve ses kayıtları, • Modelleme etkinliklerinin çözüm planını içeren öğrencilere ait yazılı dokümanlar, • Araştırmacının notları,
Matematiksel modelleme etkinliklerinin uygulanmasından sonra öğrencilerin alan ölçme konusuna ilişkin öğrenmeleri ne düzeydedir?	• "Uygulama Sonrası Görüşme Formu", • Görüşmelerin video ve ses kaydı • Araştırmacı notları • Öğrenciye ait yazılı dokümanlar

Durum çalışmasında toplanan veriler araştırmacının amacı ekseninde toplanmalıdır. Bu bağlamda araştırmada, veri toplama araçlarının tamamı alan kavramı ve alan ölçmeye ilişkin kazanımlar dikkate alınarak geliştirilmiştir. Öncelikle alan konusuna ilişkin programda yer alan kazanımlar belirlenmiştir. Alan kavramı ve alan ölçme, matematik programında ilkokul 3. Sınıftan itibaren yer almakta ve sekizinci sınıfta dahil olmak üzere her sınıf düzeyinde alana ilişkin bir takım konu ve kazanım bulunmaktadır. Bununla beraber, alan konusuna ait en fazla kazanımın ve ayrılan sürenin altıncı sınıfta olduğu görülmektedir [4]. Yapılan incelemeler doğrultusunda alan konusunun ortaokul ve ilkokul matematik programında yer alan ve araştırma için dikkate alınan kazanımlar aşağıda sunulmuştur (Çizelge 3.3).

Çizelge 3.3 Veri toplama araçları geliştirilirken dikkate alınan kazanımlar

Sınıf Düzeyi	**Kazanımlar**
3.Sınıf	Şekillerin alanını standart olmayan uygun malzeme ile kaplar ve ölçer.
4.Sınıf	Şekillerin alanlarının, bu alanı kaplayan birim karelerin sayısı olduğunu belirler.
4.Sınıf	Kare ve dikdörtgenin alanını toplama ve çarpma işlemleri ile ilişkilendirir.
5.Sınıf	Dikdörtgenin alanını hesaplar, santimetrekare ve metrekareyi kullanır
5.Sınıf	Belirlenen bir alanı santimetrekare ve metrekare birimleriyle tahmin eder.
5.Sınıf	Verilen bir alana sahip farklı dikdörtgenler oluşturur.
5.Sınıf	Dikdörtgenin alanını hesaplamayı gerektiren problemleri çözer.
6.Sınıf	Üçgenin alan bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer.
6.Sınıf	Paralelkenarın alan bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer.
6.Sınıf	Alan ölçme birimlerini tanır, m^2–km^2, m^2–cm^2–mm^2 birimlerini birbirine dönüştürür.
7.Sınıf	Eşkenar dörtgen ve yamuğun alan bağıntılarını oluşturur, ilgili problemleri çözer.
7.Sınıf	Alanla ilgili problemleri çözer (Üçgen, dikdörtgen, paralelkenar, yamuk veya eşkenar dörtgenden oluşan bileşik şekillerin alanlarını bulmayı gerektiren problemlere yer verilir. Dikdörtgenlerin çevre uzunluğu ile alanını ilişkilendirmeye yönelik çalışmalara da yer verilir.)

Veri toplama araçlarının tamamı bu kazanımlar dikkate alınarak geliştirilmiştir. Kazanımların yanı sıra, veri toplama araçları, öğrencilerin alan kavramı algısını, alan ölçme becerisini, alan korunumu bilgisini, birim kare bilgisini, alan-çevre-kenar uzunluğu ilişkisi bilgisini ortaya çıkaracak şekilde düzenlenmiştir.

3.3.1. Görüşme Formları

Araştırmada, matematiksel modelleme etkinlikleri uygulama öncesi ve sonrası yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Böylelikle, Alan Bilgisi Değerlendirme Form’unun uygulanmasından sonra öğrencilerin formdaki hatalı cevapları hakkında daha detaylı bilgi edinmek, araştırma problemini daha doğru bir şekilde incelemek amaçlanmıştır. Görüşme soruları oluşturulurken literatürden yararlanılmış [147, 152] ve alan ölçme konusuna ilişkin bazı temel kavramlar ve kazanımlar dikkate alınmıştır (Çizelge 3.4) .

Çizelge 3.4 Görüşme Formlarında Yer Alan Soruların İlişkili Olduğu Kazanımlar

	İlk Görüşme Formu	Son Görüşme Formu
1.Soru	• Karenin alan bağıntısını bilme ve alanını hesaplayabilme. • Karenin alanı birim kare cinsinden ifade edebilme ve gösterebilme. • Alan kavramını açıklayabilme	• Birim kare kavramını tanımlayabilme ve açıklayabilme. • Farklı büyüklükteki birim karelerle ifade edilen çokgenleri oluşturabilme ve alanlarını karşılaştırabilme. • Karenin alanını hesaplayabilme ve birim kare cinsinden ifade edebilme.
2.Soru	• Üçgenin alan bağıntısını açıklayabilme ve alanını hesaplayabilme • Üçgenin alanını birim kare cinsinden ifade edebilme.	• Birim kare kavramını tanımlayabilme ve açıklayabilme. • Bir çokgenin alanını farklı birim karelerle ifade edebilme
3.Soru	• Dikdörtgenin alan bağıntısını bilme ve alanını hesaplayabilme. • Kenar uzunluğu-alan ilişkisini görebilme ve yorumlayabilme	• Alan korunumunu kazanmış olma • Alan kavramını açıklayabilme
4.Soru	• Aynı birim kareyle ölçülmüş çokgenlerin alanlarını karşılaştırma • Farklı birim kareyle ölçülmüş çokgenlerin alanlarını karşılaştırma	• Dikdörtgenin alan bağıntısını bilme ve alanını hesaplayabilme. • Kenar uzunluğu-alan ilişkisini görebilme ve yorumlayabilme
5.Soru	• Alan korunumunu kazanmış olma • Alan kavramını açıklayabilme	• Paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuğun alan bağıntısı bilme ve açıklayabilme
6.Soru	• Paralelkenar ve dikdörtgenin alan bağıntısını bilme ve hesaplayabilme.	• Üçgen, dikdörtgen ve karenin alan bağıntısını bilme ve hesaplayabilme. • Kenar uzunluğu-alan ilişkisini görebilme ve yorumlayabilme
7.Soru	• Alan ölçme birimlerini açıklayabilme ve tanımlayabilme • Alan ölçme birimlerinin dönüşümünü yapabilme ve açıklayabilme. • Birim kare kavramını açıklayabilme.	
8.ve 9.	• Çevre-alan ilişkisini görebilme ve yorumlayabilme	

Görüşme formları geliştirildikten sonra 2 matematik eğitimi uzmanı ve lisansüstü öğrencilere gösterilmiş ve fikirleri alınarak gerekli değişikler yapılmıştır.

Sonrasında geliştirilen form anlaşılmayan ifadeler ve olası yazım hatalarını incelemek suretiyle bir dil uzmanına gösterilmiş, uzman görüşleri dikkate alınarak form düzenlenmiştir. Yapılan düzenlemeler sonrasında "Alan Bilgisi Değerlendirme Formu'nun" uygulandığı gruptan ilk görüşme formunun pilot uygulaması için 4 öğrenci belirlenmiş ve uygulama gerçekleştirilmiştir. Böylelikle varsa hem görüşme formunun eksikliklerini tespit etmek, hem de araştırmacının uygulama öncesi araştırmaya ilişkin deneyim kazanması amaçlanmıştır. Pilot uygulama sonunda ilk görüşme formunda yer alan ve üçgenin alan bağıntısını ölçme becerisini belirlemeye yönelik soruda üçgenin yüksekliği çıkartılarak soru revize edilmiştir. Uzman görüşüyle gerçekleştirilen bu değişiklikle, öğrencilerin üçgenin alanını hesaplama bilgisini daha doğru bir şekilde belirleneceği düşünülmüş, böylelikle ilk görüşme formuna son hali verilmiştir (Ek 1). Son görüşme formuna da matematik eğitimi uzmanlarının görüşü alınarak son hali verilmiş ve uygulamaya hazır hale getirilmiştir (Ek 1).

Uygulama öncesi ve sonrası görüşmelere ek olarak, modelleme etkinliklerini uygulama sürecinde de öğrencilerle görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Klinik mülakatlar olarak literatürde geçen bu görüşmeler ilk kez Piaget [153] tarafından kullanılmış ve geliştirilmiştir. Matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin konuya ilişkin bilgi ve becerilerine etkisini incelemek hedeflendiğinden bu araştırmada klinik mülakat ile veri toplanması, amaca uygun olarak görülmüştür. Böylelikle öğrencilerin alan konusuna ilişkin bilgileri derinlemesine ve detaylı bir şekilde incelenebilmiştir. Araştırmacı, matematiksel modelleme etkinliklerini uygulama sürecinde klinik mülakatı gerçekleştirmiş ve öğrencilere " Neden böyle düşünüyorsun?", "Neden bu yolu izledin?", " Bulduğun sonucun doğruluğunu nasıl kontrol edebilirsin?" şeklinde öğrencinin zihninden geçenleri tespit edebilmek adına kısa ve açık uçlu sorular yöneltmiştir. Klinik mülakatlar uygulanan sekiz etkinlik boyunca devam etmiştir.

3.3.2. Matematiksel Modelleme Etkinlikleri

Araştırmanın uygulama sürecinde dört hafta boyunca haftada iki kez olmak üzere matematiksel modelleme etkinlikleri oturumları gerçekleştirilmiştir. Araştırmada kullanılan matematiksel modelleme etkinliklerinin alan ölçme konusunun kazanımlarını içermesi gerekmektedir. Etkinlikleri belirleyebilmek için öncelikle literatürde kullanılan ve farklı yaklaşımlara sahip araştırmacılar tarafından geliştirilen matematiksel modelleme problemleri detaylı bir şekilde incelenmiştir [1, 35, 41, 45, 46, 49, 50, 72, 78, 94, 102, 106, 154, 155]. Böylelikle hem alan ölçme konusu kazanımlarını içeren etkinliklerin belirlenmesi hem de literatürde yer alan modelleme etkinliklerinin yapısı ve özelliklerini incelemek amaçlanmıştır. Yapılan inceleme neticesinde alan ölçme kazanımlarını içeren çok az sayıda modelleme problemi olduğu tespit edilmiştir. Bunlar, Maaß'ın [45] çalışmasında yer alan "Porsche Problemi" ve Henning ve Keune'in [110] çalışmasında yer alan ve Doruk [72] tarafından uyarlanan "Okul Partisi Problemi" dir. Belirlenen iki problem alanda uzman iki matematik eğitimcisinin görüşleri alınarak incelenmiş ve araştırmaya uygunluğu tartışılmıştır. Yapılan görüşmeler neticesinde "Okul Partisi Problemi" araştırma için uygun bulunmuştur. Literatürün yanı sıra okullarda seçmeli olarak okutulan "Matematik Uygulamaları" ders kitabındaki etkinlikler incelenmiş ve "Kamil'in Koyunları" adlı etkinlik araştırma problem için uygun olarak belirlenmiş, birtakım değişiklikler yapılarak modelleme etkinliğine dönüştürülmüştür. Bu şekilde belirlenen iki etkinliğin dışındaki 6 adet matematiksel modelleme etkinliği araştırmacı tarafından geliştirilmiştir. Araştırmada kullanılan ilk etkinlikler, öğrencilerin matematiksel modelleme etkinliklerine geçişini biraz daha kolaylaştırmak adına, daha yapılandırılmış bir şekilde tasarlanmıştır. Etkinlikler geliştirilirken kuramsal çerçevede açıklanan özellikler ve model oluşturma etkinliği prensipleri [118] dikkate alınmıştır. Etkinliklerin sahip olduğu prensipler Çizelge 3.5'te sunulmuştur.

Çizelge 3.5 Matematiksel modelleme etkinliklerinin sahip olduğu prensipler

Etkinlikler	Gerçeklik	Model Oluşturma	Öz Değerlendirme	Yapı Belgelendirme	Modeli Genelleme	Etkili Prototip
Kamil'in Koyunları	✓	✓	✓	✓		
Badem İddiası	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Geri Dönüşüm Macerası	✓	✓	✓	✓		
Kırkyama Yastık	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Yüzme Havuzu	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Okul Partisi	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Miras Paylaşımı	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Peynirli Helva	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Bu şekilde geliştirilen etkinlikler 2 matematik eğitimi uzmanı ve bir dil uzmanıyla birlikte değerlendirilmiş ve gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Geliştirilen etkinliklerden üçünün pilot uygulaması, görüşme formunun pilot uygulamasının yapıldığı 4 öğrenciyle 10 günlük bir sürede gerçekleştirilmiştir. Anlaşılmayan, yanlış anlaşılmalara sebep olan ifadeler düzeltilmiş ve bazı etkinliklerin verileri yeniden düzenlenmiştir. Böylece etkinliklere son hali verilmiştir (Ek 2). Pilot uygulama ve uzman görüşü alınarak etkinliklerde yapılan değişiklikler şu şekildedir:

- Geri Dönüşüm Macerası etkinliğinde, metinde yer alan kumaş miktarının ölçüsüyle ilgili ifadeler, öğrenciler için kafa karıştırıcı olması ve etkinliği amacından uzaklaştırması ihtimalinden dolayı problem metninden çıkarılmıştır.
- Kamil'in Koyunları probleminde, öğrencilere daha çok seçenek sunmak adına metindeki sayısal değer ve otlağın şeklini sınırlayan ifadeler değişitilmiştir.

- Yüzme Havuzu etkinliğinde kaplama türlerinin ebat uzunluklarının pilot uygulama neticesinde farklı birimlerle ifade edilmesine karar verilmiştir.
- Miras Paylaşımı probleminde, problem metninde paylaştırılması istenen tarlaların metin olarak özelliklerini vermek yerine, uydudan görüntülerinin verilmesine karar verilmiştir.
- Badem İddiası, Kırkyama Yastık, Okul Partisi, Peynirli Helva etkinliklerinde herhangi bir dğişikliğe gidilmemiş, etkinlikler dil ve anlatım bakımından revize edilmiştir.

Geliştirilen etkinlikler alan ölçme konusuna ilişkin hem kavramsal hem de işlemsel bilgiyi destekleyecek şekilde tasarlanmıştır. “Geri Dönüşüm Macerası Etkinliği”, “Kırkyama Yastık” ve “Yüzme Havuzu” problemleri hem alanın bir kaplama olduğunu hissettirip kavratacak şekilde, hem birim kare kavramını geliştirecek şekilde, hem de alan ölçmeyle ilgili işlemsel bilgiyi destekleyecek şekilde tasarlanmıştır. “Kamil’in Koyunları” ve “ Badem İddiası” etkinlikleri alanın korunumuna ve alan-çevre- kenar uzunluğu ilişkisine vurgu yapmakta ve bu kazanımları desteklemektedir. Peynirli Helva” ve “Miras Paylaşımı” etkinlikleri alan ölçme becerisini ön plana çıkaracak şekilde tasarlanmıştır. Etkinliklerin alan ölçme konusunun öğretiminde bir bütün olarak işlev görecekleri ve etkinliklerin hedeflediği kazanımın dışında konuya ilişkin diğer kazanımların da gelişimini destekleyecekleri düşünülmektedir.

Geliştirilen ve uyarlanan etkinliklerin alan konusuna ilişkin hedeflediği kazanımlar Çizelge 3.6’da verilmiştir.

Çizelge 3.6 Araştırmada kullanılan matematiksel modelleme etkinliklerinin ilişkili olduğu kazanımlar

	ETKİNLİKLER							
KAZANIMLAR	Kamil'in Koyunları	Badem İddiası	Geri Dönüşüm	Kırkyama Yastık	Yüzme Havuzu	Okul Partisi	Miras Paylaşımı	Peynirli Helva
Şekillerin alanını standart olmayan uygun malzeme ile kaplar ve ölçer.			✓		✓			✓
Şekillerin alanlarının, bu alanı kaplayan birim karelerin sayısı olduğunu belirler.			✓	✓				
Kare ve dikdörtgenin alanını toplama ve çarpma işlemleri ile ilişkilendirir.	✓	✓						
Dikdörtgenin alanını hesaplar, santimetrekare ve metrekareyi kullanır	✓	✓				✓		✓
Belirlenen bir alanı santimetrekare ve metrekare birimleriyle tahmin eder.				✓			✓	
Verilen bir alana sahip farklı dikdörtgenler oluşturur.		✓						
Dikdörtgenin alanını hesaplamayı gerektiren problemleri çözer.	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓
Üçgenin alan bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer.						✓	✓	✓
Paralelkenarın alan bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer.							✓	
Alan ölçme birimlerini tanır, m^2–km^2, m^2–cm^2–mm^2 birimlerini birbirine dönüştürür.				✓	✓			
Eşkenar dörtgen ve yamuğun alan bağıntılarını oluşturur, ilgili problemleri çözer.							✓	✓
Alanla ilgili problemleri çözer (Üçgen, dikdörtgen, paralelkenar, yamuk veya eşkenar dörtgenden oluşan bileşik şekillerin alanlarını bulmayı gerektiren problemlere yer verilir. Dikdörtgenlerin çevre uzunluğu ile alanını ilişkilendirmeye yönelik çalışmalara da yer verilir.)	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Etkinlikler geliştirildikten sonra uygulama sırasını belirlemek için etkinliğin özellikleri, etkinliğin ilişkili olduğu kazanımlar, uzman görüşü ve pilot uygulama sonuçları dikkate alınmıştır. Matematiksel modelleme etkinlikleri öğrencilerin alışkın olduğu geleneksel problemlerden oldukça farklıdır ve öğrencilerin matematiksel modelleme etkinliklerini uygulama sürecinde bir takım zorluklar yaşadığı bilinmektedir. Bu nedenle araştırmada etkinliklerin matematiksel modellemeye geçiş sürecini kolaylaştıracak şekilde sıralanmasına dikkat edilmiştir. Sıralamayı etkileyen bir diğer husus, modelleme etkinliğinin ilişkili olduğu alan ölçme kazanımıdır. Araştırmacı, alan ölçme konusunda birim kare ve alan kavramının oluşumu gibi temel kavramların öncelikli olarak oluşturulmasını dikkate alarak bir sıralama oluşturmuştur. Alanında uzman iki matematik eğitimcisinin görüşlerini alındığında, etkinliklerin sıralamasında iki etkinliğin (Geri Dönüşüm Macerası ve Kamil'in Koyunları) yerinin değiştirilmesine karar verilmiş ve etkinliklerin sıralaması belirlenmiştir.

Birinci etkinlik, aynı çevre uzunluğuna sahip farklı çokgenler oluşturabilme ve bu çokgenlerden kenar uzunlukları birbirine yakın olan çokgenin daha büyük alana sahip olduğunu görebilme kazanımlarını içeren "**Kamil'in Koyunları"** olarak belirlenmiştir. Etkinlik diğer etkinliklere göre daha yapılandırılmış durumdadır, bu nedenle matematiksel modellemeye geçişi kolaylaştırmak adına uzman görüşüyle ilk etkinlik olarak belirlenmiştir. İkinci etkinlik olan "**Badem İddiası"** etkinliği birinci etkinliğin kazanımı ile oldukça ilişkili olup, aynı alana sahip farklı çokgenler oluşturmayı gerektirmektedir. Bu nedenle ikinci etkinlik olarak belirlenmiştir. Üçüncü etkinlik olan **"Geri Dönüşüm"** etkinliği, alan ölçme konusunun temel kavramlarından biri olan birim kare kavramının oluşumunu ve alan bağıntısını birim kareyle ilişkilendirerek açıklama kazanımını hedeflemektedir. Birim karenin alan ölçme konusunun doğru bir şekilde öğrenilmesinde etkili olduğu düşünülmektedir. Bu nedenle bu etkinlik üçüncü etkinlik olarak belirlenmiştir. Dördüncü etkinlik üçüncü etkinliğin kazanımıyla ilişkili olan **"Kırkyama Yastık"** etkinliği olarak belirlenmiştir. Bu etkinlikte öğrencilerin bir bölgenin alanını farklı ölçülerdeki birim karelerle ölçmesi ve aynı bölgenin alanını hem cm^2, hem de m^2 cinsinden ölçmesi ve ifade etmesi hedeflenmektedir. Beşinci etkinlik olan **"Yüzme Havuzu"** etkinliği öğrencilerin dikdörtgen şeklinde ki bir bölgenin alanını kareden farklı birimlerle kaplamayı ve ifade etmeyi gerektirmektedir. Standart alan ölçme birimlerinden cm^2 ve m^2'nin dönüşümünü yapabilme becerisi gerektiren bu etkinlik birim kare, birimler arası dönüşüm kazanımlarıyla doğrudan ilişkilidir. Altıncı etkinlik olan **"Okul Partisi"** etkinliği, beşinci etkinliğe paralel bir şekilde birimler arası dönüşümü içeren bir etkinlik olmasının yanı sıra, dikdörtgen, üçgen, kare, yamuk gibi farklı çokgenlerin alanını hesaplama becerisini gerektirmekte ve bu beceriyi geliştirmeyi hedeflemektedir. Son iki etkinlik, alan ölçme becerisini geliştirmeye yönelik olarak tasarlanmıştır. Yedinci etkinlik olan **"Miras Paylaşımı"** etkinliğinde öğrencilerin yamuk, paralelkenar, üçgen, dikdörtgen ve kare gibi çokgenlerin alan bağıntısını oluşturabilme ve alanını hesaplanabilme, son etkinlik olan **"Peynirli Helva"** etkinliğinde bu çokgenlere ek olarak öğrencilerin eşkenar dörtgenin alan bağıntısını oluşturabilme ve hesaplayabilmesi hedeflenmektedir.

3.3.3. Gözlemci Notları

Gözlem, herhangi bir ortamda veya durumda araştırılan kişinin ya da varlığın davranışı ve davranışının oluşumunu ayrıntılı bir şekilde incelemek ve tanımlamak amacıyla kullanılan bir yöntemdir [149]. Nitel araştırmalarda yaygın bir şekilde kullanılan bir yöntem olan gözlemin en önemli özelliği veriye ilk elden ulaşma imkanı sunmasıdır. Cresswell [139] gözlemi, bir olayın veya sürecin yaşandığı bir ortamda araştırmanın ortamdaki bireylerin davranışlarını ve açıklamalarını inceleyerek notlar alması şeklinde tanımlamaktadır. Gözlem ve görüşme sonucunda elde edilen bilgiler birbiri destekleyici şekilde olduğunda elde edilen bilgilerin geçerliği arttırılmış olur [141, 142]. Araştırma sürecinde görüşmede elde edilen bilgiler, bireyin o anki ruh halinden dolayı tam olarak bireye ait bilgileri yansıtmıyor olabilir, birey düşüncelerini tam olarak açıklayamamış olabilir. İşte bu noktada gözlem devreye girerek bireyin düşüncelerini açığa kavuşturabileceği bir ortamda, daha doğal halini izleme ve değerlendirme şansı sunar. Bu nedenle bu araştırmada araştırmacı matematiksel modelleme sürecinde öğrencilerin davranışlarını ve açıklamalarını gözlemleyerek notlar almıştır.

Araştırmada araştırmacı gözlemci katılımcı olarak gözlem yapmakta ve gözlemi yapılandırılmamış bir şekilde gerçekleştirmektedir. Gözlemcinin katılımcı olarak yer aldığı gözlem, araştırmacının çalışılan grubun üyesi olmadan fakat çalışma grubunun bilgisi, izni dahilinde etik kurallar çerçevesinde gözlem yapmaya dayanan bir gözlem türüdür [156, Kaynak: 157]. Çalışma grubunun modelleme sürecindeki açıklamaları ve davranışları araştırmacı tarafından gözlem notları şeklinde tutulmuştur. Bu süreçte araştırmacıya göre önem taşıyan ve öğrencinin alan konusundaki kavramsal yapısını ortaya çıkaracak önemli ayrıntılar not edilmiş ve modelleme uygulamalarının video çekimleri incelenirken bu notlar dikkate alınmıştır. Deneyim sağlamak adına araştırmacı pilot uygulama boyunca gözlem notları tutmuştur. Asıl uygulamada gözlem bütün modelleme etkinlikleri uygulamalarında gerçekleştirilmiştir.

3.3.4. Dokümanlar

Dokümanlar, araştırılması hedeflenen olay ve olgu hakkında bilgi içeren yazılı veya görsel materyalleri kapsar [149, 157, 158]. Nitel araştırma yaklaşımların üçüncül veri toplama aracı ifade edebileceğimiz dokümanlar, görüşme ve gözlemlerden elde edilen verilerle birlikte değerlendirildiğinde araştırma problemine ilişkin bütüncül bir yorumu verir.

Literatüre bakıldığında, doküman türlerine ilişkin farklı yaklaşımlar bulmak mevcuttur [158, 159]. Merriam [157], bilimsel araştırmalarda kullanılan dokümanları kamu kayıtları, bireysel (şahsi) dokumanlar, popüler kültür evrakları, görsel dokümanlar, fiziki eserler, şeklinde sınıflandırmıştır. Cresswell [159] araştırma esnasında araştırmacı ve katılımcılar tarafından tutulan günlüklerin, katılımcıların bireysel (şahsi) dokümanları, arşiv kayıtları, biyografi ve otobiyografileri, fotoğraf ve video kayıtlar, grafik kartları ve tıbbi kayıtların bilimsel araştırmalarda doküman olarak kullanılabileceğini ifade etmiştir.

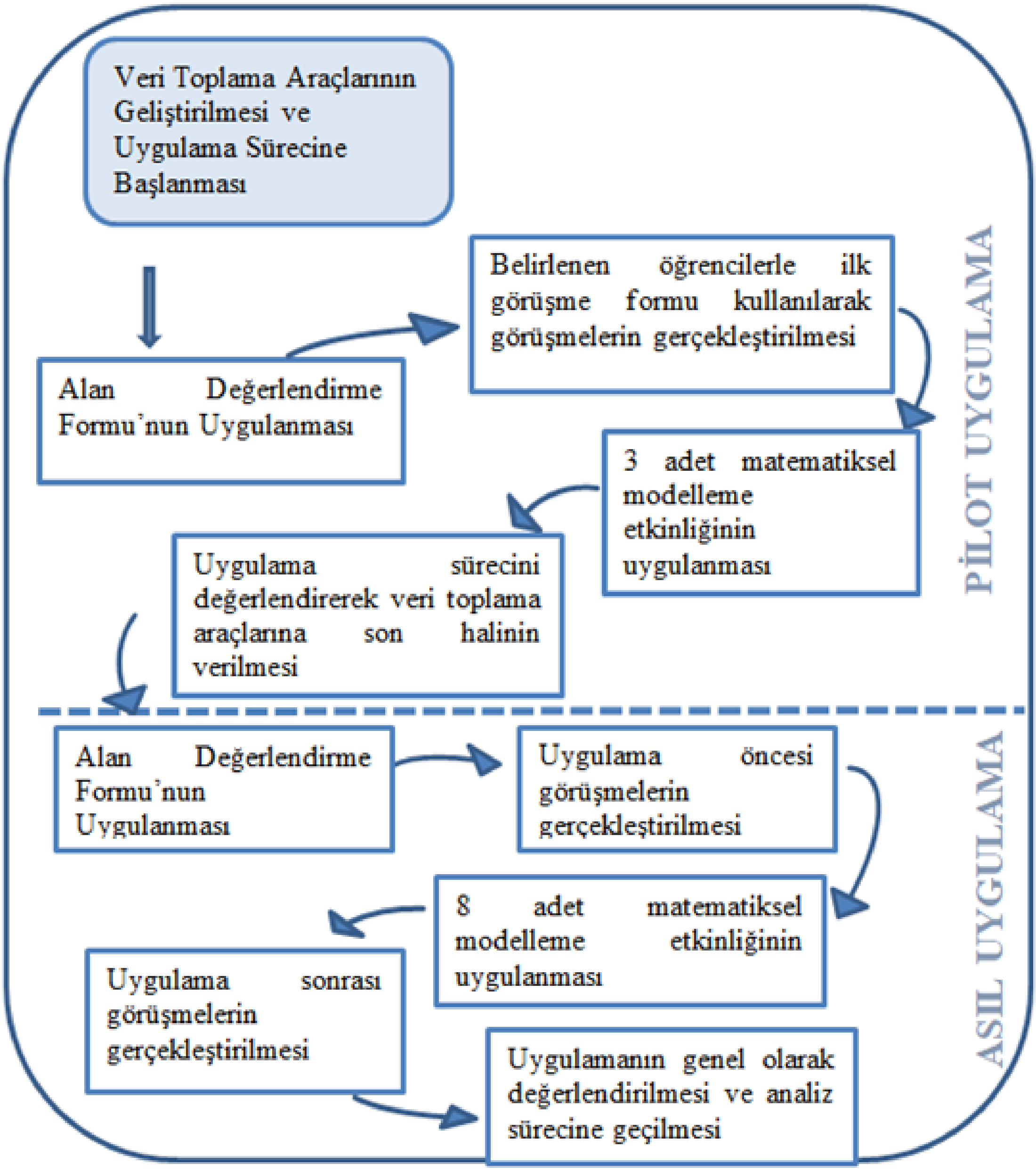
Bu araştırmada, kullanılan dokümanlar, modelleme etkinliklerini uygulama sürecinde çekilen video kayıtlar, ses kayıtları, öğrencilerin modelleme etkinliklerine ait çözümlerini içeren yazılı kağıtlar, öğrencilerin görüşmeler esnasında yöneltilen soruları cevaplamak için işlemler yaptıkları kağıtlar şeklindedir. Araştırmadan elde edilen dokümanların tamamı nitel veri olarak değerlendirilmiştir.

3.4. Uygulamanın Süreci ve Araştırmacının Rolü

3.4.1. Uygulama Süreci

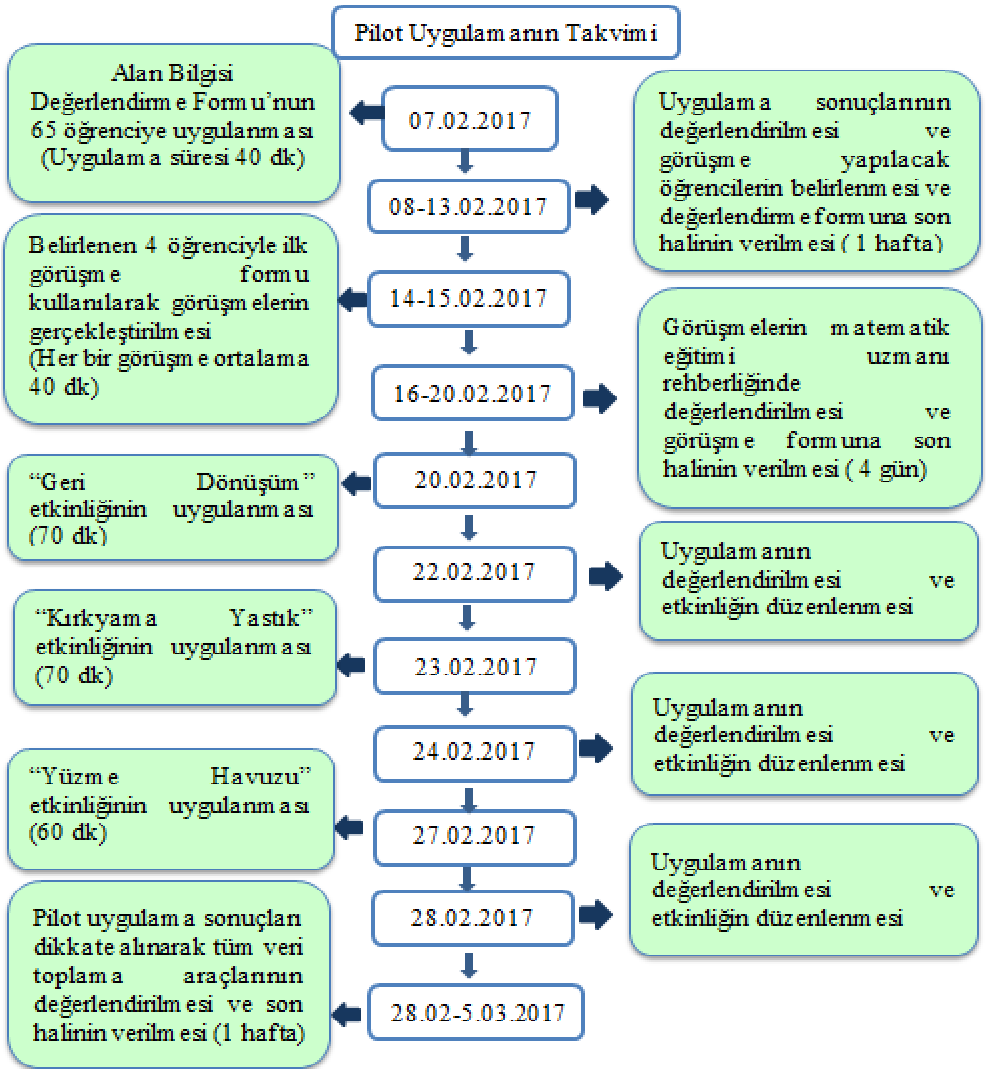
Araştırmanın uygulama süreci pilot uygulama ve asıl uygulama olmak üzere iki aşamada gerçekleştirilmiştir. İki uygulama aynı eğitim öğretim yılı içinde uygulanacağından dolayı, uygulamalar arasındaki zaman farkının uygulama sonuçları üzerindeki etkisini minimum düzeye indirgemek amacıyla, iki uygulamanın arasının kısa olması gerektiği düşünülmüş ve aynı dönem içinde yapılması uygun görülmüştür. Böylelikle her iki uygulama 2016-2017 eğitim öğretim yılının bahar döneminde gerçekleştirilmiştir. Pilot uygulama ve asıl uygulamanın aşamaları genel hatlarıyla Şekil 3.2'de sunulmuştur.

Araştırma problemi kapsamında geliştirilen ve düzenlenen veri toplama araçlarına son halini vermek ve araştırmacının asıl uygulama için deneyim kazanmasını sağlamak amacıyla gerçekleştirilen pilot uygulamada, asıl uygulama için düşünülen bütün aşamalar (son görüşmeler hariç) için gerçekleştirilmiştir. Son görüşme formunun pilot uygulaması yapılmamıştır. Çünkü son görüşme formunun amacına ne derece hizmet ettiğini belirleyebilmek için asıl uygulama sürecinde uygulanması planlanan tüm etkinliklerinin uygulanmış olması gerekmektedir. Pilot uygulamada tüm etkinlikler uygulanmadığından son görüşme formunun geçerliği için gerekli varsayımın oluşmadığı düşünülerek pilot uygulaması yapılmamıştır. Pilot uygulama, çalışma grubunun alan ölçme konusuna ilişkin eksikliklerini belirlemek adına önemli derecede rehberlik etmiştir. Söz konusu eksiklikler dikkate alınarak kazanımlara ve literatüre göre hazırlanmış olan etkinlikler gözden geçirilmiş ve düzenlenmiştir.



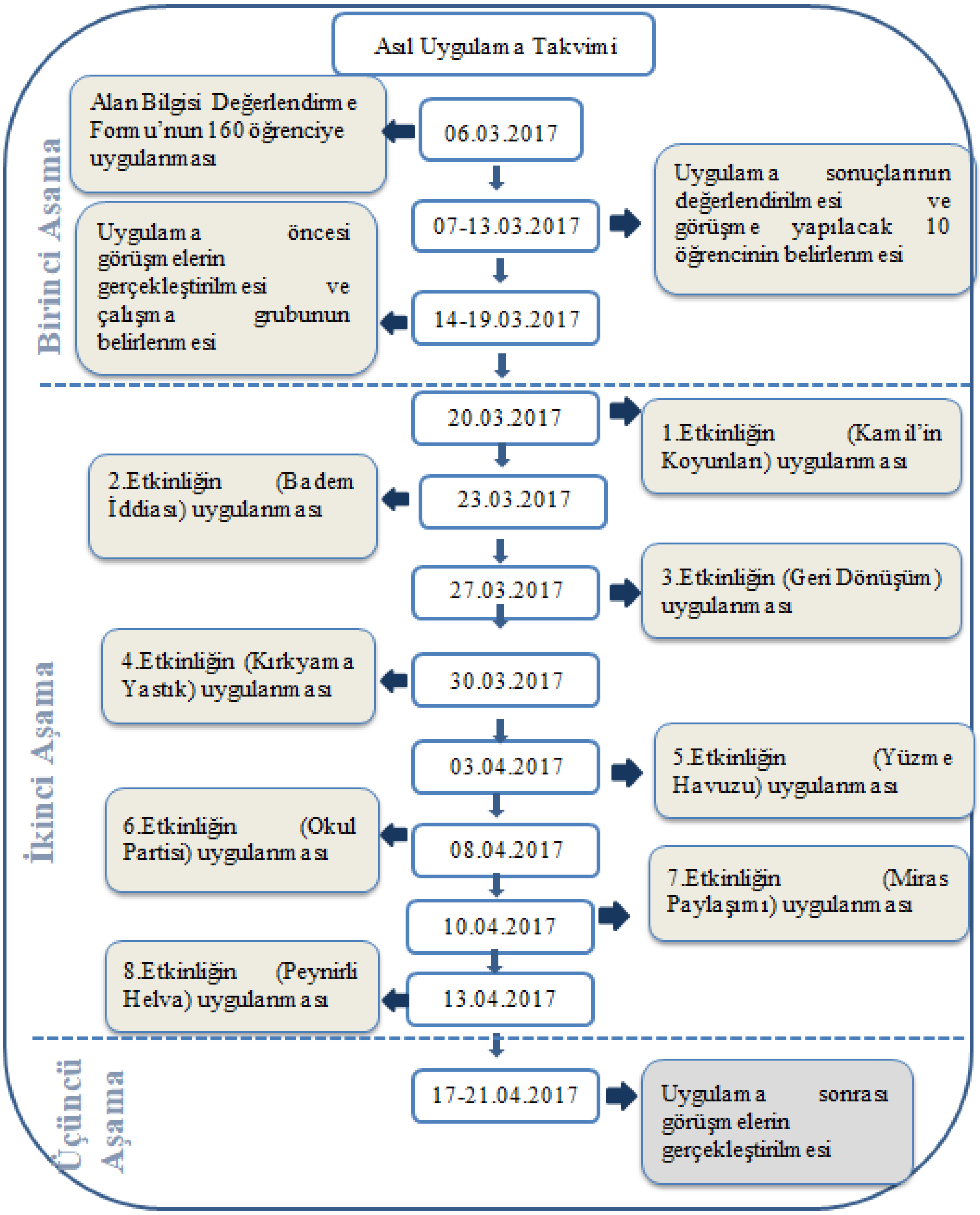
Şekil 3.2 Araştırmanın uygulama süreci

Etkinliklerin pilot uygulama sürecinde dört öğrenci ikişer kişilik gruplarla etkinliğe başlamış, bir süre bu şekilde etkinliği değerlendirdikten sonra tek grup olarak etkinlik çözümüne devam etmiştir. Etkinliklerde öğrenci açıklamaları ve anlaşılmayan yerler dikkate alınarak düzenleme yapılmıştır. Pilot uygulamada tüm etkinliklerin pilot uygulaması yapılmamıştır. Etkinliklerin pilot uygulamasında amaç, öğrencilerin etkinliklerde yaşayabileceği olası zorlukları belirlemek ve modelleme süreciyle etkileşimlerine yönelik bir fikir edinebilmektir. Bu nedenle tüm etkinliklerin uygulanması gerekli görülmemiştir. Pilot uygulamanın değerlendirilmesi ile literatürden ders kitabından alınarak uyarlanan iki etkinlik ve araştırmacı tarafından geliştirilen diğer üç etkinlik gözden geçirilmiş ve uzman görüşleri de alınarak son hali verilmiş ve etkinliklerin uygulama sırası tam olarak belirlenmiştir. Böylelikle pilot uygulama süreci tamamlanarak asıl uygulama sürecine geçilmiştir. Pilot uygulamanın aşamaları ve uygulama takvimi Şekil 3.3'te sunulmuştur.



Şekil 3.3 Pilot uygulamanın aşamaları ve uygulama takvimi

Asıl uygulama süreci üç ana aşamadan oluşmaktadır. Uygulamanın aşamaları ve uygulama takvimi Şekil 3.4'te verilmiştir.



Şekil 3.4 Asıl uygulamanın aşamaları ve uygulama takvimi

Asıl uygulama sürecinde matematiksel modelleme etkinlikleri, haftada iki oturum olacak şekilde dört hafta boyunca uygulanmıştır. Uygulamalar okul ders saatinin dışında öğrenci velilerinden ve milli eğitimden gerekli izinler alınmak suretiyle okulda gerçekleştirilmiştir (Ek 3). Hem öğrencilerin süre kısıtlaması olmaksızın problem durumu üzerinde düşünmelerini sağlamak hem de derslerinden geri kalma endişesinden dolayı etkinliğe odaklanmaları engelleyecek bir durum yaşamamaları için etkinlikler okul ders saati dışında gerçekleştirilmiştir. Etkinlik uygulamalarında öğrenciler üçer kişilik iki grup şeklinde çalışmıştır. Grupların problemi, beş on dakika bireysel değerlendirmeleri sonrasında grup arkadaşlarıyla birlikte değerlendirmeleri ve çözüm için bir model geliştirmeleri istenmiştir. Grup çözümlerinin tamamlanmasının akabinde gruplar sunumlarını gerçekleştirmiş ve toplu değerlendirme, savunma ve tartışma bölümüne geçilmiştir. Bazı etkinliklerde öğrencilerin durumları göz önüne alınarak gruplar birleştirilmiş ve tek grupla uygulama yapılmıştır. Modelleme etkinliklerinin uygulanması 60-80 dk sürmüştür. Uygulama sürecinin öncesinde gerçekleştirilen görüşmeler yaklaşık olarak 30-40 dk sürmüştür. Görüşmeler bireysel olarak yapılmıştır. Görüşme ortamının öğrencilerin kendini rahat hissettiği ve konsantrasyonunu etkileyecek etkenlerden uzak bir ortam olmasına dikkat edilmiştir. Son görüşmeler de benzer şekilde bireysel olarak gerçekleştirilmiş ve yaklaşık olarak 40-60 dk sürmüştür. Son görüşmelerle birlikte uygulama süreci tamamlanmış ve analiz sürecine geçilmiştir.

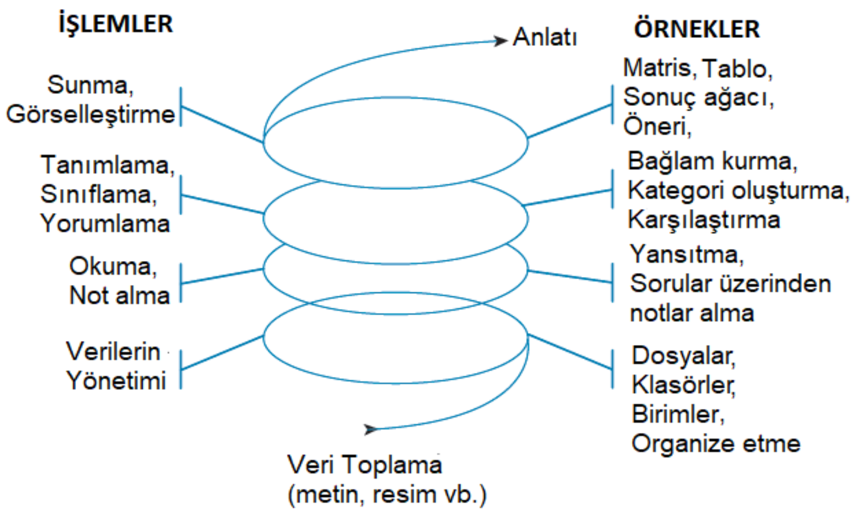
3.4.2. Araştırmacının Rolü

Nitel araştırmalarda, araştırmacı bizzat çalışma alanında zaman harcayan, araştırma grubuyla doğrudan görüşen, onların fikirlerini sorgulayan ve yaşantılarını deneyimleyen, alanda kazandığı yaklaşımı ve deneyimleri elde ettiği verilerin analizinde kullanan kişi olmalıdır [145]. Bu araştırmada, araştırmacı aynı zamanda uygulayıcı olarak yer almıştır. Araştırmacı, araştırma problemini oluştururken yararlandığı temel kaynakları ve kuramsal çerçeveyi dikkate alarak araştırmanın her ayrıntısını planlamaya özen göstermiştir. Veri toplama araçlarını geliştirdikten sonra, pilot çalışmanın uygulamasını gerçekleştirmiş ve pilot çalışmadan elde edilen bilgiler ışığında veri toplama araçlarına son halini vermiştir. Araştırma izni için gerekli yazışmaları ve görüşmeleri yaparak uygulama öncesi çalışma grubunu, araştırma konusuyla ve ayrıntılarıyla ilgili detaylı bir şekilde bilgilendirmiştir. Araştırmacı olarak “Alan Bilgisi Değerlendirme Formu” uygulamış ve belirlenen öğrencilerle görüşmeleri gerçekleştirmiştir. Araştırmada modelleme etkinlikleri uygulama sürecinde ise öğrencilerin tepkilerini, yaşadığı zorlukları, öğrenme deneyimlerini birinci elden görmek amacıyla uygulayıcı rolünü üstlenmiştir. Uygulamayı gerçekleştirirken, her etkinlikte ilginç gelen noktaları ve detayları not tutmuş, öte yandan modelleme etkinliği uygulama sürecinde öğretmen rehberliğiyle [1, 35] oturumu yönetmiştir. Uygulama sürecinde uygulamayı olumsuz etkileyecek faktörleri minimum düzeye indirerek sınıf ve zaman yönetimi konusunda gerekli yönlendirmeleri yapmıştır. Uygulama sürecinde video ve ses kayıt cihazının çekimi ve kontrolünde ise başka bir araştırmacıdan destek alınmıştır. Araştırmacı uygulama sürecindeki her ayrıntıyı yakalayabilmek için bu konuda destek almayı tercih etmiştir. Araştırmada durum çalışma yönteminin esasları dikkate alınarak veri toplama ve analizi birlikte sürdürülmüştür.

3.5. Verilerin Analizi

Nitel araştırmalarda veri analizi zorlayıcı bir sürece sahiptir [149]. Verileri derinlemesine okumak, anlamak ve yorumlamak, veriyi organize etmek, veri tabanının ön okumasını yürütmek, temaları oluşturmak kodlamak ve düzenlemek, verileri temsil etmek ve bunların yorumlamasını gerçekleştirmek bu sürecin zorlu olmasındaki en önemli nedenlerdir [139]. Nitel veri analizinde farklı yaklaşımlar bulunmaktadır [160]. Bunun yanı sıra, verileri kodlama (veriyi anlamlı bölümlere ayırma ve bölümler için adlar atama), kodları daha geniş kategoriler veya temalar ile bir araya getirme ve bunları veri grafikleri veya tablolarda karşılaştırma ve gösterme, nitel veri analizinin temel unsurları olarak belirtilmektedir [139].

Nitel veri analizinin belirgin özellikleri bulunmaktadır. Veri toplama ve veri analizi sürecinin birbirinden farklı zaman dilimlerinde yürütülmemesi bu özelliklerden birisidir [139]. Veri analizi çoğu zaman, veri toplama ile eş zamanlı bir şekilde yürütülür ve bu süreçler birbiriyle yakından ilişkilidir [158]. Creswell [139], nitel veri analizinin sezgisel, esnek ve göreceli olduğunu belirterek, araştırmanın benzersiz olduğunu ifade etmektedir. Öte yandan bu benzersizliğinin yanı sıra nitel analizle ilgili genel hatların gösterildiği bir çerçevenin oluşturabileceğini belirtmiş ve bu çerçeveyi "nitel analiz sarmalı" olarak isimlendirmiştir (Şekil 3.5).



Şekil 3.5 Nitel Veri Analizi Sarmalı [139]

Nitel veri analizinde araştırmacı sabit ve doğrusal bir eksende hareket etmek yerine analitik yapılar arasında hareket eder. Veri yönetimi ile analiz sürecinin başladığı bu sarmalda araştırmacı verileri belirli klasörler şeklinde dosyalar ve analiz için dosyaları uygun metin birimlerine dönüştürür. Birimler üzerinde notlar alınarak yapılan karşılaştırma ile kodlar ve kategoriler oluşturulur. Veriler yorumlanır, sunulur ve sonunda bir anlatı şeklinde okuyucuya sunulur ve süreç tamamlanır. Creswell'in [139] sarmalı, bu araştırmanın analizi tasarlanırken dikkate alınmıştır.

Bu araştırmanın veri analizi iki aşamada yapılmıştır. Araştırmanın veri analizinde gömülü teori kodlama yöntemi (gorunded coding), rubrikle değerlendirme yöntemi yönteminden faydalanmıştır. Birinci aşamada tüm veri gömülü teori kodlama yöntemiyle analiz edilmiş ve bu analiz neticesinde ortaya çıkarılan çerçeve, öğrencilerin alan ölçme konusuna ilişkin bilgilerini değerlendirmek amacıyla kullanılan "Alan Kavramı ve Alan Ölçme Bilgisi Değerlendirme Rubriği"nin geliştirilmesinde kullanılmıştır. İkinci aşamada, toplanan tüm veriler geliştirilen rubriğe göre değerlendirilmiş ve öğrenci açıklamalarıyla rubrik değerlendirmesi desteklenmiştir. Uygulama sürecinde öğrencilerin modelleme süreci literatürden alınan bir rubrik [136] aracılığıyla analiz edilmiştir. Şekil 3.6'de sunulan analiz sürecinin ayrıntıları ilgili başlıklar altında detaylı bir şekilde açıklanmıştır.

3.5.1. Veri Analizi Sürecinde Birinci Aşama (Kodlama ve Rubrik Geliştirme)

Araştırmanın veri analizinin birinci aşamasında, gömülü teori yaklaşımı dikkate alınmıştır. Gömülü teori (Grounded theory) en genel ifadeyle araştırılan durumdan elde edilen verilerin sistematik bir şekilde analiz edilmesi sonucunda bir olguya, teoriye ve kurama ulaşma yöntemidir [139, 161]. Gömülü teori aynı zamanda hem bir araştırma stratejisi hem de veri analizi yöntemi olarak ele alınmaktadır [162]. Bir durum çalışması olan bu araştırmada gömülü teori veri analizi yöntemi olarak ele alınmıştır. Gömülü teori yönteminde veri analizi kategoriler oluşturma ve sürekli karşılaştırma esasına dayanır [163]. Veri analizinde amaç kategorileri oluşturmak, birbirine bağlamak, kategorileri birbirine bağlayan bir "öykü" oluşturmak ve bir dizi teorik önermelerle araştırmayı sona erdirmektir [161]. Verilerin kodlanarak analiz edildiği bu yaklaşımda genel olarak açık, eksensel ve seçici kodlama olmak üzere üç ana kodlama aşaması bulunmaktadır. Bu kodlama türleri kavramsal olarak farklı anlamlara sahip olup, genel olarak birbiriyle örtüşerek eş zamanlı bir şekilde ilerler [162].

Bu araştırmada yukarıda açıklanan gömülü teori kodlama yöntemi, öğrencilerin alan kavramı ve alan ölçme becerisini belirlemeye yönelik olarak kullanılacak olan rubriğin geliştirilmesi için kullanılmıştır. Bu amaçla araştırmada veri analizi süreci şu şekilde işlemiştir. Araştırmada tüm veriler toplandıktan sonra, verilerin tamamı transkript edilmiştir. Transkript işleminin akabinde, her uygulamaya ilişkin video ve ses kayıtlarının tamamı, o uygulamanın transkript metni dikkate alınarak yeniden izlenmiştir. İkinci izlemenin amacı, video ve ses kayıt dökümlerini sadece sözlü ifadelerle değil, aynı zamanda jest, tavır, çizimler ve görüntülerle zenginleştirmektir. Bu aşamada araştırmacının gözlem notları ve öğrencilerin çözüm kağıtları da dikkate alınmıştır. Literatürde güçlendirme (enhanced) olarak kullanılan bu yöntemle verilerin daha doğru bir şekilde yorumlanması ve incelenen durumun bir bütün olarak analiz edilmesi hedeflenmiştir [164]. Transkriptlerin tamamlanmasının ardından kodlama sürecine geçilmiştir. Kodlama sürecinde kod geçerliğini ve güvenirliğini sağlamak adına uygulamanın her aşamasından (ilk görüşme- uygulama süreci- son görüşme) birer transkript olmak üzere üç transkript biri matematik eğitimi uzmanı iki araştırmacı tarafından kodlanmıştır. Bu süreçte öncelikle transkriptlerin nasıl etiketleneceğine karar verilmiştir. Etiketleme işleminde bir satır veya bir cümle etiketlenebileceği gibi duruma göre incelenen tüm metin üzerinden değerlendirme yapılarak kodlama yapılabilir [161]. Bu araştırmada kodlamanın tüm veri üzerinden yapılması araştırmacılar tarafından uygun görülmüş, duruma göre bir kelime, bir satır, bir cümle veya bir paragraf kodlanmıştır. Üç transkript bu şekilde kodlandıktan sonra iki araştırmacı bir araya gelerek kodları karşılatırmış ve değerlendirmiştir. Kodlar arasındaki uyum için Miles ve Huberman [165] kodlayıcı güvenirliği formülü ([Uyumlu kodlar/ (Uyumlu kodlar + Uyumsuz kodlar)] x100) uygulanmış ve ilk görüşme için % 84, etkinlik için %80, son görüşme için % 82 olduğu belirlenmiştir. Nitel çalışmalarda kod güvenirliğinin en az %80 düzeyde çıkması [165] kriteri dikkate alındığında elde edilen sonuçların nitel araştırma güvenirliği için yeterli olduğu düşünülmektedir. Kodlama değerlendirme sürecinde aynı anlamı taşıyan fakat farklı şekilde isimlendirilen kodlar olduğu belirlenmiş ve bu kodlarda isim birliğine gidilmiştir. Uyumsuz olan kodlar değerlendirilmiş, duruma göre aynı anlamı taşıyan kodlarla ilişkilendirilmiş, duruma göre yeni kodlar oluşturulmuştur. Açık kodlama aşamasının geri kalan kısmını tek araştırmacı yürütmüştür. Fakat bu süreçte araştırmacı gerektiğini düşündüğü her durumda matematik eğitimi uzmanı olan diğer araştırmacı ile iletişime geçerek fikir birliğine varmış ve süreci bu şekilde sürdürmüştür. Açık kodlama sürecinin sonucunda geliştirilmesi hedeflenen rubriğin alt kategorileri (başlıkları) ve seviyeleri belirlenmiştir. Bir sonraki aşama olan eksensel kodlamada belirlenen alt kategorilerden ilişkili olanlar için yeni kodlar oluşturularak kategoriler geliştirilmiştir. Son kodlama aşaması olan seçici kodlamada rubriği oluşturacak şekilde ana ve alt başlıklar belirlenmiş, her alt başlığın seviyeleri düzenlenmiş ve geliştirilmiştir. Bu şekilde Alan Kavramı ve Alan Ölçme Bilgisi Değerlendirme Rubriği (AKAÖBD) oluşturulmuştur (Çizelge 3.7).

Çizelge 3.7 Alan kavramı ve alan ölçme bilgisi değerlendirme rubriği

Alan Kavramı ve Alan Ölçme Bilgisi Değerlendirme Rubriği			
		Seviyeler	Açıklama
Alan Kavramına İlişkin Algılar	Alan Kavramı Algısı (AKA)	Seviye 0 (0 puan)	Alan kavramına ilişkin bir açıklama yapmama veya yanlış bir açıklama yapma.
		Seviye 1 (1 puan)	Alanı kavramını bir şeklin eni ile boyunun çarpımı sonucunda elde edilen sayısal bir değer olarak düşünme. (en x boy algısı)
		Seviye 2 (2 puan)	Alan kavramını bir şeklin kapladığı yer olarak görme ve sadece düzgün şekillere ait bir özellik olarak düşünme.
		Seviye 3 (3 puan)	Alan kavramını bir cismin kapladığı yer olarak düşünme.
	Alan Hesaplama Algısı (AHA)	Seviye 0 (0 puan)	Alan hesaplamaya ilişkin bir açıklama yapmama veya yanlış bir algıya sahip olma.
		Seviye 1 (1 puan)	Bir şeklin alanını diklik şartı aramadan kesişen iki kenarın çarpımı olarak düşünme.
		Seviye 2 (2 puan)	Bir şeklin alanını şeklin tabanı ile o tabana ait yüksekliğin çarpımı olarak düşünme.
		Seviye 3 (3 puan)	Dikdörtgenin alan hesaplama bağıntılarını matematiksel olarak açıklama. (Bağıntıları birim karelerle ilişkilendirerek açıklama.)
		Seviye 4 (4 puan)	Bütün çokgenlerin alan hesaplama bağıntılarını matematiksel olarak açıklama. (Bağıntıları birim karelerle ilişkilendirerek açıklama).
Birim Kare	Birim Kare (BK)	Seviye 0 (0 puan)	Birim kare kavramına ilişkin bir açıklama yapmama veya yanlış bir açıklama yapma.
		Seviye 1 (1 puan)	Tüm kenarları dik kesişen çokgenlerin alanını birim kare cinsinden ölçme ve ifade etme.
		Seviye 2 (2 puan)	Dikdörtgenin alanını farklı ebattaki birim karelerle ölçme ve ifade etme.
		Seviye 3 (3 puan)	Bütün çokgenlerin alanlarını birim kare cinsinden ölçme ve ifade etme.
		Seviye 4 (4 puan)	Bir çokgenin alanını farklı ebattaki birim karelerle ölçme ve ifade etme.
		Seviye 5 (5 Puan)	Bir çokgenin alanını standart olmayan bir birimle ölçme ve ifade etme.
	Alan Ölçme Birimleri ve Birimler Arası Dönüşümler (AÖBD)	Seviye 0 (0 puan)	Alan ölçme birimlerine ilişkin bir açıklama yapmama ve alan ölçme birimini yanlış kullanma.
		Seviye 1 (1 puan)	Alan ölçme birimini doğru bir şekilde kullanma.
		Seviye 2 (2 puan)	Alan ölçme birimlerini cebirsel olarak doğru tanımlama, fakat geometrik olarak tanımlamama.
		Seviye 3 (3 puan)	Alan ölçme birimlerini geometrik olarak doğru tanımlama.
		Seviye 4 (4 puan)	Alan ölçme birimlerinin dönüşümünü yapma.
		Seviye5 (5 Puan)	Alan ölçme birimlerinin dönüşümünü matematiksel olarak açıklayabilme.
Korunum	Alan Korunumu (AK)	Seviye 0 (0 puan)	Alan korunumuna sahip olmama.
		Seviye 1 (1 puan)	Alan korunumuna sahip olma.
	Uzunluk Korunumu (UK)	Seviye 0 (0 puan)	Uzunluk korunumuna sahip olmama.
		Seviye 1 (1 puan)	Uzunluk korunumuna sahip olma.

Çizelge 3.7 (devam)

		Seviyeler	Açıklama
Alan Ölçme Becerisi	Kare ve Dikdörtgenin Alanını Hesaplama Becerisi (KDAH)	Seviye 0 (0 puan)	Kare ve dikdörtgenin alanlarını hesaplayamama veya yanlış hesaplama.
		Seviye 1 (1 puan)	Kare ve dikdörtgenin alanını doğru hesaplama.
		Seviye 2 (2 puan)	Kare ve dikdörtgenin alan bağıntısını oluşturma ve matematiksel olarak açıklama.
	Üçgenin Alanını Hesaplama Becerisi (ÜAH)	Seviye 0 (0 puan)	Üçgenin alanını hesaplayamama veya yanlış hesaplama.
		Seviye 1 (1 puan)	Dik üçgenin alanını doğru hesaplama.
		Seviye 2 (2 puan)	Tüm üçgenlerin alanını doğru hesaplama.
		Seviye 3 (3 puan)	Üçgenlerin farklı kenarlarını taban kabul ederek alanını hesaplama.
		Seviye 4 (4 puan)	Üçgenin alan bağıntısını oluşturma ve matematiksel olarak açıklama.
	Paralelkenarın Alanını Hesaplama Becerisi (PAH)	Seviye 0 (0 puan)	Paralelkenarın alanını hesaplayamama veya yanlış hesaplama.
		Seviye 1 (1 puan)	Paralelkenarın alanını doğru hesaplama.
		Seviye 2 (2 puan)	Paralelkenarın farklı kenarını taban kabul ederek alanını hesaplama.
		Seviye 3 (3 puan)	Paralelkenarın alan bağıntısını oluşturma ve matematiksel olarak açıklama.
Kenar Uzunluğu-Çevre-Alan İlişkisi	Kenar uzunluğu-Alan İlişkisi (KAİ)	Seviye 0 (0 puan)	Kenar uzunluğu ile alan arasında ilişkiyi açıklayamama veya yanlış biçimde açıklama.
		Seviye 1 (1 puan)	Kenar uzunluğu ile alan arasında ilişkiyi sınırlı (örneklerle) bir biçimde açıklama.
		Seviye 2 (2 puan)	Kenar uzunluğu ile alan arasında ilişkiyi genelleme.
	Çevre- Alan İlişkisi (ÇAİ)	Seviye 0 (0 puan)	Aynı çevre uzunluğuna sahip farklı çokgenler oluşturamama.
		Seviye 1 (1 puan)	Aynı çevre uzunluğuna sahip farklı çokgenler oluşturma.
		Seviye 2 (2 puan)	Aynı çevre uzunluğuna sahip çokgenlerden kenar uzunluklarının birbirine yakınlaşmasıyla alanın büyüdüğü görebilme
	Alan- Çevre İlişkisi (AÇİ)	Seviye 0 (0 puan)	Aynı alana sahip farklı çokgenler oluşturamama.
		Seviye 1 (1 puan)	Aynı alana sahip farklı çokgenler oluşturma.
		Seviye 2 (2 puan)	Aynı alan sahip çokgenlerden kenar uzunluklarının birbirinden uzaklaşmasıyla çevre uzunluğunun büyüdüğünü görebilme

Geliştirilen rubrikte 5 ana başlık, 12 alt başlık bulunmaktadır. Her başlıktaki derecelendirme farklı seviyelerde oluşmuştur. Rubrik geliştirildikten sonra alanında uzman iki matematik eğitimcisinin, bir lisansüstü öğrencisinin ve bir matematik öğretmeninin rubriği değerlendirmek suretiyle görüşleri alınmıştır. Değerlendirmelerin akabinde anlaşılmayan bazı seviye ifadeleri düzenlenmiş ve daha açık ve anlaşılır bir biçimde yazılmıştır. Son olarak rubrik dil, yazım ve anlatım bakımından bir dil uzmanı tarafından değerlendirilmiştir. Tüm bu incelemeler neticesinde rubriğe son hali (Çizelge 3.7) verilmiş olup, veri analiz sürecinin birinci aşaması tamamlanmıştır.

3.5.2. Veri Analizi Sürecinde İkinci Aşama (Rubrikle Değerlendirme)

Yıldırım ve Şimşek [149], nitel araştırmalarda bazı durumlarda sayısal verilerin kullanılabileceğini belirterek bu durumu nitel verilerin sayısal analizi olarak ifade etmiştir. Araştırmacılar, nitel verilerin sayısal bir yapıya dönüştürülmesinde genelleme yapma amacından ziyade dört farklı amaç için kullanıldığını belirtmiştir. Araştırmanın güvenirliğini artırmak, yanlılığı azaltmak, veri analizi sonucunda ortaya çıkan tema ve kategorilerde karşılaştırma yapmak ve bir durum çalışması sonuçlarının daha ileride geniş bir örnekleme ulaşmasına olanak sağlamak amacıyla nitel veriler sayısal bir forma dönüştürülebilir. Bu araştırmada da nitel veriler bu amaçlar doğrultusunda sayısallaştırılmış ve rubrikle değerlendirilmiştir. Rubrik (derecelendirme ölçeği), bireylerin öğrenmelerine rehberlik etmek ve öğrenme süreçlerini analiz etmek amacıyla eğitimciler ve araştırmacılar tarafından geliştirilen puanlama ölçekleridir [166]. Araştırmanın analiz sürecinin ikinci aşamasında toplanan tüm veriler AKAÖBD rubriğiyle değerlendirilmiştir. Bunun yanı sıra matematiksel modelleme etkinliklerini uygulama sürecinde öğrencilerin modelleme sürecini analiz etmek için literatürden alınan “Modelleme Yeterlikleri Değerlendirme Rubriği” kullanılmıştır [136].

Birinci aşama analizinin sonucunda oluşturulan AKABÖD rubriği tüm sürecin analizinde kullanılmıştır. Bireysel görüşmelerden elde edilen veriler ve etkinlik uygulamalarında öğrenci performansları, açıklamaları ve çözümleri dikkate alınarak, öğrencilerin uygulama öncesi ve uygulama sonrası bilgi seviyesi rubriğe göre puanlanmıştır. Uygulama sonrası puanlama tüm süreç dikkate alınarak hesaplanmıştır. Analitik bir puanlama elde etmek amacıyla kullanılan rubrikte, araştırmada öğretilmesi hedeflenen konuya uygun 5 ana başlık ve 12 alt başlık ve her başlığa ait farklı seviyelerde bir puanlama mevcuttur. Seviyeler 0 ile 5 arasında değişmektedir. Alt başlıklar en az iki seviye, en fazla 5 seviye şeklindedir. İlk seviye öğrencilerin açıklama yapmama ya da yanlış açıklama yapması olarak belirlenmiş bu nedenle seviye 0 olarak kabul edilmiştir. Araştırmacı bu kararı, matematik eğitimi uzmanının görüşü dahilinde almıştır. Her seviyeye, seviye ismindeki sayı kadar puan verilmiştir. Bu şekilde bir puanlama ile rubrikten alınabilecek maksimum ve minimum düzeydeki puanlar 34-0 puan şeklindedir. Puanlar doğrultusunda öğrencilerin düzeylerini ifade edebilmek Van De Walle, Karp, Bay-Williams [122] çalışmasında yer verdiği rubrik puanlama yönteminden faydalanılmıştır. Çalışmada sunulan rubrikte öğrenci perfromansı "başarılı" ve "henüz değil" olmak üzere iki ana kategoriye ayrılmıştır. Sonrasında her kategori iki kategoriye daha ayrılarak toplamda 4 kategoriyle öğrenci perfromasnının değerlendirilmesi hedeflenmiştir. Bu araştırmada da rubrikteki derecelendirmelerden faydalanılmış ve öğrencilerin düzeylerini ifade edebilmek için "Yetersiz" (0-8 puan arası), " Sınırlı" (9-17 puan arası), "Yeterli"(18-26 puan arası), "Mükemmel" (27-34 puan arası), olacak şeklinde dört kategori belirlenmiş ve rubrik bu haliyle kullanılmıştır (Çizelge 3.7).

Araştırmada kullanılan bir diğer rubrik, öğrencilerin modelleme sürecini incelemek için kullanılmıştır. Bu amaçla literatürden alınan modelleme yeterlikleri değerlendirme rubriği [136] kullanılmıştır (Çizelge 3.8).

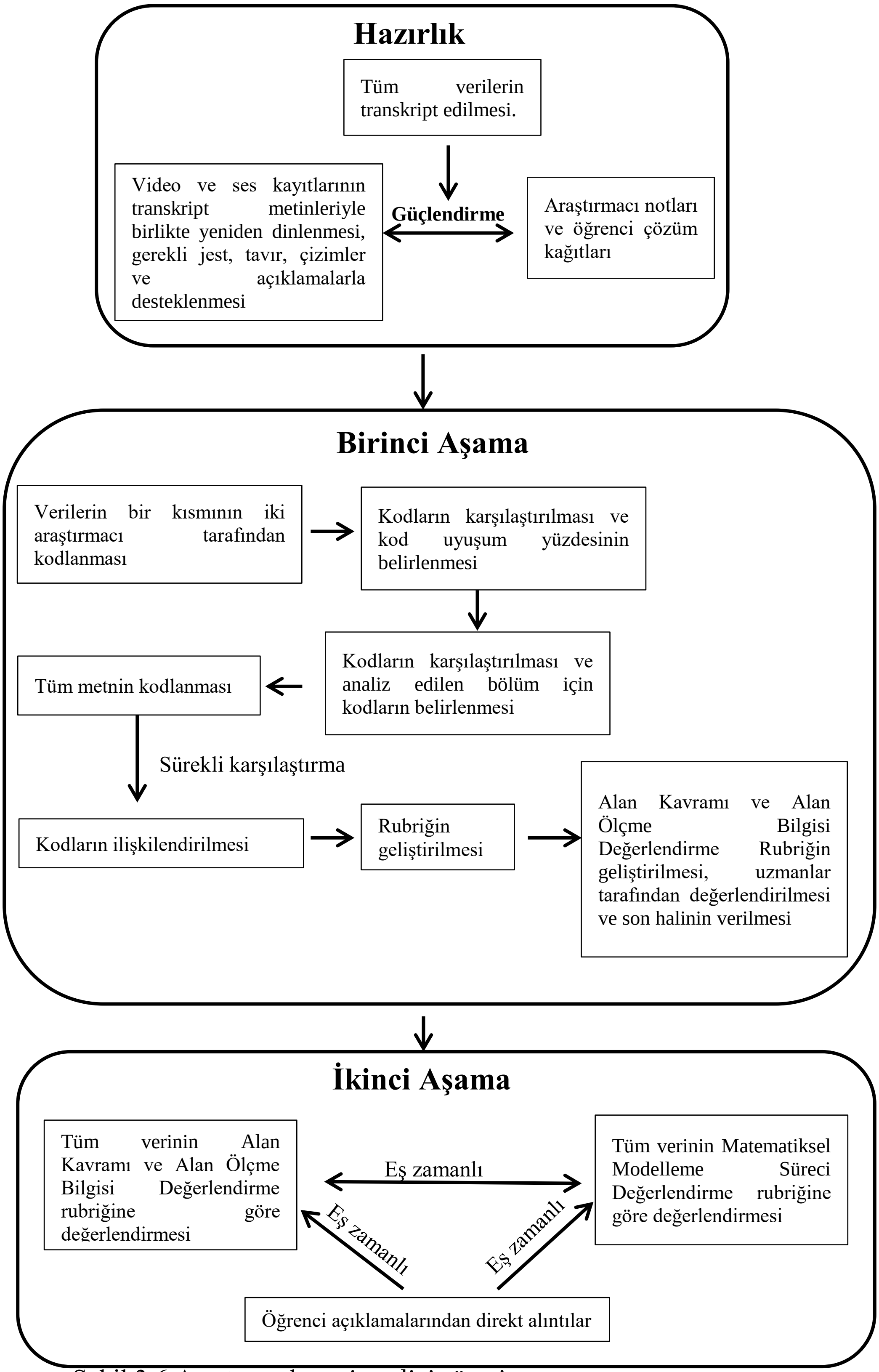
Çizelge 3.8 Matematiksel modelleme yeterlikleri değerlendirme rubriği [136]

	Seviyeler	Tanımlama
Problemi Anlama	Seviye 1 0 Puan	Problemi anlamama, problemde verilenleri ve istenenleri belirlememe, aralarında ilişki kuramama veya yanlış bir biçimde kurma.
	Seviye 2 1 Puan	Problemi kısmen anlama, verilenleri ve istenenleri bir ölçüde belirleme, fakat aralarında ilişki kuramama veya yanlış bir biçimde kurma.
	Seviye 3 2 Puan	Problemi tamamen anlama, verilenleri ve istenenleri belirleme fakat aralarında ilişki kuramama veya yanlış bir biçimde kurma.
	Seviye 4 3 Puan	Problemi tamamen anlama, verilenleri ve istenenleri belirlerken önemsiz hatalar yapma, fakat aralarında ilişki kuramama.
	Seviye 5 4 Puan	Problemi tamamen anlama, verilenleri ve istenenleri belirleme ve aralarında ilişki kurma
Sadeleştirme	Seviye 1 0 Puan	Problemi sadeleştirmeme, gerekli/gereksiz değişkenleri belirlememe ve yanlış varsayımlarda bulunma.
	Seviye 2 1 Puan	Problemi kısmen sadeleştirme, gerekli/gereksiz değişkenleri bir ölçüde belirleme fakat yanlış varsayımlarda bulunma.
	Seviye 3 2 Puan	Problemi sadeleştirme, gerekli/gereksiz değişkenleri belirleme ve bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlarda bulunma.
	Seviye 4 3 Puan	Problemi sadeleştirme, gerekli/gereksiz değişkenleri belirleme ve gerçekçi varsayımlarda bulunma.

Çizelge 3.8 (devam)

	Seviyeler	Tanımlama
Matematikselleştirme	Seviye 1 0 Puan	Matematiksel model/ler oluşturmama veya yanlış matematiksel model/ler oluşturma.
	Seviye 2 1 Puan	Bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlar doğrultusunda eksik/ hatalı matematiksel model/ler oluşturma.
	Seviye 3 2 Puan	Bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlara dayalı doğru matematiksel model/ler oluşturma.
	Seviye 4 3 Puan	Gerçekçi varsayımlar doğrultusunda eksik/ hatalı model/ler oluşturma ve birbiriyle ilişkilendirme.
	Seviye 5 4 Puan	Gerçekçi varsayımlara göre gerekli matematiksel model/leri doğru bir şekilde oluşturma, model/leri açıklama ve birbiriyle ilişkilendirme.
Matematiksel Olarak Çalışma	Seviye 1 0 Puan	Matematiksel çözüm sunamama, oluşturulan matematiksel modelleri yanlış çözme veya yanlış matematiksel modeli çözmeye çalışma.
	Seviye 2 1 Puan	Eksik/ hatalı oluşturulan matematiksel modellerin çözümünde hatalar/eksiklikler içerme.
	Seviye 3 2 Puan	Eksik/ hatalı oluşturulan matematiksel modelleri doğru çözme.
	Seviye 4 3 Puan	Doğru oluşturulan matematiksel modellerin çözümünde hatalar/eksiklikler içerme.
	Seviye 5 4 Puan	Doğru oluşturulan matematiksel model/leri kullanarak doğru matematiksel çözüme ulaşma.
Yorumlama	Seviye 1 0 Puan	Elde edilen matematiksel çözümü gerçek yaşama bağlamında yanlış yorumlama veya hiç yorumlamama.
	Seviye 2 1 Puan	Hatalar içeren/ Eksik matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında eksik yorumlama.
	Seviye 3 2 Puan	Hatalar içeren/Eksik matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında doğru bir şekilde yorumlama.
	Seviye 4 3 Puan	Elde edilen doğru matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında eksik bir şekilde yorumlama.
	Seviye 5 4 Puan	Elde edilen doğru matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında doğru bir şekilde yorumlama.
Doğrulama	Seviye 1 0 Puan	Doğrulama yaklaşımında bulunmama veya yanlış doğrulama yapma.
	Seviye 2 1 Puan	Kısmen/Bir ölçüde doğrulama yaklaşımında bulunma, hatalar belirmesine rağmen bu hataları düzeltmeme.
	Seviye 3 2 Puan	Kısmen/Bir ölçüde doğrulama yaklaşımında bulunma, belirlenen hataları bir ölçüde düzeltme.
	Seviye 4 3 Puan	Kısmen/Bir ölçüde doğrulama yaklaşımında bulunma, belirlenen hataları düzeltme.
	Seviye 5 4 Puan	Doğrulama yaklaşımında bulunma, hatalar belirmesine rağmen bu hataları düzeltmeme.
	Seviye 6 5 Puan	Doğrulama yaklaşımında bulunma, belirlenen hataları bir ölçüde düzeltme.
	Seviye 7 6 Puan	Doğrulama yaklaşımında bulunma, belirlenen hataları düzeltme

Rubrikte modelleme sürecinin basamaklarına göre belirlenmiş yeterlikler bulunmaktadır. Böylelikle bu rubrikle öğrencilerin modelleme sürecindeki basamağı ne dereceye kadar tamamladığını belirlenmek istenmiştir. Rubrikte her basamağa ait 4-7 arası seviye bulunmaktadır. Rubrikten alınabilecek maksimum ve minimum düzeydeki puanlar 25-0 puan şeklindedir. Bu puanlar doğrultusunda öğrencilerin başarılarını ifade edebilmek için edebilmek Van De Walle, Karp, Bay-Williams, [122] çalışmasında yer verdiği rubrik puanlama yönteminden faydalanılmış dört kategori belirlenmiştir. Modelleme sürecindeki yeterlik düzeylerini belirleyen kategoriler "Yetersiz" (0-5 puan arası), "Sınırlı" (6-12 puan arası), "Yeterli"(13-19 puan arası), "Mükemmel" (20-25 puan arası), şeklindedir. Veri analizinde ikinci aşamada veriler rubrikle değerlendirilmiş ve bunun yanı sıra modelleme etkinliği uygulaması sürecinde rubrik analizini destekleyen ve süreçte öğrenci gelişimini gösteren açıklamalar direkt alıntılar şeklinde sunulmuştur. Bu şekilde yürütülerek tamamlanan ikinci aşamayla birlikte analiz süreci tamamlanmıştır. Tüm analiz sürecinin işleyişi Şekil 3.6'da sunulmuştur.



Şekil 3.6 Araştırmada veri analizi süreci

3.6. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği

Durum çalışması, araştırılan birey ya da olgu sayısının az oluşundan dolayı geçerlik ve güvenirliğin nasıl sağlandığına ilişkin literatürde tartışmalara konu olmuş bir araştırma yöntemidir. Nitel araştırma yapan birçok araştırmacı geçerlik ve güvenirlik sağlanması için belirli ölçütler geliştirilmesi konusunda ortak bir kanıya ulaşmamıştır [157]. Öte yandan nitel yaklaşımlarda geçerlik ve güvenirliği sağlamaya ve artırmaya yönelik bir takım önerilerde bulunan çalışmalara da rastlamak mümkündür [141, 149, 157, 167].

Bu araştırma bir durum çalışması olduğundan dolayı, Yin'in [167] durum çalışmasının kalitesi ve doğruluğunu değerlendirme için kullandığı taktikler dikkate alınmıştır. Yin [142, 167], durum çalışmasının niteliğini güçlendirmek için yapı geçerliği, iç geçerlik, dış geçerlik ve güvenirlik olmak üzere dört unsurun dikkate alınması gerektiğini belirtmiştir. Araştırmalarda geçerlik ve güvenirlik için yapılması gerekenler açıklanmaktadır [139, 142, 149, 157, 167]. Bunlar,

- Araştırmada üçgenleme tekniğinin farklı şekilleriyle (veri üçgenlemesi, araştırmacı üçgenlemesi, kuramsal yapı üçgenlemesi) kullanılması,
- Veriler arasında birbirini destekleyen bir kanıt zincirinin oluşturulması,
- Elde edilen sonuçlara nasıl ulaşıldığının ayrıntılı bir biçimde açıklanması, okuyucunun sonuçları ortaya çıkaran bulgu ve kanıtları rahatlıkla ulaşabileceği şekilde sunulması,
- Uzman görüşüne başvurulması,
- İncelenen durum sayısının azami çeşitliliğe sahip olması veya durumların tipik ve örnek bir modeli temsil etmesi,
- Araştırmanın yoğun bir şekilde tanımlanması,
- Çalışma sürecinin detaylı bir şekilde açıklanması, araştırma boyunca yapılan işlemlerle ilgili ayrıntılı ve anlaşılır bilginin sunulması,
- Elde edilen verilerin sayısal bir forma dönüştürülmesi şeklinde sıralanabilir.

Bu araştırmada da yukarıda açıklanan hususlar dikkate alınarak geçerliği ve güvenirliği artırma adına yapılanlar Çizelge 3.9'da sunulmuştur.

Çizelge 3.9 Araştırmanın geçerliği ve güvenirliği için yapılan müdahaleler

	Yapılan Müdahale
Yapı Geçerliği	• Görüşme (ilk ve son görüşmeler), gözlem (araştırmacı notları), doküman analizi (öğrenci çözüm kağıtları) yöntemleriyle verilerin toplanması (Veri Üçgenlemesi) • Veri analizinin bir bölümünün farklı araştırmacılar tarafından yapılması (Araştırmacı üçgenlemesi) • Uygulamanın üç aşamasında ortaya çıkan verilerin birbiriyle bağdaştırılarak açıklanması (Kanıt zinciri)
İç Geçerlik	• Veri toplama araçlarının uzman görüşü dikkate alarak geliştirilmesi • Veri analizinin bir bölümünün bir uzman tarafından yapılması • Araştırma sürecinin okuyucuya detaylı bir biçimde sunulması
Dış Geçerlik	• Araştırmada tipik durumların seçilmesi (Alan ölçme konusunda hatalı öğrenmeleri olan akademik notu orta düzeyde olan öğrenciler) • Bulguların öğrenci açıklamaları, öğrenci çizimleri, video notlarıyla birlikte detaylı bir biçimde sunulması
Güvenirlik	• Araştırma sürecinin detaylı bir biçimde açıklanması • Veri analizinde Miles ve Huberman'ın [165] kodlayıcı güvenirliği formülünün kullanılması • Verilerin sayısal bir forma dönüştürülmesi (Rubrikle değerlendirme). • Tüm araştırma sürecinde uzman görüşünden faydalanılması

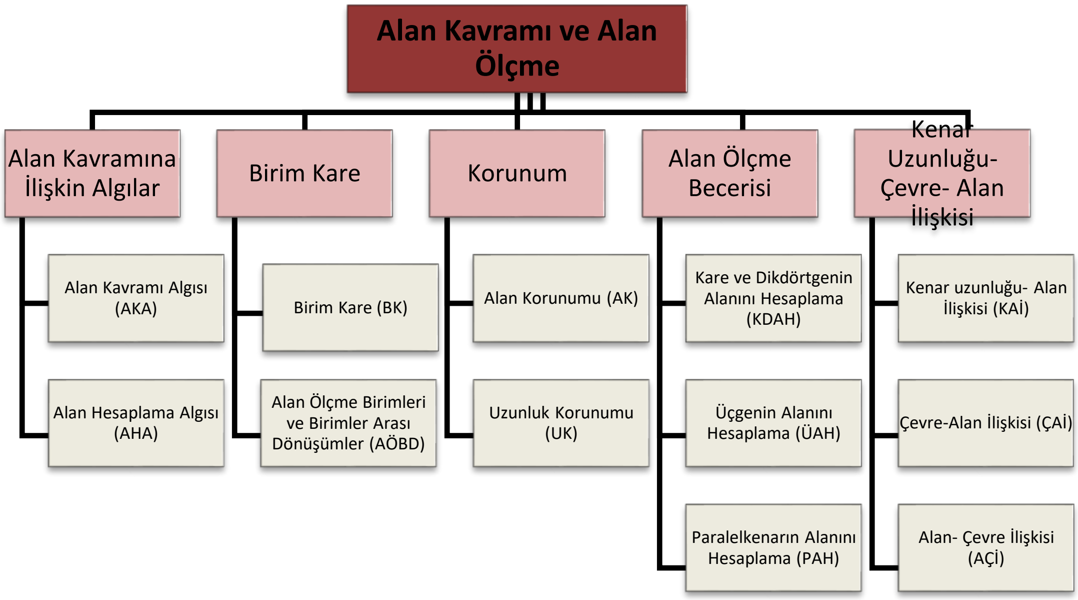
Çizelgede belirtildiği üzere araştırmada yapılan müdahalelerin bir kısmı hem geçerliği hem de güvenirliği artırma amacını taşımaktadır. Araştırmanın geçerliğini artırmada bir strateji olan verilerin katılımcılar tarafından değerlendirilmesi, çalışma grubunun küçük yaşta olması nedeniyle uygun görülmemiştir. Tüm bu stratejilerle desteklenen bu araştırmanın geçerli ve güvenilir bir araştırma olduğu düşünülmektedir.

4. BULGULAR ve YORUMLAR

Bu bölümde araştırmanın bulguları yer almaktadır. Her araştırma problemi ayrı bir başlık altında değerlendirilmiş ve elde edilen bulgular ayrıntılı bir biçimde sunulmuştur.

4.1. Araştırmanın Birinci Alt Problemine İlişkin Bulgular

Araştırmanın birinci alt problemi *"Matematiksel modelleme etkinliklerinin uygulanmasından önce öğrencilerin alan ölçme konusuna ilişkin öğrenmeleri ne düzeydedir?"* şeklinde belirlenmiştir. Bu amaçla uygulama öncesi öğrencilerle Ek 1'de verilen görüşme formu kullanılarak yarı yapılandırılmış bireysel görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Görüşmelerden elde edilen bulgular AKAÖBD rubriğinde yer alan ve Şekil 4.1'de verilen ana ve alt başlıklara göre sunulmuş ve yorumlanmıştır.



Şekil 4.1 AKAÖBD Rubriği'nde yer alan ana başlık ve alt başlıklar

Yukarıda sıralanan başlıklar örnek öğrenci ifadeleriyle birlikte detaylandırılarak açıklanmıştır.

4.1.1.Alan Kavramına İlişkin bulgular

4.1.1.1.Alan Kavramı Algısına İlişkin Bulgular(AKA)

Yapılan görüşmelerde öğrencilerden ikisinin alan kavramını en ile boyun çarpımı sonucunda elde edilen sayısal bir değer olarak gördüğü, diğer dört öğrencinin ise alanı bir şeklin kapladığı yer olarak ifade ederek doğru bir algıya sahip olduğunu belirlenmiştir. Öğrencilerin alan kavramı algıları ve örnek açıklamaları aşağıda sunulmuştur (Çizelge 4.1).

Çizelge 4.1 Öğrencilerin alan kavramı algıları ve örnek açıklamalar

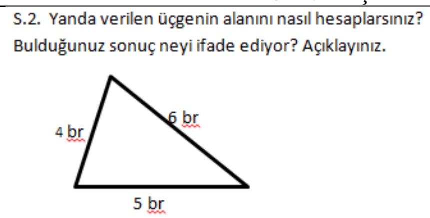
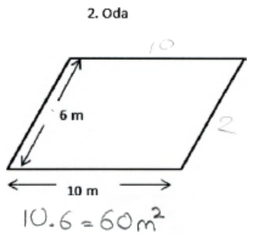
Alan Kavramı Algısı		
Seviyeler		Örnek Açıklama
Alanı kavramını bir şeklin eni ile boyunun çarpımı sonucunda elde edilen sayısal bir değer olarak düşünme. (Seviye 1)	Pelin ve Meral	*Araştırmacı:Pelin alan deyince aklına ne geliyor?* *Pelin: Bir şeyin eninin ve boyunun çarpımı.* *……………………………………………* *Araştırmacı: Burada alanı gösterebilir misin bana, alan neresi burada?(Karenin üzerinde)* *Pelin: Şu kısım yani böyle (en ve boyu çizerek gösteriyor.)* *Araştırmacı: Peki karenin çevresi neresi?* *Pelin: Çevresi bu tamamı hepsinin toplamı* *Araştırmacı: Alan neresi peki?* *Pelin: Alanda şu iki tarafın çarpımı.*
Alan kavramını bir cismin kapladığı yer olarak düşünme. (Seviye 3)	Serhat, Esma, Mehmet ve Ali	*Araştırmacı: Peki alan deyince senin aklına ne geliyor, yani alan ne demek?* *Serhat: Hocam mesela bu kâğıdın kapladığı yer.* *Araştırmacı: Peki düzgün olmayan bir şeyin alanından bahsedebilir misin? Mesela bu anahtarlığın alanından bahsedebilir misin?* *Serhat: Evet onun da belli bir alanı vardır. Biz bunu buraya (sıraya) indirsek buda belli bir yeri kaplar.*

Seviye 1'deki algıya sahip olan öğrencilerin zihninde alan kavramına karşılık gelen şey bir bölge değil, çarpılan iki kenardır. Diğer bir deyişle Pelin ve Meral alanı iki kenarın çarpımı sonucunda elde edilen sayı olarak algılamaktadır. Bu gruptaki öğrencilerin alan kavramını algılaması işlemsel bir boyutta kalmıştır ve söz konusu algı sonraki bölümlerde daha detaylı olarak açıklanacak olan alan korunum algısına doğrudan etki etmektedir. Alanı kaplama olarak gören öğrencilerin zihninde alan kavramıyla ilgili doğru bir algının oluştuğunu söylemek mümkündür. Bu algıya sahip olan öğrenciler, alanın kavramsal olarak karşılığını bilmektedir.

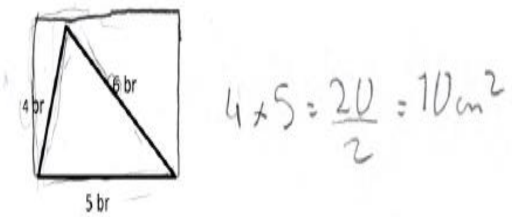
4.1.1.2.Alan Hesaplama Algısına İlişkin Bulgular (AHA)

Öğrencilerin daha önceki yıllarda öğrenimini görmüş oldukları kare, dikdörtgen, paralelkenar ve üçgen gibi şekillerin alanını hesaplarken başvurdukları yöntemler ve uyguladıkları kurallar bir bütün olarak değerlendirildiğinde öğrencilerin 3 farklı seviyede buldukları tespit edilmiştir. Söz konusu seviyeler ve örnek açıklamalar Çizelge 4.2'de sunulmuştur.

Çizelge 4.2 Alan hesaplama algıları ve örnek açıklamalar

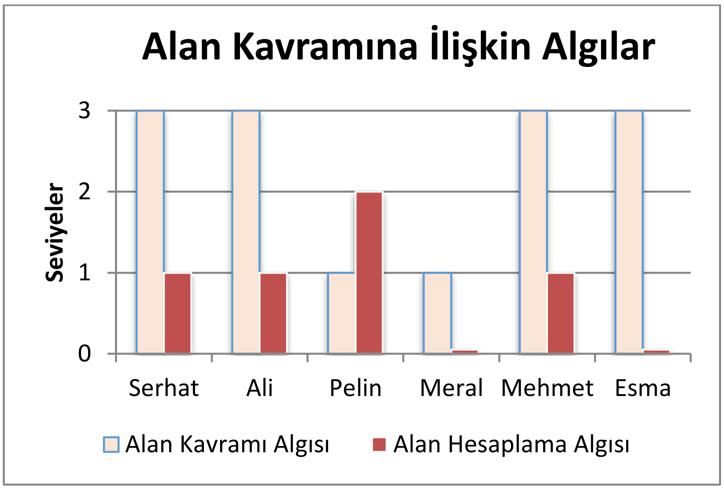
Alan Hesaplama Algısı		
Seviyeler		Örnek Açıklama
Alan hesaplamaya ilişkin bir açıklama yapmama veya yanlış bir algıya sahip olma **(Seviye 0)**	Esma ve Meral	 *Esma: (Soruyu okuyor ve 27 saniye düşünüyor) Kenar uzunlukları eşit olmadığı için hepsini çarparız (Hesaplama yapıyor.)Bununla bunu çarptım. (4br ve 6 br). Sonra 5'le çarptım.* *Araştırmacı: Karede iki kenarı çarptın, burada ise(çeşitkenar üçgen) üç kenarı çarptın. Sebebini bir daha söyleyebilir misin?* *Esma: Burada (karede) eşit olduğu için hepsi, iki taneyi çarptım. Burada eşit olmadığı için üç taneyi.*
Bir şeklin alanını diklik şartı aramadan kesişen iki kenarın çarpımı olarak düşünme. **(Seviye 1)**	Serhat, Mehmet ve Ali	*Araştırmacı: Peki 2.odanın sence nasıl bulabiliriz alanını?* *Mehmet: Aynı, 10 çarpı 6= 60 tan bulabiliriz.* *Araştırmacı: Tamam. Birimi ne olur sence?* *Mehmet: 60 metre kare olur.*  *……………………………* *Serhat: 'Yanda verilen üçgenin alanını nasıl hesaplarız?' Hocam üçgeni verildiği alanda nasıl anlatayım, burayla buranın çarpımı yani hocam iki yerin çarpıp ikiye bölerek buluyor buluyorduk. Hocam mesela biz burada 20 olur.* *Araştırmacı: Evet.* *Serhat: 20'yi de 2 ye bölersek hocam 10 diye buluruz.*

Çizelge 4.2 (devam)

Bir şeklin alanını şeklin tabanı ile o tabana ait yüksekliğin çarpımı olarak düşünme. **(Seviye 2)**	Pelin	 *Pelin: Şöyle yaparsak 4 çarpı 5 bölü 2 değil mi?* *Araştırmacı: Yaz istersen konuşalım hesaplama üstünde.* *Pelin: Tam boylamasına birimi belli olur (Kalemiyle yüksekliği gösteriyor). Eni de (taban) zaten belli 5 birim. Burada eni le boyunu çarpıp ikiye böleriz.*

Çizelgeye bakıldığında, Esma ve Meral’in bir çokgende farklı uzunluğa sahip tüm kenarların çarpımıyla alanın bulunması şeklinde oldukça yanlış bir algıya sahip olduğu görülmektedir. Öğrencilerin daha önceki öğrenmelerini yanlış bir şekilde genellediği ve hatalı bir algı oluşturduğu söylenebilir. Öyle ki öğrenciler dikdörtgen ve paralelkenar gibi iki farklı uzunluğa sahip çokgenlerin alanını iki kenarıyla, çeşitkenar üçgen ve yamuk gibi ikiden fazla farklı kenar uzunluğuna sahip çokgenlerde ise farklı uzunluğa sahip tüm kenarların çarpımıyla alanı hesaplamaktadır. Mehmet, Ali ve Serhat ise kenarların diklik şartını ihmal ederek işlem yapmakta, alan hesaplamasını iki kenarın çarpımı olarak sınırlandırmaktadır. Bu algı kare ve dikdörtgenin alan hesaplamasının aşırı genellemesinin bir sonucu olabilir. Diğer öğrencilerden farklı olarak Pelin’in alan hesaplama algısı doğru bir şekilde oluşmuştur. Fakat diyalog incelendiğinde öğrencinin aynı zamanda uzunluk korunuma sahip olmadığı yüksekliği, üçgenin taban dışındaki kenar uzunluğu ile aynı kabul ettiği görülmektedir. Öğrencinin doğru algısı, uzunluk korunumu yetersizliği sebebiyle öğrenciyi yanlış sonuca götürmektedir.

Öğrencilerin alan kavramı ve alan hesaplama algısı seviyeleri Grafik 4.1’te sunulmuştur. Grafiğe bakıldığında, alan kavramıyla ilgili doğru bir algıya sahip olan öğrencilerin alan hesaplama algısında oldukça yanlış bir algıya sahip olduğu görülmektedir. Bunun nedeni iki algının birbirinden bağımsız bir şekilde oluşmasıyla açıklanabilir. Görüşmelerde bir karenin alanınında neden iki kenarın çarpıldığını matematiksel olarak açıklayabilen ve hesaplama sonucunu karesel bölge ile ilişkilendirebilen öğrenci olmamıştır. Öğrencilerin bu ilişkiyi kuramamasındaki en önemli neden ise öğrencilerde birim kare kavramının olmayışıdır.



Grafik 4.1 Öğrencilerin alan kavramı ve alan hesaplama algısı seviyeleri

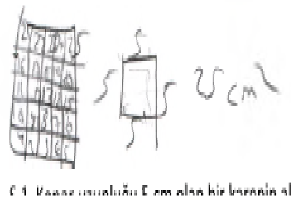
4.1.2.Birim Kareye İlişkin Bulgular

4.1.2.1.Birim Kare Algısına İlişkin Bulgular (BK)

Görüşmelerde öğrencilerin birim kare kavramını bilmedikleri, iki öğrencinin ise sadece kare ve dikdörtgenin alanını birim karelerle ifade edebildiği tespit edilmiştir. Öğrenci seviyeleri ve örnek açıklamalar Çizelge 4.3'te sunulmuştur.

Çizelgedeki açıklamaya bakıldığında Seviye 0'daki öğrencilerin hesapladığı sonucu alan ölçme birimi cinsinden doğru bir şekilde ifade ettiği fakat birim kareyi geometrik olarak yorumlayamadığı görülmektedir. Seviye 1'de bulunan öğrenciler ise birim kareyi kenarları dik kesişen çokgenlere ait bir özellik olarak düşünmektedir. Her iki durum içinde öğrencilerin birim kare kavramıyla ilgili algılarının ve bilgilerinin yetersiz olduğunu söylemek mümkündür.

Çizelge 4.3 Öğrencilerin birim kare algıları ve örnek açıklamalar

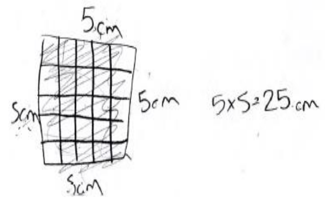
Birim Kare		
Seviyeler		Örnek Açıklama
Birim kare kavramına ilişkin bir açıklama yapmama veya yanlış bir açıklama yapma. (Seviye 0)	Pelin, Meral, Mehmet ve Ali	*Ali: Kare olduğundan dolayı 5 kere 5 25 cm^2 olur.* *Araştırmacı: Peki bu 25 cm^{2}yi, burada bana gösterebilir misin?* *Ali: 25 cm^2 olan bu alanın içi oluyor.* *Araştırmacı: Biraz daha açıklayabilir misin? 25 tane olan şeyi gösterebilir misin?* *Ali: Hayır.* *Araştırmacı: Neden?* *Ali: (Bilmiyorum hareketi yapıyor).*
Tüm kenarları dik kesişen çokgenlerin alanını birim kare cinsinden ölçme ve ifade etme. (Seviye 1)	Serhat, Esma	*Araştırmacı: Burada 25 neyi ifade ediyor?* *Serhat: 25 birim, 25 birime ayırabiliriz (şekli çiziyor.*  *Bunları sayarsak 1,2,……..25 santimetrekare.* *Araştırmacı: Peki ikinci soruda üçgenin alanını 10 birim kare budun ya. Bu 10 birim kareyi gösterebilir misin?* *Serhat: Benim bildiğim burada yani üçgende şekilleri bölemeyiz.*

Açıklamada Seviye 0'daki öğrencilerin hesapladığı sonucu alan ölçme birimi cinsinden doğru bir şekilde ifade ettiği fakat birim kareyi geometrik olarak yorumlayamadığı görülmektedir. Seviye 1'de bulunan öğrenciler ise birim kareyi kenarları dik kesişen çokgenlere ait bir özellik olarak düşünmektedir. Her iki durum içinde öğrencilerin birim kare kavramıyla ilgili bilgilerinin yetersiz olduğunu söylemek mümkündür.

4.1.2.2.Alan Ölçme Birimleri ve Birimler Arası Dönüşüm Bilgisine İlişkin Bulgular (AÖBD)

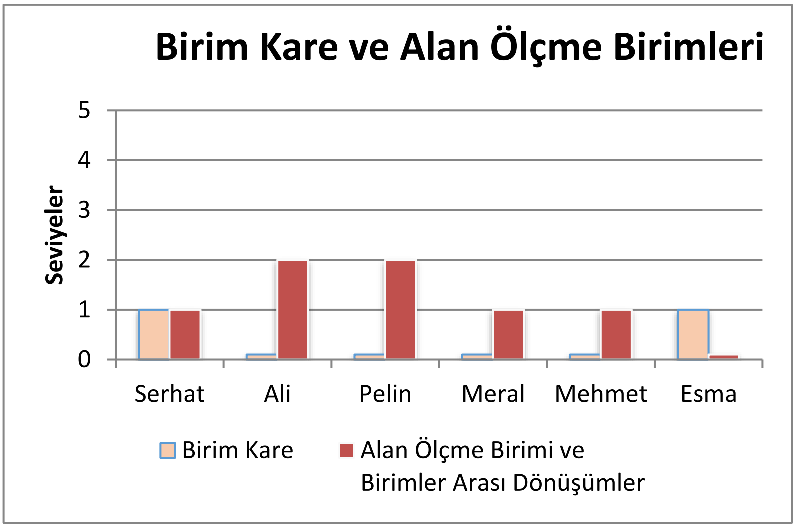
Birim kare kavramında yaşanan sıkıntılar doğal olarak alan ölçme birimlerini tanımlama ve birim dönüşümünde zorluk yaşanmasına sebep olmaktadır. İncelemeler sonucu bu başlığa ilişkin öğrenci seviyeleri ve açıklamaları Çizelge 4.4'da sunulmuştur.

Çizelge 4.4 Öğrencilerin alan ölçme birimlerine ilişkin örnek açıklamaları

Alan Ölçme Birimleri ve Birimler Arası Dönüşümler		
Seviyeler		Örnek Açıklama
Alan ölçme birimlerine ilişkin bir açıklama yapmama ve alan ölçme birimini yanlış kullanma. (Seviye 0)	Esma	*Esma: Kare olduğu için bütün kenarları eşit olur. İki tanesini çarparız 25 cm olur.*  *Araştırmacı: Peki 1 cm'yi çizebilir misin?(çok küçük bir kare çizdi)*
Alan ölçme birimini doğru bir şekilde kullanma (Seviye 1)	Serhat, Meral, Mehmet	*Araştırmacı: Peki, Meral alanın birimi ne?* *Meral: Birimi santimetrekaredir.* *Araştırmacı: Peki bana cm^2'yi çizebilir misin? Nasıl bir şey cm^2?* *Meral: (26 sn düşünüyor). Bilmiyorum.*
Alan ölçme birimlerini cebirsel olarak doğru tanımlama, fakat geometrik olarak tanımlamama. (Seviye 2)	Pelin, Ali	*Araştırmacı: Santimetrekare, neden santimetrekare peki?* *Pelin: Çünkü, her bir uzunluğu cm olarak ifade ederiz. 2 tane cm çarpıldığı zaman santimetrekare oluyor.* *Araştırmacı: Peki bana cm^2'yi çizebilir misin?* *Pelin: Hayır.*

Açıklamalara bakıldığında öğrencilerin genelinin alan ölçme birimelerini doğru bir şekilde kullandığı, fakat geometrik olarak doğru bir şekilde tanımlayamadığı görülmektedir. Birim kare kavramında var olan eksiklikler bu durumun en önemli nedenidir. Buna ek olarak öğrenciler birimlerin birbirine dönüşümünü de ezbere bir biçimde yorumlamakta, öğrencilerin bir kısmı m^{2}' yi cm^2'nin 100 katı, diğer kısmı da 1000 katı şeklinde yorumlamakta ve bunu matematiksel olarak gösterememektedir. Diğer bir deyişle öğrencilerin alan birimlerinin dönüşümünü yapamamaktadır.

Öğrencilerin birim kare ve alan ölçme birimlerine ilişkin öğrenmeleri uygulama öncesi oldukça düşük düzeydedir. Bu başlık ilişkin öğrenci seviyeleri Grafik 4.2'de sunulmuştur.

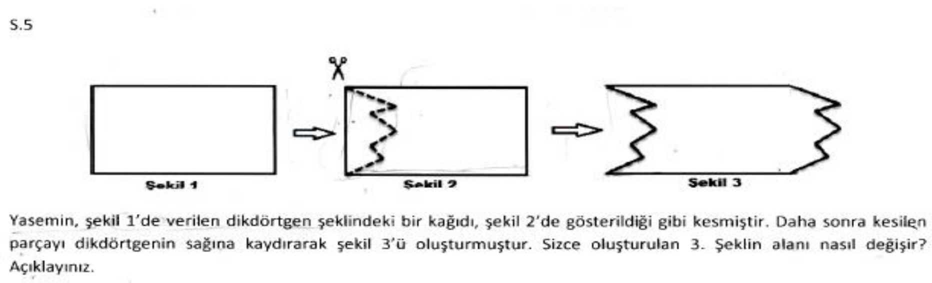


Grafik 4.2 Öğrencilerin birim kare ve alan ölçme birimleri bilgi seviyeleri

4.1.3.Korunum Algısına İlişkin Bulgular

4.1.3.1.Alan Korunumu Algısına İlişkin Bulgular (AK)

Korunum, kavramsal öğrenmenin gerçekleşmesinde önemli bir etkiye sahiptir. Bu nedenle araştırmada öğrencilerin alan korunumuna ilişkin bilgileri ortaya çıkarmak amacıyla Şekil 4.2'de verilen soru yöneltilmiş ve bilgileri incelenmiştir.



Şekil 4.2 İlk görüşme formundaki alan korunumu sorusu

Soruya verilen cevaplar incelendiğinde, öğrencilerin yarısının alan korunumuna sahip olmadığı görülmüştür. Öğrenci seviyeleri ve açıklamaları Çizelge 4.5'te sunulmuştur.

Çizelge 4.5 Öğrencilerin alan korunumu seviyeleri ve örnek açıklamalar

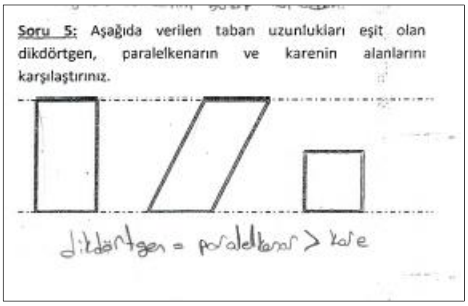
Alan Korunumu		
Seviyeler		Örnek Açıklama
Alan korunumuna sahip olmama. (Seviye 0)	Pelin, Meral, Mehmet	*Pelin: Değişir bence* *Araştırmacı: Nasıl neden değişir?* *Pelin: Çünkü hocam, bunun uzunluğu ile bunun uzunluğu arasında fark var (en ile boy). Şimdi enlemesine değişmez (taban uzunluğu). Yine aynı kalır. Ama boylamasına değişir. Çünkü bunu buraya getirdiğimiz zaman bunun boyunda bir uzuma olur. Alanı değişir.*
Alan korunumuna sahip olma. (Seviye 1)	Serhat, Ali, Esma	*Ali: Bence değişmez.* *Araştırmacı: Neden?* *Ali: Buraya, burayı (kesilen kısmı diğer kısma) eklediğimizde yine aynı olur. Bir şey eksilmiyor ya da artmıyor. Sadece yeri değişiyor.*

Çizelge incelendiğinde, alanı en çarpı boy olarak algılayan öğrencilerin (Pelin ve Meral) alan korunuma sahip olmadığı, alanı kaplama olarak gören öğrencilerin (Esma, Ali, Serhat) ise korunum algısına sahip olduğu görülmektedir. Öyle ki alanı en ile boyun çarpımı sonucunda elde edilen sayısal bir değer olarak gören öğrenciler, şeklin eni ve boyunun değişmesi durumunda elde edilen sayısal değerin yani alanın değiştiğini düşünmektedir. Bu durum alan kavramına ilişkin algının, korunuma ilişkin algıyı fazlasıyla etkilediğini göstermektedir.

4.1.3.2. Uzunluk Korunumu Algısına İlişkin Bulgular (UK)

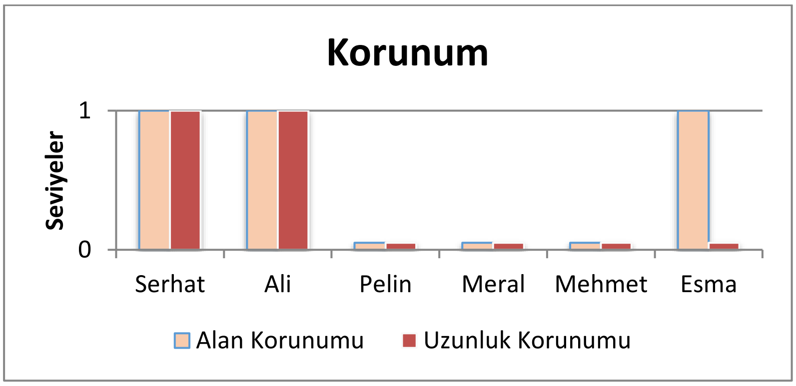
Korunum algısına ilişkin bir diğer tespit uzunluk korunumuyla ilgilidir. Bazı öğrencilerin alan hesaplamaları yaparken uzunluk korunumuna sahip olmadıkları görülmüştür. Görüşmelerde öğrencilerin bu bilgisini açığa çıkarmak amacıyla oluşturulmuş bir soru bulunmamaktadır. Öğrencilerin açıklamaları sonucunda bu sonuca ulaşılmıştır. Öyle ki öğrencilerden Pelin, Ahmet, Meral ve Esma'nın başlangıç ve bitiş noktaları aynı fakat tabanı farklı açılarla kesen uzunlukların ölçülerini eşit kabul ettiği belirlenmiştir. Söz konusu duruma ilişkin örnek açıklama aşağıdaki gibidir:

Meral: *(8 sn soruya bakıyor) Burada ikisinin de boyları (dikdörtgen ve paralelkenarın kenar uzunlukları) eşit olduğu için birbirine eşittir diye düşündüm.*
Araştırmacı: *Bana gösterebilir misin hangi uzunluklar olduğunu?*
Meral*: Buralar işte. (Dikdörtgen ve paralelkenarın uzun kenarlarını gösteriyor)*



Açıklamalarda, Meral'in paralelkenar ile dikdörtgenin kenar uzunluklarını eşit kabul ettiği görülmektedir. Pelin, Esma ve Mehmet de görüşmelerde benzer açıklamalarda bulunmuştur. Öğrencilerin uzunluk korunumu yetersizliği çokgenlerin alan hesaplamasını doğrudan etkilemektedir. Uzunluk korunuma sahip olmayan öğrenciler, üçgen ve paralelkenar gibi yüksekliği çokgenin kenar uzunluğu olmayan çokgenlerde, kenar uzunluğunu yükseklik ile eşit kabul ederek hesaplama yapmış ve dolayısıyla hatalı sonuç bulmuştur. Bu duruma ilişkin örnek açıklamalar alan ölçme becerisi başlığı altında verilecektir.

Öğrencilerin alan ve uzunluk korunumu seviyeleri Grafik 4.3'te verilmiştir.



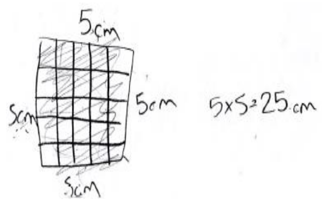
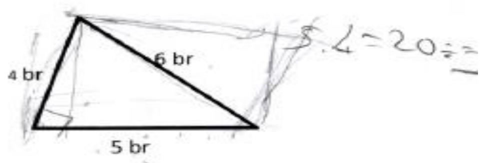
Grafik 4.3 Öğrencilerin alan korunumu ve uzunluk korunumu seviyeleri

Grafiğe bakıldığında, alan korunuma sahip olmayan öğrencilerin aynı şekilde uzunluk korunumuna da sahip olmadığı görülmektedir. Korunum eksikliğinin aynı öğrencilerde olması bu iki durumun birbirini etkilediğini gösterebilir. Ama alan korunumuna sahip olan, fakat uzunluk korunuma sahip olmayan Esma'yı dikkate alınca bu konuyla ilgili net bir şey söylemek pek mümkün görünmemektedir.

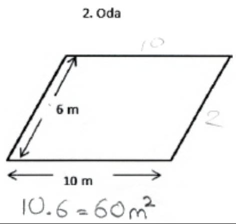
4.1.4.Alan Ölçme Becerisine İlişkin Bulgular

Bu başlık altında öğrencilerin daha önceki senelerde öğrenmiş oldukları kare, dikdörtgen, üçgen ve paralelkenar gibi çokgenlerin alan hesaplamalarını yapabilme becerisi ve bu konudaki bilgi düzeyleri sunulmuştur. Yapılan inceleme sonucunda, öğrencilerin tamamının kare ve dikdörtgenin alanını doğru bir şekilde hesapladıkları ve bu konuda her hangi bir zorluk yaşamadıkları tespit edilmiştir. Öte yandan paralelkenarın alanını doğru bir şekilde hesaplayan öğrenci olmamıştır. Üçgenin alanını hesaplamada ise öğrencilerin tamamı çalışma grubunun oluşturulması amacıyla kullanılan ölçekte (Alan Bilgisi Değerlendirme Formu) yer alan dik üçgenin alanı doğru bir şekilde hesaplamış fakat görüşme formunda yer alan çeşitkenar üçgenin alanını yanlış bir şekilde hesaplamıştır. Öğrencilerin alan ölçme becerisine ilişkin seviyeleri ve örnek açıklamaları Çizelge 4.6'da sunulmuştur.

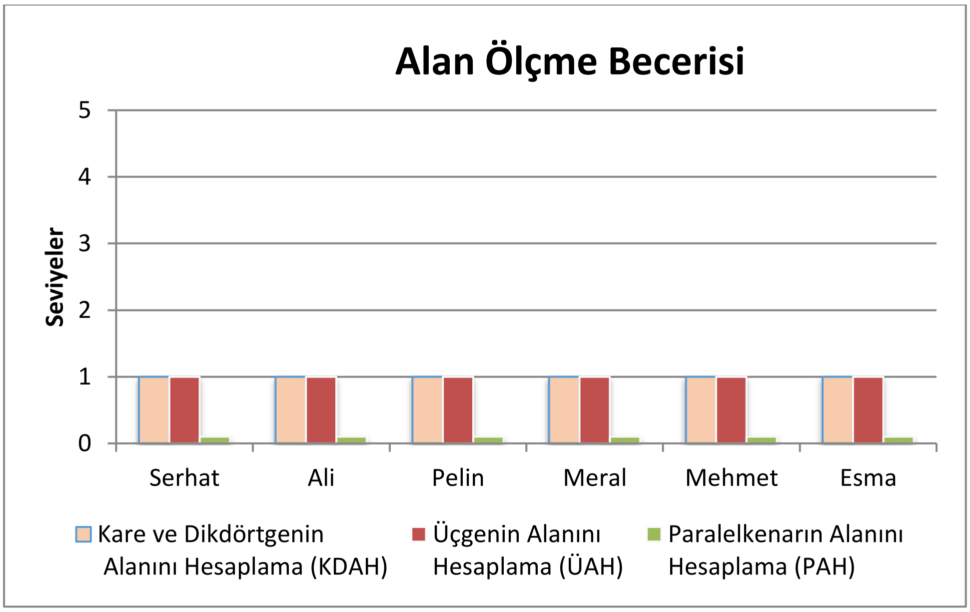
Çizelge 4.6 Öğrencilerin alan ölçme becerisi seviyeleri ve örnek açıklamalar

Alan Ölçme Becerisi				
Seviyeler			Örnek Açıklama	
Kare ve Dikdörtgenin Alanını Hesaplama Becerisi (KDAH)	Kare ve dikdörtgenin alanını doğru hesaplama. (Seviye 1)	Tüm Öğrenciler	*Esma: Kare olduğu için bütün kenarları eşit olur. İki tanesini çarparız 25 cm olur.*	
Üçgenin Alanını Hesaplama Becerisi (ÜAH)	Dik üçgenin alanını doğru hesaplama, diğer üçgenlerin alanını yanlış hesaplama. (Seviye 1)	Tüm Öğrenciler	 *Serhat: Burada 5 ile 4'ü çarpıp ikiye bölüyoruz. Böylelikle toplam alanını bulmuş oluruz.* ……………………………………………… *Pelin: Tam boylamasına birimi belli olur (Kalemiyle yüksekliği gösteriyor). Eni de (taban) zaten belli 5 birim. Burada eni le boyunu çarpıp ikiye böleriz.* *Araştırmacı: O zaman burasıyla (yükseklikle) burayı (üçgenin 4 cm'lik kenarı) aynı kabul ettin. Bu durumda 4'ü(kenar uzunluğunu) direk alabilir misin? Hani her ikisine de dört dedin ya onun için soruyorum.* *Pelin: Alamayız, yüksekliği alabiliriz.*	

Çizelge 4.6 (devam)

Paralelkenarın Alanını Hesaplama Becerisi (PAH)	Paralelkenarın alanını hesaplayamama veya yanlış hesaplama. (Seviye 0)	Tüm Öğrenciler	*Araştırmacı: Peki 2.odayı sence nasıl bulabiliriz alanını? Mehmet: İki kenarını çarparak buluruz. 10 çarpı 6= 60 olur burası.*	

Çizelgeye bakıldığında, öğrencilerin paralelkenar ve üçgenin alanını yanlış hesapladığı görülmektedir. Bu durumun oluşmasında iki temel neden göze çarpmaktadır. Alan hesaplama algısı yanlış ve iki kenarın çarpımı şeklinde oluşan öğrenciler (Ali, Mehmet, Serhat, Meral ve Esma), doğal olarak üçgen ve paralelkenar gibi alanı yükseklikle hesaplanan çokgenlerin alanını yanlış hesaplamaktadır. Öte yandan alan algısı doğru olan Pelin ise uzunluk korunumuna sahip olmadığı için hesaplamayı yanlış yapmaktadır. Özetle, öğrenciler yanlış alan hesaplaması algısından ya da uzunluk korunumu yetersizliğinden dolayı dik üçgen dışındaki üçgenlerin ve paralelkenarın alanını yanlış hesaplamaktadır. Öğrencilerin alan ölçme becerisine ilişkin bilgi seviyeleri Grafik 4.4'te sunulmuştur.



Grafik 4.4 Öğrencilerin alan ölçme becerisi seviyeleri

Grafiğe bakıldığında, öğrencilerin en üst seviyenin iki olduğu KDAH'ta seviye 1'de, en üst seviyesin seviye 5 olduğu ÜAH'ta seviye 1'de, en üst seviyenin 4 olduğu PAH'da ise seviye 0'da bulunduğu görülmektedir. Öğrencilerin çokgenlerin alanını hesaplama konusunda uygulama öncesi düşük seviyede olduğunu söylemek mümkündür.

4.1.5.Kenar Uzunluğu-Alan- Çevre İlişkisi Bilgilerine İlişkin Bulgular

4.1.5.1.Kenar uzunluğu-Alan İlişkisi Bilgilerine İlişkin Bulgular(KAİ)

Araştırmada öğrencilerin kenar uzunluğu ile alan arasındaki ilişkiyi nasıl yorumladıklarını öğrenebilmek adına "Bir dikdörtgen düşünün. Dikdörtgenin kenar uzunlukları iki katına çıkarıldığında, dikdörtgenin alanı nasıl değişir?" şeklinde bir soru yöneltilmiş ve cevapları incelenmiştir. Öğrenciler sayısal örneklerle ilişkiyi yorumlamaya çalışmış ve doğru sonuca ulaşamamıştır. Örnek açıklama Çizelge 4.7'de sunulmuştur.

Çizelge 4.7 Öğrencilerin kenar uzunluğu- alan ilişkisi seviyeleri ve örnek açıklamalar

Kenar Uzunluğu-Alan İlişkisi		
Seviyeler		Örnek Açıklama
Kenar uzunluğu ile alan arasında ilişkiyi açıklayamama veya yanlış biçimde açıklama. (Seviye 0)	Tüm Öğrenciler	*Serhat: 2 katına çıktığında, 2 cm'e 4 cm ve 4cm'e 8 cm veririz. Alanları biri 8 diğeri 32 olur 4 katına çıktı.* *Araştırmacı: Peki neden 4 kat çıktı? Neden olabilir?* *Serhat: Neden olabilir? Hocam 4, hım hocam bilgim yok yani.* *Araştırmacı: Tamam. O zaman, kenar uzunlukları 3 katına çıkarsa ne olur.* *Serhat: Alan 3 kat artar.*

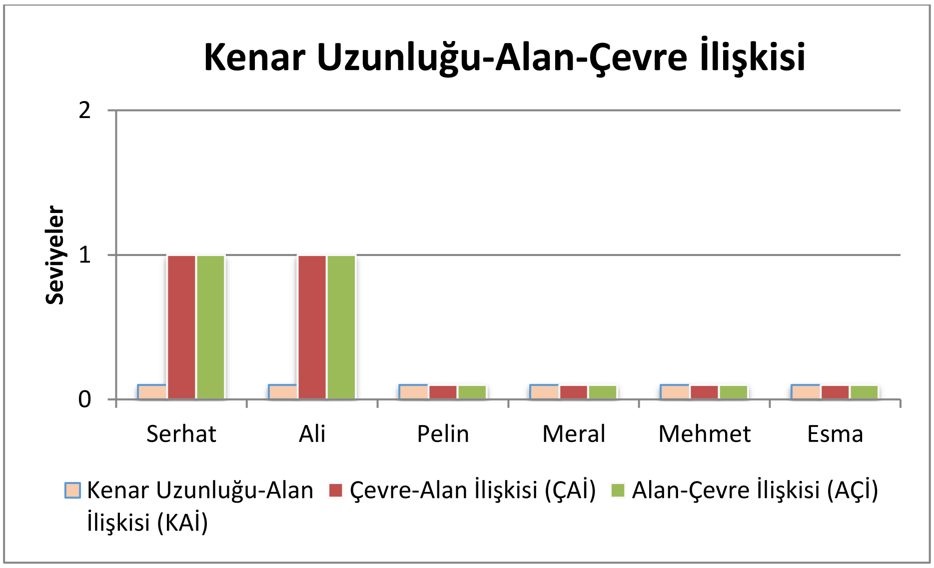
Öğrencilerin bir kısmı kenar uzunluğundaki artış ile alan arasındaki artışın paralel bir şekilde olduğunu ifade ederken, bazı öğrenciler bu değişimin kenar uzunluklarının artış miktarının toplamı şeklinde olacağını düşünmektedir. İlişkiyi doğru bir şekilde kuran ve genelleyebilen öğrenci bulunmamaktadır. Birim kare kavramındaki eksiklikler, alan hesaplama formüllerindeki ezber yönelimi bu durumun başlıca sebepleri olarak ifade edilebilir.

4.1.5.2.Çevre-Alan İlişkisi Bilgilerine İlişkin Bulgular (ÇAİ)

Görüşmelerde öğrencilere 'Aynı çevre uzunluğuna sahip iki çokgenin alanları farklı olabilir mi?' şeklinde bir soru yöneltilmiş ve cevapları incelenmiştir. Öğrencilerden Ali ve Serhat, sayısal örneklerle açıklayarak alanların farklı olabileceğini ifade etmiş (Seviye 1), diğer öğrenciler ise alanların eşit olması gerektiğini ifade etmiştir (Seviye 0).

4.1.5.3.Alan- Çevre İlişkisi Bilgilerine İlişkin Bulgular(AÇİ)

Aynı şekilde görüşmelerde öğrencilere 'Aynı alana sahip iki çokgenin çevreleri farklı olabilir mi?' şeklinde bir soru yöneltilmiş ve cevapları incelenmiştir. Öğrencilerden Ali ve Serhat, sayısal örneklerle açıklayarak çevrelerinin farklı olabileceğini ifade etmiş (Seviye 1), diğer öğrenciler ise çevrelerin eşit olması gerektiğini ifade etmiştir (Seviye 0). Öğrencilerin kenar uzunluğu-alan-çevre ilişkisini yorumlama seviyeleri Grafik 4.5'te sunulmuştur.



Grafik 4.5 Öğrencilerin kenar uzunluğu-alan-çevre ilişkisi seviyeleri

Grafik, öğrencilerin kenar uzunluğu çevre ve alan ilişkilerini yorumlama konusunda eksik öğrenmelerinin olduğunu göstermektedir. Genel olarak öğrencilerin alan ölçme konusuna ilişkin bilgi ve becerilerinin uygulama öncesi düşük düzeyde olduğunu söylemek mümkündür. Bu konuda daha net bir resim koyabilmek adına öğrencilerin ilk görüşmelerde Alan Kavramı ve Alan Ölçme Bilgisi Değerlendirme Rubriği'ne göre aldıkları puanlar Çizelge 4.8'te sunulmuştur.

Çizelge 4.8 Öğrencilerin uygulama öncesi AKAÖBD rubriğine göre aldıkları puanlar

Alan Kavramı ve Alan Ölçme Becerisi		**Alabileceği En Yüksek Puan**	**Serhat**	**Ali**	**Pelin**	**Meral**	**Mehmet**	**Esma**
Alan Kavramı Algısı (AKA)		3	3	3	1	1	3	3
Alan Hesaplama Algısı (AHA)		4	1	1	2	0	1	0
Birim Kare (BK)		5	1	0	0	0	0	1
Alan Ölçme Birimleri ve Birimler Arası Dönüşümler (AÖBD)		5	1	2	2	1	1	0
Alan Korunumu (AK)		1	1	1	0	0	0	1
Uzunluk Korunumu (UK)		1	1	1	0	0	0	0
Kare ve Dikdörtgenin Alanını Hesaplama Becerisi (KDAH)		2	1	1	1	1	1	1
Üçgenin Alanını Hesaplayabilme Becerisi (ÜAH)		4	1	1	1	1	1	1
Paralelkenarın Alanını Hesaplayabilme Becerisi (PAH)		3	0	0	0	0	0	0
Kenar uzunluğu- Alan İlişkisi (KAİ)		2	0	0	0	0	0	0
Çevre- Alan İlişkisi (ÇAİ)		2	1	1	0	0	0	0
Alan- Çevre İlişkisi (AÇİ)		2	1	1	0	0	0	0
TOPLAM								
(0-8) Yetersiz	Henüz Başarılı Değil	34	12	12	7	4	7	7
(9-17) Sınırlı								
(18-26)Yeterli	Başarılı							
(27-34) Mükemmel								

34 tam puanın alınabildiği rubrikte öğrenciler en fazla 12 puan alabilmiştir. Ön görüşme formunda öğrencilerin alan kavramı, birim kare kavramı, çokgenlerin alan hesabı gibi öğrenimini görmüş oldukları konularla ilgili sorular yer almaktadır. Buna rağmen öğrencilerin bilgileri yetersiz düzeydedir. Öğrencilerin uygulama öncesi bilgi ve becerilerini şu şekilde özetlemek mümkündür. Öğrencilerin alan kavramı ve alan hesaplamalarıyla ilgili algılamaları eksik ve yetersizdir. Bazı öğrencilerde alan kavramı sayısal bir değer olarak kabul edilmektedir. Öte yandan öğrencilerin büyük bir kısmı bir çokgenin alanını diklik şartı aramadan kesişen iki kenarının çarpımıyla hesaplamaktadır. Bazı öğrencilerde birim kare kavramı mevcut

değildir, bazı öğrencilerde ise yetersiz bir düzeyde gelişmiştir. Bunun sonucu olarak öğrencilerin alan ölçme birimlerini tanımlamada ve birimler arası dönüşümde eksiklikleri bulunmaktadır. Öğrencilerin büyük kısmı uzunluk korunumuna sahip değildir ve bu durum öğrencilerin çokgenlerin alanını yanlış bir şekilde hesaplamasına sebep olmaktadır. Öte yandan alanı iki kenarın çarpımı olarak algılayan öğrencilerin alan korunumuna sahip olmadığı gözlenmiştir. Öğrenciler kare ve dikdörtgenin alanını doğru bir şekilde hesaplarken, üçgen ve paralelkenarın alanını yanlış bir şekilde hesaplama yapmaktadır. Ayrıca öğrenciler kenar uzunluğu ve alan arasındaki ilişkiyi doğru bir şekilde yorumlayamamaktadır. Özetle öğrencilerin alan hesaplamalarına ilişkin algıları genel olarak sınırlı ve doğal olarak hatalıdır.

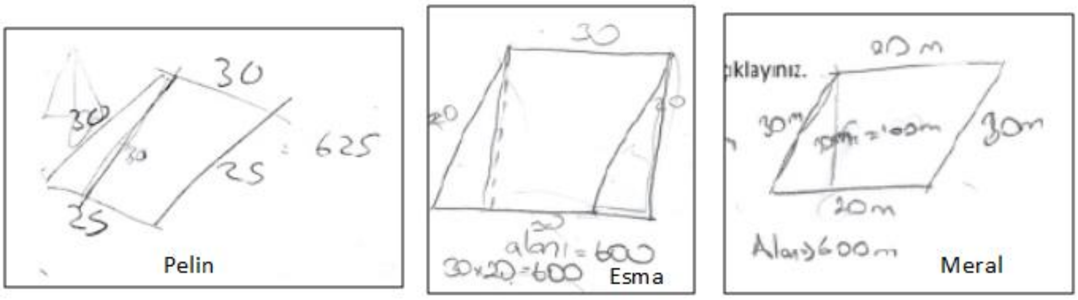
4.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın ikinci alt problemi *"Matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin alan ölçme konusuna ilişkin öğrenmelerine etkisi nasıldır?"* şeklinde belirlenmiştir. Bu nedenle bu bölümde, öğrencilerin her etkinlik kapsamında alan ölçme konusundaki öğrenmeleri ile modelleme becerilerine ilişkin bulgular sunulacaktır.

4.2.1.Birinci Etkinliğe İlişkin Bulgular

Birinci etkinlikte öğrencilerden 100 metrelik çit ile oluşturabilecekleri en büyük alana sahip otlağı bulmaları istenmiştir. Bu etkinlikte birinci grupta yer alan öğrenciler Pelin, Meral ve Esma, ikinci grupta yer alan öğrenciler ise Mehmet, Ali ve Serhat'tır. Aşağıda sırasıyla birinci ve ikinci grubun çözümleri ve sonrasında gerçekleşen grup tartışmasının bulguları sunulmaktadır.

Birinci grupta yer alan öğrenciler (Pelin, Esma, Meral), problemde isteneni doğru bir şekilde ifade etmiştir. Problemin yapılandırılmış olması sebebiyle öğrencilerin bu etkinlikte problemi anlama basamağında zorlanmaması ve problemi matematik diline kolay bir şekilde dönüştürmesi beklenen bir durumdur. Sonrasında öğrenciler otlağın şeklini belirleyebilmek için, çevresi 100 m olan çokgenler denemeye karar vermiştir. Böylelikle grup kenar uzunluğu 25 m olan bir kare ve kenar uzunlukları 10m'ye 40 m olan bir dikdörtgen çizmiş ve alanlarını doğru bir şekilde hesaplamıştır. Bu aşamadan sonra paralelkenarı denemeye başlayan öğrencilerin tamamı paralelkenarın alanını iki kenarını çarparak yanlış bir şekilde hesaplamıştır. Bu durum uygulama öncesi bulgularla da örtüşmektedir. Üç öğrencinin de hesaplaması aşağıda verilmiştir (Şekil 4.3).



Şekil 4.3 Öğrencilerin paralelkenarın alanına ilişkin hatalı hesaplamaları

Şekle bakıldığında, Esma ve Meral'in de Pelin gibi paralelkenarın tabanına ait yüksekliği çizdiği görülmektedir. Ön görüşmelerde sadece Pelin'in sergilediği bu davranışı, etkinlik çözüm sürecinde Esma ve Meral'in de sergiliyor olması, grup çözümünde akran etkisinin bir göstergesidir. Esma ve Meral ilk defa bu şekil üzerinde yüksekliği çizmiştir.

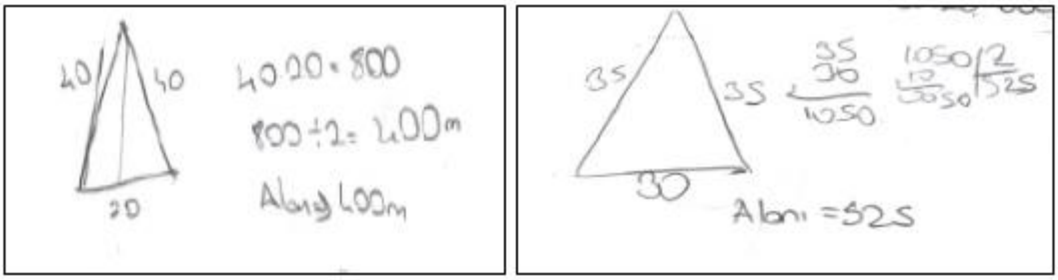
Öğrencilerin bu hesaplamaları üzerine araştırmacı gruba, paralelkenarın alanını nasıl bulduklarını sormuştur:

Araştırmacı: Paralelkenarın alanını nasıl hesapladınız?
Pelin: Bir tane dik indirdim. Bu yan kenar 30 ise bu dik kenarda 30'dur. Çarptım sonuç 625 çıktı.
Araştırmacı: Esma sen ne düşünüyorsun? Sence bu dik uzunluk 30 cm mi?
Esma: Evet eğer bu yan uzunluk 30 cm ise bu dik uzunlukta öyledir.
Meral: Evet ben de aynı görüşteyim.

Açıklamalar öğrencilerin uzunluk korunumuna sahip olmadığını göstermektedir. Öğrenciler birkaç şekil denedikten sonra denemelerinin yeterli olduğunu düşünerek otlağın şeklinin kare olması gerektiğini belirtmiştir. Öğrencilerin bu tarz problemlere alışkın olmaması, sonuç odaklı hareket etmesi, bütün varsayımları dikkate almaması bu durumun başlıca nedenidir. Diğer grubun çözüm için uğraşmaya devam ettiğini görmesi üzerine öğrenciler tekrar düşünmeye başlamış ve sırasıyla kenar uzunlukları 15m-35m, 10m-40m, 5m-45m olan dikdörtgenlerin alanlarını hesaplayarak karşılaştırmıştır. Pelin bir sonraki aşamada üçgeni denemeye başlamış 35m-35m-30m ebatlarında bir üçgen çizmiş ve üçgenlerin alanını uzunluk korunumu eksikliğinden dolayı yanlış bir şekilde hesaplamıştır.

> **Pelin**: Burası 35, 35 olsun. Burası 30 olur. (35 ile 30 çarpıyor ve beş altı saniye duraksıyor. Sonra ortaya bir yükseklik çizerek çarpmaya devam ediyor.) Sonuç 525.
> **Esma:** Neden ikiye böldük.
> **Meral:** Tamam da niye ikiye böldük.
> **Pelin:** Çünkü üçgenin alanını öyle buluyoruz.

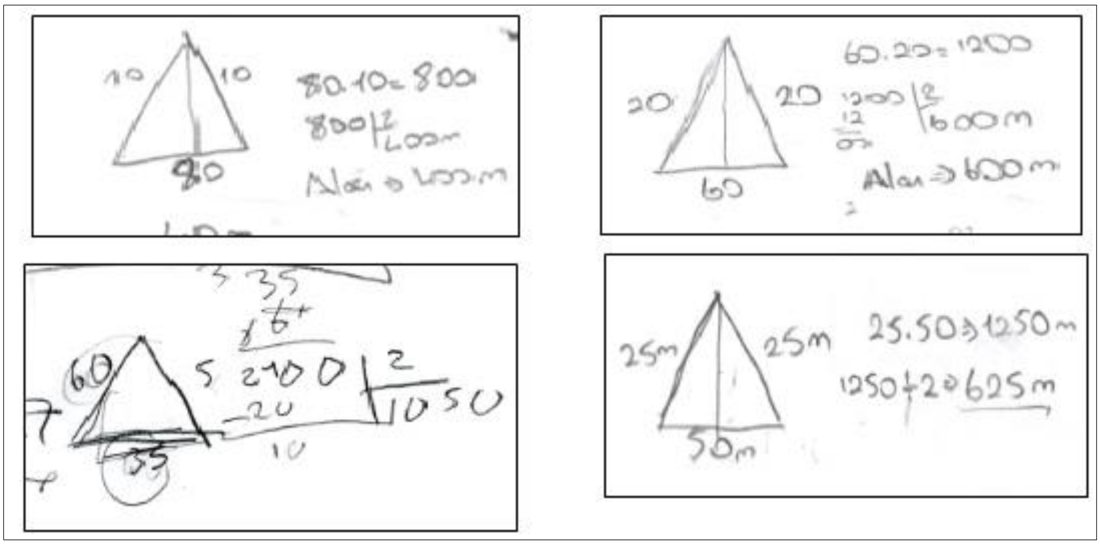
Açıklamaların devamında Esma ve Meral de birer üçgen çizmiş ve alanını Pelin'in hesapladığı şekilde hesaplamıştır (Şekil 4.4)



Şekil 4.4 Meral ve Esma'nın üçgenin alanına ilişkin hesaplamaları

Esma ve Meral ön görüşmelerde üçgenin alanını hesaplarken ikiye bölme kuralından bahsetmemiş ve kenarları çarparak hesaplama yapmıştır. Etkinlikte bu şekilde bir yaklaşımda bulunmaları akran etkisinin bir sonucudur. Öte yandan Pelin açıklamalarda üçgenin alan bağıntısını matematiksel olarak gerekçelendirmek yerine, "….kural böyle.." şeklinde açıklama yaparak otoriteye dayandırmıştır. Bu durum öğrencilerin alan bağıntılarını ezbere bir biçimde uyguladığının bir kanıtıdır.

Esma, Pelin ve Meral etkinliğin bu aşamasında farklı ebatlardaki üçgenleri denemiş ve hepsini alanını yanlış bir şekilde hesaplamıştır. Bu süreçte öğrencilerin oluşturduğu üçgenler ve hesaplamaları aşağıda verilmiştir (Şekil 4.5).



Şekil 4.5 Öğrencilerin üçgenin alanına ilişkin hatalı hesaplamaları

Şekilde verilen üçgenlerin çizilemez üçgenler olduğu görülmektedir. Üçgen çizilebilme kuralları öğrencilerin bulundukları seviye itibariyle öğrendikleri bir konu değildir. Hatalı üçgen çizimleri bu durumdan kaynaklanıyor olabilir. Buna ek olarak öğrenciler genel olarak ikizkenar üçgenleri denemiştir. Pelin, çeşitkenar üçgeni denemek istemiş fakat bu durumda yükseklik olarak hangi uzunluğu kullanacağına dair bir fikir yürütemediği için bu fikrinden vazgeçmiştir. Öğrencilerin matematiksel hatayı görmesine rağmen, bilgilerini sorgulamaktan kaçındığı söylenebilir. Yukarıda verilen hesaplamalar doğrultusunda öğrenciler ortak bir çözüme ulaşmıştır:

Pelin: Şimdi arkadaşlar karenin alanını değiştiremiyoruz. Kenar uzunlukları eşit olmak zorunda. Ama üçgen ve dikdörtgende kenar uzunluklarını değiştirebiliyoruz.

Esma: Kareden büyük olmadığını gösterdik

Pelin: Farklı farklı değerler verdik yine olmadı. 625'i geçmedi. Ama üçgende ikizkenar yaptığımız zaman 625 çıkıyor.

Meral: Bence kare ve üçgen ama kareye farklı değerler veremeyiz. Onun için üçgen olmalı.

Pelin: Üçgene farklı değerler verebiliriz. Bence de onun için üçgen. Otlağın şekli üçgen olmalı.

Açıklamalara bakıldığında öğrencilerin, deneme yanılma yoluyla problemi çözmeye çalıştıkları görülmektedir. Kenar uzunluğu ile alan arasındaki ilişkiyi görebilecek bilgiye ve yeterliğe sahip olmamaları, öğrencilerin bu şekilde bir çözüm yapmalarına sebep olmuştur. Öğrenciler, kareden daha büyük alana sahip bir üçgen bulamamalarına rağmen, kenar uzunluklarının değişmesi sebebiyle üçgenin daha büyük alana sahip olabileceğini düşünmüş ve otlağın şeklinin üçgen olmasına karar vererek çözümlerini tamamlamıştır.

Ortak grup tartışmasına kadar olan modelleme sürecinden toplamda 4 puan alan birinci grubun süreci Çizelge 4.9'da sunulmuştur.

Çizelge 4.9 Birinci etkinlikte Esma, Pelin ve Meral grubunun modelleme süreci

	Basamaklar	Seviye	Puan	Alan Kavramı ve Alan Ölçme
Problemi Anlama	Problemin yapılandırılmış bir problem olması sebebiyle öğrenciler problemi anlamış, fakat verilenler ve istenenler arasındaki ilişkiyi kurmakta zorlanmıştır.	3	2	
Sadeleştirme	Öğrenciler, otlağın şeklini belirlerken sınırlı varsayımlarda bulunmuş ve sorunun çözümü için gerekli olan değişkenleri bir ölçüde belirleyebilmiştir	3	2	Öğrenciler kare, dikdörtgen ve paralelkenarın kenar uzunluklarını başarılı bir şekilde belirlemiş fakat üçgende çizilebilme kurallarına dikkat etmeden çizilemez üçgenler oluşturmuştur. Öğrenciler uzunluk korunuma sahip değildir. Bu nedenle kare ve dikdörtgenin alanını doğru, paralelkenar ve üçgenin alanını yanlış bir şekilde hesaplamıştır. Öğrenciler aynı zamanda çözümlerini matematiksel olarak gerekçelendirmemiştir. Bunun yerine otoriteye dayandırmaya çalışmıştır.
Matematikselleştirme	Öğrenciler bir ölçüde kabul edilecek bir model oluşturarak, şekillerin alanını deneme-yanılma yoluyla bulmaya çalışmış fakat son olarak yanlış bir model oluşturmuş üçgene karar vermiştir.	1	0	
Matematiksel Olarak Çalışma	Modeli çözme aşamasında ise matematiksel bilgi yetersizliğinden dolayı yanlış hesaplamalar yapmıştır.	1	0	
Yorumlama	Öğrenciler buldukları çözümü gerçek hayatta yorumlamamıştır.	1	0	
Doğrulama	Öğrenciler modelin ne kadar kullanışlı olduğunu değerlendirmemiştir.	1	0	
	Toplam		4	

İkinci grup problemi anlama aşamasında, kendi içinde tartışmaya başlamış, problemi anlamaya ilişkin düşüncelerini paylaşmıştır. Mehmet ve Serhat, alanı 100'e tamamlayacak şekilde çokgen oluşturmaya çalışmış, Ali ise çevresi 100 olacak şekilde çokgen oluşturmaları konusunda arkadaşlarını uyarmıştır. Bunun üzerine grup kenar uzunluklarına değer vererek çokgen oluşturmaya başlamıştır.

Serhat: O zaman 50 ye 50 yapsak. 2500. Ya da 90'a 10 yapsak.
Ali: 50'ye 50 yapsak iki kenarı boş, dört kenarı da dolu olacak. Otlağın etrafını çevreleyeceksen bir tarafını boş bırakamayız.
Serhat: Biz çiti kullanacağız zaten. Şimdi böyle yapsak 90'a 10 yapsak (bir dikdörtgen çizdi). Evet şimdi anladım. İki kenarına 100 ancak olur. 200 lazım bize doğru.

Ali, problemi anlama aşamasında zorlanan Serhat'ın varsayımını gerçek hayattaki karşılığını değerlendirerek düzeltmiştir. Grup bu açıklamalardan sonra 40m-10m, 30m-20m, 49m-1m ebatlarında dikdörtgenlerin ve 25 m ebatlarında karenin alanlarını hesaplamaya çalışmış ve bu esnada Ali bir çıkarsamada bulunmuştur.

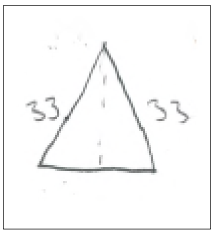
Ali: Şurayı 40'a 10 yapsak 400 çıkar olmaz. Peki 49'a 1 olsa 49 çıkar. Mesela nasıl diyeyim. Her iki sayı ne kadar birbirine yakın olursa daha iyi oluyor bence.

Ali dikdörtgen ve karenin alanlarını hesaplarken, kenar uzunluklarının yakınlaşmasıyla alanın büyüdüğüne dair doğru bir çıkarsamada bulunmuş, fakat genelleyememiştir. Sonrasında gruptaki öğrenciler üçgeni denemeye karar vermiştir. Ali üçgenin alanının nasıl hesaplandığını bilmediğini belirterek, Serhat'a sormuştur.

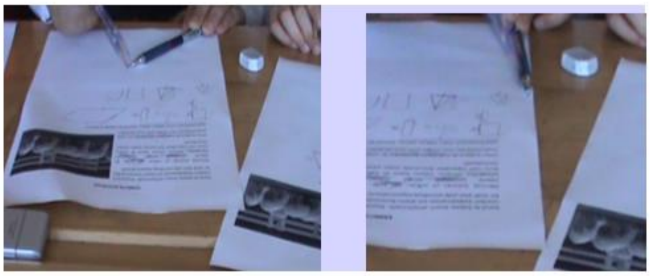
Serhat: Üçgenin alanı böyleydi bak. (Bir üçgen çiziyor tabanına 5 yazıyor). Bu üçgen burası 5 cm olsun diyelim. Hatırlamıyor musun bak. Buradan bir çizik (dışardan yüksekliği çiziyor). Burası 5 olsun. 5 kere 5 25'ti. İşte böyle yapıyoruz.
Ali: Evet. Şuradan kesiyorduk.

Serhat üçgenin alan bağıntısında ikiye bölme kuralını göz ardı ederek hatalı bir hesaplama yapmıştır. Bu açıklamalardan sonra öğrenciler 33-33-34 üçgenini çizerek alanını iki eş parçaya bölüp dikdörtgene tamamlayarak hesaplamıştır. Fakat bu grupta diğer gruba benzer olarak üçgenin yüksekliğini üçgenin kenar uzunluğuyla eşit kabul etmiş ve hatalı bir sonuç bulmuştur. Bu duruma ilişkin araştırmacının sorusu üzerine aşağıda verilen diyalog oluşmuştur:

Araştırmacı: Arkadaşlar bu üçgeni nasıl hesapladınız. (33-33-34 üçgenini göstererek).
Ali: Üçgenin bu tarafını hayali olarak buraya getirdik. Tabanı 17 oldu, yarıya düştü. Yan kenarlar 33 kaldı. 33 ile 17' yi çarptık. 562 çıktı.
Araştırmacı: Peki neresi 33.



Ali: Şu yan uzunluklar 33, tabanı da ikiye bölersek 17 olur.
Araştırmacı: Peki şu uzunluk ne olur bu durumda (yüksekliği göstererek).
Ali: Onu düşünmedik. Ama yan uzunlukla eşit olmaz kesin.
Mehmet: Yok hayır dik uzunlukla, kenar eşit olmaz.
Serhat: Mesela bir örnek deneyelim. Bir kalem verin. Kalemi bir bu şekilde yapsak bir de bu şekilde yapsak farklı yerlerde durur. Yani yamukken aynı yükseklikte olmaz.
Mehmet: Evet aynı şey olmaz.



Serhat uzunlukların eşit olmadığını, gerçek hayattan bir örnekle açıklamaya çalışmıştır. Öyle ki aynı uzunluğu tabana 45 derece ve 90 derecelik açılarla tutarak, yüksekliklerinin farklı olduğunu belirtmiş, dolayısıyla uzunluklarının da eşit olmadığını ifade etmiştir. Grupta yer alan öğrencilerden Mehmet, uygulama öncesi uzunluk korunuma sahip değilken, bu açıklamadan sonra uzunluklarının eşit olmadığını ifade etmiş ve toplu tartışmada bunu matematiksel olarak gerekçelendirerek açıklamıştır. Mehmet bu aşamada uzunluk korunumuna ilişkin bir öğrenme gerçekleştirmiştir. Söz konusu öğrenmede akran rehberliğinin etkili olduğu görülmektedir. Öte yandan görüşmelerde üçgenin alanını iki kenarını çarparak hesaplayan Ali, Serhat'ın yönlendirmesiyle yüksekliği çizerek hesaplama yapmış ve üçgenin alan bağıntısında ilerleme göstermiştir.

Sonraki aşamada öğrenciler az önce yukarıda verilen uzunluk korunumuna ilişkin çıkarsamayla, kenar uzunluklarının tabana dik olarak kullanılmasının daha avantajlı olduğunu ifade etmişlerdir. Böylelikle problem çözümündeki seçenekleri biraz daha sınırlandırmış ve kenar uzunlukları dik kesişen kare, dikdörtgen ve dik üçgen gibi çokgenleri denemeye başlamışlardır. Bu hesaplamalar esnasında Mehmet aşağıda açıklamayı yapmıştır:

Mehmet: Sanki şöyle bir şey var. Kenarlar eşse daha büyük alan kalıyor. Eğer kenar uzunlukları birbirine eşse daha büyük alan kaplıyor. Daha maksimum oluyor.
Ali: Biz niye üçgene yoğunlaştık ki.
Mehmet: Neden biliyor musun? Mesela dikdörtgende 35'e 15 olduğunda biri çok biri az ve alanı kareden daha az çıkıyor. Ama karede bütün kenarlar eşit olduğu için maksimum oluyor.
Serhat: Aynen doğru söylüyorsun. Bence eşitlendikçe ölçütleri daha çok oluyor gibime geliyor.

Açıklamalarda Mehmet'in doğru bir çıkarsamada bulunduğu, bunu örnekler üzerinden açıkladığı görülmektedir. Bu düşünce üzerine grup üyeleri kenar uzunluklarının dik şekilde kesişmesi ve kenar uzunluğunun birbirine yakın olmasının maksimum alanı vermesi için gerekli şartlar olduğunu ifade etmiş ve bu şartlara uyan çokgenin kare olduğunu belirtmiştir. Ali kenar uzunluklarının yakın olması çıkarsamasına ilişkin olarak en büyük alanın çembere ait olduğu belirterek sezgisel bir yaklaşımda bulunmuş, fakat çemberin alan bağıntısını bilmeği için bu düşüncesinden vazgeçmiştir. Grup çözümlerini şu şekilde açıklamıştır:

Serhat: Hocam şimdi az önce burada yaptığım gibi olmaz mı (kalem örneği)? Mesela bu kalemin böyle dik yüksekliği ile böyle farklı açıyla tutulduğunda (yan) yüksekliği farklıdır. Bence mantık buradan geliyor. Yan yapsak yüksekliği az. Ama dik yapsak yüksekliği daha fazla oluyor.
Araştırmacı: Yani.
Ali: Şimdi kalemi böyle yan kullandığımızda ölçütü tam kullanmış olmayız. Ama böyle diklemesine kullandığımızda gerekli olarak kullanmış oluruz. Gereksiz kullanım olmamış olur. O nedenle kare olması gerekir.

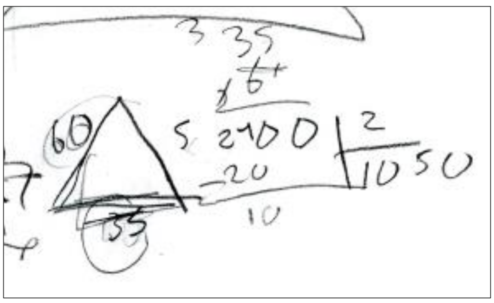
Bu açıklamalarla birlikte, gruptaki öğrenciler ortak çözüm olarak otlağın şeklinin kare olmasına karar vermiş ve çözümü tamamlamıştır. Toplamda 16 puan alan ikinci grubun ortak grup tartışmasına kadar olan süreci Çizelge 4.10'da sunulmuştur.

Çizelge 4.10 Birinci etkinlikte Ali, Serhat ve Mehmet grubunun modelleme süreci

	Basamaklar	Seviye	Puan	Alan Kavramı ve Alan Ölçme
Problemi Anla	Öğrenciler problemi anlamakta zorlanmadılar.	4	3	
Sadeleştirme	Öğrenciler, otlağın şeklini belirlerken sınırlı varsayımlarda bulunmuş ve sorunun çözümü için gerekli olan değişkenleri bir ölçüde belirleyebilmiştir	3	2	Öğrenciler kare, dikdörtgen ve paralelkenarın kenar uzunluklarını başarılı bir şekilde belirlemiş fakat üçgende çizilebilme kurallarına dikkat etmeden çizilemez üçgenler oluşturmuştur. Ali ve Serhat uzunluk korunuma sahiptir. Mehmet ise etkinlik sürecinde bu kazanıma ulaşmıştır. Öğrenciler çözümlerini matematiksel olarak sorgulamış, kenar uzunluklarının yakınlaşmasıyla alanın büyüdüğünü keşfetmiş ve modeli oluştururken bu bilgiyi dikkate almıştır.
Matematikselleştirme	Öğrenciler bir ölçüde kabul edilecek bir model oluşturarak, şekillerin alanını deneme-yanılma yoluyla bulmaya çalışmış ve modeli çözme aşamasında bazı çıkarsamalarda bulunarak süreci tekrar yaşamış ve doğru bir model oluşturmuştur.	3	2	
Matematiksel Olarak Çalışma	Modeli çözme aşamasında ise matematiksel bilgi yetersizliğinden dolayı bazı yanlış hesaplamalar yapmıştır.	4	3	
Yorumlama	Öğrenciler buldukları çözümü gerçek hayatta yorumlamamıştır.	1	0	Gerçek hayatta kare bir otlağın olup olmayacağını sorgulamamıştır.
Doğrulama	Öğrenciler gerçek hayatta ne kadar kullanışlı olduğunu değerlendirmemiştir.	1	0	Gerçek hayatta kare otlağın ne kadar kullanışlı olduğunu değerlendirmemiştir.
	Toplam		10	

Gruplar çözümlerini tamamladıktan sonra ortak tartışma süreci başlamıştır. Bu bölümde her grup kendi çözümünü gerekçeleriyle birlikte sunmuştur. Sunulan çözümler diğer öğrenciler tarafından değerlendirilerek tartışılmıştır.

Serhat: Bize göre doğru cevap kare, çünkü arkadaşımız Ali'nin de belirttiği gibi, eğer bunu (kalemi) böyle yan yaparsak yüksekliğini fazla kullanmayız. Ama böyle dik yaparsak yüksekliğini en fazla şekilde kullanabiliriz.



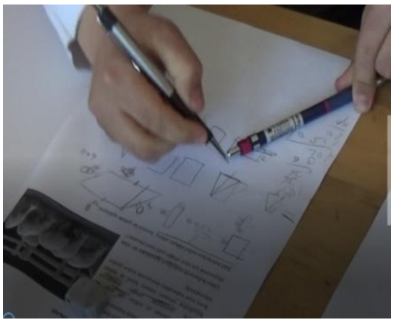
Ali: Yani arkadaşlar boyutu en gerekli olarak kullanılmıştır.

Pelin: Hayır bence üçgen olmalı. Karede alan 625 oluyor. Üçgende daha fazla çıkıyor. Bizim en son kararımız çeşitkenar üçgen olması yönünde. Önce ikizkenar üçgen olarak düşündük. Ama onu hesapladığımızda kareyle aynı çıkıyordu. En fazla 625 çıkıyordu. Ama çeşitkenarda ise bu iki kenarı artırdık. Bu kenarları çarptığımızda da sonucu 1050 olarak bulduk.

Serhat: Ben bir şey söyleyebilir miyim? Biz üçgenin alanını hesaplarken, yan uzunluğunu hesaplamayız. Yüksekliği hesaplarız bir kere. Yanı hesaplarsak yanlış yapmış oluruz. Burada 60 ile bu yükseklik aynı uzunluğa sahip değildir.
Pelin: Hayır eşittir.
Esma: O uzunluklar farklı olamaz.

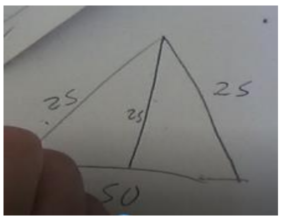
İkinci grup doğru açıklama yaparken, birinci grup yanlış bir açıklama yapmıştır. Birinci gruptaki öğrencilerin, sonucu büyük olarak çıkarmaya odaklandığı ve bunu yaparken çözümün matematiksel doğruluğunu göz ardı ettiğini söylemek mümkündür. Serhat üçgenin tabana ait yüksekliği ile üçgenin diğer kenar uzunluklarının eşit olamayacağını belirterek, Pelin'in hatalı hesaplama yaptığını ifade etmiştir. Bu açıklama üzerine birinci grup ile ikinci grup arasında söz konusu uzunlukların eşitliği üzerine bir tartışma başlamıştır. Ön görüşmelerde uzunluk korunumuna sahip olmayan Esma, Meral ve Pelin iki uzunluğun eşit olacağını ifade ederken, diğer gruptaki öğrenciler eşit olmadığını belirtmiştir. Serhat eşit olmadığının gerekçesini şu şekilde açıklamıştır:

Serhat: Şimdi bakın. Bu kalemi görüyorsunuz değil mi boyutu hep aynı.
Tüm öğrenciler evet dedi.
Serhat: Şimdi bu kalemi bu şekilde kağıda dik tuttuğumuzda boyu buraya geliyor işaretleyelim. Yan yaptığımızda, üçgenin bir kenarı gibi yaptığımızda ise boyu bakın buraya geliyor.
Esma: Ama boyu aynı. Uzunluğu aynı.
Pelin: Evet kalem her şekilde kalemdir.
Serhat: Kenar uzunluğu değişmez ama yüksekliği değişir arkadaşlar.



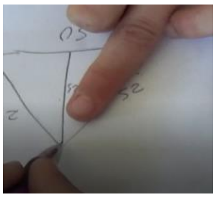
Serhat iki uzunluğun eşit olmadığını matematiksel olarak farklı bir şekilde açıklamıştır. Aynı yüksekliğe sahip fakat tabanı farklı açılarla kesen iki doğru parçasının uzunluklarının farklı olacağını göstermek yerine, uzunluğu aynı, tabanı farklı açılarla kesen iki doğru parçasının yüksekliğinin farklı olduğunu göstermiştir. Matematiksel olarak doğru bir gerekçelendirmedir. Fakat uzunluğun aynı olması birinci grubun düşüncesini değiştirmemiştir. Öyle ki Pelin 25-25-50 ebatlarında bir üçgen çizmiş ve yüksekliği de kenar uzunlukları aynı kabul ederek 25 yazmıştır.

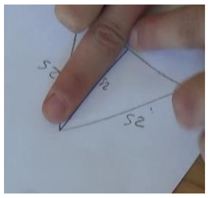
Pelin: Şimdi dediğimizi ikizkenar üçgende gösterelim. Bu üçgende burası 25, burası 25 burası 50 oluyor. Bunu dik indirdiğimiz zaman burası da 25 olur.
Serhat: Uzunlukları aynı olsa bile yükseklikleri farklıdır.
Ali: Parmak hesabıyla ölçelim. Önce burayı ölçelim. Bakın buraya kadar. Bunu alıp buraya koyduğumuzda kısa kalıyor.



Esma: Hayır ama santimi aynı değil şimdi cetvelle çizmediğimiz için.

Araştırmacı: Peki kızlar isterseniz siz ölçün parmağınızla.





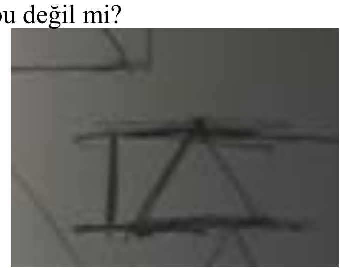
Pelin ölçüyor. Ölçüm sonucunda kısa kaldığını görüyor.

Pelin: Ben başka bir şey sorabilir miyim? Şimdi bunu unutun (yüksekliğin üzerindeki 25'i siliyor). Eğer bu iki uzunluk eşit değilse bu üçgenin alanını nasıl bulacaksınız o zaman. Bulun bakalım bu üçgenin alanını. Bu yüksekliği bulun bize.

Her iki grupta uzunlukları ölçmüş ve uzunlukların farklı olduğunu görmüştür. Bunun üzerine birinci gruptaki öğrencilerden Pelin, uzunlukların eşit olmaması durumunda yüksekliği nasıl bulacaklarını sormuştur. Pelin'in yükseklik bulunamadığı için iki uzunluğun eşit olması gerektiğini düşündüğü söylenebilir. İkinci gruptaki öğrenciler bu soruya her hangi cevap verememiştir. Bu durum, iki uzunluğun eşit olduğunu iddia eden grup için tartışma boyunca önemli bir gerekçe olmuştur. Bu grup için bir diğer gerekçe ise aşağıda sunulmuştur.

Pelin: Bakın şimdi (bir üçgen çiziyor). Üçgende tepe noktası bu değil mi?

Serhat: Evet



Pelin: Tabanı da burası (tabanı çiziyor). Bunu böyle uzattığımızda (tabana paralel çiziyor). Bu uzunlukla (üçgenin yan uzunluğu) bu dik uzunlukla aynı olmaz mı?

Meral: Evet.

Ali: Hayır olmuyor.

Esma: Her iki uzunlukta bu iki çizginin arasında dolayısıyla eşit.

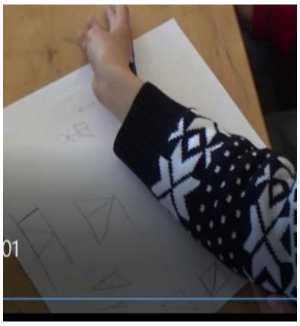
Pelin: peki bu (yan) bunda uzunsa (dik) buraya nasıl sığıyor peki.

Serhat: İyi ama biz bunu (yan uzunluğu) dik yaptığımıza daha uzun olur. Yukarıdaki çizginin üstüne çıkar.

Pelin: Çıkmaz.

Açıklamalarda Pelin'in aşırı genelleme yaparak hata yaptığı görülmektedir. Öyle ki 'İki paralel doğru arasında çizilen bütün dik doğru parçaları birbirine eşittir.' önermesini doğruları farklı açılarla kesen doğru parçaları için genelleyerek hata yapmıştır. Serhat, Pelin'in açıklamasına matematiksel olarak doğru bir gerekçe ile itiraz etmiştir. Fakat Pelin ve Meral, Serhat'ın açıklamasını kabul etmemiş ve uzunluklarının eşit olduğunu ifade etmeye devam etmiştir. İkinci gruptaki öğrenciler diğer grubu ikna etmek için farklı örnekler kullanmıştır. Aşağıda iki örnek sunulacaktır:

Ali: Peki tamam arkadaşlar. Bakın bu kağıdı böyle ikiye bölelim. (Köşegeninden bölüyor). Burada bir üçgen olmadı mı?
Esma: Evet, tamam.
Ali: Bekleyin. Bakın burasının uzunluğu böyle değil mi. Benim kol uzunluğumun serçe parmağına kadar. Buraya geldiğinde ise bak uzunluk tahtanın üstüne geliyor. Yani dik olan uzunluk kısa.
Esma: Hayır eşit olmak zorunda.



Bir başka örneği ise Serhat ile Mehmet vermiştir.

Serhat: Şimdi kolumu böyle dik tutum. Mehmet sen de elimin üstüne elini koy o hizayı sabit tut. Bakın bunu böyle yapınca (yan tutuyor), burada boşluk kalıyor. Demek ki uzunluklar eşit değil.
Merve: Biz bunun uzunluğu diyoruz (kolunu göstererek). Yüksekliğini değil.
Serhat: Biz de aynı şeyi diyoruz ne fark eder. İkisi de aynı mantık.
Merve: Hayır aynı değil.

Tartışmanın sonunda iki grup fikir birliğine varamamıştır. Bunun üzerine araştırmacı devreye girmiş ve iki gruba çözümlerini düzenleyip bir rapor yazmaları istenmiştir. Grup tartışmasının başında otlağın şeklinin çeşitkenar üçgen olacağını ifade eden birnci grup, çeşitkenar üçgende yüksekliğin hangi kenara eşit olacağı konusunda bir fikir yürütemediklerinden dolayı bu fikrinden vazgeçmiştir. Gruptaki öğrencilerin düşüncelerini doğrulayacak matematiksel yeterliği olmadığından çözümleri yanlış ve yetersizdir. Buradan hareketle öğrencilerin matematiksel yeterliklerinin matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma basamağına doğrudan etki ettiği söylenebilir.

Ortak çözüm kağıtları toplandıktan sonra araştırmacı öğrencilere bu etkinlikte neleri fark ettiklerini sormuştur. Öğrenciler, çevresi aynı olan çokgenlerin alanının farklı olabileceğini fark ettiklerini belirtmiştir. Bunun üzerine araştırmacı öğrencilere bu düşüncelerini örneklerle açıklamalarını istemiştir. Öğrenciler, çevresi aynı olan farklı kenar uzunluğuna ve alana sahip çokgen örnekleri sunmuşlardır. Bu bağlamda etkinliğin hedeflediği kazanımı gerçekleştirdiği söylenebilir. Buna ek olarak, Mehmet uzunluk korunumuna sahip değilken, etkinlik sürecinde bu korunumu kazanmıştır. Esma ve Meral ön görüşmelerde çeşitkenar üçgenin alanını üç kenarını çarparak hesaplarken, etkinlikte Pelin'in yönlendirmesiyle iki kenarı çarpıp ikiye bölerek hesaplamıştır. Ali de Serhat'ın yönlendirmesiyle üçgenin alan bağıntısını doğru bir şekilde uygulamıştır. Söz konusu gelişmeler, akran rehberliği yoluyla gerçekleşmiştir. Öğrenciler matematiksel bir gerekçeye dayandırmadan akranlarından etkilenerek hesaplama yapmaktadır. Bu nedenle, son iki durum için öğrenmenin gerçekleştiğini söylemek bu bulgularla pek mümkün değildir. Genel olarak bu etkinlikte öğrenciler kendi bilgilerini değerlendirme ve hatalı öğrenmelerini fark etme fırsatı bulmuştur. Bu nedenle etkinlikte model oluşturma süreci tamamlanamamış, öğrenciler çözümlerini değerlendirmek yerine, konuya ilişkin bilgilerini doğrulamaya çalışmıştır. İlk etkinlik olması ve öğrencilerin bu tarz problemlere alışkın olmaması, öte yandan etkinliğin gerektirdiği matematiksel bilgi ve becerilerdeki eksiklikleri bu durumun başlıca nedenleridir.

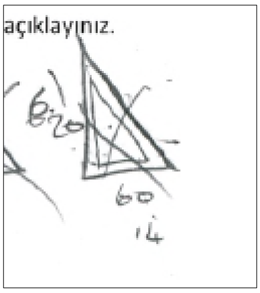
4.2.2.İkinci Etkinliğe İlişkin Bulgular

Bu etkinlikte öğrencilerin aynı alan sahip farklı çokgenler oluşturması hedeflendiğinden, eşit alanlara sahip farklı çokgenler oluşturabilecekleri bir gerçek hayat durumu belirlenmiştir. Etkinlikte öğrencilerden eşit ölçüde alanlara sahip iki tarlaya dikilen ağaç sayısının eşit olup olmayacağını bulmaları istenmiştir. Ön görüşmelerde Serhat ve Ali dışındaki tüm öğrenciler alanı eşit olan iki çokgenin çevrelerinin de eşit olması gerektiğini ifade etmiştir. Serhat ve Ali ise bu kazanıma sahip öğrencilerdir. Bu nedenle bu etkinlikte Serhat ve Ali'nin farklı iki grupta olması öngörülmüş ve grup dağılımı Esma, Meral, Serhat ve Ali, Pelin, Mehmet şeklinde yapılmıştır.

Birinci grup olan, Esma, Meral ve Serhat problemi bireysel olarak değerlendirdikten sonra işlem yapmadan kendi aralarında problemi değerlendirmiş ve soruda kimin haklı olduğu konusunda herkes fikrini açıklamıştır. Bu aşamada öğrencilerin problemi matematiksel olarak yorumlamaktan ziyade sezgisel bir yaklaşımla değerlendirdiklerini söylemek mümkündür. Öğrencilerin problemin cevabıyla ilgili öngörüleri şu şekildedir:

Meral: Şimdi arkadaşlar, iki tarlanın alanları eşit, ağaçların arasındaki mesafesi de zaten aynı. O yüzden bence ikisi de eşit.
Serhat: Bence Kemal haklı. Ağaçların sayısı farklı olabilir.
Esma: Ali haklı Ali.

Açıklamalara bakıldığında, öğrencilerin alan-çevre ilişkisindeki bilgi düzeylerinin problemin çözümüne ilişkin düşüncelerini doğrudan etkilediği görülmektedir. Grup bu şekilde problem çözümüne ilişkin görüşlerini paylaştıktan sonra kendi düşüncelerini doğrulamak için alanı eşit ölçüde olan çokgenler oluşturmaya karar vermiştir. Serhat alanları aynı olan bir dikdörtgen ve üçgen oluşturmaya çalışmıştır. Bu süreçte öğrencilerin amacı alanı aynı olan farklı çokgenlerin olup olmadığını belirlemek ve düşüncelerini matematiksel olarak doğrulamak şeklinde ifade edilebilir. Fakat Serhat üçgeni çizdikten sonra diğer grup üyeleri Serhat'a karşı çıkmış ve birinci etkinlikteki tartışmaları dikkate alarak üçgenin alanını yanlış hesapladığını belirtmiştir:

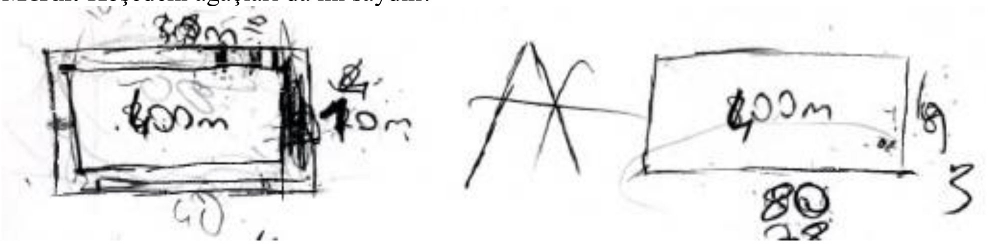


Serhat:600 yaparız,600 ü nasıl yaparız. Şimdi yarısı olması lazım. O zaman 1200 bulacaksak, neyle neyi çarparsak 1200 çıkar,600 çarpı 2.
Meral: Dik üçgen yapmışsın alanı bulunmaz. İkizkenar yapacaksın ki şurası eşit (iki kenar) olsun. Şurayla şurayı çarpıp (tabanla diğer kenar) ikiye bölesin.
Serhat: Dik üçgenin alanını böyle bulmuyor muyuz?
Meral: Ama şu eşit değil ki, şey iki kenar yani.

Serhat'ın alanı 600 olan üçgeni doğru bir şekilde oluşturmuş ve alanını doğru bir şekilde hesaplamıştır. Meral ise dik üçgenin alanının bulunamayacağını, ikizkenar üçgenin alanının hesaplanabileceğini düşünmektedir. Meral'in bu hatalı düşüncesi birinci etkinliğin uygulama sürecinde oluşmuştur. Grup, üçgenin alanını hesaplama konusunda bir fikir birliğine varamadığı için üçgenden vazgeçmiş ve alanını hesaplama konusunda hem fikir oldukları dikdörtgene yönelmiştir. Öğrenciler çokgenin kenar uzunluklarını belirlerken ağaç dikme kurallarını dikkate almış ve 5'e tam bölünen sayıları tercih etmiştir. Öğrenciler alanı 400 m^2 olacak şekilde 40m-10m ve 80m-5m ebatlarında iki dikdörtgen çizmiş ve içine dikilecek badem ağacı sayısını hesaplama yapmadan değerlendirmeye çalışmıştır. Esma ve Meral bu aşamada aynı alana sahip farklı çokgenler oluşturmuş ve daha önceki düşüncelerinin doğru olmadığını deneyimleme fırsatı bulmuş ve bu anlamda ilerleme kaydetmiştir. Bu ilerlemeye rağmen Esma ve Meral dikilen ağaç sayısının ağaç dikim kurallarının iki tarlada da aynı olması sebebiyle hala eşit olacağını düşünmektedir. Öğrenciler çokgenin alanını bir bütün olarak kabul etmekte ağaç sayısını bütün hesabı üzerinden düşünmektedir. Dolayısıyla Meral ve Esma'ya göre bütün alan aynı olunca ağaç sayısı da aynı olmaktadır.

Gruptaki öğrenciler aynı alan sahip farklı çokgenler oluşturulabileceği konusunda fikir birliğine vardıktan sonra, ağaç sayısını belirlemeye çalışmıştır. Fakat öğrenciler ağaç dikme kurallarını anlamakta ve matematikselleştirmekte oldukça zorlanmıştır. Öğrencilerin ağaç sayısını hesaplayabilmek için problem metnini birkaç kez okuduğu gözlenmiştir. Öğrenciler problemde verilen değişkenleri matematiksel olarak yorumlamakta zorlanmış ve doğru bir matematiksel bir hesap oluşturamamıştır. Duruma örnek Serhat'ın hesaplaması şu şekildedir:

Serhat: Şimdi biz burada kenarları 5'e bölersek aradaki ağaç sayısını buluruz. Köşedeki 2 taneyi de eklerse. 40'ı 5'e bölersek 8, 2 taneyi de eklersek 10 çıktı. Bu kenar 10 tane ağaç sığar.
Meral: Köşedeki ağaçları da mı saydık?



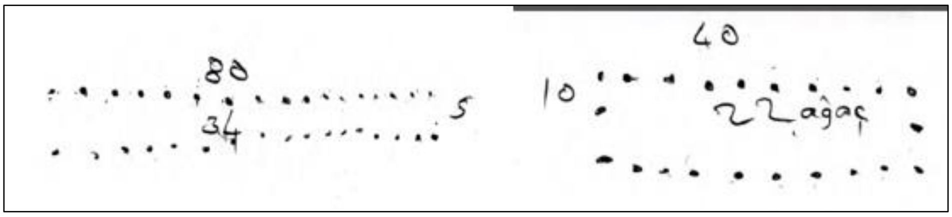
Serhat: Burası neydi 4,10 daha 20…28 olur burası (on bir tarafa, on diğer uzun kenara, 4 sağa ve 4 sola toplam 28, içeriyi hesaplamadı)
Merve: İlk önce 5'böldük 8 çıktı ama şu köşeleri sayabilir miyiz?
Serhat: Yo yanlış yaptık. Biz köşeleri saymayız.

Grup, ağaç sayısını belirlerken bahçenin köşesini de dikkate alarak hesaplama yapmış sonrasında yanlış yaptığını fark etmiş ve problem metnini bir daha okumuştur. Yaptığı hesaplamadaki bir diğer yanlış ise kenar uzunluğun 5'e bölünmesi sonucunda aralık sayısının elde edildiğini görmemesidir. Öğrenciler hesaplama sonucunu ağaç sayısı olarak kabul etmiştir. Problem metnini yeniden okuduktan sonra ağaçların bahçe sınırına en az 2 metre mesafede olması kuralını dikkate alarak hesaplamayı yeniden yapmaya çalışmıştır. Kenar uzunluklarından 2 m çıkarıldığında kalan uzunluğun 5'e tam olarak bölünmemesi nedeniyle öğrenciler 40m–10m ve 80 m-5m ebatlara sahip dikdörtgenlerin kenar uzunluklarını yeniden yorumlamıştır.

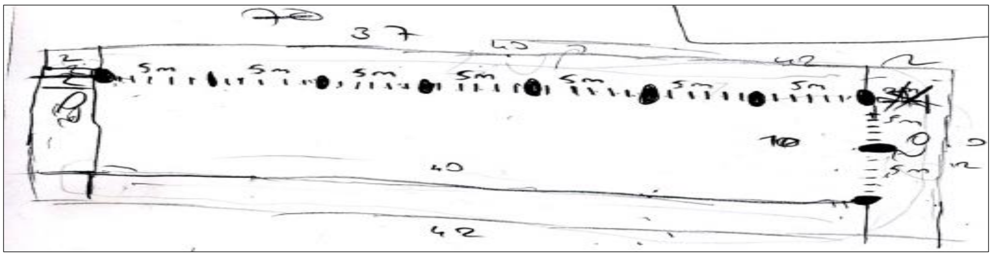
Serhat: Şimdi 2 m içeri girersek uzunluk 8'e 38 olacak. (40 m- 10 m dikdörtgeni)
Merve: Ama o zaman uzunluklar 5'e tam bölünmez. 2 ekleyelim. O zaman 42'ye 12 olur.
Serhat: Diğeri de 82 ye 7 olur o zaman. Çarpalım bakalım eşit çıkacak mı?
Merve: Biri 504, diğeri 574 çıkıyor.
Serhat: Eşit çıkmıyor, niye eşit çıkmıyor. Her birini eşit miktarda genişletmedik mi? Eşit çıkması lazım.

Öğrenciler ağaç sayısı hesaplamasını gerçek yaşam bağlamında değerlendirememiştir. 2 m eksiltme sonucunda kalan uzunluğun 5'e tam bölünmesi gerektiğini düşünerek durumu sadece matematiksel olarak yorumlamış ve yanlış bir strateji geliştirmiştir. Söz konusu strateji de öğrencilerin kenar uzunluğu- alan arasındaki ilişkiyi yanlış bir şekilde yorumladıkları görülmektedir. Öğrenciler iki dikdörtgende kenar uzunluklarını aynı miktarda artırmayla alanın aynı şekilde büyüceğini düşünmektedir. Elde ettikleri sonuçlarla matematiksel bir çatışma yaşamış olsalar da doğru ilişkiyi görme durumu yaşanmamıştır. Matematiksel bilgi yetersizliği bu etkinlikte de matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma sürecine doğrudan etki etmektedir. Grup, dikdörtgenlerin alanlarının eşit çıkmaması üzerine soru çözümüne ilk verdikleri kenar uzunluklarıyla devam etmiştir. Bir süre problemle uğraştıktan sonra öğrenciler şekil üzerinde ağaçları yerleştirmeye karar vermiş ve bireysel olarak uğraşmaya başlamıştır.

Serhat: Arkadaşlar bakın ilk defa mantıklı bir şey buldum, bakın ağaç sayıları eşit değil. Birinde 34 ağaç, diğerinde ise 22 ağaç çıktı.



Meral: Ama sen burada 2 m içeriden hesaplamamışsın. Yanlış yapmışsın, baka ben eksilterek hesapladım. Daha birini yaptım diğerini yapacağım şimdi.



Serhat: Ama sen burada 2 m artırmışsın. Bu durumda alanları eşit çıkmıyor ki. Bir de yukarısı 37, aşağısı 42 çıktı. Nasıl oluyor?
Meral: 40'ı 5'e bölersek 8 çıkıyor. 8 ağaç çizdim. Bak aralık sayısı 5,10,15,20,25,30,35. Aaaaa, yanlış olmuş. Bir tane ağaç daha çizmem lazım o zaman.
Serhat: Böldüğümüz zaman kaç çıkarsa bir artırıyoruz evet.
Meral: Nasıl yapacağız o zaman. Offff. Ya kemal haklı ağaç sayısı farklı olacak ama nasıl göstereceğiz.
Esma: Evet, Kemal haklı ama göstermede sıkıntı yaşıyoruz. Bence Serhat'ın modelini gösterelim yeterli olur bence.
Serhat : Öyle yapalım evet.

Açıklamalarda öğrencilerin iki farklı hesaplamayla model oluşturmaya çalıştıkları görülmüştür. Serhat ağaç dikme kuralını göz ardı ederek hatalı bir model oluşturmuştur. Buna rağmen model, gruptaki öğrencileri sorunun çözümüne ilişkin doğru bir karara ulaştırmıştır. Meralin modeli de hatalı bir modeldir. Öğrenciler bu modeli değerlendirirken ise ağaç sayısının aralık sayısının bir fazlası olduğunu fark etmiş ve bu konuda bir ilerleme kaydetmiştir. Grup matematiksel olarak yeterli bir çözüme ulaşamamış, fakat ortak bir karara varıp çözümlerini tamamlamıştır. Toplamda 4 puan alan grubun ortak grup tartışmasına kadar olan süreci Çizelge 4.11'de sunulmuştur.

Çizelge 4.11 İkinci etkinlikte Serhat, Meral ve Esma grubunun modelleme süreci

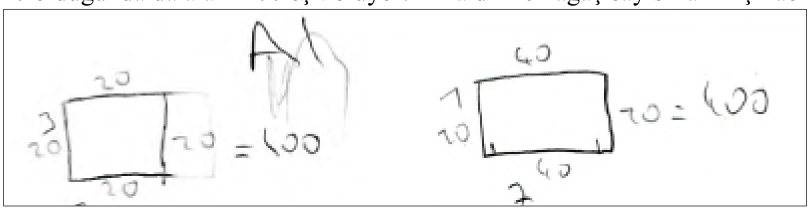
	Basamaklar	Seviye	Puan	Alan Kavramı ve Alan Ölçme
Problemi Anlama	Öğrenciler problemi anlamakta zorlanmış ve kısmen anlamıştır.	2	1	

Çizelge 4.11 (devam)

Sadeleştirme	Öğrenciler, problemi çözerken sınırlı varsayımlarda bulunmuş ve sorunun çözümü için gerekli olan değişkenleri bir ölçüde belirleyebilmiş ve ağaç dikme kuralını göz ardı etmiştir.	2	1	Ön mülakatlardan farklı olarak öğrenciler alanı aynı farklı dikdörtgen oluşturmuş bu konuda Esma ve Meral ilerleme kaydetmiştir. Öte yandan öğrencilerin tamamı kenar uzunluğu ile alan arasındaki ilişkiyi yanlış bir şekilde yorumlamış, bilişsel bir çatışma yaşansa da doğru ilişkiyi etkinlik sürecinde kuramamıştır
Matematikselleştirme	Öğrenciler değişkenleri doğru bir şekilde ilişkilendiremediğinden dolayı eksik ve hatalı bir matematiksel model oluşturmuştur.	2	1	
Matematiksel Olarak Çalışma	Modeli çözme aşamasında grup matematiksel yorumlama yetersizliğinden dolayı bazı yanlış hesaplamalar yapmıştır.	2	1	
Yorumlama	Öğrenciler buldukları çözümü gerçek hayatta yorumlamamıştır. Ağaç dikilecek uzunluğun 5'in tam katı olması gerektiğini belirtmiştir	1	0	
Doğrulama	Öğrenciler modeli değerlendirmemiştir.	1	0	
	Toplam		4	

İkinci grupta problemi okuyup değerlendirdikten sonra kimin haklı olduğu konusunda her öğrenci bireysel fikrini açıklamış ve matematiksel olarak desteklemeye çalışmıştır.

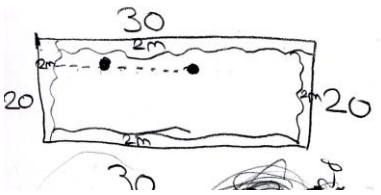
Pelin: Bence Ali haklı.
Ahmet: Bana da başta öyle geldi ama nasıl?
Pelin: İki dikdörtgen düşünelim şimdi, birinde yükseklik diğerine göre az, diğerinde boyu öbürüne göre az. Eğer ikisini de azaltsaydı değişirdi ama bu durumda değişmez dikilen ağaç sayısı aynı olur.
Ali: Hayır, ama şöyle düşün. İki tarla üzerinden gidiyor 20'ye 20 olduğunda alanı 400, 40'a 10 olduğunda da alanı 400 eşit oluyor. Ama dikilen ağaç sayısı farklı çıkabilir.



Mehmet: Evet kenar uzunlukları farklı oluyor alan eşit olsa da.
Pelin: Alanları eşit olsa da kenar uzunlukları farklı oluyor.
Mehmet: Bakın burada ağaç dikme kurallarını dikkate almamız lazım. Bence problemi bir daha okuyalım.

Açıklamalarda öğrencilerin düşüncelerini matematiksel olarak gerekçelendirdiği görülmektedir. Bu durum öğrenciler adına önemli bir gelişmedir. Pelin'in yaptığı açıklama iki dikdörtgenin kenar uzunlukları değişimine bağlı olarak alanının sabit kalmasına ilişkin doğru bir açıklamadır. Fakat, problemde istenen ağaç sayısının eşit olup olmayacağıdır. Dolayısıyla Pelin'in düşüncesi problem çözümü için yanlıştır. Ali ise alanların eşit olmadığını örneğe dayalı açıklamaya çalışmış ve ağaç sayılarının farklı olabileceğini belirtmiştir. Pelin ve Mehmet, ön görüşmelerde alanı aynı olan çokgenlerin çevre uzunluğunun da aynı olması gerektiğini belirtmiştir. Yukarıda verilen açıklamalar iki öğrencinin alan-çevre ilişkisinde ilerleme kaydettiğini göstermektedir. Grup bu açıklamalardan sonra ağaç dikme kurallarını dikkate alarak problemi değerlendirmeye çalışmıştır.

Mehmet: Bakın şimdi bu bir dikdörtgen ve ağaçlar da bahçe sınırına bu şekilde dikilecek.
Pelin: Burası 30 ise buraya 6 tane ağaç sığar.
Mehmet: Ama diyor ki bahçenin kenarları boyunca dikilen ağaçların ise bahçe sınırına olan mesafesi 2 metre bu şekilde olacak.
Pelin: Evet doğru. O zaman iki dikdörtgen oluşturup iç alanlarını karşılaştıralım. Biri 20'ye 30. Alanı 600 oluyor. Diğeri de 60'a 10 olsun. Kenar uzunlukları 2, 2 çıkarırsak, 20'ye 30, 16'ya 26 olur.



Mehmet: Evet Doğru.
Pelin: 10'a 60 ise, 6'ya 56 olur. Çarparsak biri dur çarpalım (hesaplama yapıyor). Biri 416, diğeri 336 oluyor. İç alanlar eşit değil dolayısıyla dikilen ağaç sayısı da eşit değildir.
Mehmet: Evet doğru biz bulduk. Fikrimiz değişti. Kemal haklı.

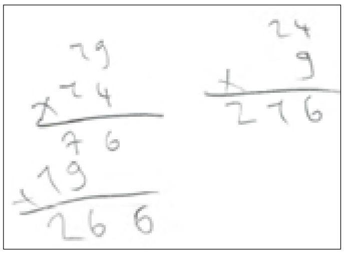
Açıklamalarda Mehmet'in problemi görsel bir model yardımıyla matematikselleştirdiği görülmektedir. Mehmet'in açıklaması üzerine Pelin, problem çözümü için iç alanların hesaplanmasına dayalı bir matematiksel model oluşturmuştur. Oluşturduğu model problem çözümüne ilişkin öğrencilerin doğru cevabı bulmasını sağlasa da, ağaç sayısını veren bir model olmadığı için kısmen yetersizdir. Nitekim sonraki açıklamalarda Ali, Pelin'in açıklamasını doğru olarak kabul etmiş ve bu çözümün ağaç sayılarını da göstererek yapılması gerektiğini belirmiştir. Sonrasında Ali ağaç sayılarını da hesap ederek oluşturduğu modeli arkadaşlarına açıklamıştır.

Ali: Şimdi benim dikdörtgenlerin 20'ye 20 kare ve 40'a 10 bir dikdörtgen. Kenar uzunluklarından 4'er m çıkarırsak, 16'ya 16 olur. Ben bir şey sorabilir miyim size. Bahçe sınırına olan uzaklık artabilir mi? Yani şey diyor ya 2 m. O 2,5 m ve 3 metre olabilir mi?
Araştırmacı: Bilmiyorum ona sen karar vereceksin.

Ali: Ama olabilir evet problemde en az 2 metre diyor doğru. Şimdi arkadaşlar bakın. 20'ye 20,
16'ya 16 olur. 16'yı 5'e böleriz 3 olur. Her biri kenar 3 ekersek toplam 9 ağaç olur.
Pelin: Ama 16 üçe tam bölünmez.
Ali: Zaten bizden sınıra tam 2 m olsun demiyor ki. Biz fidanı bölemeyiz. Çeyrek çeyrek ekecek halimiz yok ya. Tam ne kadar çıkarsa o olur.
Pelin: Hayır o şekilde olmaz. Tam bölünmesi lazım.

Ali, ağaç sayısını hesaplayabilmek için matematiksel hataları barındırsa da doğru bir model oluşturmuştur. Ali'nin modelini çözmede yaptığı hata ise aralık sayısını ağaç sayısı olarak kabul etmesidir. Bunun dışında oluşturduğu model problem çözümü için yeterli düzeydedir. Modelini sadece matematiksel olarak değil, gerçek hayat bağlamını da dikkate alarak geliştirmiştir. Ali, bahçeye ağaçları yerleştirirken kenar uzunluğunun 5'in katı olamayabileceğini gerçek hayattaki örnekleri de düşünerek arkadaşlarına açıklamıştır. Fakat gruptaki öğrenciler beşin katı olması gerektiğini belirtmiştir. Ali diğer öğrencileri ikna edemeyince, kenar uzunlukları 5k + 4 olacak şekilde dikdörtgenler belirlemiştir.

Ali: Şimdi dikdörtgenlerden biri 14'e 19 olsun. 4'leri çıkarınca 10 ile 15 olur. Diğerini de şu şekilde belirleyebiliriz. 19'u 5 artıralım. 24 olur. Diğerini de azaltalım o da 9 olur. Bu şekilde yapalım.
Pelin: Olur o zaman.
Ali: Alanlarına bakmamız lazım eşit mi? (hesaplama yapıyor). Ama eşit çıkmadı. Nasıl yapacağız şimdi.



5

Ali, kenar uzunluklarını eşit miktarda azaltıp attırınca alanın değişmeyeceğini düşünmüştür. Bu hatalı algı diğer gruptaki öğrencilerde de gözlenmiştir. Öğrencilerin tamamı kenar uzunluğu-alan arasındaki ilişkiyi doğru bir şekilde kuramamaktadır. Örneklerle bu konuda bir çatışma yaşamış olsalar da problem boyunca bir ilerleme yaşadıklarını söylemek mümkün değildir. Gruptaki öğrenciler alanların eşit çıkmaması üzerine, farklı sayılarla örnekler denemeye çalışmıştır. Denemeler sonucunda alanları eşit çıkan iki dikdörtgen bulamayınca, Ali'nin daha önce verdiği örnek üzerinden ağaç sayısını hesaplamaya çalışmışlardır.

Ali: Şimdi benim dediğim gibi 20'ye 20 olan kare de bahçe sınırı çıkarsa 16'ya 16 olur. 16'yı 5'e bölersek 3 tane ağaç bir tarafa, üç tane diğer tarafa olur. Burada 1 m kalıyor ya. Bir tarafa uzunluk 3 m, diğeri 2 olacaktır o zaman.
Pelin: Evet tamam diyelim. Devam et.
Ali: Birinciye 9 ağaç dikilir. İkinci ise şu şekilde olur. 40'a 10 zaten. 36'ya 6 olur. Bir kenara 7 tane diğerine 1 tane sığar. 1 çarpı 7, 7 ağaç girer buraya.

Pelin: Bir ağaç gelmez Ali, 2 tane. Hani buraya diziyoruz ya, 5 boşluk bıraktığın zaman buraya da geliyor.
Ali: Olmaz ki öyle.

Pelin: Olur, iki tane sıranın arasında 5 metre boşluk bırakmamızı istiyor. Bunun ikisinin arasında 5 metre boşluk kaldığında buraya bir tane daha gelebilir.
Mehmet : Evet doğru söylüyor.
Ali: tamam o zaman 2 dersek. 2 çarpı 7 14 tane ağaç girer. Birine 9 diğerine 14 ağaç sayıları farklı olur. Bizim çözümümüz bitti.

İkinci grup problem çözümü için hatalı çözüm içeren doğru bir matematiksel model geliştirmiştir. Modeldeki hata aralık sayısının ağaç sayısı olarak düşünülmesidir. Pelin bir kenar uzunluğu için bunu fark etmiş olsa da diğer kenar uzunlukları için bu bilgiyi kullanmamıştır. Bunun yanı sıra oluşturulan model sayısal örneklere dayalı, genellenebilir bir model değildir. Yine de bu gruptaki öğrenciler diğer gruba göre modelleme sürecini toplamda 16 puan alarak daha başarılı bir şekilde tamamlamıştır (Çizelge 4.12).

Çizelge 4.12 İkinci etkinlikte Ali, Mehmet ve Pelin grubunun modelleme süreci

	Basamaklar	**Seviye**	**Puan**	**Alan Kavramı ve Alan Ölçme**
Problemi Anlama	Öğrenciler problemi doğru bir şekilde anlamış ve yorumlamıştır.	5	4	
Sadeleştirme	Öğrenciler, problemi çözerken gerekli olan değişkenleri doğru bir şekilde belirlemiş, fakat sınırlı varsayımlarda bulunmuştur.	3	2	Ön mülakatlardan farklı olarak öğrenciler alanı aynı farklı dikdörtgen oluşturmuş bu konuda Pelin ve Mehmet ilerleme kaydetmiştir. Öte yandan öğrencilerin tamamı kenar uzunluğu ile alan arasındaki yanlış bir şekilde yorumlamış, bu konuda örneklere dayalı bilişsel bir çatışma yaşansa da doğru ilişki etkinlik boyunca kurulamamıştır.
Matematikselleştirme	Öğrencilerin oluşturduğu model sayısal örneklere dayalı doğru bir model olup, genel bir model olmaması sebebiyle kısmen yetersizdir.	4	3	
Matematiksel Olarak Çalışma	Modeli çözme aşamasında grup matematiksel yorumlama yetersizliğinden dolayı bazı yanlış hesaplamalar yapmış, aralık sayısını ağaç sayısı olarak kabul etmiştir.	4	3	

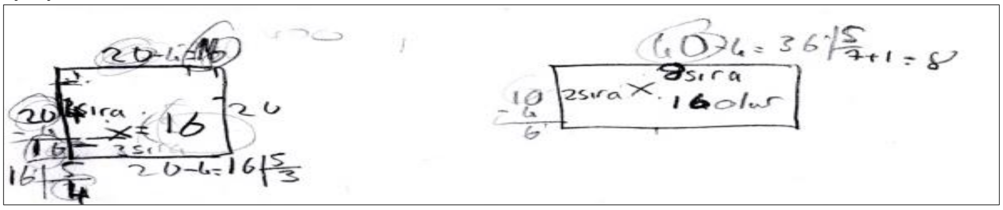
Çizelge 4.12 (devam)

Yorumlama	Öğrenciler ağaç dikme kuralını gerçek hayat bağlamında değerlendirmiş ve modeli buna göre oluşturmuştur.	3	2
Doğrulama	Öğrenciler modellerini kısmen değerlendirmiştir.	3	2
	Toplam		16

Tüm grup tartışmasına geçildiğinde, her iki grupta Kemal'in haklı olduğunu ifade etmiştir. Birinci grup çözümlerinin tam olmadığını ileri sürerek ikinci grubun çözümünü anlatmasını istemiştir. İkinci grup, geliştirdiği modeli sunmuş ve sunum esnasında aşağıda verilen diyalog yaşanmıştır:

Pelin: Şimdi biz 40'a 10 dikdörtgen ve 20'ye 20'ye kare belirledik alanları eşit olur zaten. Kenarlardan 2 m bırakın dediği için kenar uzunlukları 36'ya,6 ile 16'ya 16 oldu. Sonra 5'e böldük kenarları.
Meral: Beşe tam bölünmez ama olmaz.
Ali: Yani ölçütü iki taraftan da aynı mesafede olacak diye bir kaide yok. Bir tarafı 3 bir tarafı 2 kalıyor.
Serhat: Doğru söylüyorlar Meral. Evet devam edin.
Ali: İşte 5'e bölersek 16'yı. 3 tane ağaç sığar.
Meral: Hayır dört tane sığar. Sonuna bir ağaç daha gelir.

Ali: Nasıl yani?
Merve: Bak çizelim. Mesafeleri, 15 olunca 3 tane 5 m bırakırız. Aralarına 4 ağaç dikilir.
Ali: Evet doğru söylüyorsun. Bu durumda yeniden hesaplarsak, her ikisi de 16 olur. Ama eşit çıktı.



Pelin: O zaman farklı sayı verelim. 25 ile 16 olmaz mı ? Evet 400 olur.
Meral : Ağaç sayısı nasıl olur.

Birinci grup, ikinci grubun modelini doğru bir şekilde kabul etmiş ve ayrıca aralık sayısıyla ilgili hesaplama hatasını düzletmiştir. Düzeltme sonrası ağaç sayıları eşit çıkmış ve bunun üzerine öğrenciler alanı 400'e eşit olan 25'e 16 ebatlarındaki dikdörtgen üzerinden hesaplama yapmaya çalışmış, dikilecek ağaç sayısını 15 olarak bulmuştur. Öğrenciler ağaç sayılarının farklı olacağını belirtmiştir. Bunun üzerine araştırmacı öğrencilerden ağaç sayısını veren bir hesaplama sunmalarını istemiştir.

Araştırmacının buradaki amacı öğrencilerin söz konusu modeli genelleyip genelleyemeyeceklerini belirlemektir:

Araştırmacı: Arkadaşlar bana ağaç sayısını bulan bir kural oluşturabilir misiniz?
Ali: Kenar uzunluğundan 4 çıkarıyoruz kalan sayıyı 5'e bölüyoruz.
Meral: Ama böldüğümüzde 1 fazla çıkıyor.
Araştırmacı: Toparlayacak olursanız nasıl ifade edersiniz.
Meral: Kenar uzunluğunda 4 çıkartıp, sonra 5' bölüp sonra 1 ile topluyoruz.

Öğrenciler, bahçeye dikilecek ağaç sayısını veren kuralı cebirsel bir forma dönüştürmeden doğru bir şekilde ifade etmiştir. Bu açıklamalarla birlikte öğrenciler ağaç sayısının farklı olduğunu belirterek etkinliklerini tamamlamış ve ortak çözüm raporunu oluşturmuştur. Bu süreçte araştırmacı öğrencilerin bu etkinlik kapsamında ne öğrendiklerini sormuştur. Öğrencilerden Meral, "*Alan aynı ise çevresinin aynı olması gerekmiyor.*" şeklinde açıklamasıyla, alanı aynı çokgenlerin çevre uzunluğunun farklı olabileceğini belirtmiş, diğer öğrenciler de Meral'i onaylamıştır. Etkinlikte amaçlanan kazanıma gruptaki tüm öğrencilerin ulaştığını söylemek mümkündür.

Etkinlik genel olarak değerlendirildiğinde, öğrencilerin modelleme sürecinde birinci etkinliğe nazaran daha başarılı oldukları söylenebilir. Öğrencilerin model oluşturmak için gerekli matematiksel bilgiye sahip olması bu başarının nedeni olarak ifade edilebilir. Öğrenciler dikdörtgen ve karenin alan hesabıyla etkinliği çözmeye çalışmıştır. Bu konuda yeterli matematiksel bilgiye sahip olan öğrenciler, model oluşturmada ilerleme kaydetmiştir. Bir önceki etkinlikte ise öğrenciler üçgen ve paralelkenarın alan bağıntılarındaki hatalı öğrenmeleri yüzünden doğru modeli oluşturamamıştır. Tüm bu açıklamalar, matematiksel yeterliğin modelleme sürecinde oldukça önemli bir role sahip olduğunu göstermektedir.

4.2.3. Üçüncü Etkinliğe İlişkin Bulgular

Üçüncü etkinlik, öğrencilerin birim kare kavramını öğrenmesini ve bir bölgenin alanını birim kare cinsinden ifade etmelerini amaçlamaktadır. Öğrencilerin büyük kısmında birim kare kavramı mevcut değildir. Bu nedenle gruplar oluşturulurken sadece önceki etkinliklerle aynı gruplar olmamasına dikkat edilmiştir.

Bu etkinlikte birinci grup Ali, Esma ve Serhat'tan, ikinci grup ise Mehmet, Meral ve Pelin'den oluşmaktadır.

Birinci grup Ali, Serhat ve Esma problemi bireysel olarak değerlendirdikten sonra kendi aralarında problemden isteneni değerlendirmiştir:

Serhat: Şimdi bizden neyi istiyor anlayan var mı?
Esma: Teneke kutuyu kaplayacak kumaşı bulmamızı istiyor.
Ali: Ama biz kutunun ölçütlerini bilmiyoruz ki nasıl yapacağız.
Serhat: Dur bak benim fikrim var. Önce kumaşın alanını hesaplayalım. Birimleri vermiş bize (benekleri gösteriyor) her birine bir santim dersek. Çıkar bir şey ortaya sanırım.
Ali: Aralıklar, bir santimetre değil daha fazla, yaklaşık 1,3 cm, 1,4 cm olur. (Ali saymaya başlıyor)
Serhat: Ali boşlukları sayacaksın.
Araştırmacı: Neden boşlukları sayıyorsun.
Serhat: Çünkü noktaları sayarsak bir tane fazla çıkar.

Öğrenciler problemde isteneni doğru bir şekilde ifade etmiştir. Değişkenleri belirleme ve varsayım oluşturma aşamasında ise bütün kumaşın alanını hesaplarak kısmen doğru bir yaklaşımda bulunmuştur. Alanı hesaplarken Serhat benekli kumaşta her aralığı 1 santimetre olarak kabul edip doğru olmayan bir varsayımda bulunmuş, Ali ise aralığın bir cm'den fazla olması gerektiğini ifade ederek iki birim arasını daha gerçekçi bir şekilde yorumlamıştır. Ayrıca öğrenciler birimler arasını sayarak önceki etkinlikte öğrenmiş oldukları bilgiyi bu etkinliğe transfer etmiştir. Öğrenciler bütün kumaşın alanını hesapladıktan sonra, teneke kutu için gerekli olan kumaşı nasıl hesaplayacaklarını değerlendirmiş ve benzer şekilde teneke kutunun yüzeyini kaplayacak kumaşın alanının bulunması gerektiğini ifade etmiştir. Bunun için teneke kutunun yan yüzeyini kumaşla sarıp başlangıç ve bitiş noktalarını belirleyip elde edilen kumaşın alanını bulmuşlardır:

Araştırmacı: Arkadaşlar ne yaptınız?
Serhat: Şimdi şu şekilde yapacağız. Teneke kutunun yanını kumaşla sarıp, bir tur çevireceğiz. Sonra da kumaş parçasının alanını hesaplayacağız. Bu aralar da 1 cm olur zaten.
Esma: Tahmini olarak bir santim kabul ediyoruz.
Ali: 1,3 santim olur. 1 cm den fazla.
Araştırmacı: Peki 1 cm olmadığını kabul ederseniz, o zaman nasıl ifade edeceksiniz.
(Biraz düşünüyorlar)
Ali: Birim hesabından gideceğiz.
Serhat: Evet çok mantıklı öyle yaparız. Bunların arasını bir birim olarak kabul ederiz. Birimleri sayarız.

(Teneke kutuyu kumaşla sarıp işaretliyorlar)
Serhat: Durun arkadaşlar alanı hesaplayalım. 11 birim burası da 4 birim. 44 birim kare arkadaşlar alanı.
Ali: Evet, güzel bir gelişme oldu bu.
Esma: Peki yuvarlağı nasıl yapacağız (Tabandan bahsediyor).

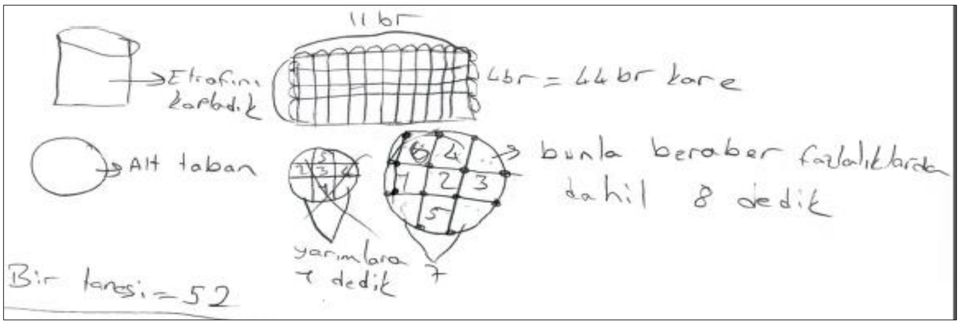
Açıklamalarda grubun teneke kutunun yüzeyini kaplamak için doğru bir model oluşturduğu ve hesaplamayı doğru bir şekilde yaptığı görülmektedir. Serhat, 1cm'den fazla olan kumaşın aralıklarının birimini standart ölçü birim olan santimetre olarak kabul etmiştir. Öğrencilerin eski öğrenme alışkanlıkları standart ölçü birimlerini kullanmaya yönelik olduğundan bu durum oldukça normaldir. Sonrasında Ali, birim kavramını kullanarak doğru bir yaklaşımda bulunmuş ve grup yan yüzeyi kaplayacak kumaşın alanını doğru bir şekilde hesaplamıştır. Teneke kutunun tabanını kaplayacak kumaşı bulmak için benzer bir yaklaşımda bulunmuş ve elde ettikleri kumaşın alanını bulmak için şu şekilde bir strateji belirlemeye çalışmıştır:

Serhat: Tabanın alanını birimleri sayarak bulabiliriz.
Ali: Evet bulabiliriz. Serhat dur bu bir birim kare değil mi?
Serhat: Evet.
Esma: Bunlar da yarım sayılır (dairenin kenarında kalan yarım üçgenler). İki tanesi bir kare yapar.
Araştırmacı: Nasıl yarım sayılır mesela?
Esma: Mesela bu üçgen karenin yarısı sayılır tahminen. Yedi birim kare olur alanı.
Ali: Ama yedi olmaz yediden fazla olur. Çünkü şu köşedeki üçgenler kareye yakın büyüklükte. Onun için 8 birim kare olur taban alanı.
Serhat: Evet 8 birim kare. O zaman yan yüzeyi için 44, tabanı için 8 birim kare toplam 52 birim kare olur bir kutuya için gereken kumaş.

Grup, tabanı kaplayan kumaş miktarını tamamlama stratejisi ile hesaplamış, yarım ve yarımdan fazla olan birim kareleri tahmini olarak yuvarlayıp sonucu bulmuştur. Grubun yapmış olduğu bu hesaplamayla kısmen doğru bir matematiksel model oluşturduğu söylenebilir. Öte yandan öğrenciler, teneke kutunun tabanını kaplayan kumaş miktarını, teneke kutuyla bire bir ölçülerde hesaplamış, yan yüzeyini kaplayan kumaş parçasında ise bir miktar katlama payı bırakmıştır. Öğrenciler modellerini gerçek hayatı dikkate alarak geliştirmiştir ve doğru bir yaklaşımda bulunmuştur. Açıklamaların sonrasında grup çözüm kağıdını oluşturarak çözümünü tamamlamıştır. Grup çözümünün bitmesi üzerine araştırmacı öğrencilerin etkinlik sürecinde oluşan birim kare bilgileri sorgulamak için bir takım sorular yöneltmiştir:

Araştırmacı: Arkadaşlar kumaş miktarını belirlediniz mi?

Serhat: Evet hocam belirledik, çözümü de bu şekilde yaptık. Yanını kaplamak için 44, tabanı için 8 birim kare kumaş, toplam bir kutu için 52 birim kare kumaş gerekir.



Araştırmacı: Nasıl karar verdiniz birim kare olduğuna?

Ali: Şimdi, bu karenin kenarlarına ölçüsünü bilmediğimizden dolayı bir birim dedik, zaten burayı hesapladığımızda kare şekline benziyor. Şu kenarla şu kenarı çarptığımızda bir birimin karesi oluyor. Onun için birim kare.

Araştırmacı: Peki bu kumaşın tamamı ne kadar ve neyi ifade ediyor?

Serhat: 44 birim kare bu kumaşın alanını ifade ediyor.

Araştırmacı: Esma sen bana bu kumaşta bir birim kareyi gösterebilir misin?

Esma: Şurası 1 birim kare, bu sırada 11 tane var. Bu sıra 11 22, olur. Alt sıra 33 ve 44 olur toplam alan.

Ali'nin açıklamasında birim kare kavramına ilişkin matematiksel olarak doğru bir açıklama yaptığı görülmektedir. Uygulama öncesi birim kare kavramını bilmeyen Ali için bu oldukça önemli bir gelişmedir. Aynı şekilde Esma'da birim kareyi doğru bir şekilde göstermiş ve dikdörtgenin alanını birim kare cinsinden doğru olarak ifade etmiş ve bu konuda önemli bir ilerleme kaydetmiştir. Sonrasında araştırmacı, öğrencilere dikdörtgenin alan bağıntısına yönelik sorular yöneltmiştir:

Araştırmacı: Peki neden dikdörtgenin alanı bulurken iki kenarını çarpıyoruz.

Ali: Şimdi sadece kenarları alsak. Mesela kısa kenarı sadece alsak 4 birim eder. Bu uzun kenarı alsak ise sadece 11 birimi almış oluruz. Ama ikisini çarptığımızda buralar buralar buralar (diğer 11 lik üç sırayı gösteriyor) çıktığından dolayı böyle yapıyoruz.

Serhat: Şimdi çarptığımız zaman burayı biliyoruz 11 (taban), burayı yükseklikle çarptığımız zaman bu 11 den kaç tane olduğunu gösteriyoruz.

Açıklamalarda Serhat ve Ali'nin dikdörtgenin alan bağıntısını birim karelerle ilişkilendirerek matematiksel olarak doğru bir şekilde açıkladığı görülmektedir. Esma herhangi bir açıklamada bulunmayınca araştırmacı Esma'nın bilgisini öğrenmek adına, 4 cm ve 5 cm ebatlarında bir dikdörtgen çizerek alanını hesaplamasını istemiştir. Esma dikdörtgeni çizmiş ve 20 kare parçaya ayırmış ve her bir parçanın 1 cm^2'yi temsil ettiğini ifade etmiştir. Bu etkinlikte üç öğrencide birim kare kavramı ve birim kare-alan bağıntısı ilişkisinde önemli gelişme kaydetmiştir. Söz konusu gelişme, öğrencilerin modelleme etkinliğiyle ortaya çıkardıkları model üzerinden, araştırmacının yönlendirici sorusuyla gerçekleşmiştir. Diğer bir deyişle, öğrenciler problemle uğraşırken edindikleri deneyimler, araştırmacının kilit sorularıyla öğrenmenin gerçekleşmesini sağlamıştır. Bu grubun ortak tartışma öncesi modelleme süreci Çizelge 4.13'te verilmiştir.

Çizelge 4.13 Üçüncü etkinlikte Ali, Serhat ve Esma grubunun modelleme süreci

Basamaklar		Seviye	Puan	Alan Kavramı ve Alan Ölçme
Problemi Anlama	Öğrenciler problemi doğru bir şekilde anlamış ve yorumlamıştır.	3	2	
Sadeleştirme	Öğrenciler, problemi çözerken gerekli olan değişkenleri kısmen doğru bir şekilde belirlemiştir.	3	2	Bu etkinlikte, öğrenciler bir uzunluğu ifade etmek için standart olmayan birim kullanmıştır. Öğrencilerde birim kare kavramı doğru bir şekilde oluşmuştur. Bunun yanı sıra öğrenciler dikdörtgenin alan bağıntısını birim kare ile ilişkilendirerek matematiksel olarak doğru bir şekilde açıklamıştır.
Matematikselleştirme	Öğrencilerin kumaş parçasını belirlemek için sayısal örnekle sınırlı kısmen doğru bir model oluşturmuştur.	2	1	
Matematiksel Olarak Çalışma	Modeli çözme aşamasında grup alanı tahmini olarak bularak matematiksel olarak kısmen yetersiz bir çözüm sunmuştur.	2	1	
Yorumlama	Öğrenciler kumaşın katlama payını dikkate alarak modeli gerçek hayat bağlamıyla değerlendirmiştir.	2	1	
Doğrulama	Öğrenciler oluşturdukları modelin gerçek hayatta ne kadar kullanışlı olduğunu değerlendirmemiştir.	1	0	
	Toplam		7	

İkinci grup olan Mehmet, Pelin ve Meral, ilk beş dakika problemi bireysel olarak değerlendirdikten sonra, kendi aralarında konuşmaya başlamıştır:

Meral: Ne yapacağız şimdi fikri olan var mı?
Pelin: Bence teneke kutuyu yandan kesip açalım, kumaşı öyle hesaplarız (gülüşmeler)

Mehmet: Bence elimizdeki kumaşın ne kadar olduğunu bulalım. Bakın burada aralıklar var. Her aralığa 1 cm diyelim.
Pelin: Hayır o aralar 1 cm'den fazla çıkar, 1 cm olamaz. Birim olarak alacaksın.
Mehmet: Olur, neyse ben kendi hesabımı yapayım (kumaşın enini ve boyunu sayıyor). Sen bana şunu 1 m^2 1000 cm^2 idi değil mi?
Pelin: Evet. 1000'di. Ama sen neden çarpıyorsun ki kumaşı bulmak için.
Meral: Hayır bence 100'dü.
Mehmet: Yok. 1000'di. Kenarlar 22 cm ile 19 cm çıktı. Çarptığımda 4180 yapıyor. 4 m^2 çıktı işte
Meral: Evet. O zaman kumaş 4 metre 18 santimetre olur.

Açıklamalarda, öğrencilerin problemi yeterli bir şekilde anlamadığı görülmektedir. Grubun bütün kumaşın alanını hesaplaması, problemde verilenleri doğru bir şekilde yorumlamadığını göstermektedir. Kumaşta iki benek arasını 1 cm kabul edip yanlış bir şekilde yorumlayan Mehmet, alan ölçü birimini doğru bir şekilde kullanmış olsa da m^2 dönüşümünü hatalı bir biçimde yapmıştır. Meral de birimleri yanlış bir biçimde ifade etmiştir. Görüşmelerde öğrencilerin alan ölçme birimlerine ilişkin öğrenme eksiklikleri göz önüne alındığında, bu sonuç oldukça normaldir. Alanı bir kaplama olarak görmeyen Pelin, burada da Mehmet'in kumaş parçanın büyüklüğünü bulmak için iki kenarını çarpmasını anlayamamış, etkinliğin ilk bölümlerinde sürekli olarak iki kenarın niçin çarpıldığını sorgulamıştır. Alanı sayısal bir değer olarak yorumlaması bu durumun sebebidir. Öğrenciler bütün kumaşı hesapladıktan sonra bunun tenekeyi kaplayacak kumaşı bulmak için gerekli olmadığını, teneke kutuyu kaplayan kumaşın alanının bulunması gerektiğini belirtmiştir. Teneke kutuyu kaplayan kumaşı bulmak için sırasıyla 3 strateji denemişlerdir:

Pelin: Buldum, buldum bakın (Kumaşı ortadan aldı kutuyu kapladı). Sizce böyle mantıklı değil mi?
Mehmet: Bence hiç mantıklı değil böyle kumaş çok gider. Mesela ben burada teneke kutunun yüksekliğini karış hesabı ile ölçüp kumaşta da aynı yeri belirleyeceğim.
Pelin: Parmak hesabı daha mantıklı olabilir.
Mehmet: Tamam öyle yapayım (Parmağıyla teneke kutunun yüksekliğini ölçüp, kumaşta o kısmı işaretliyor). Meral buldum uzunluğu adım gibi eminim sen kumaşı buradan kes.
Meral: Öyle yapmaya gerek yok ki, durun bir dakika buldum. Müsaade et bir dakika. Hani matematik hocası anlattı ya çemberde. Bunu böyle tam dönene kadar çevirelim. (kutu üzerinde bir nokta belirleyip aynı pozisyona gelene kadar döndürüyor)
Mehmet: Vay. Biz bir şey bulduk sanırım.
Meral: Evet dikdörtgen oldu bak. Sayalım.

Mehmet: Meral pay bırakarak çizelim. Teknoloji tasarım dersinde hoca diyordu ya pay bırak. Burada da pay bırakmamız lazım ki düzgün bir şekilde yapışsın.
Pelin: Evet pay bırakalım.

Öğrencilerin geliştirdiği ilk strateji kumaş parçasının çok gitmesi sebebiyle grup tarafından reddedilmiştir. İkinci strateji kısmen doğru bir stratejidir, fakat Meral'in bulduğu strateji grup tarafından daha doğru bir yaklaşım olarak kabul edilmiştir. Meral, matematik dersindeki bilgisini problem çözümüne transfer etmiş ve çözüm için doğru bir yaklaşımda bulunmuştur. Mehmet, modeli oluştururken gerçek hayat bağlamını dikkate almış ve kumaşı keserken katlama payı olmasını vurgulamıştır. Grup, bu açıklamalardan sonra kumaş parçasının büyüklüğünü hesaplamaya çalışmıştır:

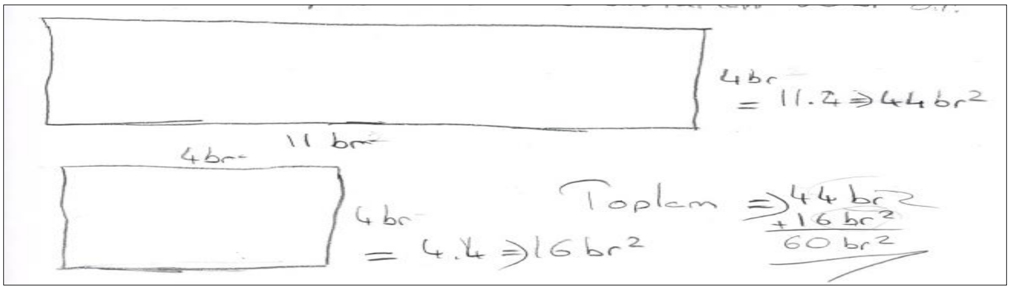
Meral: Burada bulduğumuz kumaşı sayalım, bu kenar 11, yan kenar da 4, çarparsak 44 olur.
Mehmet: Tamam 44 çıktı, peki tabanı nasıl yapacağız.
Meral: Onu da aynı şekilde kumaş üstüne koyup işaretleyeceğiz. (Tabanı kumaşın üstüne yerleştirip kare şeklinde kesiyor). Şu kenardaki fazlalığı kesmemiz lazım. Dörde dört çıktı yani 16.
Araştırmacı: 16 ne?
Mehmet: 16 birim kare.
Pelin: Evet, birim kare, her aralık birim olduğundan birim kare olur.
Araştırmacı: Peki bana burada birim kareyi gösterebilir misiniz?
Pelin: Bakın hocam burası birim kare (bir kenar uzunluğunu çiziyor).
Araştırmacı: Burası mı sadece birim kare.
Pelin: yok hocam hayır. Bu birim (kenar uzunluğu). Bu ikisinin çarpımı birim kare. (iki birim uzunluğu gösteriyor). Bakın birimle birimin çarpımı birim kare oluyor.
Mehmet: Hayır bakın burası bir birim (kenar). Birim kare ise buranın tamamı olur (dört kenarı gösteriyor).

Öğrenciler, teneke kutunun tabanını, alanını daha kolay bulmaları sebebiyle kare olarak belirlemiştir. Problemde öğrencilerin teneke kutuyu en az kumaşla kaplamaları istendiğinden, daha az kumaş gerektiren daire yerine, kare kumaş tercihlerinin kısmen doğru bir yaklaşım olduğu söylenebilir. Doğru hesapladıkları kumaş miktarının alanını öğrenciler doğru birimle ifade etmiştir. Fakat birim kareyi yanlış tanımlamıştır. Pelin'in birim kare ile ilgili yanlış algılaması aynı şekilde devam etmektedir. Birim kareyi iki birimin çarpımı olarak düşünmekte ve birim kareyi iki birim uzunluğu olarak göstermektedir. Mehmet ise birim kare kavramıyla ilgili doğru bir açıklamada bulunmuş ve bu konuda gelişme göstermiştir. Araştırmacı öğrencilerin bilgilerini daha net bir şekilde ortaya çıkarabilmek adına sorularına devam etmiştir:

Araştırmacı: Sen ne düşünüyorsun Meral?
Meral: Bu kenarların çarpımı birim kare olur (kenarları göstererek).
Araştırmacı: Gösterebilir misin?
Pelin: Hocam hem bu iki uzunluk, hem de bu birimlerin çarpımı birim kare olur.
Meral: Bence sadece burası (kare) bir birim kare olur
Araştırmacı: Peki sen cm^2 gösterebilir misin bana Meral?
Meral: O zaman kenarları bir cm'lik kare olur.

Açıklamalarda Meral'in birim kare kavramını öğrendiği görülmektedir. Çünkü Meral hem birim kare kavramını hem de cm^2'yi doğru bir şekilde ifade etmiş ve göstermiştir. Pelin, diğer öğrencilerin açıklamasından sonra birim karenin her iki durum içinde kullanılacağını ifade etmiştir. Pelin'in, birim kare ve alan kavramına ilişkin bilişsel bir çatışma yaşadığı söylenebilir. Çünkü Pelin, bu etkinlikte alanın kaplama olarak kullanıldığını fark etmiş ve soru çözümünde birim karenin doğru kullanımını görmüştür. Fakat henüz bir öğrenme gerçekleşmemiştir. Bu nedenle araştırmacı, diğer grupta yaptığı alan bağıntısı ile birim kare arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarabilecek soruları toplu tartışma bölümüne bırakmıştır. Grup, aşağıda verilen çözümle grup çözümünü tamamlamıştır.

Meral: Toplam alan 44 ile 16'yı toplarsak çıkar. 60 birim kare olur.



İkinci grup olan Meral, Pelin ve Mehmet'in, grup tartışması öncesi modelleme süreci Çizelge 4.14'te sunulmuştur.

Çizelge 4.14 Üçüncü etkinlikte Mehmet, Pelin ve Meral grubunun modelleme süreci

<table>
<tr><th colspan="2">Basamaklar</th><th>Seviye</th><th>Puan</th><th>Alan Kavramı ve Alan Ölçme</th></tr>
<tr><td>Problemi Anlama</td><td>Öğrenciler problemi doğru bir şekilde anlamış ve yorumlamıştır.</td><td>3</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>Sadeleştirme</td><td>Öğrenciler, problemi çözerken gerekli olan değişkenleri kısmen doğru bir şekilde belirlemiştir.</td><td>3</td><td>2</td><td rowspan="3">Bu etkinlikte, öğrenciler bir uzunluğu ifade etmek için standart olmayan birim kullanmıştır. Öğrencilerden Meral'de birim kare kavramı doğru bir şekilde oluşmuştur. Mehmet de birim kare kavramını doğru bir şekilde tanımlamış, Pelin, hatalı algısına ilişkin bir çatışma yaşamış, fakat öğrenme gerçekleşmemiştir.</td></tr>
<tr><td>Matematikselleştirme</td><td>Öğrencilerin kumaş parçasını belirlemek için kısmen doğru bir model oluşturmuştur.</td><td>2</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Matematiksel Olarak Çalışma</td><td>Modeli çözme aşamasında grup kumaşın alanını matematiksel olarak doğru bir şekilde çözmüştür.
.</td><td>3</td><td>2</td></tr>
<tr><td>Yorumlama</td><td>Öğrenciler kumaşın katlama payını dikkate alarak modeli gerçek hayat bağlamıyla değerlendirmiştir.</td><td>2</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>Doğrulama</td><td>Öğrenciler oluşturdukları modelin gerçek hayatta ne kadar kullanışlı olduğunu değerlendirmemiştir.</td><td>1</td><td>0</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Toplam</td><td></td><td>8</td><td></td></tr>
</table>

Toplu tartışma bölümünde, gruplar çözümleri karşılaştırmıştır. Yan yüzeyini kaplamak için gerekli olana kumaş miktarını her iki grup da aynı yaklaşımla hesaplamıştır. Serhat, Ali ve Esma kutunun taban kumaşını nasıl hesapladıklarını açıklamış ve diğer grubun onayını almıştır. Diğer grubun hesaplaması ise fazla kumaş gerektirmesi sebebiyle kısmen doğru bulunmuştur:

> **Mehmet:** Doğru yapmışsınız. Ama siz burada tabanı tam böyle ölçüsüne göre yapmışsınız. Katlama payı yok.
> **Serhat:** Biz iki parçadan bir tanesine katlama payı bıraktık.
> **Mehmet:** Biz ikisine de pay yaptık (kumaşların). Doğru onların ki daha mantıklı
> **Meral:** Bence de biz yanlış yaptık. Tabanı fazla kumaşla kapladık.

İkinci grup taban için geliştirdikleri modelin, açıklamalar üzerine eksik olduğunu kabul etmiş, diğer grubun çözümünü daha doğru olarak değerlendirmiştir. Öğrenciler uygulama sürecinin ilk etkinliklerinde, genellikle bilgilerini veya hesaplamalarının yanlışlığını kabul etmek yerine matematiksel olarak gerekçelendirmeksizin savunmuştur. Bu etkinlikte hesaplamalarının hatalı olduğunu grup olarak kabul etmek ve ifade etmek önemli bir gelişmedir. Grup çözümlerinin değerlendirilmesinden sonra, araştırmacı öğrencilere birim kare ve alan bağıntısının birim kare ile ilişkilendirilmesine yönelik sorular sormuştur:

Araştırmacı: Arkadaşlar, bu kumaşın alanını 11 ile 4'ü çarparak 44 birim kare bulduğunuzu söylediniz. Bana burada 44'ü çarpmadan gösterebilir misiniz?

Pelin: Şu kenarları sayarsak olur. 1, 2 , 3, 4 ….11 bu sıra olur.(Bir üst satıra geçiyor ve aralıkları saymaya devam ediyor.) 12,13 …….

Mehmet: Hayır sen araları sayıyorsun. Benim kendi ölçümüme göre burasının tamamı bir birim kare olur

Pelin: Hayır hocam ben sadece şuraları sayıyorum (iki benek arasını çizerek).

Meral: Biz kareleri sayıyoruz. Birim kare onlar.

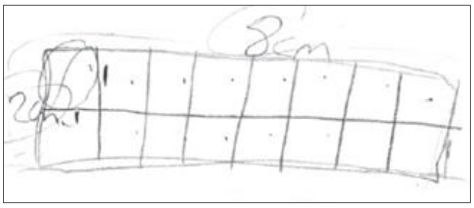
Mehmet: Mesela burada (ilk sırayı gösteriyor) 11 tane kare var bu sırada da 11 tane var, toplam 44.

Araştırmacı: Pelin sen ne düşünüyorsun.

Pelin: Sanki birim kare olarak kabul etmek daha mantıklı, doğrusu o gibi duruyor.

Araştırmacı: Peki neden kenarlarını çarpıyoruz, alanı bulmak için.

Pelin: Çünkü hocam 4 tane 11olduğu için. Mesela boylamasına 4, enlemesine de 11 sıra olduğu için 4 ile 11 i çarparız 44.



Araştırmacı: Uzun kenarı 8 cm, kısa kenarı 2 cm olan bir dikdörtgen çizerek alanını birim kare cinsinden gösterebilir misiniz?

Meral: Şöyle olmaz mı? Şöyle ikiye bölersek enlemesine, boylamasına da 8 parçaya ayırırız. 16 cm kare oldu

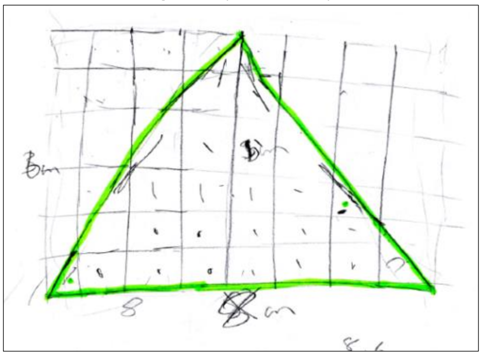
Ali: Hocam bence doğru yapıyor.

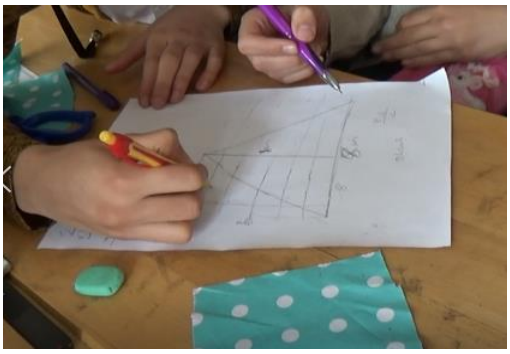
Araştırmacı: O kareler neyi temsil ediyor peki?

Pelin: Bir cm'lik kareyi temsil ediyor.

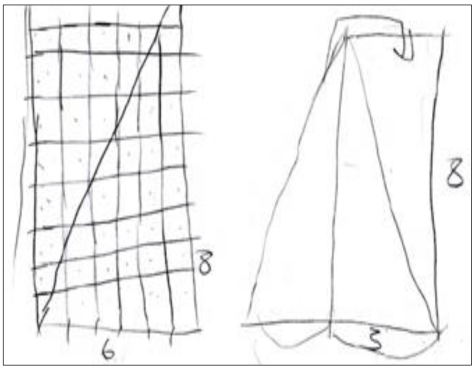
Açıklamalarda, Mehmet'in, Meral'in birim kareyi doğru bir şekilde ifade ettiği görülmektedir. Pelin ise birim kareyi hatalı olarak açıklasa da, sonraki süreçte arkadaşlarının açıklamalarını doğru kabul etmiş ve $1cm^2$'yi "1 cm'lik kare" şeklindeki açıklamasıyla doğru bir şekilde ifade etmiştir. Bu bilgiler ışığında, gruptaki öğrencilerin birim kare kavramını öğrendiğini söylemek mümkündür. Öğrencilerin kendi deneyimleri, araştırmacı soruları ve grup arkadaşlarının açıklamaları öğrenmeyi gerçekleştirmesinde destekleyici bir rol üstlenmiştir. Öğrenciler alan bağıntısı birim kare ile ilişkilendirerek doğru bir şekilde açıklamış, bu konuda da gelişme göstermiştir. Araştırmacının başka bir örnekle de pekiştirmek istediği bu tespit, öğrencilerin o soruyu da doğru bir şekilde cevaplaması ve açıklaması üzerine araştırmanın önemli bulgularından biri haline gelmiştir. Öğrenciler birim kare kavramını alan bağıntısını ile ilişkilendirerek alan ölçme konusunda önemli bir gelişme göstermiş olmaktadır. Araştırmacı öğrenci gelişimlerinin ne düzeyde olduğunu belirlemek için, yüksekliği ve taban uzunluğunu verilen bir üçgenin alanını birim kare cinsinden nasıl gösterebileceklerini sormuştur. Öğrencilerin tamamı üçgenin alanının “taban çarpı yükseklik bölü iki” olduğunu ifade ederek alanını doğru bir şekilde hesaplamış ve sonucu 24 olarak bulmuştur. Öğrencilerin üçgenin alan hesaplamasında ilerleme kaydettikleri görülmektedir. Araştırmacı bu sonucu birim kareyle ilişkilendirerek göstermelerini istemiştir. Öğrenciler kendi aralarında bir süre düşünüp tartıştıktan sonra farklı yöntemler geliştirerek soruyu cevaplamaya çalışmıştır:

Meral: Nasıl gösterebiliriz. Şöyle yapabiliriz. Şuradan bir tane indiririz (dışardan yükseklik) altıya böleriz. Şuradan alttan da sekize böleriz. (Pelin kalemle dışardan yükseklik çizip bölmeye başlıyor). Orayı altıya böleceğiz pelin, aralıklara dikkat et eşit yapmaya çalış.
Esma: Eşit kabul ederiz aralıkları (çizimi bitiriyorlar).
Pelin: (Birim kareleri sayıyorlar). Yarım olanları tamamlarız. 1,2 ….23 oldu. Toplam 24 olacaktı.
Meral: Aralıkları eşit çizmedik ondan oldu. Dedim ben sana eşit çiz diye.
Pelin: Evet. Doğru neyse bir şey olmaz. 24 çıkacak belli zaten.





Araştırmacı: Siz nasıl yaptınız Serhat.
Serhat: Ben burada tamamladım. Ters çevirip birleştirdim. Buraya getirdim (üçgeni gösteriyor). Ama şimdi burada ikisini sayarsak nasıl anlatayım 48 çıkıyor bir hata var sanki.
Meral: Serhat burası 3 olmaz mı, yarısını alıyorsun çünkü.
Serhat: Evet ben yanlış yapmışım doğru. Çünkü bunu çevirisem şekilde bir değişiklik olmaz. Tek fark burası 3, yükseklik sekiz kalır. 3 kere sekizi çarparsak bu üçgenin içini yani alanını bulmuş oluruz.
Meral: Bir çok yoldan çıkabilir.



Öğrenciler üçgenin alanını birim kare ile doğru bir şekilde göstermiştir. Üçgenin alanını dikdörtgene dönüştürerek birim kare ile gösteren Serhat'ın yaklaşımı da sadece ikizkenar ve eşkenar üçgende geçerli olması sebebiyle kısmen doğru bir yaklaşım olarak kabul edilebilir. Burada dikkat çeken bir diğer husus, öğrencilerin hatalı hesaplamalarının nedenini matematiksel olarak açıklama yeterlikleri olmuştur. İlk gösterimde, öğrenciler alanı 23 cm^2 olarak bulmalarını, aralıkların eşit olmamasına bağlamış, ikinci gösterimde ise hatanın üçgeni ikiye bölmelerine rağmen taban uzunluğunun tamamını almak olduğunu belirterek her iki durum için hatanın sebebini doğru bir şekilde açıklamıştır. Bu gelişme, öğrencilerin bir durumu matematiksel olarak yorumlayabilme ve muhakeme etme becerilerinin geliştiğine dair önemli bir bulgudur.

Etkinlik genel olarak değerlendirildiğinde, tüm öğrencilerin gelişme gösterdiğini söylemek mümkündür. Öğrencilerin bir kısmı birim kare kavramıyla ilgili hatalı öğrenmelerini modelleme süreci içerisinde fark etmiş, bir kısmı ise etkinlik sonunda araştırmacının sorularına cevap verme sürecinde yaşanan tartışmalarda fark etmiş ve doğru bilgiye ulaşmıştır. Ayrıca alanı iki kenarın çarpımı olarak gören öğrenciler, bu etkinlikte alanın bir bölge veya kaplama olduğunu fark etmiştir. Öğrenciler aynı zamanda alan bağıntılarını hem dikdörtgen hem de üçgende birim kareyle ilişkilendirerek açıklamıştır. Tüm bu gelişmeler alan konusunun öğrenimi için oldukça önemlidir. Özetle bu etkinliğin, birim kare kavramını kazandırması sebebiyle, alan ölçme konusuyla ilgili doğru öğrenmelerin gerçekleşmesi adına önemli bir basamak olduğu söylenebilir.

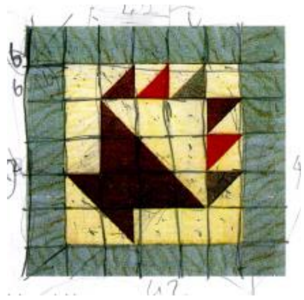
4.2.4.Dördüncü Etkinliğe İlişkin Bulgular

Dördüncü etkinlik, öğrencilerin bir bölgenin alanını farklı alan ölçme birimleriyle ifade etme becerisini kazandırmaya yönelik bir etkinliktir. Öğrencilerin tamamının birim kare kavramını öğrenmiş olması sebebiyle bu etkinlikte gruplar, sadece önceki etkinliklerdeki grup dağılımıyla aynı olmaması dikkate alınarak oluşturulmuştur. Bu etkinlikte birinci grupta Pelin, Esma ve Ali, ikinci grupta ise Serhat, Mehmet ve Meral yer almaktadır.

Pelin, Esma ve Ali problemi bireysel olarak okumalarının ardından kendi aralarında problemi değerlendirmiştir. Grup problem çözümü için yastığın alanı ya da çevresinin bulunabileceğini düşünmüş, değerlendirme sonucu alanının bulunması gerektiğine karar vermiştir. Açıklamalarında problemde isteneni doğru bir şekilde ifade ettikleri görülmüş, verilenleri ve sorunun çözümü için gerekli olan değişkenleri belirlemekte zorlandıkları belirlenmiştir. Yastık yüzünde farklı sayıda ve farklı renkte desen olması öğrenciler için kafa karıştırıcı olmuştur. Problemi bir süre değerlendiren öğrencilerden Ali, problem çözümü için bir öneride bulunmuştur:

Pelin: Çok karışık bir soru. Burada bir çıkarma işlemi var. Yastığın tamamından bu şeyi (ortada kalan koyu renkli alanı) çıkarmamız lazım. Ama nasıl yapacağız ölçüleri bilmiyoruz ki.
Ali: Şu kahverengiyi bir üçgen olarak kesersek kenarda iki parça kalır. Yukarıda da iki parça var. Bu dört parçayı birleştirirsek bir dikdörtgen yapar.
Pelin: Çok güzel de dikdörtgeni nasıl hesaplayacağız.
Ali: Of çok zor bir soru. Şöyle yapabiliriz. Kahverengi bölgenin üçgen kısmı karşı tarafıyla bir kare yapar. Bu kareden 4 tane de tamamını oluşturur sanırım. Bu durumda üçgen yastığın sekizde biri olur. 42 x42 alanını bulduktan sonra 8'e böleriz. Şu üçgen çıkar.

Öğrenciler yastık yüzünün alan hesabı için yastıkta bulunan desenleri birleştirerek bilinen şekillere dönüştürmeye çalışmış, fakat desen ebatlarının problemde direkt verilmemesi öğrenciler için zorlayıcı olmuştur. Ali, desenlerin alanlarını, bütün şeklin alanından yararlanarak belirlemeye çalışmıştır. Ali'nin yaklaşımı kısmen doğru bir yaklaşımdır, fakat hesaplamayı tahmini olarak yapması ve bütün şekille kahverengi üçgen arasındaki ilişkiyi yanlış bir şekilde kurması, yaklaşımını matematiksel olarak hatalı bir şekle dönüştürmüştür. Ali, yaklaşımı sonucunda birtakım hesaplamalar yapmış ve hesaplamalarını grup arkadaşlarıyla paylaşmıştır:



Ali: Bütün alan 1764 cm^2 çıkıyor. Sekize bölersek 220, 5 çıkar. Şu üçgenin alanı 220,5. Şu ortadaki karenin alanı da 220,5x2 441 olur.
Esma: Bakın burada birim şeklinde yapalım. Burası 5 birim oluyor.
Pelin: Evet. Ali doğu birim şeklinde yapalım.(Krem renkli bölgenin bir kenarının 5 kareden oluştuğunu gösteriyor)
Ali: Hayır cm^2'den yapacağız. Diğer renkler de 241 çıktı. Bir üçgeni bulmak istersek, bu ortadaki kare 441, içinde 9 tane var bölersek 49 çıkar. Buldum bir üçgen 49 çıktı.
Pelin: Peki şimdi nasıl yapacağız.

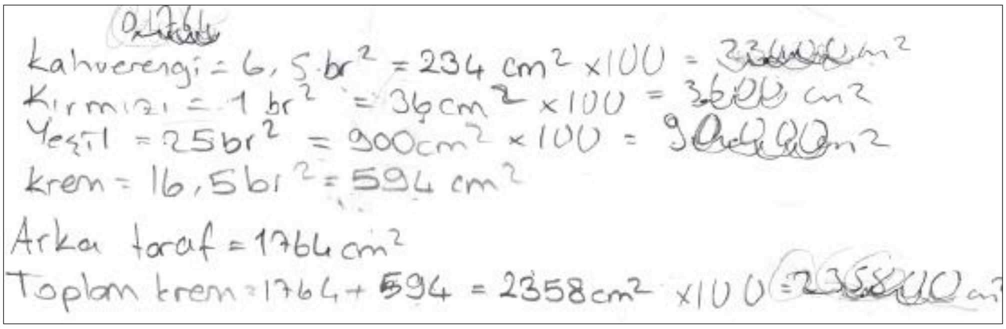
Ali: Bakın şu alt satırını bölebiliriz. Burayı karelere ayırsak, kaç tane olur (sayıyor) 7 tane. Zekama hayran kaldım. Bir karenin alanını bulmamız lazım şimdi.

Ali'nin, yaptığı hesaplama matematiksel olarak hatalıdır. Esma yastık yüzünü birim karelere ayırmayı ileri sürerek doğru bir yaklaşımda bulunmuş, fakat düşüncesini matematiksel olarak devam ettirememiştir. Bu nedenle gruptaki diğer öğrenciler, Ali'nin yaptığı hesaplama üzerinden problem çözümüne devam etmiştir. Ali, daha önce Esma'nın belirttiği gibi hesaplama sonunda yastık yüzünün birim karelere ayrılabileceğini fark etmiş ve bir birim karenin alanını yaptığı hesaplamayı dikkate aldığı için yanlış bir şekilde hesaplamıştır. Öğrenciler bütün yastık yüzünü birim karelere ayırmış ve farklı renk kumaşların miktarını birim kare cinsinden belirlemiş ve cm^2 cinsinden hesaplamıştır:

Pelin: Şimdi burada 1 birim kare 98 cm^2 olur.
Esma: Kırmızı bir tane, yani 49 olur. Yeşilleri saymamız lazım. (Sayıyor) 25 çıktı. Çarpalım 49'la 25'i (Çarpıyor). Şey yeşilin alanı bu normal alandan daha büyük.
Pelin: Nasıl oldu o?
Ali: Siz birim cinsinden bulmuşsunuzdur.
Esma: Siz 98 ile 5'i niye çarptınız?
Pelin: Çünkü bak melisa bir birim kare olarak düşünelim. Bu birim kare 98.
Esma: Tamam bu niye 98
Pelin: Ali buldu. Ali açıkla bu niye 98.
Ali: Ben hastayım bana çok yüklenmeyin.
Pelin: Şimdi bu yastık 49 birim kesin. 49 ile 49'u çarpalım bakalım o kaç çıkacak. 4802 of çok çıktı hata yapıyoruz ama nerede.

Grup farklı renkteki kumaşların alanını hesaplarken, hesaplamanın yanlış olduğunu fark etmiş ve hatanın sebebini bulmaya çalışmıştır. Öğrenciler yastık yüzünün birim kare cinsinden doğruluğunu değerlendirip, hatanın cm^2 hesabından kaynaklanabileceğini düşünmüştür. Öğrenciler bir süre hatanın sebebini bulmaya çalışmış, fakat her hangi bir neden bulamamıştır. Bu nedenle problemi tekrar okuyup değerlendirmeye karar vermiştir. Öğrenciler problemi değerlendirirken Esma, birim karenin kenar uzunluğunu bütün şeklin uzunluğundan faydalanarak bulabileceği fark etmiştir:

Esma: Bir tanesi bence 6 cm. Çünkü burası 42 ya burada da 7 tane var 42'yi 7 bölüyorum 6 çıkıyor.
Pelin: Doğru.
Esma: Doğrulayalım. Bir birim kare 36 cm kare oluyor o zaman. 49 tane birim kare olduğu için çarparız 1764 çıkıyor. Evet doğru oldu. 42 çarpı 42 de 1764'tü.
Ali: Senin dediğin doğru. Cevap çıkıyorsa doğrudur.
Esma: Hadi o zaman hesaplayalım. (Aşağıda verilen hesaplamayı yapıyorlar)
Pelin: 100 tanesini bulacağız bir de, bulduğumuz değerlerin sonlarına iki sıfır eklersek tamam olur.


Kahverengi = 6,5 br^2 = 234 cm^2 x100 = 23400 cm^2
Kırmızı = 1 br^2 = 36cm^2 x100 = 3600 cm^2
Yeşil = 25br^2 = 900cm^2 x100 = 90000cm^2
krem = 16,5br^2 = 594 cm^2
Arka taraf = 1764 cm^2
Toplam krem = 1764 + 594 = 2358cm^2 x100 = 235800 cm^2

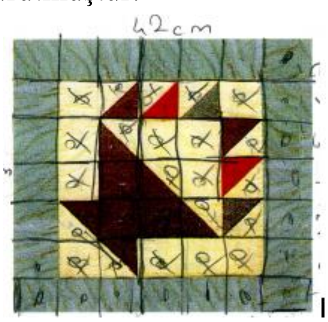
Esma, problem çözümü için doğru bir yaklaşımda bulunmuştur. Yapmış olduğu hesaplamayı matematiksel hesaplamaların tutarlılığı ile doğrulamış ve grup yastık yüzündeki kumaş miktarlarını belirlemek için oluşturdukları modeli bu hesaplamayı dikkate alarak doğru bir şekilde çözmüştür. Fakat grup, çözümlerini gerçek hayat bağlamında yorumlamamıştır. Örneğin, yastık yüzündeki farklı her desen için katlama payını ihmal etmiştir. Ayrıca kumaş miktarını cm^2 cinsinden ifade etmiş, m^2'ye dönüştürmemiştir. Oysa gerçek hayatta kumaş miktarı m cinsinden ifade edilir. Öğrenciler geliştirdikleri modelin gerçek dünyada ne kadar kullanışlı olduğunu da değerlendirmemiş ve problemi sadece matematiksel olarak değerlendirmiştir. Çözüme bakıldığında, öğrencilerin kumaş miktarlarını hem birim kare hem de cm^2 cinsinden olmak üzere farklı alan ölçme birimleriyle ifade ettiği görülmektedir. Bu durum, öğrencilerin etkinliğin hedeflediği kazanıma ulaştığını göstermelerine ilişkin önemli bir gelişmedir. Grubun toplu tartışma öncesi modelleme süreci Çizelge 4.15'te sunulmuştur.

Çizelge 4.15 Dördüncü etkinlikte Esma, Pelin ve Ali grubunun modelleme süreci

Basamaklar		Seviye	Puan	Alan Kavramı ve Alan Ölçme
Problemi Anlama	Öğrenciler problemi doğru bir şekilde anlamış, verilenleri ve istenenleri doğru bir şekilde belirlemiştir.	5	4	
Sadeleştirme	Öğrenciler, problem çözümü için gerekli olan değişkenleri doğru bir şekilde belirlemiş, bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlarda bulunmuştur.	3	2	Bu etkinlikte, öğrenciler birim kare kavramını doğru bir şekilde kullanmış, aynı bölgeyi hem birim kare hem de cm^2 cinsinden farklı alan ölçme birimleriyle ifade etmiştir.
Matematikselleştirme	Öğrencilerin kumaş miktarını belirlemek için kısmen doğru bir model oluşturmuştur.	3	2	
Matematiksel Olarak Çalışma	Modeli çözme aşamasında model alanını matematiksel olarak doğru bir şekilde çözmüştür. .	5	4	
Yorumlama	Öğrenciler kumaş miktarını da gerçek hayat bağlamıyla değerlendirmemiştir.	1	0	
Doğrulama	Öğrenciler oluşturdukları modeli değerlendirmiştir.	7	6	
	Toplam		18	

İkinci grup Mehmet, Meral ve Serhat, problemi bireysel olarak değerlendirdikten sonra kendi aralarında problemde isteneni anlamaya ve verilenleri belirlemeye çalışmıştır. Öğrenciler yastık yüzündeki farklı geometrik şekillerdeki desenlerin alanını bulmaları gerektiğini belirlemiştir. Fakat desenlerin alanlarını hesaplamak için gerekli olan ebatlarını belirlemekte zorlanmış ve bir süre sonra Meral farklı renk kumaş alanlarını bulmak için bir fikir yürütmüştür:

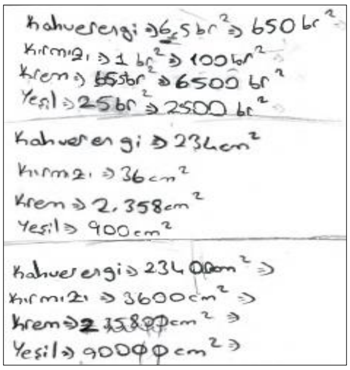
Serhat: Bir kenar uzunluğunu veriyor sadece gel de bul şimdi.
Meral: Buraları birim karelere ayırabiliriz.
Serhat: Ayrılmış mı ki?
Meral: Ayrılmamış, ama bak bu iki üçgen bir birim kare yapıyor. Her renk kumaştan gerekli olan kumaş miktarı belirleriz, birim kareleri sayarak.
Serhat: 1 2 3 4 5 6 7 42 bölü 7. Bir tanesi eşittir 6 (bir kenarı çiziyor).



Meral'in yastık yüzünü birim karelere ayırarak doğru bir yaklaşımda bulunduğu söylenebilir. Öğrencinin, önceki etkinlikte oluşan birim kare bilgisini bu problem çözümüne transfer etmesi, öğrenmenin gerçekleştiğini gösteren bir bulgudur. Grup, yastık yüzünü birim karelere ayırdıktan sonra her renk kumaşın alanını birim kare cinsinden belirlemiştir. Fakat Serhat bu çözümün yeterli olmadığını belirtmiş, önerisini sunmuştur. Kumaş miktarını birim kare cinsinden fabrikaya sunamayacaklarını, bu nedenle alanları cm^2 cinsinden hesaplamaları gerektiğini ifade etmiştir:

Serhat: Biz bunları cm çevirelim bence.
Meral: Bak burada diyor ki her renk kumaştan ne kadar gerektiğini bulacağız.
Serhat: Her renkten birer cm^2 yazsan daha düzgün olur işte. Çünkü bize diyor ki miktarını verecek model, cm yapsa daha düzgün olmaz mı zaten kenar uzunluğu da 42 cm vermiş. Hem fabrikaya birim kare mi diyeceğiz. Büyüklüğünü bilemez ki.
Meral: Ama biz birim karelerle bulduk.
Serhat: Fark etmez. Bak biz burayı 6 ile çarpacağız, çünkü her bir yeri 6 cm. Bir birim kare 6 kere 6 36 cm^2 olur.
Meral: Niye 36 ile çarpacağız ki.
Serhat: Şimdi sen böyle yapınca buradaki birim karelerini buluyorsun. Birim sayısından cm^2'ye çevirmek için 36 ile çarpacağız onu diyorum.
Mehmet: Serhat doğru söylüyor. Orası bir birim 6 oluyor Biz bir birim kareyi istiyoruz o da 36.
Serhat: 36 cm^2, 1 br^2.

Serhat, değerlendirme yaklaşımında bulunmuş ve kumaş büyüklüklerini cm^2 cinsinde ifade etmek için bir birim karenin cm^2 karşılığını doğru bir şekilde hesaplamıştır. Gerekçe olarak gösterdiği açıklamasında, birim karenin standart bir ölçü birimi olmadığını ve farklı büyüklüklerde olabileceğini bildiği görülmektedir. Serhat'ın birim kareyi özelliğiyle birlikte yorumlaması, konuyla ilgili bilgisinin gelişimine dair önemli bir bulgudur. Grup arkadaşları Serhat'ı doğrulamış ve oluşturdukları modeli cm^2 hesabına göre yeniden çözümlemiştir. Çözümlerini doğrulamak için farklı renkteki kumaş miktarlarının toplamını, bütün yastık alanı ile karşılaştırmıştır:



Serhat: Bir dakika ben onu değil başka bir şeyi hesaplıyorum. Buranın tamamı 49 değil mi? Hepsi arkalı önlü toplam 98 ediyor. Diğerlerini toplayalım ayrı ayrı.
Mehmet: (Topluyorlar). Kırmızı 1, kahverengi 6,5, yeşil 25, krem arkası 49 ön 16, 65 yapar. Toplam 97,5 oldu.
Serhat: Evet 97,5 birim kare oldu.
Mehmet: Buçuk eksik.
Meral: Hepsini teker teker sayalım bir daha.

Mehmet: Buldum, krem 16,5 çıkıyor. Biz 16 diye yazdık. Şimdi toplayalım (Topluyor).Tamam doğru 98 yapıyor.
Serhat: O zaman 36 ile çarpalım. Her birinin ölçüsünü bulalım.
Mehmet: Peki, sonra 100 tanesi için bulacağız.
Serhat: O kolay yanına iki sıfır atarız. Meral sen grup çözümümüzü yaz.
Meral: (Yukarıda verilen çözümü yazıyor). Çözümümüz bitti bence doğru yaptık

Öğrenciler matematiksel çözümlerinin doğruluğunu değerlendirmeleri sonucunda modellerindeki hatayı fark etmiş ve doğru bir yaklaşımla hatalarını bulup, çözümlerini tamamlamıştır. Grubun problem çözümü için oluşturduğu model, kısmen doğru bir modeldir. Çünkü öğrenciler diğer gruba benzer bir şekilde kumaş parçalarının katlama payını ihmal etmiştir. Öte yandan, öğrenciler çözümlerini cm^2 cinsinden ifade etmiş ve m^2'ye dönüştürmemiştir. Öğrencilerin çözümü gerçek hayat bağlamıyla değerlendirmediği söylenebilir. Çözüm incelendiğinde öğrencilerin yastık yüzünü hem birim kare cinsinden hem de cm^2 cinsinden yazdıkları görülmektedir. Öğrenciler aynı bölgeyi farklı birimlerle ifade etmesi, etkinliğin hedeflediği kazanıma ulaştığını göstermektedir. Öğrencilerin toplu tartışma öncesi modelleme süreci Çizelge 4.16'da sunulmuştur.

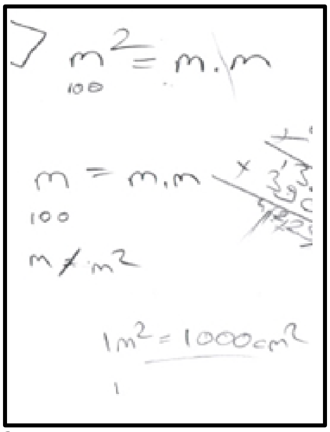
Çizelge 4.16 Dördüncü etkinlikte Serhat, Meral ve Mehmet grubunun modelleme süreci

Basamaklar		Seviye	Puan	Alan Kavramı ve Alan Ölçme
Problemi Anlama	Öğrenciler problemi doğru bir şekilde anlamış, verilenleri ve istenenleri doğru bir şekilde belirlemiştir.	5	4	
Sadeleştirme	Öğrenciler, problem çözümü için gerekli olan değişkenleri doğru bir şekilde belirlemiştir.	3	2	Bu etkinlikte, öğrenciler birim kare kavramını doğru bir şekilde kullanmış, aynı bölgeyi hem birim kare hem de cm^2 cinsinden farklı alan ölçme birimleriyle ifade etmiştir. Birim karenin standart bir ölçü birimini olmadığını belirterek çözümü cm^2 cinsinden sunmuştur.
Matematikselleştirme	Öğrencilerin kumaş miktarını belirlemek için kısmen doğru bir model oluşturmuştur.	3	2	
Matematiksel Olarak Çalışma	Modeli çözme aşamasında model alanını matematiksel olarak doğru bir şekilde çözmüştür. .	5	4	
Yorumlama	Öğrenciler kumaş miktarını gerçek hayat bağlamıyla değerlendirmemiştir.	1	0	

Çizelge 4.16 (devam)

Doğrulama	Öğrenciler modellerini değerlendirmiştir.	6	5
	Toplam		17

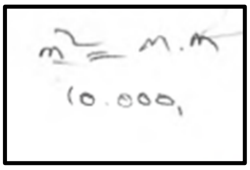
Toplu tartışma bölümünde, her grup modellerini diğer gruba sunmuş ve çözümleri karşılaştırmıştır. İki grup ta benzer bir model oluşturmuş ve kumaş miktarlarını cm^2 cinsinden ifade etmiştir. Araştırmacı model sunumlarının bitmesinin ardından öğrencilere kumaş miktarlarının birimine ilişkin sorular yöneltmiştir:



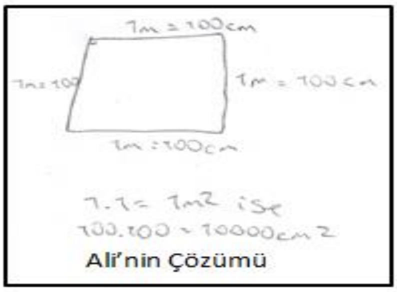
Araştırmacı: İki grup ta kumaş miktarını cm^2 cinsinden ifade etmiştir. Peki gerçek hayatta kumaş miktarlarını cm^2 ile mi ifade ediliyor m^2 ile mi?
Meral, Mehmet: m^2 ile ifade edilir.
Araştırmacı: Ben bunu m^2 cinsinden yazın desem, yazabilir misiniz?
Esma: Merdiven hesabı.
Serhat: O zaman cm'yi m'ye çevireceğiz. Metreye çevirirken iki yukarı çıkıyorduk. İki sıfır eklersek
Meral: Hayır iki sıfır silersek.
Mehmet: Bir de şöyle bir şey var 1 m^2, 1000 cm^2.
Meral: 100 olur. 1 m 100 cm çünkü.
Mehmet: Tamam da karesi var. 1 m^2 1000 cm^2.Mesela m ile m^2 aynı mı sizce
Serhat: Yo aynı olmaz ki.
Mehmet: Bak bu bir m. Bu da m x m . Bak bu 100 ise 100 kere 100 10000. Saçmaladım.

Açıklamalarda öğrencilerin metre-santimetre dönüşümü için merdiven hesabını kullandığı görülmektedir. Ölçme birimlerinin dönüşümünün öğretiminde öğretmenlerin sıklıkla başvurduğu ve ölçme birimlerinin alt ve üs katlarıyla ilişkisini görsel bir forma dönüştüren merdiven hesabı, öğrencilerin birim dönüşümlerini ezbere bir biçimde uygulamasına ve hatalı dönüşümlere neden olmaktadır. Açıklamalarda da aynı şekilde öğrenciler m^2 ile cm^2 dönüşümünü yanlış bir şekilde yapmaktadır. Mehmet, m^2'nin m'den farklı olmasını gerekçe göstererek dönüşümün 100 değil, 1000 kat şeklinde olacağını belirtmiştir. Mehmet m ile m^2'nin farklı birimler olduğunu cebirsel olarak doğru bir şekilde açıklamış, düşüncesini daha da ileriye taşıyarak matematiksel işlem yapmış, m^2'nin cm^{2}nin 10000 katı olduğunu bulmuştur. Fakat, daha önce 1000 katı olması gerektiğini düşündüğünü için hesabının yanlış olduğunu düşünmüş ve vazgeçmiştir. Mehmet bir ilerleme kaydetmiş ama bunu öğrenme düzeyine taşıyamamıştır. Öte yandan, uygulama sürecinin başında, düşüncelerini matematiksel dayanaklarla açıklamak yerine otoriteye dayandırmaya çalışan öğrencilerin, düşüncesini matematiksel olarak doğru bir şekilde gerekçelendirerek açıklaması, oldukça önemli bir gelişmedir. Matematiksel modelleme etkinlikleriyle meşgul olmanın, öğrencilerin matematiksel muhakeme ve düşüneme becerisini arttırdığı göstermesi adına önemli bir bulgudur.

Öğrenciler, Mehmet'in açıklamasını doğru kabul ederek m^2-cm^2 dönüşümünün 100 olamayacağını karar vermiş ve dönüşümü, bir takım matematiksel hesaplamalar yaparak bulmaya çalışmıştır:



Serhat: Şekil çizelim. Mehmet'in dediği hesaplamadan devam edince 10000 çıkıyor. Bir de şekil üstünde gösterelim.
Ali: Ben yaptım. Kendi görüşümü söyleyebilir miyim? Ben 10000 buldum çünkü.
Pelin: Bence de 10000
Ali: 1 m eşittir 100 cm ise kare olarak hesapladım. 1 m'lik kare olduğundan dolayı 100 x 100 oldu o da 10000 olur.
Esma: Doğru buldu bence çok mantıklı.
Serhat: Biz de öyle düşündük.
Araştırmacı: Peki bana bunu birim olarak gösterebilir misiniz?
Serhat: Evet, ben gösteririm. Burası 1 m şimdi 1 ile 1'i çarparsak 1 m kare olur. 1 m'yi 100 cm' ye çevirirsek mesela bu 1 m içinde 100 tane cm barındırıyor. Burayı böyle 100 parçaya ayırırsak(karenin tabanına paralel bir çizgi çiziyor).100 parça üst üste kat olur. Burası da 1 m aynı şekilde kare zaten (diğer kenarına paralel bir doğru daha çiziyor). Böyle buradaki kareden toplam 10000 tane olur.(Kırmızı daireyle ile gösterilen küçük kareden)



Ali'nin Çözümü

Serhat'ın Çözümü

Açıklamalarda Serhat ve Ali'nin, birimler arasını dönüşümü hem cebirsel hem de geometrik olarak doğru bir şekilde açıkladığı görülmektedir. Bu bulgu, öğrencilerin alan ölçme konusundaki bilgilerinin önemli ölçüde geliştiğini göstermektedir. Diğer öğrenciler de açıklamaları doğru olarak değerlendirmiştir. Öğrenciler öğrendikleri bilgiler ışığında kumaş miktarlarını m^2'ye çevirmiş ve çevirme işlemini başarılı bir şekilde tamamlamıştır. Etkinlik sonunda araştırmacı, öğrencilere neyi öğrendiklerini sormuştur:

> **Araştırmacı:** Bu etkinlikte fark ettiğiniz ya da öğrendiğiniz ya da yanlış bildiğinizi düşündüğünüz bir şey oldu mu?
> **Pelin:** Hocam birimleri birbirine çevirmeyi öğrendik.
> **Meral:** m'yi cm' ye çevirmeyi hatırladık. m^2'nin iki tane m'nin çarpımı olduğunu da öğrendik.
> **Mehmet:** Aklımızdan tahmini olarak yaptığımızda doğru çıkmadığını öğrendik, eski bildiklerimizi hatırladık.
> **Serhat:** Birim karenin ölçüsünün değişebileceğini gördük.

Açıklamalarda öğrencilerin, uzunluk birimi dönüşümlerini hatırladıkları, alan birim dönüşümlerini ise öğrendiklerini belirttikleri görülmektedir. Ayrıca Meral'in m^2'nin cebirsel tanımını öğrendiği görülmektedir. Özetlemek gerekirse bu etkinlikte tüm öğrenciler bir bölgeyi farklı alan ölçme birimleriyle göstermiş, m^2 ile cm^2 dönüşümünü öğrenmiş ve doğru bir şekilde ifade etmiştir. Bazı öğrenciler düşüncelerini açıklarken matematiksel gerekçelere dayandırmış, m^2-cm^2 dönüşümünü cebirsel ve geometrik olarak doğru bir şekilde açıklamıştır. Bu durumlar göz önüne alındığında, etkinliğin öğrencileri hedeflediği kazanımın ötesine taşıdığı söylenebilir.

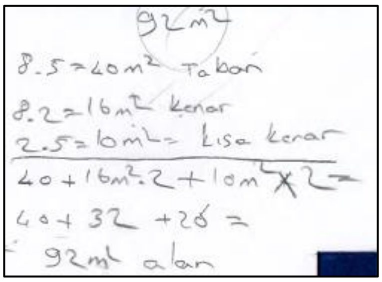
4.2.5. Beşinci Etkinliğe İlişkin Bulgular

Bu etkinlik öğrencilerin alan ölçme birimlerinin dönüşümünü yapabilme becerisini kazandırmayı hedeflemektedir. Öğrencilerin tamamı, bir önceki etkinlikte birimler arası dönüşümünü öğrenmiş ve dönüşümü doğru bir şekilde yapmıştır. Bu nedenle gruplar oluşturulurken herhangi bir kriter dikkate alınmamış, gruplar rastgele oluşturulmuştur. Birinci grup Esma, Mehmet ve Serhat, ikinci grup Ali, Pelin ve Meral'den oluşmaktadır.

Birinci grup, problemi bireysel olarak değerlendirdikten sonra problem çözümü için yapılması gerekenleri kendi aralarında değerlendirmiştir. Öncelikle öğrenciler, verilen niceliklerin hepsinin aynı birimle ifade edilmesi gerektiğini ve hesaplama yapmadan önce bu dönüşümün yapılması gerektiğini vurgulamıştır.

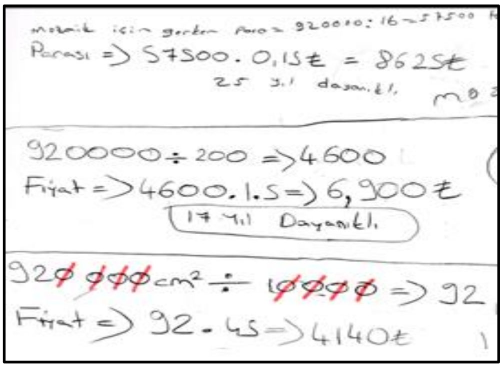
Öğrencilerin birim korunumunu kazandığı görülmektedir. Öğrencilerden Esma, problem çözümü için fikrini açıklamıştır:

Esma: Buranın alanını bulup (havuz), sonra buna göre her malzemeden kaç tane lazım olur bulmamız lazım.
Serhat: Havuzun beş bölgesi var üstünü saymayız. Tabandan bir tane oda 5 kere 8 40 yapar. Buranın alanı 16, buranın 10, buranın alanı 10, buranın ki 16 tamam. Toplam buranın alanı 92.
Mehmet: Şimdi alanımızı bir tane mozaik kaplamanın toplamına bölüyoruz, 92 metre kareyi önce kaç cm^2 kareye eşit, onu bulmamız lazım.
Serhat: Bir metre kare 10000 santimetre kare değil miydi? 4 tane sıfır ekleriz sonuna.
Mehmet: Doğru. O zaman 920.000 olur.



Öğrenciler havuzun alanını doğru bir şekilde hesaplamış ve birim dönüşümünü doğru bir şekilde yapmıştır. Grup, sonrasında listede verilen malzemelerin de alanını hesaplayarak birimini cm^2 olarak ifade etmiş ve her malzemeden havuzu kaplamak için gereken miktarı hesaplamıştır. Fakat öğrenciler, malzemelerin bütün olarak yerleşip yerleşmeyeceğini dikkate almadan bir hesaplama yapmış, durumun gerçek hayat bağlamını dikkate almamıştır. Diğer bir deyişle öğrenciler kaplanacak malzemenin bütünlüğüne dikkat etmeden hesaplama yapmıştır. Öğrenciler uyguladığı bu strateji malzemelerin bütünlüğünü dikkate almadıkları için bütün- parça hesabı olarak ifade edilebilir. Grup, malzeme miktarını belirledikten sonra fiyatlarını belirlemek gerekli hesaplamaları yapmıştır ve toplam maliyeti hesaplamıştır:

Mehmet: Mozaik kaplama, 57500 adet çıktı.
Serhat: Karo kaplamayı hesaplayalım, 10 kere 20 =200 santimetre kare, bu da 4600 karo kaplama yaptı. Daha fiyatıyla çarpacağız, dayanıklılığına bakacağız. Hepsini, bulalım. Liner kaplama da 92 tane yapıyor.
Esma: Fiyatlarını bulalım. 57500 ile 0,15'i çapacağız. Ne yapar (Hesap makinesini kullanıyor). 8625 ₺.Yok hayır kuruş ama.
Mehmet: 100'e böl o zaman. 86,25 ₺ eder.



Öğrenciler mozaik karonun fiyatını hatalı bir şekilde hesaplamıştır. Mozaik kaplamanın fiyatı 0,15 ₺ yani 15 kuruştur. Öğrenciler hesaplamayı lira üzerinden yapmış, fakat sonucunu kuruş cinsinden ifade etmiştir. Mozaik kaplamanın fiyatının kuruşa karşılık gelmesi, öğrencilerin kafa karışıklığı yaşamasına neden olmuştur. Grup, diğer malzemelerin fiyatını doğru bir şekilde hesaplamış ve problemde malzemelerinin dayanıklılığını nasıl dikkate alacaklarını değerlendirmiştir:

> **Serhat**: Şimdi mozaik kaplama 86,25 ₺ ediyor. Karo kaplama 6.900 ₺, liner kaplama ise 4.140 ₺ ediyor. Çok farklı çıktı sonuçlar, biz burada bir yerde hata yaptık ama nerede yaptık?
> **Mehmet:** Bak bu 8625 kuruş, biz bunu ₺'ye çevirdik 86 lira bulduk. Burada kuruş olarak verilmiş, bu kuruş, diğerleri ise lira. Yanlış değil.
> **Esma:** Dayanıklılığı nasıl hesaplayacağız.
> **Serhat:** En dayanıklısı mozaik.
> **Mehmet:** En ucuzu da o. O zaman hiç diğerlerine bakmamıza gerek yok. Mozaik kaplama en uygun her açıdan.
> **Esma:** Tamam çözümü yazalım.

Serhat, malzemelerin fiyat farkının çok fazla olduğunu belirterek bir değerlendirme yapmış, fakat Mehmet'in açıklaması ile bu düşüncesinden vazgeçmiştir. Öğrenciler, dayanıklılık sürelerini de dikkate alarak, hem en dayanıklı hem de en ucuz olması sebebiyle, mozaik kaplamanın uygun bir tercih olması gerektiğine karar vermiştir. Öğrenciler elde ettikleri çözümdeki büyük fiyat farkını gerçek hayat bağlamında değerlendirmemiştir. Çünkü gerçek hayatta dayanaklılık süresi ile maliyet doğru orantılı bir şekilde olmaktadır. Öğrenciler çözümlerinde bunu dikkate almamış, yorumlama yaklaşımında bulunmamış ve dolayısıyla hatalı bir model elde etmiştir. Grubun, ortak tartışma öncesi modelleme süreci Çizelge 4.17'de verilmiştir.

Çizelge 4.17 Beşinci etkinlikte Esma, Serhat ve Mehmet grubunun modelleme süreci

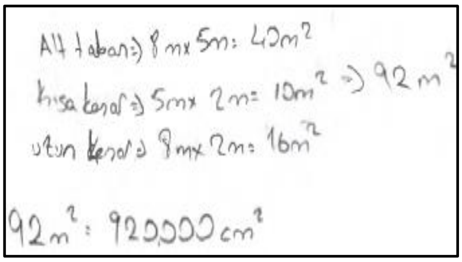
Basamaklar		Seviye	Puan	Alan Kavramı ve Alan Ölçme
Problemi Anlama	Öğrenciler problemi doğru bir şekilde anlamış, verilenleri ve istenenleri doğru bir şekilde belirlemiştir.	4	3	
Sadeleştirme	Öğrenciler, problem çözümü için gerekli olan değişkenleri doğru bir şekilde belirlemiştir.	4	3	Bu etkinlikte, öğrenciler birim korunumuna yönelik davranışlar sergilemiş ve niceliklerin birimlerinin aynı olmasına dikkat etmiştir.
Matematikselleştirme	Öğrencilerin en uygum malzemeyi belirlemek için, dayanıklılık süreleri doğru bir şekilde kullanmayarak kısmen doğru bir model oluşturmuştur.	4	3	

Çizelge 4.17 (devam)

Matematiksel Olarak	Modeli çözme aşamasında birim dönüşümlerindeki hatalardan dolayı kısmen doğru bir çözüm yapmıştır.	2	1	Öğrenciler, birim dönüşümlerini ve alan hesaplamalarını doğru bir şekilde yapmıştır.
Yorumlama	Öğrenciler malzemelerin fiyat farkını gerçek hayat bağlamıyla değerlendirmemiştir.	1	0	
Doğrulama	Öğrenciler modellerinin hem en ucuz hem de en dayanıklı olması sebebiyle doğru bir model olarak değerlendirmiştir.	1	0	
	Toplam		10	

İkinci grup, problemi bireysel olarak değerlendirdikten sonra probleme ilişkin düşüncelerini paylaşmış ve problemde havuzu kaplamak için en uygun malzemenin belirlenmesinin istendiğini belirtmiştir. Pelin, öncelikle her malzemeden kaç tane gerektiğini belirleyecek bir hesap yapılmasını önermiştir. Bu grupta diğer gruba benzer bir şekilde malzeme ebatlarının farklı birimlerde olması sebebiyle birim dönüşümünün gerekli olduğunu belirtmiştir (Birim Korunumu). Grup, havuzun ve malzemelerin alanlarını bulmuş ve her malzemeden kaç tane gerekeceğini belirlemeye çalışmıştır:

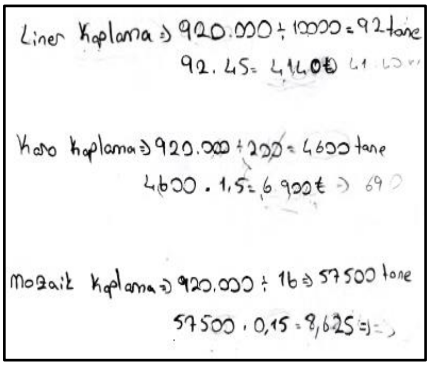
Pelin: Kaç tane ihtiyacımız var, onu bulmamız lazım.
Ali: Alanını bulacağız. Bence şöyle yapalım, parça parça alanlarını bulalım, 2'ye 5, 2'ye 8, 8'e 5. (Hesaplıyorlar). Havuzun alanı 92 olur.
Meral: Bir de bak bunlar santimetre, burada metre var (malzemelerin ölçüsü cm).
Ali: O zaten kolay. 1m^2 zaten 10000 cm^2 eder.
Meral: Biliyorum, çevirisini yapalım. 920.000 yapıyor.



Ali: 92000'i 16'ya bölelim. Bakalım kaç tane mozaik kaplama çıkacak.

Öğrencilerin doğru bir yaklaşım sergilediği görülmektedir. Havuzun alanını doğru bir şekilde hesaplamış ve birim dönüşümünü doğru bir şekilde yapmıştır. Grup, her malzemeden havuzun yüzeyini kaplamak için kaç tane gerektiğini belirlemeye çalışmış ve havuzun toplam alanını malzeme alanlarına bölmüştür. Bu grup ta diğer gruba benzer bir biçimde, malzemelerin bütünlüğünü dikkate almadan hesaplama yapmış ve havuzun ebatları ile malzemelerin ebatlarını karşılaştırmamıştır. Bütün-parça stratejisi ile ihtiyaç duyulan malzeme miktarını belirledikten sonra öğrenciler, toplam maliyeti hesaplamıştır:

Pelin: Liner kaplamadan 92 taneye ihtiyacımız var. 45 ile çarparsak 4140 ₺ eder.
Ali: Önce 920000 cm^2 olduğunu biliyorduk, liner kaplama 1 m^2 eşittir 10000 cm^2 olduğunu biliyoruz, böldüğümüzde, 92 çıktı.
Pelin: Bölmemizin nedeni de kaç tane ihtiyacımız olduğunu bulmak.
Meral: Karo kaplama 4600 çıktı, 1,5 ile çarparsak. 6900 olur. Mozaik kaplama ise (hesaplama yapıyor). 57500 çarpı 0,15. 8625 ₺ yapıyor.
Pelin: Evet doğru
Ali: Şimdi bir de mantık yürüteceğiz.



Öğrenciler havuz kaplamak için toplam maliyeti doğru bir şekilde hesaplamıştır. Açıklamalarda öğrencilerin yaptıkları hesaplamaları matematiksel olarak açıkladıkları ve gerekçelendirdikleri görülmektedir. Bu bulgu öğrencilerin kendi bilgilerini matematiksel olarak açıklayabildiğini gösterme adına önemlidir. Sonrasında grup, dayanıklılık sürelerini nasıl değerlendirecekleri konusunda düşüncelerini paylaşmıştır. Pelin, malzeme fiyatları arasındaki fark ile dayanıklılık süreleri arasındaki farkları bularak bir karşılaştırma yapmayı önermiştir. Ali ise iki değişken arasındaki farka bakmanın ancak birbirinin katı olması durumunda anlamlı olacağını belirterek, malzeme maliyeti ile yıl süresini çarpmayı önermiştir:

Pelin: Bence liner kaplama en uygun o.
Ali: ama en dayanıksızı da o. Nasıl yapabiliriz?
Pelin: Bakın, bununla bunun arasındaki farka bakalım birde yılların arasındaki farka bakalım
Ali: Olabilir aslında ama bekle bak, bunların arasındaki fark ile bunların arasındaki yıl farkı eşit mi, yani nasıl diyeyim, birbirinin katıysa olur.
Meral: Mozaik kaplama en iyisi ama bütçesi de fazla o da olabilir. Ama ortadaki karo da olabilir.
Ali: hayır hayır, 8625 bulduk ya, onu 25 ile çarpacağız, sonuç kaç çıkıyorsa ona göre bakarız. Yani nasıl diyeyim maliyet –fiyat gibi, hem çarpım yapmış olacağız hem de birbiriyle kıyas. (Hesaplıyorlar)
Meral: Liner 41.400 çıktı. Diğerleri de 117.300, mozaik 215.625 çıktı.
Ali: Off mozaik çok fazla çıktı. Aralarındaki fark da çok.
Meral: Bence ortalama bir şey olmalı. Karo kaplama en iyisi bence. Hem yılı iyi hem de fiyatı.
Pelin: Evet bence de tamam çözümümüz bitti.

Ali, Pelin'in önerisini değişkenler arasındaki farkın kat ilişkisine dayanması gerektiğini belirterek matematiksel olarak doğru bir şekilde değerlendirmiş ve yetersiz bulmuştur. Fakat kendisinin sunduğu öneri de doğru bir sonuç vermemektedir. Ali'nin yaklaşımı ile öğrencilerin dayanıklılık sürelerini dikkate alarak oluşturdukları modelin hatalı olduğu söylenebilir. Grup, maliyet ile dayanıklılık süresini çarptığında, fiyat farkının artacağını görememiştir. Elde ettikleri sonucu da benzer şekilde matematiksel olarak yorumlayamamış ve bu nedenle gerçek hayatta ortalama bir şey olması gerektiğini düşünerek orta seviyede olan malzemenin uygun olduğuna karar vermiştir. Grup problem çözümü için dayanıklılık süresini dikkate almadaki hatadan dolayı kısmen doğru bir model geliştirmiş, modeli gerçek hayat bağlamında kısmen ifade etmiş fakat çözümünün ne kadar kullanışlı olduğunu değerlendirmemiştir. Grubun ortak tartışma öncesi modelleme süreci Çizelge 4.18'te verilmiştir.

Çizelge 4.18 Beşinci etkinlikte Meral, Pelin ve Ali grubunun modelleme süreci

<table>
<tr><th colspan="2">Basamaklar</th><th>Seviye</th><th>Puan</th><th>Alan Kavramı ve Alan Ölçme</th></tr>
<tr><td>Problemi Anlama</td><td>Öğrenciler problemi doğru bir şekilde anlamış, verilenleri ve istenenleri doğru bir şekilde belirlemiştir.</td><td>4</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>Sadeleştirme</td><td>Öğrenciler, problem çözümü için gerekli olan değişkenleri doğru bir şekilde belirlemiştir.</td><td>4</td><td>3</td><td rowspan="3">Bu etkinlikte, öğrenciler birim korunumuna yönelik davranışlar sergilemiş ve niceliklerin birimlerinin aynı olmasına dikkat etmiştir. Birim dönüşümlerini ve alan hesaplamalarını doğru bir şekilde yapmıştır.</td></tr>
<tr><td>Matematikselleştirme</td><td>Öğrencilerin en uygum malzemeyi belirlemek için, dayanıklılık süreleri doğru bir şekilde kullanmayarak kısmen doğru bir model oluşturmuştur.</td><td>2</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Matematiksel Olarak Çalışma</td><td>Modeli çözme aşamasında birim dönüşümlerindeki hatalardan dolayı kısmen doğru bir çözüm yapmıştır.</td><td>3</td><td>2</td></tr>
<tr><td>Yorumlama</td><td>Öğrenciler malzeme tercihi yaparken gerçek hayat bağlamını dikkate almıştır.</td><td>3</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>Doğrulama</td><td>Öğrenciler modellerinin kullanışlı olup olmadığını değerlendirmemiştir.</td><td>1</td><td>0</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Toplam</td><td></td><td>11</td><td></td></tr>
</table>

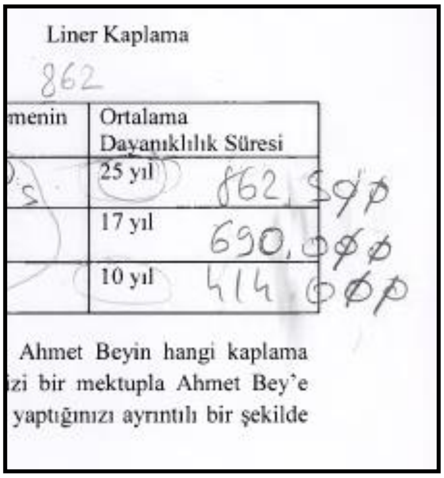
Öğrenciler, toplu tartışma bölümünde, grup çözümlerini karşılaştırmış ve farklılıklarını değerlendirmiştir. İki grup benzer hesaplamalar yapmış fakat farklı malzeme türünün havuzun kaplanması için uygun olduğunu belirlemiştir. Öğrenciler ilk önce mozaik kaplamadaki fiyat farkını değerlendirmiş ve doğrusunun hangisi olduğunu belirlemeye çalışmıştır:

Ali: Mozaik= 57500, karo = 4600, lineer kaplama ise 92.
Mehmet: evet tamam, bizde aynısını bulduk.
Pelin: Fiyatlarda lineer kaplama 4140, karo kaplama 6900, mozaik kaplama da 8625 ₺.
Mehmet: Ama ne?
Ali: Lira.
Mehmet: Hayır, kuruş olacak. Sizce 0,15 acaba 15 kuruş mu 15 lira mı?
Ali: Off, 15 ..15.. kuruş hesabı yaptık biz.
Pelin: Bizde kuruş hesabından gittik, sonradan liraya çevirmemiz lazımdı doğru.

Açıklamalarda, ikinci grubun da birinci grubun açıklamalarını dikkate alarak mozaik kaplamanın fiyatını hatalı bir biçimde yorumladığı görülmektedir. Mozaik kaplamanın fiyatının kuruş olması, öğrencilerin lira cinsinden hesaplama yapmalarına rağmen fiyatını kuruş olarak belirlemelerine neden olmaktadır. Ayrıca öğrenciler, karşı tarafın düşüncesini gerekçeleriyle birlikte değerlendirerek fikir değişimi yaşamıştır. Modelleme etkinliklerinin ilk uygulamalarında kendi düşüncesini körü körüne savunan ve karşı tarafın düşüncesini mantıklı gerekçeler sunmalarına rağmen kabul etmeyen öğrencilerin süreç içerisinde değişim yaşadığını söylemek mümkündür. Bu durum, modelleme etkinliklerinin öğrencilerin bilgiyi değerlendirme ve kabullenme davranışını etkilediğini göstermesi adına önemli bir bulgudur. Öğrenciler mozaik kaplamanın fiyatının kuruş olmasına karar vermiştir. Bu esnada Ali, yapılan hesaplamanın hatalı olabileceğini belirtmiş ve gerekçe olarak aşağıda verilen açıklamayı yapmıştır:

Ali: Ama böyle olunca hata var gibi. Çok fazla uçurum var fiyatlar arasında. Nasıl diyeyim en dayanıklısı en ucuzu, çok saçma değil mi? Mesela biz bir boru alacağız bunun metresini 20 liraya mı alırsın yoksa ucuz olan 1 liraya mı alırsın? Hem de 1 lira daha sağlam. Mantıksız değil mi?

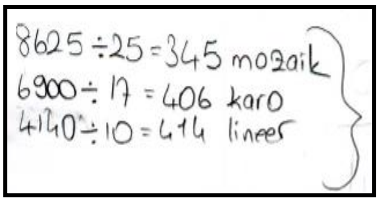
Ali, modelin hatalı olduğunu gerçek yaşamdan bir örnekle açıklayamaya çalışmış ve doğru bir değerlendirme yapmıştır. Fakat diğer öğrenciler için Ali'nin açıklamasını yeterli olmamıştır. Öğrenciler fiyatın kuruş olması gerektiğini belirtmiştir. Bir süre bu şekilde devam eden tartışma Pelin'in önerisi ile farklı bir boyut kazanmıştır:



Pelin: Bence ne yapalım biliyor musunuz, bence hepsini kuruşa çevirelim.
Serhat: Çok mantıklı diğerlerini de kuruşa çevirelim.
Mehmet: O zaman fiyatlar 15 kuruş, 150 kuruş ve 4500 kuruş olur. Çarpalım (Hesap makinesi ile çarpıyor). Mozaik 862.500, karo 690.000 ve liner 414.000 çıktı.
Serhat: Sanki Ali haklı. Şimdi bunları liraya çevirsek ne olur. İki sıfır silelim.
Mehmet: İki sıfır silersek böyle olur (Tabloyu gösteriyor).
Ali: Ben demedim mi?
Mehmet: Ama niye öyle oldu. Biz kuruş ile çarptık.
Araştırmacı: Siz orada 57.500'ü kaç ile çarptınız 0,15 ile mi 15 ile mi?
Mehmet: 0,15 ile.
Araştırmacı: Peki burada 0,15 kuruş mu oluyor lira mı oluyor?
Esma: Biz burada 0,15 lira ile çarpıyoruz sonucu da lira yazmalıyız. Hata bundan dolayı oldu.

Pelin, hatayı belirlemek için matematiksel bir öneride bulunmuştur. Pelin'in önerisi ile birlikte öğrenciler, birim dönüşümü yanlış yaptıklarını fark etmiş ve malzeme fiyatını doğru bir şekilde belirlemiştir. Yukarıda verilen açıklamada aynı zamanda öğrencilerin bilgilerini değerlendirdikleri ve hatalarını fark edebildikleri görülmektedir. Modelleme etkinliklerinin öğrencilerin öz değerlendirme yapmasına olanak sağladığına dair bir bulgu olan bu durum, bir önceki etkinlikte de gözlenmiştir. Grup, fiyat belirlemesinden sonra dayanıklılık sürelerini nasıl dikkate aldığını değerlendirmiştir. İkinci grup süre ile malzeme maliyetini çarptıklarını belirtmiştir. Fakat bu yöntem diğer öğrenciler tarafından doğru bulunmamıştır. Pelin, daha önce yapmış olduğu öneride bulunmuş ve süreler arasındaki fark ile maliyetler arasındaki farka bakılabileceğini ifade etmiştir. Bu öneri de diğer öğrenciler tarafından doğru olmayan bir yaklaşım olarak değerlendirilmiştir. Öğrenciler bir süre dayanıklılık sürelerini nasıl dikkate alacağını değerlendirmiştir. Sonrasında Ali bir öneride bulunmuştur:

Ali: Mehmet şöyle bir şey yapsak çıkabilir. Lineer kaplama için 4140 lira çıkıyor ya 4140 lirayı 10'a bölsek ve öyle öyle nasıl diyeyim yılına bölsek en fazla çıkan hangisi ise o karlı olur.
Mehmet: Aynen öyle
Serhat: Mehmet sen şimdi niye bunları 17 ve10 a böldün.
Mehmet: Bir yıldaki farklarını bulmak için.
Ali: Yani yıllık ne kadar gidiyor, yani tüm hepsinden



değil de bir yıla ne kadar gidiyor, maliyeti en düşük hangisi. Bölünce biri 414, karo 405, mozaik te 345 çıkıyor.
Pelin: Bu durumda en karlısı mozaik olur.
Ali: Evet şahane bulduk. En karlısı mozaik kaplama.

Açıklamalarda öğrencilerin malzeme türünü belirlemek için doğru bir model oluşturduğu görülmektedir. Daha önceki hatalı modeli yorumlama ve doğrulama yaklaşımında bulunarak doğru bir modele dönüştürmüştür. Öğrenciler ilk defa bu etkinlikte hem yorumlama hem de doğrulama yaklaşımında bulunmuştur. Öğrencilerin toplu tartışma sonrası oluşturdukları yeni modelle birlikte tüm grubun modelleme süreci Çizelge 4.19'da verilmiştir.

Çizelge 4.19 Beşinci etkinlikte tüm öğrenci grubu modelleme süreci

Basamaklar		Seviye	Puan	Alan Kavramı ve Alan Ölçme
Problemi Anlama	Öğrenciler problemi doğru bir şekilde anlamış, verilenleri ve istenenleri doğru bir şekilde belirlemiştir.	5	4	
Sadeleştirme	Öğrenciler, problem çözümü için gerekli olan değişkenleri doğru bir şekilde belirlemiştir.	4	3	
Matematikselleştirme	Öğrencilerin en uygum malzemeyi belirlemek için doğru bir model oluşturmuştur.	3	2	Öğrenciler öz değerlendirme yapmış ve hatalarını matematiksel olarak açıklayabilmiştir. Modeli gerçek dünyada yorumlamış ve çözümünü kısmen değerlendirmiştir.
Matematiksel Olarak Çözme	Modeli çözme aşamasında doğru bir çözüm yapmıştır.	5	4	
Yorumlama	Öğrenciler malzeme tercihi yaparken gerçek hayat bağlamını dikkate almıştır.	5	4	
Doğrulama	Öğrenciler modellerinin kullanışlı olup olmadığını değerlendirmemiştir.	4	3	
	Toplam		20	

Öğrencilerin bu etkinlikte daha başarılı bir modelleme süreci yaşadığını söylemek mümkündür. Öğrencilerin, problemi yorumlamak için gerekli matematiksel bilgi ve yeterliğe sahip olması bu durumun en önemli nedeni olarak ifade edilebilir. Öğrencilerin matematiksel olarak yeterli bilgiye sahip olması, birim dönüşümünü doğru bir şekilde yapmasına ve sonuçları doğru bir şekilde hesaplamasına sebep olmuştur. Bu nedenle öğrenciler, modelleme sürecinin ilk basamaklarını geçerek yorumlama ve doğrulama yaklaşımında bulunmuştur. Modelleme etkinliklerinde deneyim kazanmış olmaları da öğrencilerin modelleme sürecindeki başarısına etki eden bir diğer faktör olarak ifade edilebilir.

4.2.6. Altıncı Etkinliğe İlişkin Bulgular

Bu etkinlik, öğrencilerin genel anlamda alan hesaplama becerisini geliştirmeyi amaçlamaktadır. Bu amaçla öğrencilerden kendi okul bahçelerinde düzenlenecek bir konser için, bahçenin alacağı maksimum öğrenci sayısı belirleyen bir model oluşturmaları istenmiştir. Etkinlik, bahçe ebatlarının belirlenmesi nedeniyle uygulamalı bir problemdir. Bu nedenle iki grup yerine tüm öğrencilerin etkinliği birlikte yürütmesine karar verilmiştir.

Öğrenciler problemi bireysel olarak değerlendirdikten sonra, problem çözümüne ilişkin düşüncelerini paylaşmıştır. Serhat ve Ali soruda sayısal veri olmamasından dolayı problemin eksik olduğunu ifade etmiştir. Öğrencilerin aşina oldukları matematik problemlerinin sayısal değerlerle sunulması, öğrencilerde sayısal veri olmadan problemin çözülemeyeceği algısını oluşturmaktadır. Problemi bir süre daha değerlendirdikten sonra, maksimum öğrenci sayısını belirlemek bahçenin alanının hesaplanmasını gerektiğini belirtmiştir:

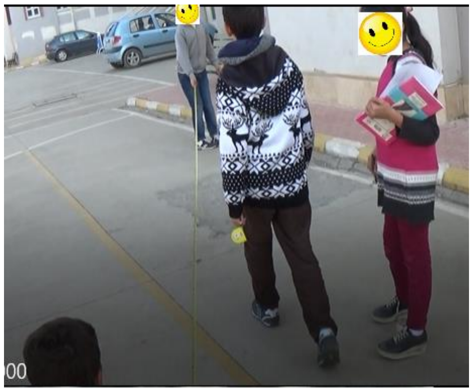
Mehmet: Maksimum öğrenci sayısını istiyor bizden.
Pelin: İyi de okulu bilemeyiz ki biz. Bizim okul olsa. Ne kadar ki acaba?
Ali: Ölçmemiz lazım.
Serhat: İyi de biz niye öyle yapıyoruz ki. Biz sayısal verileri kendimiz verelim.
Mehmet: Evet değer vererek yapabiliriz. Ama nasıl bir değer vereceğiz
Ali: 400 m^2'lik yer işimizi görür bence.
Meral: Ya o kadar değilse, ölçüm yapalım bence, hocam bahçeyi ölçebilir miyiz?
Araştırmacı: Siz bilirsiniz, çözüm için gerekli olduğunu düşünüyorsanız yapabilirsiniz.

Öğrenciler problem çözümü için gerekli olan değişkenleri doğru bir şekilde belirlemiş ve bahçenin alanıyla ilgili gerçekçi bir varsayımda bulunmuştur. Fakat yaptıkları varsayımın doğruluğuyla ilgili fikir yürütemedikleri için ölçmenin daha sağlıklı olduğunu ve bahçenin alanı hesaplamak için bahçe ebatlarını belirlemek gerektiğini ifade etmiştir. Öğrenciler bahçeye çıkmadan önce alan hesaplamasıyla ilgili şu şekilde fikir yürütmüştür. Mehmet, bahçenin tüm alanından okulun alanını çıkararak bahçenin alanının bulunabileceği ifade etmiştir. Fakat Serhat, arka bahçede kalanların konseri göremeyeceklerini, bu nedenle ön tarafın hesaplanması gerektiğini belirtmiştir. Mehmet'in bahçenin alanını bulmak için matematiksel olarak doğru bir açıklama yaptığı, fakat düşüncesini gerçek hayatla değerlendirmediği söylenebilir. Öğrenciler Serhat'ın açıklaması üzerine bahçenin ebatlarını solisti görecek şekilde belirmek için bahçeye çıkmıştır. Öğrenciler bahçeye çıktıklarında ilk iş olarak solistin ve enstrümanların duracağı yeri giriş kapısındaki merdivenler olarak belirlemiş ve bu varsayıma göre bahçede merdivenleri gören alanı konser alanı olarak değerlendirmeyi planlamıştır. Bunun üzerine bahçe ebatlarını belirlemek ve alanı bulmak için öğrenciler farklı yaklaşımlarda bulunmuştur:

Serhat: Bakın bahçe birim karelere ayrılmış, kaç birim kare ise alanı onula çarparız.
Ali: Evet mantıklı hadi ölçelim birini. (Ölçüyorlar). Bu kenarı 90 cm çıktı. Diğerini de ölçelim bu da 82 cm çıktı. Eşit değil olmaz.
Serhat: Yok olabilir. Eğer hepsi aynı şekildeyse bir tanesinin alanını bulup çarparız.
Başka bir kareyi ölçüyorlar.
Ali: Bak bunun bir kenarı 87 çıktı. Birim kareler farklı çıkıyor. Olmaz.
Serhat: Evet farklı. O zaman enini ve boyunu ölçelim burası dikdörtgen çarparız sonra.

Öğrenciler bahçenin zemininin karelere bölünmesinden dolayı birim kare hesabıyla alanını bulmayı denemiş ve bunun için her karenin ebatlarını belirlemeye çalışmıştır. Öğrencilerin birim kare kavramından yararlanarak alanı bulmaya çalışması, bu kavramın doğru bir şekilde oluştuğunu göstermektedir. Ebatların farklı çıkması sebebiyle, Ali birimlerin bir kare olmadığını belirterek kullanılamayacağını ifade etmiştir. Serhat ise bahçedeki her karenin aynı ebatlara sahip olduğunda birim kare gibi kullanılabileceğini ve alanı verebileceğini ifade etmiştir. Bir bölgenin alanının standart olmayan alan ölçme birimiyle de hesaplanabildiği bilgisine Serhat'ın ulaştığı görülmektedir. Öğrenciler zeminde yer alan kare ve dikdörtgenlerin eş olmaması nedeniyle bahçenin eni ve boyunu belirlemeye ve bunu bir kroki üzerinde göstermeye karar vermiştir. Ebatları ölçerken öğrencilerden Serhat, okul binasının şeklinden dolayı konser alanının bazı noktalardan görülemeyeceğini ifade etmiştir:

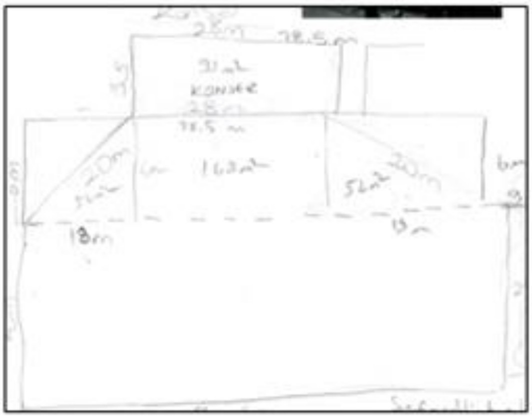
> **Serhat:** Arkadaşlar buranın tamamını ölçersek en ilerde olan solisti göremez. Bakın bu duvarın dibi merdivenleri görmüyor
> **Mehmet** : Evet doğru söylüyorsun.
> **Serhat:** Merdiveni göreceğim alana kadar diklemesine ölçelim. Burayı boylamasına ölçer çıkarırız.(Kırmızı uzunluklarla işaretlenen bölge).
> Sonra düşünmeye devam ederken;
> **Serhat:** Ama arkadaşlar yana doğru gittikçe görüş mesafesi artıyor. Bu taraftayken u-burayı göremiyoruz ama buraya doğru yaklaştıkça görme alanımız artıyor. Binanın tam köşesine varınca köşesindeki adam bile görür. Şöyle yanlamasına hesaplamamız lazım.
> **Esma**: Evet doğru söylüyorsun. O zaman bu şekilde şu kaldırımın başına kadar çapraz ölçelim.
> Ölçüm yapıyorlar.
> **Ali:** Burası 20 m çıkıyor. Krokiye bunu da ekle.



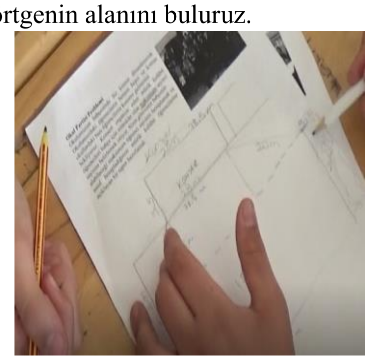
Öğrencilerin bahçenin alanını belirlerken ebatları gerçekçi bir şekilde yorumlayarak doğru bir yaklaşımda bulundukları görülmektedir. Öğrenciler bahçenin diğer ebatlarını belirlerken de sürekli olarak solistin görünmesini dikkate almış ve bu kriteri sağlayan maksimum bölgeyi belirlemeye çalışmıştır. Öğrenciler solisti görebilen fakat arkasında kalan alanları da aynı gerekçeyle konser alanı bölgesinden çıkarmıştır. Öğrencilerin konser alanının krokisini oluştururken sıklıkla yorumlama yaklaşımında bulunduğunu söylemek mümkündür. Bahçenin ebatlarını belirleyen öğrenciler krokide uzunlukları yerleştirdikten sonra bahçenin alanını hesaplamaya çalışmıştır. Öğrenciler krokide ortaya çıkan üçgensel bölgenin alanını hesaplamak için gerekli olan uzunluklarla ilgili konuşurken aşağıda verilen diyalog ortaya çıkmıştır:

Mehmet: Gerekli bütün uzunlukları belirledik mi?
Serhat: Hayır üçgenin alanı için şu dik uzunluğu belirlememiz lazım.
Pelin: Şu çaprazı bulduk zaten. Orasını 20 m bulduk, o dik uzunluk ta 20 olur.
Serhat: Ya akıl var mantık var. Sence o uzunluk 20 m duruyor mu?
Ölçüyorlar.
Mehmet: Burası 6 metre çıktı. Kızlar bak eski etkinliklerin cevabını burada aldınız.
Ali: Gördünüz mü? İki uzunluk eşit değil.
Araştırmacı: Kızlar ne düşünüyorsunuz?
Meral: Hocam Eşit değilmiş, biz yanılmışız.

Uzunluk korunumuna sahip olmayan öğrencilerin bu etkinlikte uzunlukların eşit olmadığını birebir deneyimleme fırsatı bulmuş ve söz konusu iki uzunluğun eşit olmadığını fark ederek, alan hesaplamalarında hatalı sonuçlara sebep olan uzunluk korunumunu kazanmıştır. Öğrenciler konser alanı için gerekli olan tüm uzunlukları doğru bir şekilde belirlemiş ve şeklin alanını bilindik şekillere parçalayarak hesaplamaya çalışmıştır:



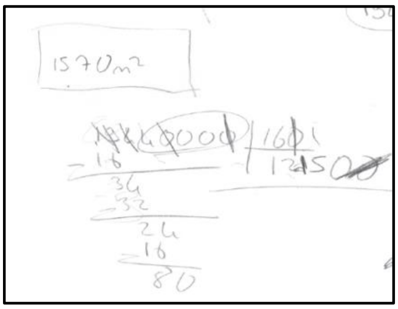
Ali: Evet önce 78, 5 ile 20 i çarparız. Şu altta kalan dikdörtgenin alanını buluruz.
Pelin: Çarpalım. 1570 çıktı.
Serhat: Metre kare olur. Üçgenin alanını hesaplayalım
Ali: 18 ile 6 çarpar ikiye böleriz şu boş alanları buluruz. (kenardaki üçgeni gösteriyor). Sonra şu dikdörtgenin alanından çıkarırız.
Serhat: Hocam aslında bu iki üçgen aynı, arkadaş biraz yanlış çizmiş. Sorun değil. Burası da 18 idi.(yatay uzunluk) Yükseklik yine 6. 18 çarpı 6. 10 kere 6 60. 6 kere8 48. 108 metre kare. 108 bölü 2. 54. Buraların her birinin içi o zaman 54 metrekare oluyor.
Esma: Aradaki dikdörtgen de 28 çarpı 6 olur.



Meral: Bir de yukarıdaki dikdörtgen var. O da 3,5 çarpı 28 olacak. Sonra toplayacağız.
Hesaplıyorlar
Serhat: Toplam alan 1944 metrekare olur.

Öğrenciler konser alanını parçalama stratejisi ile doğru bir şekilde hesaplamış ve doğru birimle ifade etmiştir. Fakat öğrenciler bahçenin ebatlarını yanlış bir şekilde belirlemiştir. Çünkü öğrenciler bahçenin ebatlarını belirlerken ebatları karşılaştırarak değerlendirmemiş ve alttaki büyük bölgenin aynı uzunluğunu bir tarafta 78m olarak bir tarafta 18, 18, 28 olacak şekilde toplam 64 m olarak belirlemiştir. Öğrencilerin bu kadar farklı sonuç bulması, dikkat hatasından ve sınırları iyi belirleyememiş olmalarından kaynaklanabilir. Öğrenciler alanı hesapladıktan sonra, kaç kişinin sığacağını belirleyebilmek için fikirlerini paylaşmıştır. Ali, bir kişinin yarım m^2'lik bir alana sığabileceğini ve toplan alanı buna bölerek kaç kişi sığacağını bulabileceklerini belirtmiştir. Diğer öğrenciler yarım m^2'nin bir kişi için fazla olacağını belirterek, öneriyi kabul etmemiştir. Serhat her kişi için bir daire belirlemeyi önermiştir. Sonrasında Meral, bulundukları sınıfın zemininde yer alan karoları göstererek, her karoya bir kişi sığabileceğini belirtmiştir. Öğrenciler Meral'in fikrini değerlendirmek için karonun üzerinde durmuş ve rahat hareket edip etmeyeceklerini belirlemeye çalışmıştır:

Meral: Bence o küçük kareye bir insan sığar (zeminde birim kareyi kastediyor)
Mehmet: Bence de.
Serhat: Daire hesaplayalım daire.
Meral: Ali bak şöyle bir kareye bir insan sığar (gelip kareyi gösteriyor)
Esma: Evet sığarız hareket de ederiz.
Ali: Bence de mantıklı, o zaman ölçelim. 40 cm çıktı.
Meral: Diğeri de 40 olur o zaman.
Ali: 40'a 40. 160 cm kare.
Serhat: Alanı, 160'a böleceğiz.
Pelin: Ben buldum arkadaşlar 121,500 çıktı.
Ali: Olmaz o kadar sığamaz. Çok fazla.
Mehmet: Arkadaşlar bir şey söyleyebilir miyim? Fayansın alanını bulurken 40 ile 40'ı çarptığımızda 160 yapmaz ki. 1600'mü yapar.
Esma: Evet. (Gülüşmeler)
Meral: Bir daha böl pelin. 12,150 çıktı bu sefer.
Ali: Bak o daha mantıklı işte



Öğrenciler, kişi sayısını belirlemek için doğru bir model oluşturmuştur. Birim dönüşümünü de doğru bir şekilde yapan öğrenciler, matematiksel olarak hesaplama hatası yapmış ve kişi sayısını 121,500 olarak bulmuştur. Fakat bu sonucu yorumlama yaklaşımıyla ele almış ve sayının bahçe kapasitesi için fazla olacağını belirterek, modeli değerlendirmiştir. Değerlendirme sonucu karonun alanını yanlış hesapladıklarını fark eden öğrenciler, kişi sayısını 12,150 olarak bulmuş ve sonucu gerçek hayatta kabul edilebilir olarak yorumlamıştır. Öğrenciler çözümü tamamladıktan sonra araştırmacı modellerini gözden geçirmelerini ve doğruluğunu değerlendirmelerini istemiştir. Öğrenciler değerlendirme yaparken, bahçenin alan krokisinde karşılıklı kenar uzunluklarının eşit olmadığını fark etmiş ve son ölçtükleri kenarı dikkate alarak yeniden bir hesaplama yapmış ve bahçeye giren kişi sayısını 10,337 olarak belirlemiş ve doğru olarak değerlendirdikleri problem çözümünü tamamlamıştır. Tüm grubun modelleme süreci Çizelge 4.20'de verilmiştir.

Çizelge 4.20 Altıncı etkinlikte tüm grubun modelleme süreci

<table>
<tr><th colspan="2">Basamaklar</th><th>Seviye</th><th>Puan</th><th>Alan Kavramı ve Alan Ölçme</th></tr>
<tr><td>Problemi Anlama</td><td>Öğrenciler problemi doğru bir şekilde anlamış, verilenleri ve istenenleri doğru bir şekilde belirlemiştir.</td><td>5</td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>Sadeleştirme</td><td>Öğrenciler, problem çözümü için gerekli olan değişkenleri doğru bir şekilde belirlemiştir.</td><td>4</td><td>3</td><td rowspan="3">Öğrenciler, bahçenin alanını parçalama stratejisiyle doğru bir şekilde hesaplamış, birim dönüşümlerine dikkat etmiş ve doğru dönüşümler yapmıştır. Birim karenin alan hesaplaması için kullanımını doğru bir şekilde açıklamış ve standart olmayan birimlerle bir bölgenin kaplanıp alanının bulunabileceğini belirtmiştir. Uzunluk korunumuna sahip olmayan öğrenciler, bu korunumu etkinlik sürecinde kazanmıştır.</td></tr>
<tr><td>Matematikselleştirme</td><td>Öğrencilerin bahçenin alabileceği maksimum kişi sayısını belirlemek için doğru bir model oluşturmuştur.</td><td>3</td><td>2</td></tr>
<tr><td>Matematiksel Olarak Çalışma</td><td>Modeli çözme aşamasında hatalı çözümler yapan grup, sonrasında hatalarını fark ederek düzelmiş ve doğru bir çözüm yapmıştır.</td><td>5</td><td>4</td></tr>
<tr><td>Yorumlama</td><td>Öğrenciler bahçenin ebatlarını belirlerken gerçek hayat bağlamını dikkate almıştır.</td><td>5</td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>Doğrulama</td><td>Öğrenciler modellerinin kullanışlı olup olmadığını değerlendirmiş ve tespit ettikleri hataları düzelmiştir.</td><td>7</td><td>6</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Toplam</td><td></td><td>23</td><td></td></tr>
</table>

Öğrencilerin bu etkinlikte oldukça başarılı olduklarını söylemek mümkündür. Model oluşturmak için gerekli matematiksel bilgiye sahip olan öğrenciler, doğru modeli oluşturabilmiştir. Modeli oluştururken sürekli olarak gerçek hayatı göz önünde bulundurmuş ve modelini değerlendirmiştir. Öte yandan öğrenciler etkinlikte birim kare kavramı ve birim dönüşümleriyle ilgili uygulamaları hatasız bir şekilde yapmıştır. İlk etkinlikte uzun tartışmalara neden uzunluk korunumuna sahip olmayan öğrenciler, bu etkinlikte yapmış olduğu uygulamalarla söz konusu korunumu kazanmıştır. Özetle, bu etkinlikte öğrencilerin hem alan konusunda hem de modelleme becerileri konusunda ilerleme kaydettiğini söylemek mümkündür.

4.2.7. Yedinci Etkinliğe İlişkin Bulgular

Uygulamanın yedinci etkinliği, öğrencilerin alan hesaplama becerilerini geliştirmeyi hedefleyen bir etkinliktir. Bu amaçla problem durumunda öğrencilerden harita görüntüleri verilen paralelkenar, kare, dikdörtgen, üçgen ve yamuk şeklindeki tarlaları 3 kardeşe adaletli bir şekilde paylaştırmaları istenmiştir. Problem çözümü için diğer uygulamalarda olduğu gibi iki grup oluşturulmuştur. Birinci grupta Ali, Mehmet ve Serhat, ikinci grupta Pelin, Meral ve Esma yer almaktadır.

Birinci grup problemi bireysel olarak değerlendirmiş, problem çözümü için ne yapılabileceğine ilişkin fikirlerini paylaşmıştır. Ali, tarlaların eşit olarak kardeşlere paylaştırılması gerektiğini ifade etmiş ve tahmini olarak tarlaların büyüklüklerine göre bir paylaşım yapabileceklerini söylemiştir. Serhat tarlalarının ebatlarını belirlemek gerektiğini ifade etmiş ve bunun için haritada yer alan futbol sahasından yararlanmaya çalışmıştır:

Serhat: Ben bir şey söyleyebilir miyim? Biz burada bunun (halı sahanın)alanını öğrenmez miyiz? Bize tek kenar uzunluğu yeterli . Hocam çünkü
Araştırmacı: O uzunluğu versek nasıl yaparsın mesela?
Serhat: Hocam böyle (cetvelle ölçüyor) yaklaşık 2 cm oluyor. Mesela burası yaklaşık 500 metre ise, tarlalardan birinin kenarını ölçeriz, 1 cm mi çıktı, o zaman 250 metre olur.
Mehmet: Bakın paralelkenar var, üçgen, dikdörtgen ve kare var
Serhat: Nasıl yapabiliriz?
Ali: Bence mantık hesabıyla gidersek ölçütlere bakmadan, üçgen en büyüğü görünüyor.
Serhat: Olmaz öyle.

Diğer gruptan Esma'nın yorumu duyuluyor.
Esma: Şekiller olarak da karşılaştırabiliriz belki.
Serhat: Evet ya olabilir. Santimlerine göre alanları buluruz karşılaştırırız. Tabi şimdi burada metre hesabına girmeye gerek yok, bizden istenen eşit miktarda dağıtmamız. Hocam cm hesabıyla bulursam, herkese ne kadar tarla düştüğünü bilmem ama herkese eşit şekilde dağıttığımı bilebilirim
Mehmet: Evet hocam çok mantıklı.

Serhat, tarlaların alanlarını belirlemek için öncelikle futbol sahasından oran yaparak yararlanmayı düşünmüş, fakat Esma'nın açıklamasından sonra bunun gerekmediğini fark ederek tarlaların alanlarını aynı birimle hesaplayarak karşılaştırmaya karar vermiştir. Serhat problem çözümü için doğru bir yaklaşımda bulunmuştur. Sonrasında grup, tarlaların ebatlarını cetvel yardımıyla belirlemeye çalışmıştır. Öğrencilerin problemle istekli bir şekilde uğraşmadığını ve problemi çözmek yerine farklı konulardan konuştuğunu fark eden araştırmacı, her iki grubun da etkinliğe tek grup şeklinde devam etmeyi teklif etmesi üzerine, grupları birleştirme kararı almıştır. Bu sürece kadar diğer grup ta (Pelin, Esma ve Meral) birinci gruba benzer bir süreçten geçmiştir. Öğrenciler problemi bireysel değerlendirmiş ve fikirlerini paylaşmıştır. Pelin, tarlaların paylaşımı için alanlarının hesaplanması gerektiğini belirtmiştir. Esma ise tarlaların kare dikdörtgen, üçgen yamuk gibi farklı şekillerde olduğunu ifade etmiş ve şekillere göre bir dağıtım yapabileceklerini söylemiştir. Grup üyeleri Pelin'in önerisi daha matematiksel bularak tarlaların alanlarını hesaplamaya karar vermiş ve öğrenciler tarlanın şekillerine göre alanlarını bulmak için gerekli olan ebatları belirlemeye çalışmıştır. İkinci grubun grup birleşimi öncesi modelleme süreci bu şekilde özetlenebilir.

Grupların birleşmesiyle birlikte, her grup problem çözümü için varsayımlarını açıklamış ve problemi değerlendirmiştir. Öğrenciler çözüm için benzer bir yaklaşımda bulundukların ifade ederek, tarlaların alanlarını cm^2 cinsinden bulmak için öncelikle kare ve dikdörtgen olan tarlaların ebatlarını cetvel yardımıyla belirlemiş ve bu şekillerdeki tarlaların alanlarını doğru bir şekilde hesaplamıştır. Üçgen şeklindeki tarlanın alanını belirlemek için öğrenciler farklı yaklaşımlarda bulunmuştur:

Meral: Üçgenin alanının bilinmesi için dikmenin bilinmesi lazım.
Araştırmacı: Dikme yerine üçgenin bu kenarını kullanabilir misiniz?
Pelin: Hocam onu hiç demeyin zaten, başlangıçta da tartışmıştık. Yükseklikle bu kenar eşit değil farklı.
Ali: Bence bu dik üçgen, şu iki kenarı ölçelim yeter (dik kenarları göstererek)
Serhat: Acaba bu bir dik üçgen mi? (eline alıp bakıyor) Bence değil.
Meral: Hayır dik üçgen değil.
Esma: Bence değil, kesin emin olamayız.
Araştırmacı: Peki daha başka bir yöntemle alanı bulabilir misiniz?
Pelin: Üçgenin bu tarafını keselim, ters çevirip diğer tarafa yapıştıralım.
Serhat: olabilir.
Ali: Olmaz, ölçütleri uymuyor olmaz. Ters çevirirsen boşta kalır olmaz.
Pelin: Doğru olmaz. Bunu çözmeyelim (Gülüşmeler).

Açıklamalarda öğrencilerin üçgenin alanını hesaplamak için farklı yaklaşımlarda bulunduğu görülmektedir. Öğrenciler dik üçgenin alanını eski bilgilerinden hareketle kolay bir şekilde hesaplayabildikleri için tarlanın şeklini dik üçgen olarak kabul edip hesaplamayı düşünmüştür. Fakat öğrenciler söz konusu üçgenin dikliğini matematiksel olarak değerlendiremedikleri ve görüntü olarak kesin bir şey söylemedikleri için bu fikirden vazgeçmişlerdir. Sonrasında Pelin, daha önceki bilgilerinden faydalanarak üçgeni parçalayıp dikdörtgene dönüştürmeyi önermiştir. Ali, önerinin matematiksel bir gerekçeyle uygun olmadığını ifade etmiştir. Öğrencilerin genel anlamda, çözüm için oluşturdukları varsayımları, matematiksel bir değerlendirmeyle kabul veya red ettiklerini söylemek mümkündür. Modelleme etkinliklerinin ilk uygulamalarında çok fazla görülmeyen bir durum olan bu bulgu, modelleme etkinliklerini uygulama sürecinin önemli çıktıları arasında yer almaktadır. Ayrıca öğrenciler farklı bakış açıları geliştirmeye, aynı sorunu farklı yaklaşımlarla çözmeye çalışmaktadır. Nitekim öğrenciler, üçgenin alanını hesaplamak için bu yaklaşımlara ek olarak iki farklı yaklaşımda daha bulunmuştur:

Serhat: Ben diyorum ki burada tamamlama değil de üçgenin alanına uyacak bir şey var mı, öteki tarlalardan, birleştirir daha kolay bir şekle dönüştürürüz.
Meral: Böyle tamamlasak (üçgenin tersinden bir tane çiziyor, paralel kenar oluşuyor)
Serhat: Şimdi bu yükseklik değil mi (üçgenin yüksekliğini çiziyor) . Şimdi burası da taban değil

mi? Çarparsak paralelkenarı buluruz. Sonra üçgeni bulmak için ikiye böleriz. Çok mantıklı. Şimdi bunu herkes paralelkenar olarak kabul ediyor değil mi?
Herkes evet dedi .
Serhat: Şimdi burayı alıp buraya yapıştırırsak bildiğimiz bir şekle dönüşür (paralelkenarı dikdörtgene dönüştürüyor).
Ali: Evet mantıklı. Çünkü bunu buraya geçirdiğinde hiçbir ölçüt azalıp artmıyor.

$3{,}5 \times 1{,}5 = 5.25 \quad 5.25 \div 2 = 2{,}625$

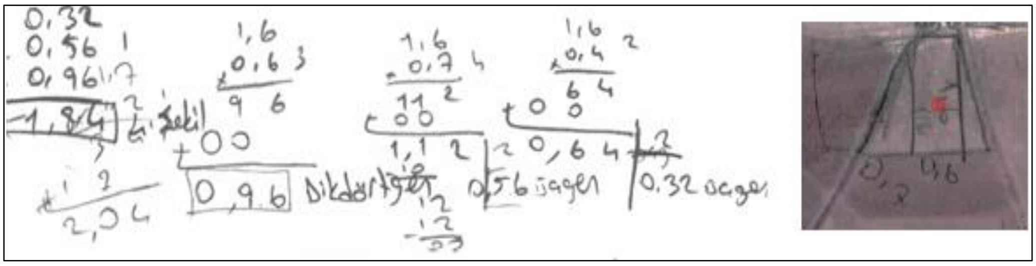
Serhat: Şimdi bu dikliği ölçeriz. Tabanla çarparız çıkar.
Meral: (Ölçüyor) 3.5 cm taban, 1.5 cm yükselik. Çarpıp ikiye bölersek 2,625 çıktı.
Araştırmacı: Peki tamamlamadan bulamaz mısınız?
Meral: Hayır hocam bulamayız**.**
Serhat: Tamamlamadan bilmiyorum alanın bulunup bulunamayacağını.

Öğrenciler, üçgenin alanını önceki öğrenme alışkanlıklarından faydalanarak doğru bir şekilde hesaplamıştır. Burada dikkat çeken nokta ise öğrencilerin üçgenin alanını tamamlayarak ve dikdörtgene dönüştürerek hesaplama ihtiyacı duymalarıdır. Üçgenin alan formülünü doğru bir şekilde ifade etmelerine rağmen, öğrenciler alanı önce paralelkenara dönüştürmüş ve burada da eski alışkanlıklarından dolayı dikdörtgene dönüşüm yapmış ve alanı hesaplamıştır. Üçgenin alan bağıntısını geometrik olarak ispatlayarak hesaplamaya çalışan öğrenciler, aynı uzunlukları tamamlamadan çarptıklarını fark etmemekte, bağıntıyı cebirsel olarak yorumlayamamaktadır. Bunun yanı sıra, öğrenciler ilk etkinlikte çeşitkenar üçgenin alanını yanlış bir şekilde hesaplarken, bu etkinlikte doğru bir şekilde hesaplamıştır. Çünkü etkinlik çözümünde Meral, çeşitkenar üçgenin alanını paralelkenara dönüştürerek bulabileceğini keşfetmiş ve bu farkındalık sonucunda alanı hesaplanmıştır. Grup, üçgen şeklindeki tarladan sonra paralelkenar şeklindeki tarlanın alanını hesaplamaya çalışmıştı:

Meral: Şimdi bu paralelkenar değil mi? Dikmesini indirsek şurdan şunu alıp şuraya yapıştırırz. Karşımıza dikdörtgen çıkar çarpar hesaplarız.
Ali: Paralelkenarın şu kısmını buraya getirmezsek yok saymış oluruz. Ama buraya getirdiğimizde azalma veya artma olmadığı için sıkıntı olmaz. Burayla da (yükseklik) burayı çarptığımız da dikdörtgen olur. Onu geri paralelkenara dönüştürürsek sıkıntı olmaz.
Serhat: Hiç kesip yapıştırmanıza gerek yok. Niye kesip yapıştıryorsunuz . yükseklik ile tabanı çarp yeter. Çünkü eksiltip ya da azalttığımız bir şey yok ki tabanla yüksekliği çarp işte.
Meral: Ama o zaman yüksekliği tam bulamayabiliriz.

Öğrenciler paralelkenarın alanını bulmak için yine tamamlama yönteminden faydalanmış ve alanını doğru bir şekilde hesaplamıştır. Serhat, tamamlamaya gerek kalmadan da alanın bulunabileceğini, hesaplamanın bir farkı olmadığını belirtmiştir. Serhat'ın fark ettiği bu durum, diğer öğrenciler tarafından şu aşamada içselleştirilmiş değildir. Meral'in açıklaması da bu düşünceyi desteklemektedir. Öte yandan öğrenciler, uygulama öncesine göre ilerleme kaydetmiş ve paralelkenarın alanını doğru bir şekilde hesaplamıştır. Grup son olarak yamuk şeklindeki alanı hesaplamaya çalışmıştır. Yamuğun alanını hesaplamak için öğrenciler farklı yaklaşımlarda bulunmuştur. Öncelikle öğrenciler yamuğu ters çevirip, kendisiyle birleştirerek dikdörtgene dönüştürmeye çalışmış, fakat kenarların dik kesişmemesi nedeniyle bu düşünceden vazgeçmiştir. Grup biraz daha değerlendirdikten sonra alanı hesaplamayla ilgili iki farklı yaklaşım sunmuştur. Ali ve Meral yamuğu üç parçaya ayırarak (İki üçgen, bir dikdörtgen) hesaplamaya çalışmış, Serhat, Pınar, Mehmet ve Esma ise yamuğun ters çevirip kendisiyle birleştirerek elde ettikleri paralelkenar yardımıyla alanını hesaplamaya çalışmıştır. Öğrenci yaklaşımları ve hesaplamaları sırasıyla aşağıda sunulmuştur:

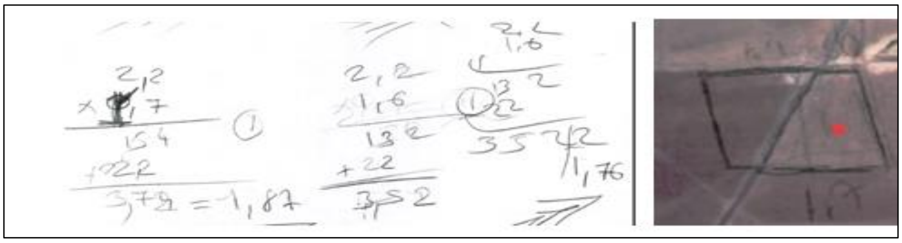
Meral: Yamuğu böyle bölersek arada bir dikdörtgen çıkar. Üçgenlerden birini alıp diğerinin üstüne tamamlasak dikdörtgen olur hesaplarız. Şurayı alıp şuraya katarsak iki tane dikdörtgen çıkar.
Ali: Olmaz tamamlamaz. Ölçütleri farklı. Aradaki dikdrötgeni ayrı buluruz. Bu iki üçgen dik zaten onları da çarpar buluruz.



Meral ve Ali doğru bir yaklaşım uygulayarak yamuğun alanını doğru bir şekilde hesaplamıştır. Diğer öğrencilerin hesaplaması ise şu şekildedir:

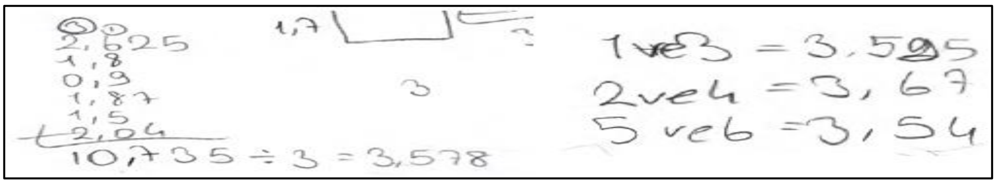
Serhat: Böyle ters çevirince paralelkenar oluyor yaptım ben.
Pelin: Evet paralelkenar doğru.
Serhat: Bizim için önemli olan yükseklik ve taban. Burayı (tabanı) bulup ikiyle çarpacaz. Sonra yükseklikle çarpacağız. Onu da ikiye bölersek burayı (yamuğu) buluruz.
Mehmet: Ölçelim taban ne çıkıyor. 2,2 çıktı. Yükseklik 1,6 çıktı
Pelin: Hayır 1,7 çıktı düzgün ölç.

Mehmet: Tamam. Hesaplama yapıyor. 1,87 çıktı.



Öğrenciler buldukları sonuçları karşılaştırmış ve arada 0.03’lük bir fark olmasını ölçümden kaynaklı bir hatadan olabileceğini belirtmiştir. Diğer bir deyişle öğrenciler her iki yaklaşımı da doğru olarak değerlendirmiştir. Öğrencilerin aynı soruyu farklı açılardan değerlendirmesi öğrencilerin bakış açısının ve yordama gücünün geliştiğine dair bir bulgudur. Öğrenciler bütün şekillerin alanlarını bulduktan sonra paylaştırmanın nasıl yapılacağıyla ilgili şu şekilde bir varsayımda bulunmuştur. Serhat toplam alanı 6 parçaya bölmeyi önermiş, Esma’nın düzeltmesiyle birlikte 3 parçaya ayırıp, iki tarla toplamını buldukları sonuca yakın bir değer olarak belirlemeyi önermiştir. Tüm grup tarafından doğru bir yaklaşım kabul edilen Serhat’ın önerisiyle, öğrenciler hesaplamaları yapmış ve paylaşımın nasıl yapılacağını belirlemiştir:

Pelin: Nasıl paylaştıracağız.
Serhat: Hepsini toplayıp altıya böleceğiz.
Esma: 3’e hayır.
Serhat: Evet 3’e böleceğiz.
Meral: Hangi ikisini toplasak birbirine eşit çıkması lazım ona bakacağız.
Mehmet: eşit olmasa da olur. Yakın olması yeterli.
Serhat: Mesela biri bir metrekare fazla olur. Biri 10 metre kare. Onun için de birbirini yemezler.
(Hesaplama yapıyorlar ve deneme yanılma yoluyla toplamları birbirine yakın değerler olarak belirliyorlar)

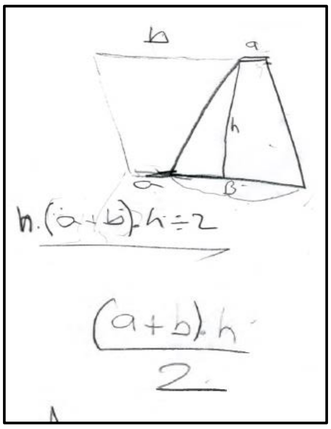


Öğrenciler, problem çözümü için doğru bir model oluşturmuş ve gerekli hesaplamaların hepsini doğru bir şekilde yapmıştır. Öğrenciler modellerini gerçek hayat bağlamıyla ele almıştır. Tüm grubun modelleme süreci Çizelge 4.21’de verilmiştir.

Çizelge 4.21 Yedinci Etkinlikte Tüm Grubun Modelleme Süreci

	Basamaklar	Seviye	Puan	Alan Kavramı ve Alan Ölçme
Problemi Anlama	Öğrenciler problemi doğru bir şekilde anlamış, verilenleri ve istenenleri doğru bir şekilde belirlemiştir.	5	4	
Sadeleştirme	Öğrenciler, problem çözümü için gerekli olan değişkenleri doğru bir şekilde belirlemiştir.	4	3	Öğrenciler, ilk uygulamada yanlış hesapladıkları çeşitkenar üçgenin alanını dikdörtgen ve paralelkenara tamamlayarak doğru bir şekilde hesaplamıştır. Benzer şekilde paralelkenar ve yamuğun alanını da doğru bir şekilde hesaplayan öğrenciler, bu hesaplamaları yaparken, bağıntıları geometrik olarak göstermiş ve yorumlamıştır.
Matematikselleştirme	Öğrencilerin tarla paylaşımı için doğru bir model oluşturmuştur.	5	4	
Matematiksel Olarak Çalışma	Modeli çözme aşamasında doğru bir çözüm yapmıştır.	5	4	
Yorumlama	Öğrenciler tarla paylaşımında gerçek hayat bağlamını dikkate almıştır.	5	4	
Doğrulama	Öğrenciler modellerinin kullanışlı olup olmadığını kısmen değerlendirmiştir.	4	3	
	Toplam		22	

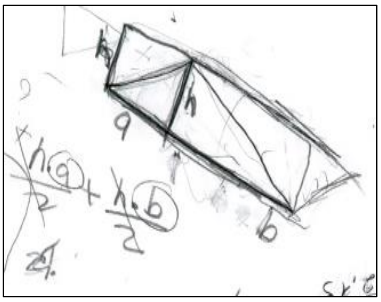
Problem çözümü tamamlandıktan sonra araştırmacı öğrencilere yamuğun alan bağıntısı ifade etmelerini istemiştir. Ali ve Meral, yamuğun üç parçaya ayırarak hesapladıkları için bağıntıyı ifade etmekte zorlanmıştır. Bu esnada Serhat, yamuğun alan bağıntısını kendi hesaplamasına göre ifade etmiştir:



Serhat: Benim aklımda bir fikir geldi söyleyebilir miyim?
Ali: Alanı bulmak için şuradaki üst tabanın bilinmesi gerekir.
Serhat: Alta tabanın da bilinmesi gerekir. Bir de yüksekliğin bilinmesi lazım.
Araştırmacı: Peki bunu cebirsel olarak ifade edebilir misiniz?
Ali: Tabi ki yapabiliriz. Yukarıya a diyelim. Buraya da b diyelim
Mehmet: Bir de yükseklik h.
Serhat: Hocam söyleybilir miyim. a artı b çarpı h bölü 2 olur.
Serhat formülünü yazıyor (parantez içine almıyor).
Esma: Paranteze al paranteze. İlk önce toplayıp sonra.
Mehmet: dağıtıyoruz öyle
Serhat: Paranteze alınırsa önce toplayıp sonra çarparız.

Açıklamalarda öğrencilerin yamuğun alan bağıntısını cebirsel olarak ifade ettiği ve bunu geometrik olarak doğru bir şekilde açıkladığı görülmektedir. Öğrenciler çokgenlerin alan hesaplamasını doğru yapmanın yanı sıra, alan bağıntısı matematiksel gerekçelerle açıklayıp yapılandırabilmektedir. Öğrencilerin daha önce öğrenimi görmemiş ve fikir sahibi olmadığı yamukla ilgili yapılandırdıkları bu bilgi, öğrencilerin sağladığı gelişmeyi göstermesi adına önemli bir bulgudur. Araştırmacı öğrencilere üçgenin alan bağıntısını da ifade etmelerini istemiştir. Bunun üzerine Pelin, bir çeşitkenar üçgen çizmiş ve farklı kenarlarını taban kabul ederek tabanlara ait yüksekliği doğru bir biçimde belirtmiştir:

Pelin: Bir üçgen çizelim. Hocam dışardan bir dikme indiririz. (çiziyor)
Araştırmacı: Peki şurayı taban kabul etseniz olur mu(uzun kenarı)
Pelin: Olur hiç fark etmez.Öyle de bakabiliriz. O zaman yükselik burası olur (Doğru yeri çiziyor). Tabana a diyelim. Yükseklik h olur. a çarpı h bölü 2 olur.
Meral: Ayrı ayrı da bulabiliriz tamamlayarak.
Pelin: Olur ayrı ayrı bulalım.
Esma: şurayı tamamlarız hocam (üçgen yarısını tamamlıyor) kareye dönüşür
Pelin: a çarpı h bölü 2 artı b çarpı h bölü 2
Meral: h/2'ler aynı. h çarpı a+ b bölü 2
Araştırmacı: Tamamlamadan bulamaz mısınız?
Serhat: Buluruz hocam. Hepsinin formülü taban çarpı yükseklik bölü 2. Eğer tamamlarsak ta ters çevirirsek paralelkenar yoksa da dikdörtgen olur çeşitkenar üçgen de ama.



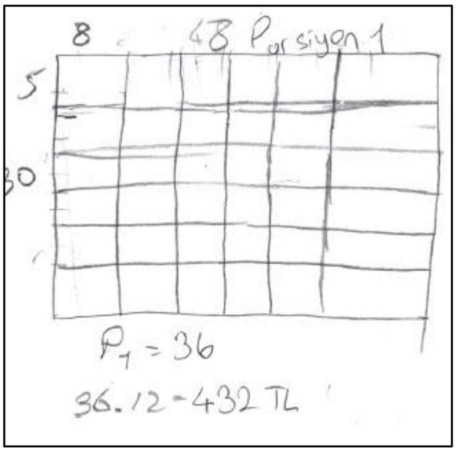
Öğrenciler üçgenin alan bağıntısını iki farklı yaklaşımla oluşturmuş ve ikisinde de bağıntıyı doğru bir şekilde ifade etmiştir. Serhat, dikdörtgene tamamlamadan da üçgenin alanının bulunabileceğini ifade etmiş ve genel bağıntıyı açıklamıştır. Serhat'ın çokgenlerin alan bağıntısını matematiksel olarak açıklayabildiği ve alan ölçme konusunda önemli bir gelişme kaydettiği söylenebilir. Fakat diğer öğrenciler, üçgenin alanını hesaplarken tamamlama ihtiyacı hissetmektedir. Bu durum matematiksel olarak yanlış değildir. Fakat öğrencilerin tamamlama yapmadan hesaplama yapamayacağını düşünmesi farklı yanılgıları ortaya çıkarabilir.

Özetle öğrenciler etkinlikte yer alan çokgenlerin alanlarını doğru bir şekilde hesaplayabilmiş ve alan bağıntısını cebirsel olarak ifade etmenin yanı sıra geometrik olarak doğru bir şekilde göstermiştir. Öğrenciler genel olarak bu gelişmeleri modelleme sürecinin matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma basamağında kaydetmiştir. Bunun yanı sıra öğrencilerin matematiksel bilgi yeterliğinin, modelleme sürecinin başarılı olmasında önemli bir neden olduğu bu etkinlikte de karşımıza çıkmıştır. Öğrenciler başarılı bir modelleme süreci geçirmiştir. Genel olarak değerlendirildiğinde etkinliğin amacına ulaştığı söylenebilir.

4.2.8. Sekizinci Etkinliğe İlişkin Bulgular

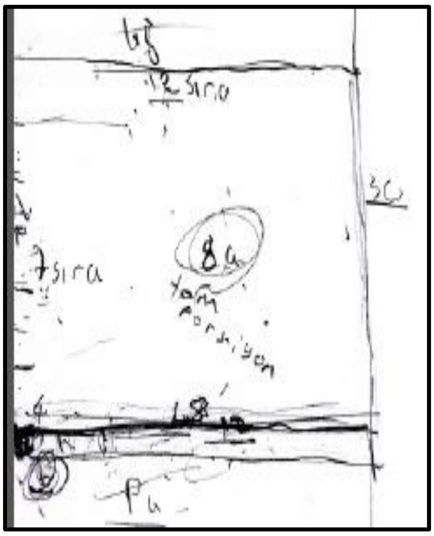
Sekizinci etkinlik, öğrencilerin çokgenlerin alan hesaplama becerisi ile bir çokgeni standart olmayan birimlerle ifade etme becerisini geliştirme amacıyla tasarlanmıştır. Bu amaçla öğrencilere dikdörtgen biçimindeki bir tepsi peynirli helvanın porsiyon türünü en karlı olacak şekilde belirlemeleri istenmiştir. Gruplar daha önce aynı grupta bir arada olmayan öğrenciler dikkate alınarak oluşturulmuştur. Birinci grup, Serhat, Pınar ve Esma'dan, ikinci grup Mehmet, Ali ve Meral'den oluşmaktadır.

Birinci grupta yer alan öğrenciler, bireysel değerlendirmenin akabinde, problem çözümü için fikirlerini açıklamış ve değerlendirmiştir. Pelin, porsiyon türlerinin alanlarını hesaplayarak fiyatlarını karşılaştırmayı önermiştir. Diğer öğrenciler, tepsiden çıkan porsiyon sayısının bu karşılaştırmayı etkileyeceğini düşünerek, porsiyon türlerinin toplam getirisinin karşılaştırılmasını önermiştir. Grup, bu öneriyle birlikte toplam miktarı belirlemek için, porsiyon türlerinin ve tepsinin alanını bulmaya karar vermiştir. Öğrenciler, kare, dikdörtgen ve üçgen şeklindeki porsiyonların alanını doğru bir şekilde hesaplamıştır. Daha önce öğrenimini görmemiş oldukları eşkenar dörtgenin alanını hesaplarken ise öğrenciler paralelkenar bağıntısı ile alanının hesaplanabileceğini ifade etmiş, fakat ortadan ikiye bölerek iki eş üçgen olarak alanı hesaplamanın daha kolay olacağını belirtmiş ve eşkenar dörtgenin alanını doğru bir şekilde hesaplamıştır. Öğrencilerin farklı geometrik şekillerin alanını parçalama stratejisiyle kolay bir şekilde hesapladığı söylenebilir. Grup, porsiyon alanlarını belirledikten sonra, bir tepsiden çıkan porsiyon miktarlarını hesaplayarak, her porsiyonun toplam satış miktarını belirlemiştir. Satış miktarlarını karşılaştırarak en fazla ve aynı zamanda eşit miktarda satış miktarına sahip olan porsiyon 2 ve porsiyon 3'ün kazançlı bir tercih olacağını belirtmiştir. Öğrencilerin bir tepsiden çıkan porsiyon miktarını belirlerken, bütün-bütün stratejisi yerine bütün parça stratejisini kullandığı, porsiyonların bütün olmasını dikkate almadan hesaplama yaptıkları söylenebilir. Bu durum, öğrencilerin porsiyon şekillerinin tepsiyi bütün olarak kaplayıp kaplamayacağını dikkate almamış olmasından veya köşelerde parçalı bir yerleşim olacağını fark etmemiş olmasından kaynaklanabilir. Öğrencilerin problem çözümünü tamamladıklarını belirtmeleri üzerine araştırmacı, hesaplamalarını tepsiye porsiyonları nasıl yerleştirdiklerini göstererek açıklamalarını istemiştir. Bu şekilde araştırmacı, öğrencilerin porsiyonların bütün olarak yerleştirilemeyeceğini fark etmelerini amaçlamıştır. Öğrenciler ilk olarak dikdörtgen şeklindeki porsiyonu bütün olarak tepsiye yerleştirmeye çalışmıştır:



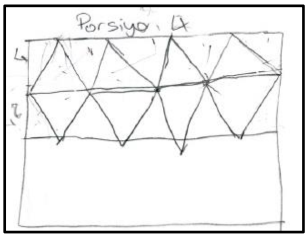
Pelin: Şey ama 36 tane buraya sığmaz. Burası çok küçük.
Serhat: Sonuç 36 ise mecbur sığacak. Ora kaçtı 8 mi. 8'lik yeri 48'lik yere gelir. 6'lık yerler de 30'a gelir.
Pelin: Mantıklı. Yapalım (Serhat çiziyor.)
Pelin: Altı tane çiz altı tane olacak. Altı çizgi atarsan yedi olur beş çizgi atacaksın. Diğeri de altı olacak.
Serhat: Tamam altı oldu.
Pelin: 6 burada, 6 da bu tarafta toplam 36 olur. Doğru sonuç bulmuşuz az önce de 36 bulduk.
Araştırmacı: Sizce neden aynı çıktı?
Pelin: Tepsinin alanını bulurken tam içini buluyoruz. Porsiyonun da tam içini buluyoruz. Niye aynı çıktı çünkü 1440'ı 40' a bölerek 36 tane sığdığını bulduk. Bu dikdörtgenin kaç tanesiyle tepsi kaplanır onu bulduk.

Öğrenciler dikdörtgen tepsinin alanını birim kare olmayan başka birimle kaplamış ve ifade etmiştir Pelin yerleştirme sonucunun, hesaplama sonucu ile tutarlı olmasını matematiksel olarak doğru bir gerekçeyle açıklamıştır. Pelin'in bu ifadeyle, alanı artık kaplama olarak algıladığı kesin bir biçimde görülmektedir. Yani Pelin'in alan kavramı algısı doğru bir şekilde oluşmuştur. Öğrenciler, dikdörtgenden sonra kare şeklindeki porsiyonu yerleştirmeye çalışmış ve bu esnada porsiyonun tam yerleşmediğini fark etmiştir:



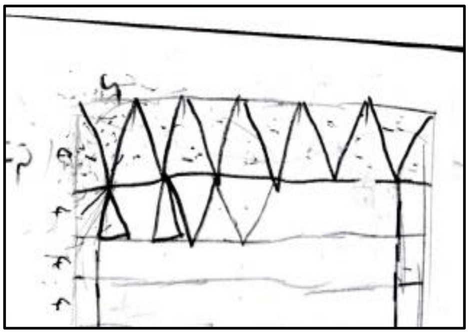
Pelin: Arkadaşlar, 30 4'e tam bölünmüyor. Şu sıraya tam gelmiyor, boş kalır en alt. Ama 1440, 16'ya tam bölünüyorsa burasının da olması lazım. Niye olmuyor?
Araştırmacı: Biraz daha açıklayabilir misin?
Pelin: İki santimlik bir sıra aşağıda kaldı. Boyuna 12 sıra, enine de 7 sıra geldi. 84 porsiyon oldu. 6 tane az çıktı.
Düşünüyorlar (30 saniye).
Pelin: Bu kadarcık yer arta kaldı. 2'ye 48'lik yer. Burası 2'ye 2 değil mi?
Esma: Tamam eni 2 olur. Ama boyu 2 diyemeyiz.
Serhat: Kaç tane… 2 kere 48 96. 96 bölü 16 . 6 kere. 6 tane sığar.
Pelin: İşlem olarak öyle ama göstermemiz lazım. Boylamasına 48 ya. Burası da 4, eni de 2. Bundan 12 tane olur burada.
Esma: 12 tane yarım çıkar. 6 tane de tam olur.
Serhat: Ama kesik kesik olacak. Bilmiyorum ki adam kabul eder mi ki?
Pelin: Eder, niye etmesin, parasını düşünüyor.
Esma: Olmaz ki ama parça parça olur.
Pelin: Parça mı olsun, çöpe mi gitsin. Olur böyle yapalım.

Öğrenciler, tepsi ebatlarının karenin ebatlarıyla örtüşmemesi üzerine, kare porsiyonun bütünlüğü dikkate alarak yerleştirmeye çalışmış ve doğru bir yerleştirme yapmıştır. Öğrenciler bütün-bütün stratejisi ile porsiyon sayısını belirlemiştir. Ayrıca öğrenciler 6 porsiyonun parçalı olmasını gerçek hayat boyutuyla değerlendirmiştir. Serhat ve Esma parçalı sunumun gerçek hayatta pek istenen bir durum olmadığını belirtmiş, Pelin ise kazancın ön planda olması nedeniyle parçalı sunmayı önermiştir. Öğrenciler bu konuda fikir birliğine varmamış, porsiyon 2 ve porsiyon 3'ü yerleştirdikten sonra değerlendirmeye karar vermiştir. Porsiyon 2'yi tepsiye yerleştirmeye çalışan öğrenciler, bu konuda zorlanmıştır:



Esma: Buraya bundan bir tane daha çizsek, böyle yan yana birleştirsek arada bir tane daha çıkmaz mı?
Pelin: Senin dediğin gibi yerleştirelim. Belki bir şeyler buluruz. (Esma yandaki şekli çiziyor).
Pelin: Ben başka bir şey diyeceğim. Üçgeni ters çevirirsek buraya yapıştırırsak dikdörtgen olur artmaz yani.
Serhat: Öyle yaparsak paralelkenar olur dikdörtgen olmaz.
Pelin: Bence kesip verelim yoksa olmayacak.

Serhat: Haklısın sanki kesip yapıştırsak, parçalı versek bizim için daha kolay olacak. Ben de bir şeyler yaptım bakın, öyle olursa ben mantıklı bir şey geliştirdim. Arta kalanları bu şekilde çizdim.
Pelin: Ben demiştim size.
Serhat: Şimdi buraya tabana 6 tane yerleşir aralara 5 tane yerleşir 11 yapar. Peki bu uzunlamasına nasıl yaparız. 48'in içinde dört var ama yamuk alan. Olmazsa üçgeni de ikiye bölelim olmaz mı?
Esma: Of ya bölmeyelim. Porsiyon fiyatlarından bulalım.
Serhat biraz daha uğraştıktan sonra,
Serhat: Bir de şöyle düşünelim. Bunun dikdörtgen bir tanesi, bu üçgenin dört tanesine eşit olmuyor mu alan olarak? Fiyatlarını karşılaştıralım. Bunun ki kaç lira 4 lira. Bunun ki 12. O zaman porsiyon 3 daha karlı oluyor, o daha mantıklı.



Esma: Evet, zaten ilk başta hesapladığımızda fiyatlarını fazla bulduk, porsiyon 2 ve 3 daha karlı. Çözümü yazalım.

Öğrenciler porsiyon 2 ve porsiyon 3'ü bütün olarak yerleştirmekte zorlanmıştır. Serhat, yerleştirme için doğru bir yöntem bulmuş, fakat yöntemi tamamlayamamıştır. Sonrasında porsiyonları yerleştirmek için parça-parça diyebileceğimiz yeni bir strateji uygulamış ve porsiyon 1'in alan olarak dörtte birine eşit olan porsiyon 3'ün fiyatlarını karşılaştırmıştır. Karşılaştırma porsiyon 3'ün kazançlı olduğuna karar veren grup, porsiyonların bütün olarak hesaplanmasını göz ardı ederek çözümlerini tamamlamıştır. Birinci grubun toplu tartışma öncesi modelleme süreci Çizelge 4.22'de sunulmuştur.

Çizelge 4.22 Sekizinci etkinlikte Serhat, Pelin ve Esma grubunun modelleme süreci

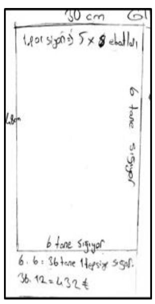
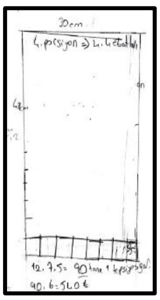
	Basamaklar	**Seviye**	**Puan**	**Alan Kavramı ve Alan Ölçme**
Problemi Anlama	Öğrenciler problemi doğru bir şekilde anlamış, verilenleri ve istenenleri doğru bir şekilde belirlemiştir.	5	4	
Sadeleştirme	Öğrenciler, problem çözümü için gerekli olan değişkenleri kısmen doğru bir şekilde belirlemiştir.	3	2	Öğrenciler, problemde verilen tüm çokgenlerin alanını doğru bir şekilde hesaplamıştır. Eşkenar dörtgenin alanını iki farklı yaklaşımla hesaplanacağını belirterek doğru bir hesaplama yapmıştır.
Matematikselleştirme	Öğrencilerin porsiyon türünü belirlemek için porsiyon bütünlüğünü dikkate almayarak kısmen doğru bir model oluşturmuştur.	3	2	

Çizelge 4.22 (devam)

Matematiksel Olarak Çalışma	Modeli çözme aşamasında, porsiyonları bütünlüğünü dikkate alarak yerleştirememiş, bu nedenle kısmen doğru bir çözüm yapmıştır.	4	3	Dikdörtgen şeklindeki bölgeyi, dikdörtgen birimlerle kaplayarak ifade etmiş, fakat eşkenar dörtgen ve üçgen şeklindeki birimlerle kaplamakta ve ifade etmekte zorlanmıştır.
Yorumlama	Öğrenciler porsiyonun parçalı olmasını gerçek hayat bağlamıyla değerlendirmiştir.	3	2	
Doğrulama	Öğrenciler modellerinin kullanışlı olup olmadığını kısmen değerlendirmiştir.	4	3	
	Toplam		16	

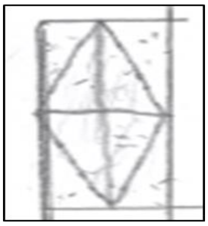
İkinci grup olan Ali, Mehmet ve Meral, problemi bireysel olarak değerlendirdikten sonra, problem çözümü için tepsinin ve porsiyonun alanlarının bulunması gerektiğini ifade etmiştir. Grup ortak karara vardıktan sonra tepsinin ve her porsiyonun alanını hesaplamaya çalışmıştır. Kare, dikdörtgen ve üçgen şeklindeki porsiyonların alanını, alan bağıntılarını doğru bir şekilde kullanarak hesaplayan grup, eşkenar dörtgeni de paralelkenar olarak kabul etmiş ve paralelkenar bağıntısını kullanarak alanını doğru hesaplamıştır. Alan hesaplamalarının ardından grup, her porsiyon için bir tepsiden çıkan toplam adet ve toplam satış miktarını belirlemeye çalışmıştır. Tüm bu hesaplamaların sonucunda porsiyon 2 ve porsiyon 3'ün en kazançlı porsiyon türü olduğuna karar vermiştir. Diğer gruba benzer şekilde bu grup ta porsiyon miktarını belirlerken porsiyonun bütünlüğünü dikkate almadan bir hesaplama yapmış ve bütün-parça stratejisiyle hareket etmiştir. Araştırmacı gruba, porsiyon miktarlarını yerleştirme yöntemiyle de göstermelerini istemiştir. Bunun üzerine öğrenciler tepsi ebatlarını, porsiyon ebatları ile ilişkilendirerek, ilk olarak dikdörtgen porsiyon için bir hesaplama yapmaya çalışmıştır:

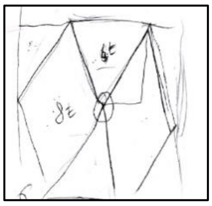
Mehmet: Porsiyon 1 çok kolay, buraya 6 tane gelir. 48'i 8'e bölersek, diğerine de 6 tane gelir.
Meral: Evet aynen öyle olur. Dur çizelim. Ya onu göstermekte sıkıntı yok. Porsiyon 2 zor olacak.
Mehmet: Tamam bu 36 tane olur. Porsiyon 4'ü de gösterelim.
Meral: (Hesaplama yapıyor). Tam sığmıyor. 7,5 porsiyon olur bir kenarı. Nasıl yapabiliriz.
Ali: Alttakileri birleştirip veririz.
Meral: Öyle olmaz. Çünkü müşteri öyle kabul etmez…
Ali: Biz hesaplayalım da bakarız duruma.

Öğrenciler, porsiyonları bütünlüğünü dikkate alarak yerleştirmeye çalışmış ve kare ve dikdörtgen şeklindeki porsiyonları doğru bir şekilde yerleştirmiştir. Kare şeklindeki porsiyonların parçalı bölümlerini diğer gruba benzer şekilde gerçek hayat bağlamında değerlendirmiş ve hesaplamaya dahil etme konusunda fikir birliğine varamamıştır. Öğrenciler eşkenar dörtgen ve üçgen porsiyonları tepsiye yerleştirmekte oldukça zorlanmıştır. Ali, porsiyon 3'teki üçgenden 4 tanesini mektup zarfı görünümünde olacak şekilde birleştirip kareye tamamlayabileceğini ifade etmiş ve bir süre bu şekil üzerinde uğraşmıştır. Ali, üçgenin kenar uzunluklarının eşit olması algısından hareketle bu varsayımı oluşturduğu söylenebilir. Fakat bir süre çizim üzerinde uğraştıktan sonra, söz konusu üçgenle bahsettiği şekilde bir kare oluşturamayacağına karar vermiştir. Ali, kararını matematiksel bir gerekçeyle açıklayamamış, sezgisel olarak olamayacağını ifade etmiştir. Uygulama öncesi bir çokgenin kenar uzunluğunun sayısal değerini hiçbir gerekçe göstermeden değiştiren ve ona göre hesaplama yapan Ali'nin, kenar uzunluklarının sabitliğini dikkate alarak şeklin oluşturulamayacağını söylemesi, matematiksel düşünebilme becerisinin gelişimi adına önemli bir bulgudur. Grup, eşkenar dörtgen ve üçgenin yerleşimine ilişkin farklı yaklaşımlarda bulunmuştur:

Ali: Beni bir dinleyin. Bir dikdörtgen gibi hesaplarsak. Kenarda kalan parçaları birleştirirsek şeklin aynısı oluşur.
Mehmet: Aynısı olur mu?
Araştırmacı: Dediğini biraz daha açıklayabilir misin?
Ali: Yani hocam şunu tek bir dilim olarak düşünelim. Şuraları topladığımızda zaten şunun aynısından bir tanesi çıkıyor. Yani bunlar yarım üçgen. Birleşince bundan oluşuyor. Porsiyon 2'den bir tane daha çıkar.
Meral: Kötü görünmez mi?
Ali: Farklı şekillerde sunulmasını teklif eder diyor bak.
Meral: Tamam da bunu tam vermek var parça parça vermek var. Bence tam vermeliyiz. Ayıp olur müşteriye.
Mehmet: Ali sen benimkine baktın mı? Bundan bir dilimi 8 lira tamam mı? Üçgenin bir dilimi de 4 lira 8,4 kaç ediyor. 12 Her birini ondan hesaplasak. Bunlardan tepsiye kaç tane sığıyor onu bulmamız lazım.
Ali: İyi de onu nasıl yerleştireceğiz tepsiye tam düzgün bir şekil değil ki.





Ali, eşkenar dörtgeni bir dikdörtgene tamamlayarak bir yöntem geliştirmiş, fakat yöntem porsiyonun parçalı olması sebebiyle grup üyeleri tarafından kabul edilmemiştir. Mehmet, eşkenar dörtgen ile üçgenin eş uzunluklara sahip olması nedeniyle, açıklamada gösterildiği gibi karma bir yerleştirme yapmayı önermiştir. Bu yerleştirme ile bir tepsiden kaç porsiyon çıkacağını hesaplamak için bir süre uğraşmış, fakat bir sonuca ulaşamayınca yerleştirmeden ilk buldukları fiyatlarla modeli oluşturmayı önermiştir. Bakıldığında, hem Ali'nin hem de Mehmet'in matematiksel olarak doğru bir yöntemle porsiyonu yerleştirmeye çalıştığı görülmektedir. Öğrencilerin açıklamalarını matematiksel bir zemine oturtmaya çalıştığı söylenebilir. İlk etkinliklerde genel olarak gözlenmeyen bu durum modelleme etkinliklerinin bir çıktısı olarak yorumlanabilir. Bunun yanı sıra öğrenciler, buldukları yöntemle kaç porsiyon çıkacağını hesaplamakta zorlanmış, gruplar birleştiğinde bu durumu tekrar değerlendirecekleri belirterek, porsiyonları yerleştirmeden problemi çözmeye karar vermiştir. Daha önce yapmış oldukları hesaplamayı dikkate alarak porsiyon 2 ve porsiyon 3'ün kazançlı olduğuna karar vermiş ve problem çözümünü tamamlamıştır. Grubun toplu tartışma öncesi modelleme süreci, diğer gruba benzer şekilde yaşanmıştır (Çizelge 4.23).

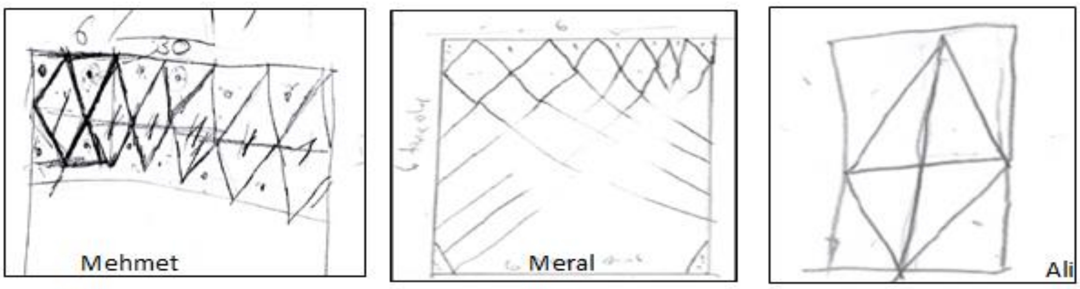
Çizelge 4.23 Sekizinci etkinlikte Ali, Meral ve Mehmet grubunun modelleme süreci

Basamaklar		Seviye	Puan	Alan Kavramı ve Alan Ölçme
Problemi Anlama	Öğrenciler problemi doğru bir şekilde anlamış, verilenleri ve istenenleri doğru bir şekilde belirlemiştir.	5	4	
Sadeleştirme	Öğrenciler, problem çözümü için gerekli olan değişkenleri kısmen doğru bir şekilde belirlemiştir.	3	2	Öğrenciler, problemde verilen tüm çokgenlerin alanını doğru bir şekilde hesaplamıştır. Eşkenar dörtgenin alanını paralelkenar olarak kabul etmiş ve doğru bir hesaplama yapmıştır. Dikdörtgen şeklindeki bölgeyi, dikdörtgen ve kare birimlerle ifade etmiş, fakat eşkenar dörtgen ve üçgen şeklindeki birimlerle kaplamakta doğru bir yaklaşım bulmuş olsalar da, ifade etmekte zorlanmış ve yerleştirme yapamamıştır.
Matematikselleştirme	Öğrencilerin porsiyon türünü belirlemek için porsiyon bütünlüğünü dikkate almayarak kısmen doğru bir model oluşturmuştur.	3	2	
Matematiksel Olarak Çalışma	Modeli çözme aşamasında, porsiyonları bütünlüğünü dikkate alarak yerleştirememiş, bu nedenle kısmen doğru bir çözüm yapmıştır.	4	3	
Yorumlama	Öğrenciler porsiyonun parçalı olmasını gerçek hayat bağlamıyla değerlendirmiştir.	3	2	

Çizelge 4.23 (devam)

Doğrulama	Öğrenciler modellerinin kullanışlı olup olmadığını kısmen değerlendirmiştir.	2	1
	Toplam		14

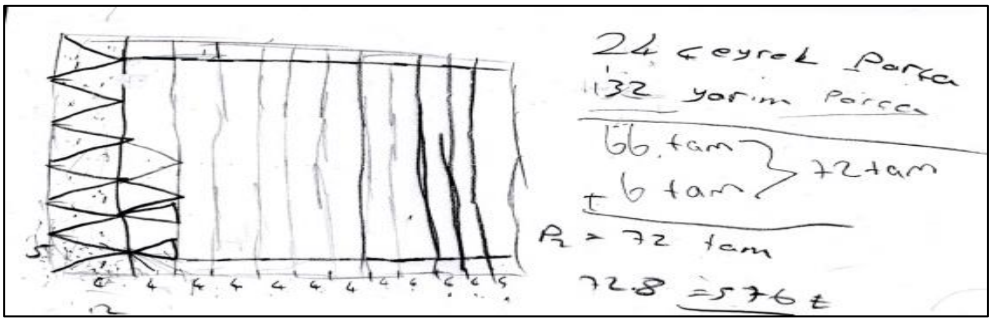
Grupların birleşmesiyle birlikte öğrenciler, çözümlerini karşılaştırmıştır. Toplam fiyat miktarları aynı olan iki grup, porsiyonların yerleşimi ile ilgili karşılaştırma yapmıştır. Dikdörtgen porsiyonda hem fikir olan gruplar, kare şeklindeki porsiyonların yerleşimi konusunda düşüncelerini açıklamıştır. Birinci gruptan Pelin, porsiyonların 12 tanesinin yarım olduğunu ve bunları da iki parçalı tam porsiyon şeklinde sunacaklarını ifade etmiştir. Diğer grup üyeleri porsiyon hesaplamasının doğru bir şekilde olduğunu ifade etmiştir. Fakat parçalı porsiyon konusunda tüm grup ortak bir fikre varamamıştır. Meral ve Mehmet, parçalı olmasının doğru olmayacağını belirtmiş ve tam porsiyon üzerinden hesaplama yapılması gerektiğini belirtmiştir. Diğer öğrenciler ise parçalı sunumun tek parça sunumdan daha çok görünmesini gerekçe göstererek olabileceğini ifade etmiştir. Öğrenciler eşkenar dörtgenin yerleşimiyle ilgili hesaplamaları yeniden gözeden geçirmiş ve porsiyonu tepsiye yerleştirmeye çalışmıştır. Öğrenciler porsiyon 2’yi yerleştirmek için farklı yaklaşımlarda bulunmuş ve her öğrenci bir süre bireysel bir şekilde çalışmıştır. Meral ve Mehmet, porsiyonun bütünlüğünü bozmayacak şekilde bir yerleştirme yapmaya çalışırken, Serhat ve Ali de daha önce buldukları yöntemleri geliştirmeye çalışmış ve sonrasında öğrenciler yöntemlerini değerlendirmiştir. Meral, Ali ve Mehmet’in yerleştirme yöntemleri şu şekildedir (Şekil 4.6).



Şekil 4.6 Sekizinci etkinliğin çözümünde ali, mehmet ve meral’in bireysel çözümleri

Mehmet ve Meral, porsiyonları bütün olarak yerleştirmeye çalışmıştır. Mehmet, yerleştirmesini kısmen de olsa matematiksel bir şekilde hesaplamış, fakat tamamlayamamıştır. Meral de benzer şekilde yerleştirmeyi tamamlamakta zorlanmış ve yerleştirme yaparken köşelerde parçalar kaldığını fark ederek hesaplamadan vazgeçmiştir. Bunun üzerine Meral ve Mehmet, porsiyonun parçalı olarak hesaplanabileceğini ifade ederek fikir değiştirmiştir. Ali'nin yapmış olduğu yerleştirme grup tarafından doğru olarak değerlendirilmiştir. Fakat Ali yöntemini bir porsiyonun şeklini belirlemekle sınırlı bırakmış ve porsiyon sayısını hesaplayamamıştır. Son olarak Serhat, porsiyon sayısını veren yöntemi açıklamıştır:

Serhat: Şimdi beni dinler misiniz? Ben kaç porsiyon çıkacağını buldum. Ama bazılarını iki parça halinde, bazılarını da dört parça halinde sunmayı düşünüyorum. Çünkü burada çeyrekler artıyor kenarlarda. Nasıl yaptığımı anlatayım. Üçgenin tabanı 5 değil mi. Ölçtüm bak beş çıktı.
Meral: Evet.
Serhat: Burası da 30. 30 bölü 5, 6. Buradan 6 tane çıkar. Bu aralarda 5 tane olur toplam11 tane. Burada bir de köşeler artıyor değil mi, yarım yarım. Onları da sonra hesaplayacağız. Şimdi 4 cm'lik yere 11 tam üçgen sığdı. İki tane de yarım var. Çünkü üçgenin bu böyle yüksekliği 4 cm.
Meral: Mantıklı tamam.
Serhat: Burası 48. O zaman 12 tane sığar her bu kenara. 12 ile her sıraya 11 tane üçgen geliyordu çarparsak. 132 porsiyon 3 yapar.
Ali: Doğru, yarımları da sayalım.
Serhat: Her kenarda 12 yarım var. 24 yarım yapar. O da 12 tam porsiyon yapar. 132 de o. Toplam 144 porsiyon olur.
Mehmet: Ama parçalı.
Serhat: Evet başka türlü olmuyor.
Araştırmacı: Porsiyon 2'den kaç porsiyon çıkar peki?
Serhat: Hocam alanı iki kat olduğu için, miktarı da yarısı olur. 24 çeyrek parça, 6 tam, 132 yarım da 66 tam olur. Toplam 72 parça.



Serhat'ın üçgen şeklindeki porsiyonun sayısını belirlemek için doğru bir model oluşturduğu görülmektedir. Serhat yapmış olduğu hesaplama, aynı zamanda bir bölgenin standart olmayan bir birimle kaplanıp ifade edilmesine bir örnektir. Bir başka deyişle Serhat, dikdörtgensel bir alanı kare olmayan farklı bir birimle kaplamış ve kaplama sonucunu matematiksel olarak hesaplayabilmiştir. Bu durum, birim kare kavramına ilişkin üst düzey bir beceridir. Tüm öğrenciler, Serhat'ın hesaplamasını doğru kabul etmiş ve porsiyon miktarları üzerinden fiyatları karşılaştırmıştır. Öğrenciler parçalı porsiyonları da kullandıklarından dolayı fiyatlarda ilk hesaplamaya göre bir farklılık olmamış, dolayısıyla verdikleri karar da değişmemiş ve porsiyon 2 ve 3'ün kazançlı olarak ifade etmiştir. Öğrenciler önceki çözümlerine ek olarak porsiyon sayılarını doğru bir şekilde hesapladıkları için, toplamda 22 puanla etkinliği tamamlamıştır.

4.2.9. Matematiksel Modelleme Etkinliği Uygulama Sürecinin Modelleme Süreci Açısından Genel Bir Değerlendirmesine İlişkin Bulgular

Uygulama sürecinde, öğrencilere alan kavramı ve alan ölçme becerisine ilişkin farklı kazanımları hedefleyen 8 adet matematiksel modelleme etkinliği kullanılmıştır. Gruplar şeklinde yürütülen uygulamada her etkinlikte grupların farklı öğrencilerden oluşmasına dikkate edilmiştir. Etkinliklerde modelleme süreci gruplar bazında değerlendirildiğinden dolayı, öğrencilerin modelleme sürecindeki gelişimini bireysel olarak değerlendirilmesi çok zor olmakla birlikte araştırmanın ana amacı değildir. Bu nedenle modelleme sürecindeki değişim gruplar bazında ele alınarak Çizelge 4.24'te verilmiştir.

Çizelge 4.24 Öğrencilerin modelleme sürecinin etkinliklere göre dağılımı

1. Grup	1.Etkinlik	2.Etkinlik	3.Etkinlik	4.Etkinlik	5.Etkinlik	6. Etkinlik	7. Etkinlik	8. Etkinlik
Problemi Anlama	2	1	2	4	4	4	4	4
Sadeleştirme	2	1	2	2	3	3	3	2
Matematikselleştirme	0	1	1	2	2	2	4	2
Matematiksel Olarak Çalışma	0	1	1	4	4	4	4	3
Yorumlama	0	0	1	0	4	4	4	2
Doğrulama	0	0	0	6	3	6	3	3
Toplam Puan	4	4	7	18	20	23	22	16

Seviye 1 (0 puan)
Seviye 2 (1 puan)
Seviye 3 (2 puan)
Seviye 4 (3 puan)
Seviye5 (4 Puan)
Seviye 6 (5 puan)
Seviye7 (6 Puan)

Modelleme Süreci: Yetersiz (0-5 puan); Sınırlı (6-12 puan); Yeterli (13-19 puan); Mükemmel (20-25 puan)

Çizelge 4.24 Öğrencilerin modelleme sürecinin etkinliklere göre dağılımı

2. Grup	1.Etkinlik	2.Etkinlik	3.Etkinlik	4.Etkinlik	5.Etkinlik	6. Etkinlik	7. Etkinlik	8. Etkinlik
Problemi Anlama	3	4	2	4	4	4	4	4
Sadeleştirme	2	2	2	2	3	3	3	2
Matematikselleştirme	2	3	1	2	2	2	4	2
Matematiksel Olarak Çalışma	3	3	2	4	4	4	4	3
Yorumlama	0	2	1	0	4	4	4	2
Doğrulama	0	2	0	5	3	6	3	3
Toplam Puan	10	16	8	17	20	23	22	16

Seviye 1 (0 puan)
Seviye 2 (1 puan)
Seviye 3 (2 puan)
Seviye 4 (3 puan)
Seviye5 (4 Puan)
Seviye 6 (5 puan)
Seviye7 (6 Puan)

Modelleme Süreci: Yetersiz (0-5 puan); Sınırlı (6-12 puan); Yeterli (13-19 puan); Mükemmel (20-25 puan)

Çizelge 4.24’e bakıldığında uygulama sürecinin genel değerlendirilmesi için şunları söylemek mümkündür. Problem çözümü için gerekli olan matematiksel bilgi yeterliği, modelleme sürecinin başarılı bir şekilde tamamlanmasında önemli etkenlerden biridir. Öğrencilerin birinci etkinlikte başarısız olmaları söz konusu sebepten kaynaklanmaktadır. Özellikle birinci grup (Pelin, Esma ve Meral), birinci etkinlikte çok başarısız bir modelleme süreci geçirmiştir. Öğrencilerin uygulama öncesi alan bilgisi yetersiz düzeydedir. Öğrenciler problem çözümü için gerekli olan uzunluk korunumu ve alan hesaplama becerisi konusunda eksik ve yanlış öğrenmelerinden dolayı doğru bir model oluşturamamıştır. İkinci gruptaki öğrencilerin diğer gruba nazaran daha başarılı bir modelleme süreci geçirmesi, uzunluk korunumuna sahip olması ve nispeten alan hesaplama bağıntılarını daha doğru bir şekilde uygulamalarından kaynaklanmıştır. İki grubun da ikinci etkinlikte daha başarılı bir performans sergilemesindeki önemli bir etken, problem çözümü için kullandıkları kare ve dikdörtgenin alan hesaplama bilgilerine yeterli düzeyde sahip olmalarıdır. Üçüncü etkinlikte tüm öğrencilerde birim kare kavramı oluşmuş ve öğrenciler alan bağıntısını birim kare ile ilişkilendirerek açıklamıştır. Böylelikle dördüncü etkinliğin çözümü için gerekli bilgiyi doğru bir şekilde kullanabilen öğrenciler başarılı bir modelleme süreci geçirmiştir. Dördüncü etkinliğin de hedeflenen kazanıma ulaşmasıyla, beşinci ve altıncı etkinlik çözümü için kilit bir rol oynayan bilgiye sahip olan öğrenciler, bu etkinliklerde daha başarılı bir modelleme süreci geçirmiştir. Öte yandan, öğrencilerin farklı alan birimleriyle bir bölge kaplama ve ifade etme konusunda yaşadığı zorluklar, son etkinlik olmasına rağmen, öğrencilerin sekizinci etkinlikte önceki etkinliklere nazaran daha az puan aldıkları bir modelleme sürecinin oluşmasında rol oynamıştır. Ayrıca çizelgeye bakıldığında öğrencilerin dördüncü etkinlikle birlikte matematiksel olarak çalışma basamağında, oldukça başarılı oldukları ve doğru çözüm yaptıkları görülmektedir. Öğrencilerin etkinliklerin hedeflediği kazanımlara ulaşmasının ve alan konusunda sağladığı gelişimin, bu sonucu ortaya çıkardığını söylemek mümkündür. Tüm bu bilgiler, problem çözümü için gerekli matematiksel bilgi yeterliğine sahip olmalarının, öğrencilerin matematiksel modelleme etkinliklerindeki başarılarını doğrudan etkilediğini göstermektedir.

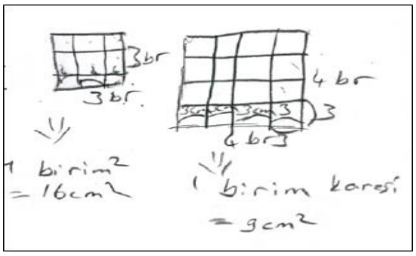
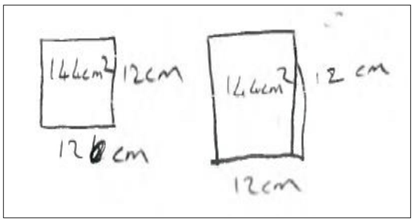
Öğrencilerin modelleme süreci gelişimindeki bir diğer faktör, öğrencilerin modelleme deneyimi kazanmasıdır. İlk etkinlikte iki grup da yorumlama ve doğrulama yaklaşımında bulunmamıştır. Öğrenciler ilk etkinliklerde de genel olarak buldukları matematiksel sonucun, mantıksal ve tutarlı olmasını dikkate almamış, gerçek hayat bağlamında değerlendirmemiştir. Öğrencilerin alışageldiği geleneksel problem türü ve problem çözme alışkanlığı ve sonucu bulmaya odaklanması ve bu odakla hareket etmesi, bu durumun başlıca sebebidir. Öğrencilerin problemi gerçek yaşam bağlamında değerlendirmemesi, gerçekçi varsayımlar oluşturmasını etkilemektedir. Çizelgeye bakıldığında, sadeleştirme basamağında ilk etkinliklerde orta seviyede bir başarı sağlandığı görülmektedir. Fakat, hem sadeleştirme, hem yorumlama ve doğrulama basamağında, öğrenciler genel olarak bir gelişme kaydetmiştir. Uygulama başında sadece işlemsel hataları fark eden öğrenciler, uygulamalar ilerledikçe işlem hatalarına ek olarak, kavramsal ve yapısal hataları da fark etmeye başlamış, oluşturulan modelleri de gerçek yaşam bağlamında yorumlamış ve değerlendirmiştir. Uygulama deneyimi kazandıkça ve matematiksel yeterliği arttıkça öğrencilerin daha doğru modeller oluşturdukları araştırmanın elde edilen önemli bulgulardan biri olarak ifade edilebilir. Matematiksel olarak doğru bilgiye sahip olmanın modelleme sürecinde etkilediği en önemli basamak ise matematiksel olarak çalışma basamağıdır. Öğrenciler hedeflenen kazanımlara ulaştıkça doğru çözümler yapmış ve matematiksel olarak çalışma basamağında oldukça başarılı olmuştur. Öğrencilerin başarılı oldukları bir diğer basamak problemi anlama basamağıdır. Genel olarak modelleme sürecinin deneyim, matematiksel bilgi, yorumlama gücü gibi farklı değişkenlerden etkilendiği ve uygulama ilerledikçe genel bir gelişme izlendiğini söylemek mümkündür.

4.3. Araştırmanın Üçüncü Alt Problemine İlişkin Bulgular

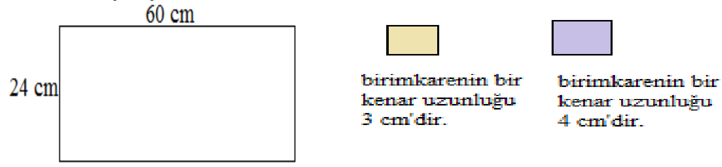
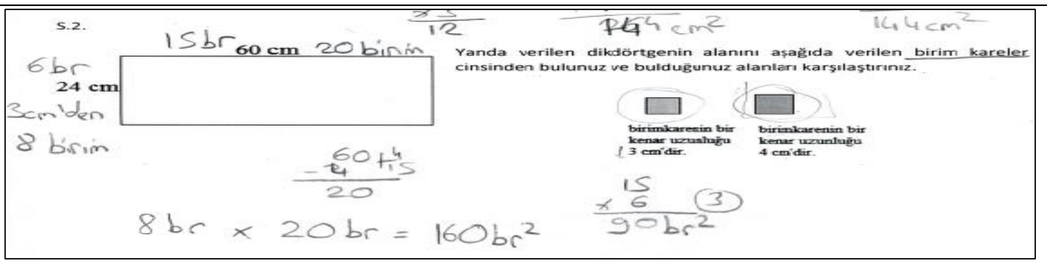
Araştırmanın üçüncü alt problemi "*Matematiksel modelleme etkinliklerinin uygulanmasından sonra öğrencilerin alan ölçme konusuna ilişkin öğrenmeleri ne düzeydedir?*" şeklinde belirlenmiştir. Uygulama sürecinin sonunda öğrencilerle bireysel görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Böylelikle öğrencilerin uygulama sürecinde sağladığı gelişimleri daha net bir şekilde gözlemleme ve belirleme amaçlanmıştır. Öğrencilerin sorulara verdiği cevaplar dikkate alarak elde edilen bulgular şu şekilde sıralanabilir.

Öğrencilerin birim kare kavramını doğru bir şekilde öğrendiği, bir bölgeyi farklı birim karelerle doğru bir şekilde ifade ettiği belirlenmiştir. Son görüşmede öğrencilere birim kare kavramı bilgileri belirleyecek iki soru yöneltilmiştir. Birinci soru öğrencilerin farklı birim karelerle ölçülmüş, eşit alana sahip olan iki karenin alanını karşılaştırmaları, ikinci soruda ise aynı bölgeyi farklı büyüklükteki birim karelerle ifade etmeleri istenmiş ve cevapları incelenmiştir. Öğrencilerin tamamı her iki soruyu doğru bir şekilde cevaplamış ve birim karenin farklı büyüklükte olmasının alanı değiştirmeyeceğini, sadece sayısal değeri farklılaştıracağını ifade etmiştir. Örnek öğrenci cevapları şu şekildedir (Çizelge 4.25).

Çizelge 4.25 Son görüşme formunda yer alan birim kare sorularına ilişkin örnek çözümler

Soru	İki kare düşünün. Karelerinin alanlarıyla ilgili şunlar bilinmektedir. • Birinci karenin alanı 9 br^2'dir. 1br'in uzunluğu 4 cm'ye eşittir. • İkinci karenin alanı 16 br^2'dir. 1br'in uzunluğu 3 cm'ye eşittir. Bu iki karenin alanlarıyla ilgili ne söylenebilir? Karşılaştırınız.
Örnek Çözüm	**Serhat:** Önce bir kare çizelim. 9 birim kare ise bura 3 burada 3 olur. Bir birim uzunluğu 4 cm e eşit. O zaman burayı böyle 3 e ayıracağız. Diğeri de 16 birimse 4'e 4 olur. Sanki kareye benzemedi ama. **Araştırmacı:** Devam et. **Serhat:** Birimlerini de yazalım. Her birim 4 ve 3 cm imiş. Yazarsak yerine, birinci karede 3 kere 4 12 olur. İkincide de 3 kere 4 12 olur. Yeni kareler çizelim. Alanları eşit çıktı. Çarpalım. 12 ile 12 144 olur. Evet alanları eşit, 144 cm^2 olur. **Araştırmacı:** Peki burada alanları neden farklı? **Serhat:** Burada birim kare olarak göstermiş. Birin birimi küçük diğerinin birimi büyük. Burada bir birim kare 9 cm^2, burada 16 cm^2 olur. Fark ondan kaynaklanıyor.

Çizelge 4.26 (devam)

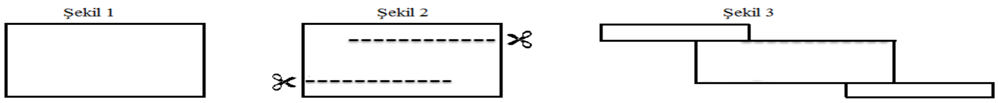
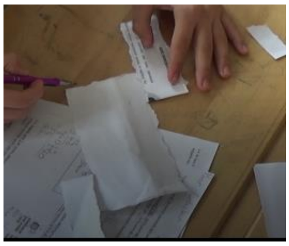
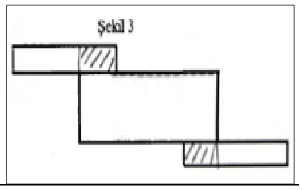
<table>
<tr><td>Soru</td><td>Aşağıda verilen dikdörtgenin alanını aşağıda verilen birim kareler cinsinden bulunuz ve bulduğunuz alanları karşılaştırınız.

</td></tr>
<tr><td>Örnek Çözüm</td><td>

Mehmet: Bu küçük birim kareyi kullanırsak eğer mesela bu kenarı 3'e böleriz. 8 birim kare sığar.
Araştırmacı: Devam et.
Mehmet: : Burada da aynı şeyi yaparız. 20 birim sığar. Çarparsak 160 birim kare olur. Diğerini de yerleştiririz. Diğer karede ise 1 birim karenin bir kenar uzunluğu 4, 24 ü 4'e böldüm , 6 birim, bu 60'ı da 4 e böldüm 15 birim. Çarptım 90 birim kare olur.
Araştırmacı: Peki dikdörtgenin alanı değişir mi? Birim kareler cinsinden farklı çıktı.
Mehmet: Dikdörtgenin alanı değişir mi? Değişmez.
Araştırmacı: Neden?
Mehmet: Hocam çünkü biz mesela bu birimle de alanını bulabilirdik. Bu birimle de alanını bulabilirdik. Birimlerin kenarının farklı uzunluğundan dolayı, sonuç farklı çıktı. Alan eşit olur her durumda.</td></tr>
</table>

Çizelgede her iki öğrencinin de birim kare kavramını öğrendiği ve doğru bir şekilde kullandığı görülmektedir. Cevaplarda aynı zamanda öğrencilerin alan korunumuna sahip olduğu, birim karelerden dolayı ortaya çıkan farklılığı, doğru bir gerekçeyle açıkladığı görülmektedir. Diğer öğrenciler de benzer cevaplar vererek her iki soruyu doğru bir şekilde cevaplamıştır. İkinci soruda Mehmet, büyük dikdörtgenin alanını birim kare cinsinden ifade ederken, alanlarını birbirine bölmek yerine kenar uzunluklarını birbiri cinsinden yazarak hesaplama yapmıştır. Öğrencinin birim karenin bütünlüğünü dikkate alarak bütün-bütün stratejisi ile hesaplama yaptığı söylenebilir. Birim kare kavramının doğru bir şekilde oluşumunun yanı sıra, bu durum da uygulama sürecinin sağladığı kazanımlardan biridir.

Son görüşmelerde yer alan bir diğer soru alan korunumuna ilişkindir. Öğrencilerin bir önceki soruda farklı birim karelerle ifade edilen dörtgenlerin alanının aynı olduğunu ifade ederek alan korunumuna sahip olduğu gözlenmiştir. Bu soruda ise bir çokgenin şeklinin değişmesi sonucunda alanının değişimini incelemeleri ve yorumlamaları istenmiştir. Soruda dikdörtgen şeklindeki bir kağıdın kesilip bir kısmı üst üste gelecek şekilde katlanması sonucunda, şeklin yeni alanıyla ilgili düşünceleri istenmektedir. Pelin hariç tüm öğrenciler, belirli bir bölgenin üst üste gelmesinden dolayı alanın azalacağını ifade ederek soruyu doğru cevaplamıştır. Pelin, soruyu anlamakta zorlanınca, kağıt üzerinde sorudaki şekli oluşturmaya çalışmış ve soruyu değerlendirmiştir. Açıklama getirmesi bakımından diğer öğrencilerden Ali'nin ve Pelin'in cevapları aşağıda sunulmuştur (Çizelge 4. 26).

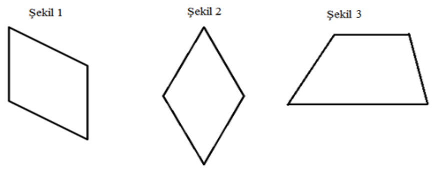
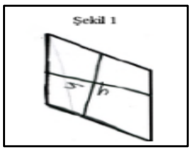
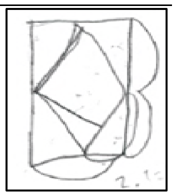
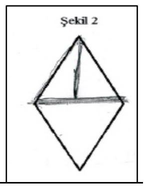
Çizelge 4. 26 Son görüşme formunda yer alan korunum sorusuna ilişkin örnek çözümler

Soru	Aşağıda Şekil 1'de verilen dikdörtgen bir kağıt, Şekil 2'de gösterildiği şekilde her iki kenarından bir miktar kesilerek, kesildiği tarafın aksi yönünde katlanmış ve Şekil 3 oluşturulmuştur. Sizce oluşturulan 3. Şeklin alanı nasıl değişir?  .	
Örnek Çözüm	**Ali:** Bence alanı değişir. Eksilir. Çünkü buraya kadar kesiyor. Sonra da buraya katlıyor. **Araştırmacı:** Deva m et. **Ali:** Azalır. Şurası 2 kâğıt üst üste gelir. Nasıl diyeyim gereksiz olarak boş boşuna gider, eksilir. **Araştırmacı:** Yani şu şekle bakacak olursak eksilen yerler neresi olur? **Ali:** Burayla burası.	
	Pelin: Alanı değişmez. Kağıt üzerinde de gösterelim. **Araştırmacı:** Neden? **Pelin:** Çünkü bu kısım böyle üst üste geliyor ama. Alanı deyince aşağıda kalan kısmını da sayarız. Böyle açarsak kağıdı alttan kalan kısmı da saymamız gerekir. O nedenle alanı değişmez. Ekleme yapmıyoruz çünkü. Çıkarma da yapmıyoruz.	

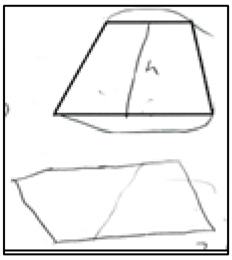
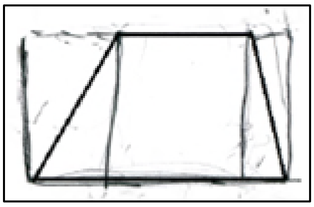
Pelin ise soruyu farklı bir bakış açısıyla yorumlamıştır. Şeklin benzerini kağıt üzerinde yapınca, şeklin alanını da üç boyutlu bir şekilde değerlendirmiş ve üst üste gelen kısmında alana dahil edilebileceğini belirtmiştir. Pelin, korunum algısına sahiptir, fakat alanı elindeki kağıt üzerinde değerlendirince böyle bir sonuca ulaşmıştır. Pelin'in cevabında aynı zamanda, alanı bölge olarak algıladığı görülmektedir. Uygulama öncesi alan kavramına ilişkin algısının tamamen değiştiğini söylemek mümkündür. Çizelgede Ali'nin soruyu doğru bir şekilde cevapladığı ve ekleme veya çıkarma olmadan da alanın değişebildiğini düşündüğü görülmektedir. Diğer öğrenciler benzer şekilde cevap vermiştir. Özetle, öğrencilerin tamamı korunum algısına sahiptir. Bu ise alanın bölge olarak algılanmasının bir sonucu olarak yorumlanabilir.

Öğrencilere, son görüşmede alan hesaplama becerisine ilişkin bir soru yöneltilmiş ve soruda öğrencilerden paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuğun alan hesaplaması için gerekli olan uzunlukları belirlemeleri istenmiştir. Tüm öğrenciler, paralelkenarın alan hesaplaması için gerekli uzunlukları farklı tabanlarını dikkate alarak doğru bir şekilde belirlemiş ve alan bağıntısını doğru açıklamıştır. Diğer çokgenler için şunu söylemek mümkündür. Öğrenciler çokgenin alanını bulmak için gerekli olan uzunluklarını doğru bir şekilde ifade etmiş, fakat çokgenin alan bağıntısıyla ilgili bir genellemeye varamamıştır. Yamuğun alan bağıntısını öğrencilerden sadece Serhat doğru bir şekilde ifade etmiştir. Öğrencilerin sorulara verdiği örnek açıklamalar Çizelge 4.27'de verilmiştir.

Çizelge 4.27 Son görüşme formunda yer alan çokgenlerin alan hesaplama sorusuna ilişkin örnek çözümleri

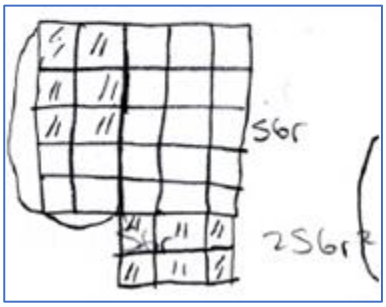
Soru		Bir boya ustasının elinde 20 metrekarelik bir alanı boyayabilecek miktarda boya bulunmaktadır. Usta bir okulun duvarında yer alan aşağıdaki şekillerin tamamını boyamak istemektedir. Sizce tüm şekillerin boyanıp boyanmayacağını belirlemek için, aşağıda verilen şekillerle ilgili nelerin bilinmesi gerekir açıklayınız.	
Paralelken	**Tüm Öğrenciler**	**Meral:** Yüksekliğini vermesi gerekir. Tabanla yüksekliği çarparız. **Araştırmacı:** Diğer kenarı taban kabul edersen nasıl hesaplarsın? **Meral:** Fark etmez. Bu sefer o tabana ait yüksekliği çizer çarparız	
Eşkenar Dörtgen	**Ali, Mehmet, Meral**	**Ali**: Bunu iki şekilde bulabiliriz. İster paralelkenar gibi tabanla yüksekliği çarparız. İster dikdörtgene dönüştürüp şu kenar uzunluklarını çarpar ikiye böleriz. İkisi de olur **Araştırmacı:** Peki o uzunluklarını bir adı var mı? Dörtgenin hangi elemanı olarak isimlendiririz biliyor musun? **Ali:** Hayır bilmiyorum.	
	Serhat, Pelin, Esma	**Pelin:** Şimdi bu şekli iki eş üçgen olarak düşünebiliriz. Burada üçgenin alanını bulmak için dikme indiririz. Üçgenin alanın bulunması için bu dikmenin ve bu taban uzunluğunun (köşegen) bilinmesi gerekir. Birini hesaplarsak üçgenin, şeklin tamamını buluruz.	

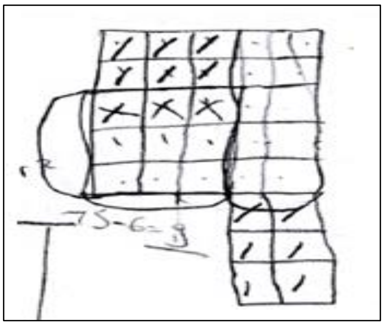
Çizelge 4.27 (devam)

Yamuk	**Serhat**	**Serhat:** Biz sanki bunu ters çevirip yapıştırmıştık yine. Şimdi normali burada bir yerde böyle olur. Aynısından ters çevirirsek. **Araştırmacı:** Devam et. **Serhat:** Paralelkenar olur. O zaman bize bu yükseklikle, tabanın verilmesi gerekir. **Araştırmacı:** Başka yeterli mi? **Serhat**: Yeterli çünkü tabanla bunu, mesela tabanı verirse yok yetmez, bir de şu üst parçayı vermesi gerekir. Yani alt taban, üst taban bir de yükseklik gerekir.	
	Ali, Mehmet, Esma, Meral. Pelin	**Esma:** Olabilir. Ya da bunu dikdörtgene tamamlayıp sonra bu tamamladığımız yerleri çıkartabiliriz. **Araştırmacı:** Hangi uzunlukların bilinmesi gerekir? **Esma:** Buranın, tabanın bilinmesi lazım. Yüksekliği de bilmemiz gerekiyor. **Araştırmacı**: Tabanın tamamının bilinmesi gerekiyor diyorsun yani? **Esma:** Tabanın bilinmesi lazım ama, bura bu iki parçanın bilinmesi gerekiyor. (yanlardaki üçgen tabanları). Bir de bu ortadaki parçanın.	

Tabloda öğrencilerin, paralelkenar ve üçgenin alan bağıntısını genel bir kural olarak ifade ettiği ve alan hesaplaması için gerekli olan uzunlukları doğru bir şekilde belirlediği görülmektedir. Eşkenar dörtgen ve yamuğun alan hesaplamasıyla ilgili bilgilerine bakıldığında öğrencilerin, alanı hesaplaması için bilinmesi gereken uzunlukları doğru bir şekilde açıkladığı görülmektedir. Öte yandan öğrenciler alan bağıntısında kullanılan uzunlukları da dikkate alarak hesaplama yapsalar da (eşkenar dörtgen için, Ali, Meral ve Mehmet, yamuk için Serhat), çokgenlerin alan bağıntısına ilişkin genel bir kural ifade etmemişlerdir. Öğrencilerin hesaplamaya ilişkin bilgilerinin etkinliklerin çözüm sürecinde edindikleri deneyimlerle ortaya çıktığını söylemek mümkündür. Öğrenciler çokgenin alan bağıntısını bilmeseler de kendilerince doğru bir strateji kullanarak alanlarını hesaplayabilmektedir. Çünkü öğrenciler, alan hesaplama bağıntısını genel bir kural olarak düşünmeye başlamıştır. Öyle ki uygulama başında, alanı iki kenarın çarpımı olarak yanlış bir şekilde algılayan ve her çokgenin alan bağıntısının ve bağıntıda kullanılan elemanların değişebileceğini düşünen öğrencilerin alan hesaplama algısının 'taban ile o tabandan kaç sıra olduğunu ifade eden yükseklikle çarpımı' algısına dönüştüğü ve bu algı sonucunda hesaplamalarını doğru bir şekilde yaptığı söylenebilir.

Son görüşmede, öğrencilere son olarak kenar uzunluğu ile alan arasındaki ilişkiyi açıklamalarına yönelik bir soru yöneltilmiştir. Formda yer alan soru " *Bir* *kare düşünün. Kare bir kenar uzunluğu 2 br arttırılıp, diğer kenar uzunluğu 2 br azaltıldığında, alanında bir değişiklik olur mu?*" şeklindedir. Öğrenciler soruyu, sayısal değer vererek doğru olarak çözmüş ve alanın değiştiğini belirtmiştir. Bunun üzerine araştırmacı söz konusu değişimi daha genel şekilde açıklamalarını istemiştir. Öğrenciler aynı soruyu birim kareleri dikkate alarak çözmeye ve değişimi birim karelerden faydalanarak genellemeye çalışmıştır. Öğrencilerin tamamı, değişimin artma ve azalma miktarlarının çarpımı olduğunu ifade etmiş ve değişimi genelleyebilmiştir.

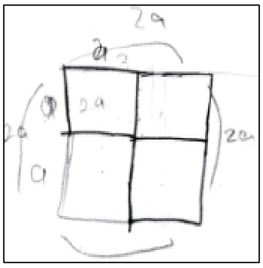




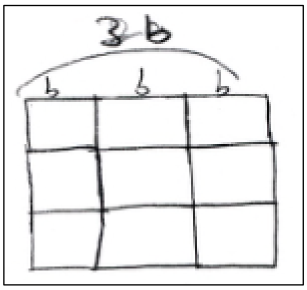
Ali: Bir kare çizelim buraya. 5'e, 5 olsun. Çizelim şöyle. Böylemesine 5 birim. Şöyle de 5 birim olur (Çiziyor). 25 birim kare olur. Bundan 2 artırıp, 2 azaltırsak onu yapalım. Nasıl diyeyim buradan arttırınca şöyle olur 2 birimdi o, 2 birimlik sıra çizelim ama tam çizmeyelim şuralar eksilecek çünkü.
Araştırmacı: Tamam.
Ali: Şuradan da 2 birim azalttığımızda buraya gelir. (1 şekli çiziyor) Böyle olur. Baktığımız zaman çıkan yer var şurada (Gösteriyor). Yani şöyleyle şöyle mesela 2-4-6-8-10 buradan da 6 eklendi, 4 birim azalır. Azalan derken şuralar birbirini götürür tabi hesapladığımızda şuraları 6 birim buradan birbirini götürür. 4 birim götürme olmayınca azalır.
Araştırmacı: Peki, sence 3 birim artıp azaldığı zaman ne kadar azalır ya da artar?
Ali: 9 olabilir. Onu da deneyelim. Böyle şekil üzerinde yaptığımızda 5 e yine 5 yapalım (5 sn şekil çiziyor)
Araştırmacı: Devam et.
Ali: Evet şimdi 3 er birim artırıp azaldığında, çizelim şöyle şurası kalır.
Araştırmacı: Yani ne kadar azaldı.
Ali: Hesapladığımızda burada 15 birim çıktı, burada 6 birim arttı, 15-6 9 birim azalmış olur.
Araştırmacı: Peki ben sana desem ki buradaki bu iki örnekten değişme miktarıyla ilgili bana genel bir ifade söyleyebilir misin?
Ali: Şöyle diyebiliriz. Bir çıkarıp bir eklediğimizde, ne kadar çıkartıp arttırıyorsak çarparız o birimleri o kadar azalır.

Açıklamalarda öğrencinin kenar uzunluklarının değişimi sonucunda alandaki değişimi birim karelerle göstererek genelleyebildiği görülmektedir. Araştırmada diğer öğrencilerin de Ali'ye benzer cevaplar verdiğini, bazı öğrencilerin alandaki değişimi görsel bir yapıya dönüştürmekte zorlandığı fakat tüm öğrencilerin değişim miktarını genelleyebildiği belirlenmiştir. Öğrencilerin değişim miktarını genelleyebilmesi, uygulama öncesi düzeyleri dikkate alındığında oldukça önemli gelişme olarak ifade edilebilir. Araştırmacı öğrencilerde yaşanan bu gelişme üzerine, ilk görüşme formunda yer alan “ *Bir dikdörtgen düşünün. Dikdörtgenin kenar uzunlukları iki katına çıkarıldığında, dikdörtgenin alanı nasıl değişir? Açıklayınız”* sorusunu kare olarak yeniden sormuş ve alan değişimini genellemelerini istemiştir. Öğrencilerin tamamı genellemeyi doğru bir gösterimle doğru bir şekilde açıklamıştır.

Araştırmacı: Peki son bir soru soracağım sana. Karenin bütün kenar uzunlukları 2 katına çıkarıldığında alanı nasıl değişir?



Meral: 8 birim değişir. Çünkü tüm kenarları dediğimiz için hepsini toplarız.
Araştırmacı: Senin bulduğun karenin neyi oluyor?
Meral: Çevresi oluyor.
Araştırmacı: Alanı nasıl değişir peki?
Meral: Alanı 4 olur o zaman.
Araştırmacı: Nasıl gösterebilir misin?
Meral: Burası 2 tane arttırılırsa, şöyle 2 tane yaparız. 2 katına çıkarılıyor, bu uzunluk ta iki katına çıkarılıyor. O zaman bunun gibi bir tane daha gelir. Bu şekil olur.



Araştırmacı: Son alanla ilgili bir şey söyleyebilir misin?
Meral: İlk kareye 3’e 3 desek.
Araştırmacı: Sayısal değer vermeden yapabilir misin?
Meral: Mesela a diyelim. Buna da a dersek böyle 2a olur.
Araştırmacı: Alan nasıl değişti peki?
Meral: 4 katına çıktı.
Araştırmacı: Peki 3 arttırıldığında sence nasıl olur?
Meral: 9 olur. Göstereyim onu da (çiziyor). O zaman böyle bir şey ortaya çıkar mesela. 9 katına çıkar.
Araştırmacı: Peki bir kenarı 2 kat artsaydı bir kenarı da 3 kat artsaydı.
Meral: 6 katına çıkardı.
Araştırmacı: Değişiklik nasıl oluyor, genel bir şekilde söyleyebilir misin?
Meral: Artma miktarlarının çarpımı kadar büyüyor.

Açıklamalarda, öğrencinin hem çevre uzunluğunun, hem de alanın değişim miktarıyla ilgili doğru bir hesaplama yaptığı, kenar uzunluğu ile alan arasındaki değişimi genelleyebildiği görülmektedir. Araştırmada diğer öğrencilerde değişime ilişkin genel bir kurala ulaşmıştır. Uygulama öncesinde aynı soruyu sayısal değerlerle çözmeye çalışan ve ilişkiyi yanlış bir şekilde yorumlayan öğrenciler, uygulama sürecinin sonunda alan konusunda sahip olduğu bilgi ve deneyimlerle ilişkiyi genelleyebilir düzeye ulaşmıştır.

Son görüşmede öğrencilerin konuya ilişkin öğrenmeleri bu şekilde özetlenebilir. Öğrencilerin alan konusuna ilişkin tüm öğrenmelerini ortaya çıkaracak soruların hepsine son görüşmede yer vermek mümkün değildir. Bu nedenle, uygulama sürecinin sonunda öğrenci bilgi seviyeleri, uygulama sürecinde konuya ilişkin sağlamış olduğu gelişimler ve son görüşmede verdikleri cevaplar dikkate alınarak belirlenmiştir. Öğrencilerin uygulama sonunda alan konusu bilgisi ve alan ölçme becerisi Çizelge 4.28'de verilmiştir.

Çizelge 4.28 Öğrencilerin uygulama sonrası AKAÖBD rubriğine göre aldıkları puanlar

Alan Kavramı ve Alan Ölçme Becerisi		Alabileceği En Yüksek Puan	Serhat	Ali	Pelin	Meral	Mehmet	Esma
Alan Kavramı Algısı (AKA)		3	3	3	3	3	3	3
Alan Hesaplama Algısı (AHA)		4	4	4	3	3	3	3
Birim Kare (BK)		5	5	4	4	4	4	4
Alan Ölçme Birimleri ve Birimler Arası Dönüşümler (AÖBD)		5	5	5	4	4	4	4
Alan Korunumu (AK)		1	1	1	1	1	1	1
Uzunluk Korunumu (UK)		1	1	1	1	1	1	1
Kare ve Dikdörtgenin Alanını Hesaplama Becerisi (KDAH)		2	2	2	2	2	2	2
Üçgenin Alanını Hesaplayabilme Becerisi (ÜAH)		4	4	3	3	3	3	3
Paralelkenarın Alanını Hesaplayabilme Becerisi (PAH)		3	2	2	2	2	1	2
Kenar uzunluğu- Alan İlişkisi (KAİ)		2	2	2	2	2	2	2
Çevre- Alan İlişkisi (ÇAİ)		2	2	2	1	1	1	1
Alan- Çevre İlişkisi (AÇİ)		2	1	1	1	1	1	1
TOPLAM		34	32	30	27	27	26	27
(0-8) Yetersiz	Henüz Başarılı Değil							
(9-17) Sınırlı								
(18-26)Yeterli	Başarılı							
(27-34) Mükemmel								

Çizelge 4.28'deki bilgilere bakıldığında öğrencilerin tamamının uygulama sonunda alan kavramı bilgileri ve alan ölçme becerilerine göre başarılı olduklarını söylemek mümkündür. Öğrencilerin tamamı, uygulama öncesi puanına göre 18 puan ve üzerinde bir gelişme göstermiştir. Bu durum ise uygulama sürecinin bireyin öğrenmesini olumlu yönde desteklediğini göstermektedir.

5. TARTIŞMA

5.1.Araştırmanın Birinci Alt Problemine İlişkin Tartışma

Araştırmanın uygulama öncesi alan ölçme konusuna ilişkin öğrenmelerinin ne düzeyde olduğunu belirleyen birinci alt problemden elde edilen bulgular, öğrencilerin hatalı ve eksik öğrenmelerinin olduğunu göstermektedir. Öğrencilerin bilgileri ve hatalı öğrenmeleri, araştırma kapsamında önemli olduğu belirlenen konu başlıkları altında sunulacaktır.

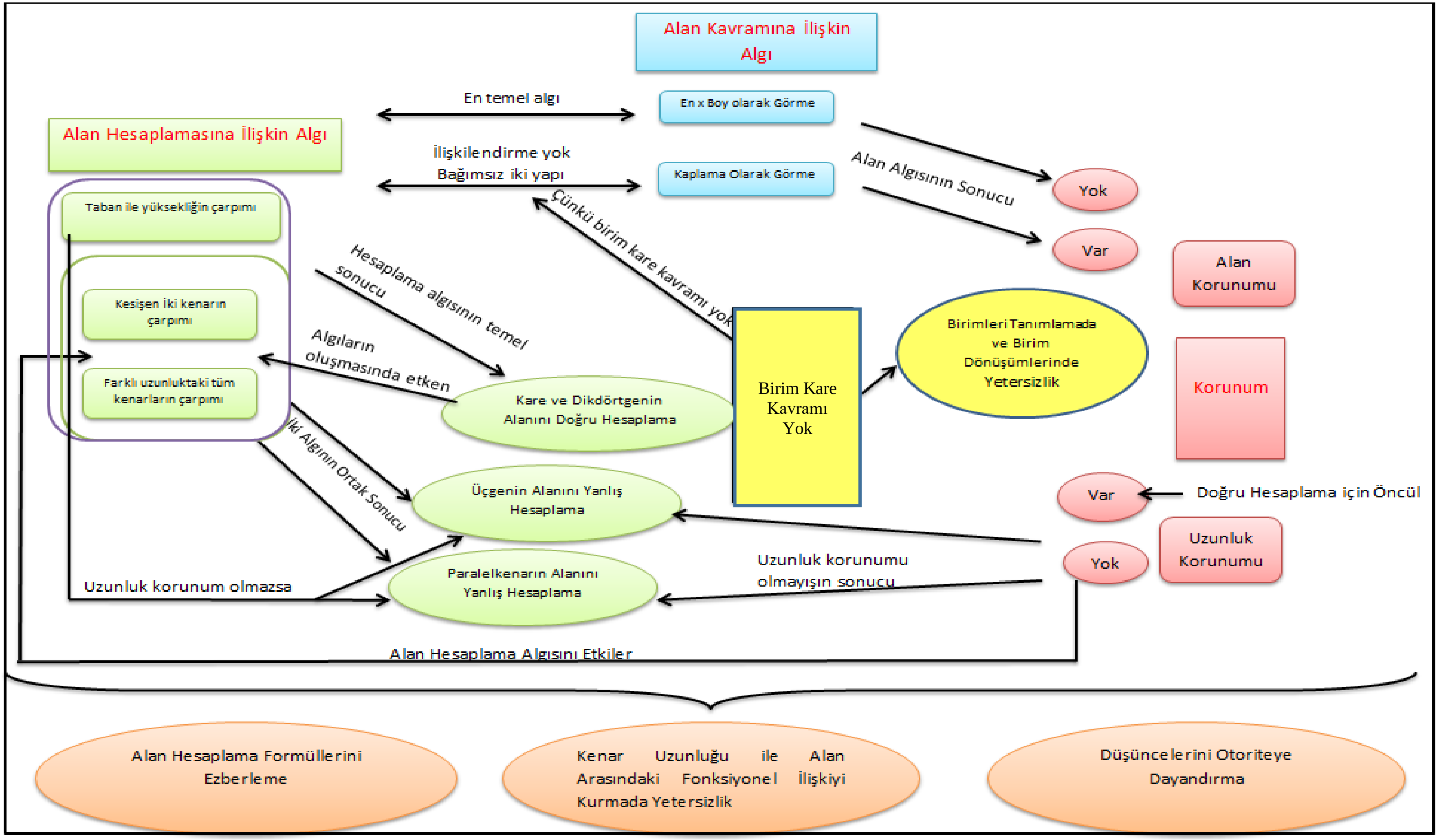
Araştırmada öğrencilerin alan kavramını nasıl tanımladıkları incelenmiştir. Alanı bir bölge veya bir cismin kapladığı yer olarak gören ve alanla ilgili doğru bir algıya sahip olan öğrencilerin yanı sıra alan kavramını hatalı bir şekilde açıklayan ve bir şeklin alanını en ve boyun çarpımı sonucunda elde edilen sayısal bir değer olarak gören öğrenciler olduğu belirlenmiştir. Bu öğrencilere göre alanın zihinlerindeki karşılığı bir bölge değil çarpılan iki kenardır. Alan kavramını sadece alan ölçmeyle sınırlamak bu algının nedenlerinden biridir. Yapılan çalışmalar bu düşünceyi desteklemektedir [124, 125]. Alan konusunun öğretiminde örneklerin daha çok alan ölçme ekseninde sunulması, alan ölçmenin iki uzunluğun çarpımı şeklinde anlatılması, öğrencilerde tespit edilen bu hatalı algının bir diğer sebebi olarak düşünülmektedir. Kidman ve Cooper [132], öğretimden kaynaklanan sorunların ve öğretmenin bilgi yetersizliğinin öğrencilerin alan ölçme konusundaki hatalarında önemli bir unsur olabileceğini belirtmiştir. Yapılan çalışmalar da konunun kurallara dayalı geleneksel öğretim anlayışla gerçekleştirilmesinin hatalara ve zorluklara neden olabilceğini belirtmektedir [123, 132]. Alan formülüyle yapılan öğretim, özellikle erken dönemlerde öğrencilerin alanı aritmetik bir formda yorumlamasına neden olabilmektedir. Araştırmada öğrencilerde var olan alan algısı bu düşünceyi doğrulamaktadır. Öğrenciler alanı alan ölçmeyle, alan ölçmeyi de en x boy algısıyla sınırlamaktadır. Oysa alan ölçme, alanı sınırlı bir bölge olarak değerlendirmek ve bu bölgenin miktarını belirlemek şeklinde iki farklı aşamadan oluşmaktadır [126]. İlk aşama alanın bölge olduğunu anlamayı, ikinci aşama ise bölgenin uygun birimle kaplanıp miktarının belirlenmesini içerir. Bu bağlamda alan algısı en x boy şeklinde olan öğrenciler için alan kavramı algısı alan ölçümü şeklinde oluşmuştur, onlar için alan sayısal bir değeri ifade etmektedir. Araştırmada alanı bölge olarak kabul eden ve doğru algıya sahip olan öğrenciler için ise alan ölçmenin ilk kısmı doğru bir şekilde oluşmuştur. Alan ölçmenin ikinci aşaması olan miktar belirlemeyle ilgili öğrencilerin algıları araştırmada incelenen bir durum olmuştur. Yapılan inceleme neticesinde öğrencilerin tamamının alan ölçmeyi kenar uzunluklarının çarpımı şeklinde yorumlayarak formüle dayalı bir biçimde açıkladığı belirlenmiştir. Öğrenciler, alan ölçmeyi miktar belirlemeden ziyade, iki uzunluğun çarpımı şeklinde yorumlamaktadır. Bu tespit, öğrencilerde alan hesaplama algısının sınırlı bir şekilde oluştuğunu göstermektedir. Algoritmalara dayalı anlayışla birlikte, alanın eş birimlerle kaplama olduğu algısını oluşturmak ve sütun-satır koordinasyonundan sistemli bir saymaya dönüştürerek çarpımsal boyuta geçmek daha doğru bir yaklaşım olacaktır [125, 130, 131]. Aksi takdirde alan bağıntıları öğrenciler için işlemsel boyutun ötesine geçmemekle birlikte ezberlenmiş bir forma dönüşmektedir. Ayrıca alan ölçmeyi alan formülleriyle gerçekleştirmede dolaylı bir ölçme söz konusudur [129]. Bir bölgenin alanını ölçerken, formüldeki uzunlukların ölçümü dikkate alınarak dolaylı bir ölçme gerçekleştirilmektedir. Bazı öğrenme zorluklarına sebep olabilen bu durumun önüne geçilmesi adına alan ölçmeyi kavramsal olarak açıklayacak yollar tercih edilmelidir [125]. Araştırmada da benzer bir sonuç elde edilmiştir. Öğrencilerin alan ölçmeyle ilgili algılarının alan formülüyle sınırlı olduğu ve büyük bir kısmında alan hesaplama algısının hatalı olarak şekillendiği belirlenmiştir. Bazı öğrencilerin de alan ölçmeyle ilgili *"farklı her kenar uzunluğunun çarpımı"* şeklinde oldukça hatalı bir algıya sahip olduğu belirlenmiştir. Bu yanılgıya sahip olan öğrenciler için alan ölçmede kullanılan formüllerin tamamen yüzeysel bir anlam ifade ettiği söylenebilir. Araştırmada bazı öğrencilerin ise alanı diklik şartı aramadan iki kenarın çarpımı şeklinde yorumladığı tespit edilmiştir. Öğrencilerde alan ölçmeyle ilgili en temel algı *"uzunlukların çarpımı"* şeklindedir. Araştırmadaki öğrencilerin büyük çoğunluğu, bir çokgenin alanını hesaplamak için çokgene ait kenar uzunluklarının kullanılması gerektiğini düşünmektedir. Genel olarak alan ölçme konusunun öğretiminde kare ve dikdörtgenin alan hesaplamasının daha önce öğretilmesi ve söz konusu öğretimde alan ölçmenin kenar uzunluklarıyla ilişkilendirilerek açıklanması, algının şekillenmesindeki en önemli nedenlerdendir. Öğrenciler kare ve dikdörtgenin alan hesaplamasını üçgen ve paralelkenar gibi şekillere göre daha doğru bir şekilde hesaplayabilmektedir [123, 168]. Bundan dolayı öğrenciler için kare ve dikdörtgenin alan formülü daha anlaşılır, daha kalıcı ve kullanılır olabilmektedir. Kare ve dikdörtgende alan hesaplamasının taban ve yükseklik kavramları yerine en ve boyla ilişkilendirilmesi öğrencilerde alan hesaplamasının kenar uzunluğuyla yapılacağı algısını desteklemektedir. Öğrencilerde alan hesaplamaya ilişkin algıda dikkat çeken bir diğer husus, alanı kaplama olarak algılayan öğrencilerin de hatalı algıya sahip olmasıdır. Bu durum, öğrencilerde alan kavramı algısının, alan hesaplama algısından bağımsız bir şekilde oluştuğunu ve bu iki algı arasında ilişkilendirme yapılmadığını göstermektedir. Buna en önemli sebep öğrencilerde birim kare kavramının olmayışıdır. Araştırmalarda öğrencilerin karesel bir bölgenin alanını formül kullanarak doğru bir şekilde hesapladıkları, fakat hesaplama sonucunu birim kare ile ilişkilendirmedikleri ve sayısal değerin somut bir karşılığını gösteremedikleri belirlenmiştir. Araştırmada elde edilen bulgular diğer araştırma sonuçlarını desteklemektedir [169]. Birim kare, “en x boy” algısındaki öğrenme zorluğunun üstesinden gelmede önemli bir rol almaktadır [169]. Birçok araştırmada alan ölçmede, bölgenin söz konusu birimle kaplanması ve bu birim yinelemeli olarak kullanılması vurgulanmaktadır [122, 123, 129]. Bunun yanı sıra, literatürde birim kareyle bir bölgenin kaplanarak alan ölçme konusunun öğretiminin sanılanın aksine iyi olmadığını belirten araştırmalar mevcuttur [170, Kaynak:131]. Söz konusu araştırmaların temel aldığı anlayış, hareketli ve somut nesnelerin (manipulatives) bazen öğrenilmesini amaçlayan matematiksel ilişkinin önüne geçmesi onu gizlemesi anlayışıdır. Kamii ve Kysh [169] çalışmalarında, birim karenin öğrenciler tarafından bir ölçü birimi olarak kabul edilmediğini ifade etmiştir. Araştırmacılara göre öğrenciler, birim kareyi kesik ve sonsuz olamayan sayılabilir yapısından dolayı bir ölçüm aracı olarak kabul etmekte zorlanmaktadır. Araştırmacılar bu zorluğun üstesinden gelmek adına bölgeyi kaplamak için kullanılan birim karenin sonsuz bir formda olabileceği algısını hissettirmek gerektiğini ifade etmiştir. Eğer alan ölçme birbirine değecek şekilde paralel doğrulardan oluşan sonsuz bir matris şeklinde açıklandığı takdirde, alanı hesaplamak için iki kenarı çarpmak, birim kareyi bir birim olarak kabul etmek öğrenciler için daha anlamlı olacaktır [169]. Bu hususlara dikkat edilerek konunun öğretiminde gerekli ilişkilendirilmeler yapılarak bahsi geçen olumsuzluğun önüne geçilebilir. Çünkü alanı ölçülecek bölgenin birim kareyle kaplanması ve kaplama sonucunda elde edilen miktarın, alan bağıntısıyla ilişkilendirilerek çarpımsal bir boyut kazandırılması, alan ölçmenin doğru bir şekilde öğrenilmesini önemli ölçüde desteklemektedir [123, 130]. Bölgeyi birim kareyle kaplamak bir öğretim stratejisi olmayıp, alan ölçümü için bir ara bulucu rolü üstlenmektedir [129]. Bu araştırmanın elde edilen bulgular dikkate alınarak kabul ettiği anlayış, birim karenin alan kavramı ve alan ölçümü için en temel kavramlardan biri olduğu yönündedir. Birim kare, hem alanın kaplama olduğunu hissettirmek hem de alan bağıntısını matematiksel olarak anlayabilmek için oldukça önemli bir role sahiptir. Öğrencilerin birim kare eksikliği, alan hesaplama algısı ile alan kavramı algısı arasında bir boşluk oluşturmaktadır. Araştırmada öğrencilerin alan formülünün sınırlı bölgenin miktarını nasıl belirlediğine dair bir açıklama yapamamış olmaları, hatalı alan hesaplama algıları bu düşünceyi destekler niteliktedir. Birim karedeki yetersizliğin bir diğer sonucu olarak, öğrencilerin alan ölçme birimlerini geometrik olarak açıklayamamaları ve birimler arası dönüşümü yanlış yapmaları söylenebilir. Bazı öğrenciler cm^2 ve m^2'yi cebirsel olarak doğru bir şekilde açıklarken, öğrencilerin büyük bir kısmı alan ölçme birimlerini yanlış tanımlamakta, geometrik olarak gösterememekte ve birim dönüşümlerini yanlış yapmaktadır. Bu durum, konunun işlemsel boyutuyla ele alınması ve yüzeysel bir şekilde öğrenilmesinin sonuçları olarak düşünülmektedir.

Araştırmada ele alınan ve alan ölçme konusuna dair bir diğer önemli kavram korunumdur. Elde edilen bulgular araştırma katılan öğrencilerin yarısının alan korunumuna sahip olmadığını göstermektedir. Söz konusu öğrenciler, bir şeklin alanının herhangi bir ekleme veya çıkarma yapmadan, sadece şeklinin değişmesiyle alanının değişebileceğini düşünmektedir. Araştırma sonuçları diğer araştırmalarla örtüşmektedir [169, 171]. Korunum, bir niceliğin veya nesnenin dizilimleri ve görünüşleri değiştiğinde miktarının, sayılarının aynı kalması gerektiğini anlama becerisidir ve bireyler sayı, uzunluk, alan, madde, ağırlık korunumu gibi niceliklerin korunumunu bilişsel anlamda genel olarak 7-11 yaş arası olarak nitelendirilen somut işlemler döneminde kazanır [173, Kaynak: 172]. Korunum, matematiksel yapıların ve kavramsal sistemlerin gelişmesinde oldukça önemlidir [92]. Alan ölçümünün ön koşulu olan bir ilkedir [174]. Bu nedenle öğrencilerin korunum ilkesine sahip olmasını sağlayacak görevlerle etkileşimde bulunması oldukça önemlidir. Alan korunumu, bir şeklin sadece görünümünün değişmesi sonucunda alanını değişmediğini görebilme becerisidir. Yapılan araştırmalarda alan korunumunun anlaşılması için tersine çevrilebilirlik, dönüşebilirlik, düzenleme ve parça bütün ilişkisinin görülmesini ve bu temel ilkeleri fark edebilme vurgulanmıştır [175, 176, Kaynak: 174]. Araştırmada öğrencilerin yarısının korunum ilkesine sahip olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin söz konusu beceriyi ölçen soruya verdikleri cevaplar incelendiğinde, *"eski haline tekrar dönüştürüldüğünde bir değişiklik olmadığı*" ve "*herhangi bir ekleme veya çıkarma olmadığı"* şeklinde açıklamalarda bulundukları görülmüştür. Öğrencilerin tersine çevrilebilirlik ve dönüşebilirlik ilkelerini dikkate aldıkları söylenebilir. Korunum ilkesine sahip olmayan öğrencilerin temel dayanağı şeklin en ve boy uzunluklarının değişmesi düşüncesidir. Burada dikkat çeken husus, alan korunumuna sahip olmayan öğrencilerden ikisinin alan kavramı algısının en x boy şeklinde olmasıdır. Öğrencilerin alan kavramı algısı göz önüne alındığında bu sonuç oldukça normaldir. Alanı sadece en ve boyun çarpımı sonucunda elde edilen sayısal bir değer olarak gören öğrenciler için alan değişiminin en ve boy değişimine bağlı olması doğal bir sonuçtur. Başka bir deyişle, öğrencilerin alan korunumu algısı alanı nasıl algıladıklarıyla doğrudan ilişkilidir. Dolayısıyla öğrencilerin alan korunumundaki eksikliğinin nesnenin korunumunu kazanamamış olmalarından ziyade alanı kavramı algısından kaynaklandığını söylemek mümkündür. Alanı kaplama olarak yorumlayan fakat alan korunumuna sahip olmayan öğrenci de benzer şekilde en ve boyun değişimini ileri sürerek alanın değişebileceğini belirtmiştir. Öğrencinin alan hesaplama algısını alan formülüne dayanması ve birim kare kavramının olmayışından dolayı alan kavramı algısıyla ilişkilendiremeyişi bu durumun en önemli nedenidir. Araştırmada korunum ilkesine ilişkin elde edilen bir diğer bulgu uzunluk korunumuna ilişkindir. Uzunluk korunumu nesnelerin şekli ve görünümü değiştiğinde uzunluğunun aynı kalması ilkesidir [172]. Araştırmada öğrencilerin büyük çoğunluğunun uzunluk korunumuna sahip olmadığı belirlenmiştir. Araştırma uzunluk korunumu yetersizliği farklı bir formda ortaya çıkmıştır. Öğrenciler iki paralel doğru arasında kalan doğruları farklı açılarla kesen tüm doğru parçalarını eşit uzunlukta kabul etmektedir. Öğrencilerin bu düşüncesi çokgenlerin alan hesaplama sorularında ortaya çıkmış ve öğrenciler üçgen ve paralelkenar gibi kenarları dik kesişmeyen çokgenlerin alanını hesaplarken tabana ait yüksekliği tabanla kesişen kenarla aynı uzunlukta kabul ederek işlem yapmıştır. Yapılan incelemeler alan korunumuna sahip olmayan öğrencilerin bu hatalı algıya sahip olduğunu göstermektedir. Uzunluk ve alan korunumunun birbirini etkilediğine dair araştırmada elde edilen bir bulgu bulunmamaktadır. Fakat her iki korunum eksikliğinin aynı öğrencilerde olması, aralarında bir ilişki olabileceği düşüncesini doğurmaktadır. Buna ek olarak öğrencilerin uzunluk korunumundaki yetersizliği çokgenlerin alan hesaplamasında, doğru hesaplama algısına sahip olmasına rağmen hatalı sonuç bulmasına neden olmaktadır. Buradan hareketle uzunluk korunumunun alan ölçme becerisini doğrudan etkilediğini söylemek mümkündür.

Araştırmada öğrencilerin alanı ölçme becerilerine ilişkin bulgular incelendiğinde, kare ve dikdörtgenin alan bağıntısını doğru bir şekilde kullandıkları ve hesaplamaları doğru bir şekilde yaptıkları, bunun dışında üçgen ve paralelkenarın alanını hesaplamada ciddi hatalar yaptıkları ve ilgili çokgenlerin alan bağıntılarını bilmedikleri belirlenmiştir. Öğrenciler alan ölçmede formüle dayalı bir yaklaşım sergilemektedir. Elde edilen bulgular diğer araştırmaların sonuçlarıyla örtüşmektedir [123, 168]. Alan formülleri alan ölçmede kavramsal bir düzeyde öğrenildiğinde oldukça etkili ve kısa yoldan sonuca götüren bir strateji olarak karşımıza çıkmaktadır [173, Kaynak: 169]. Alan formüllerinin kavramsal bir düzeyde öğrenilmesi kuralların matematiksel olarak açıklanabilmesini içerir ve bu aşamada yüzeyin eş birimlerle kaplanması ve birim sayısının alan bağıntısıyla ilişkilendirilmesi oldukça önemlidir [123, 130, 132]. Stephan ve Clements [123], alan ölçmenin öğrenilmesinde düzenleme, yinelemeli birim kullanımı, alan korunumu ve yapılandırma gibi temel unsurların önemini vurgulamıştır. Araştırmada öğrencilerin daha önce açıklandığı üzere birim kare kavramındaki eksiklikleri, bazı öğrencilerin alanı sadece işlemsel düzeyde yorumlaması, alan hesaplama algılarındaki hatalar, doğal olarak öğrencilerin alan ölçmelerinde hatalı hesaplamalar yapmalarına ve formüle dayalı bir ölçme anlayışı geliştirmelerine neden olmaktadır. Öğrencilerin alan bağıntıları yüzeysel bir şekilde açıklamaları ve bir çokgenin alan bağıntısını duruma göre yorumlamaları, kuralı çarpıtmaları veya kural uydurmaları bu düşünceyi destekleyen ve araştırmada elde edilen diğer bulgulardır.

Araştırmada öğrencilerin uygulama öncesi bilgilerinde ele alanın bir diğer başlık, alan, kenar uzunluğu ve çevre ilişkisidir. Yapılan incelemeler öğrencilerin alanı ve çevreyi birbirinden ayırt edebildiğini göstermektedir. Fakat bazı öğrenciler hem alanı hem de çevreyi çokgene ait bir özellik olarak görmekte ve aynı alana veya çevre ölçüsüne sahip farklı çokgenler olamayacağını düşünmektedir. Ayrıca öğrencilerin kenar uzunluğu ile alan arasındaki ilişkiyi doğru bir şekilde genelleyemedikleri, bazı öğrencilerin aralarındaki ilişkiyi paralel bir şekilde yorumladığı tespit edilmiştir. Yapılan çalışmalar, alan ve çevrenin öğrenciler için kafa karıştırıcı olabileceğini ve bazı hatalı algılara sahip olabileceğini göstermektedir [122, 125, 132, 168, 171]. Hem alanın hem de çevrenin ölçüm gerektirmesi, her iki konunun öğretim programında benzer zamanlarda öğretilmesi ve öğretimde formüle dayalı bir uygulamanın gerçekleştirilmesi bu konuda güçlük yaşanmasına neden olabilmektedir [122]. Öğrencilerin genel olarak alan formüllerini yüzeysel bir şekilde yorumlaması ve alan ölçme konusundaki eksikliklerinin de bu duruma neden olabileceği düşünülmektedir.

Araştırmada öğrencilerin uygulama öncesi alan ölçme konusuna ilişkin birçok kavramda sorun yaşadığı, hatalı bilgiye sahip olduğu ve konuya ilişkin kavramlarda yaşanan sıkıntıların konuya ait diğer kavramları etkilediği ve kavramlar arasında neden-sonuç ilişkisinin olduğu tespit edilmiştir. Alan ölçme konusuna ait temel kavramlar ve kavramların etkilediği durumlar ve sonuçlar Şekil 5.1'de sunulmuştur.



Şekil 5.1. Uygulama öncesi öğrencilerin alan kavramı algıları ve alan ölçme bilgileri

5.2.Araştırmanın İkinci ve Üçüncü Alt Problemine İlişkin Tartışma

Araştırmanın, ikinci alt problemi matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin alan ölçme konusuna ilişkin öğrenmelerine etkisini belirlemeyi kapsamaktadır. Üçüncü alt problemde ise etkinliklerin uygulanmasından sonra konuya ilişkin öğrenmeleri incelenmiştir. Her iki alt problemde öğrencilerin öğrenmeleri ele alındığından tekrara düşmemek adına ikinci ve üçüncü alt problem aynı başlık altında ele alınarak tartışılmıştır.

Matematiksel modellemeyle ilgili yapılan araştırmalarda, öğrencilerin gerçek hayat problemlerini çözmek için matematiksel yollarla geliştirdikleri modelleri oluşturma sürecinde, modellerle birlikte güçlü kavramsal yapılar geliştirdikleri ve modellemenin öğrencinin matematik bilgisine olumlu yönde katkısı olduğu belirtmektedir [1, 3, 35, 92]. Bu düşünceden hareketle matematiksel modellemenin matematik öğretimi için bir araç olarak kabul edildiği ve matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin alan ölçme konusundaki öğrenmelerini ne şekilde etkilediğinin incelendiği bu araştırmada elde edilen sonuçlar, matematiksel modellemenin öğrencilerin öğrenmelerini önemli ölçüde desteklediğini göstermektedir. Modellemenin öğrenmeyi desteklediğini belirten çalışmalarla [17, 39] paralellik taşıyan araştırma sonuçları ve modellemenin öğrenmeyi nasıl desteklediği ayrıntılı bir şekilde açıklanacaktır.

Araştırma bulguları, matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin bilgilerini sorgulamaları ve değerlendirmeleri için önemli fırsatlar sunduğunu ve bu yönüyle öğrencilerin matematiksel gelişimlerini büyük ölçüde desteklediğini göstermektedir. Bu bulgular diğer araştırma sonuçlarını desteklemektedir [1, 12, 36, 78, 133]. Etkinliklerde öğrencinin bilgisini sorgulaması ve değerlendirmesi, dıştan bir müdahale olmadan bireysel bir şekilde gerçekleşebileceği gibi, akran ve öğretmen tarafından yapılan müdahalelerle de gerçekleşmektedir. Öğrencinin model oluşturma sürecinde etkin bir rol alması, modelleme süreci boyunca hem bilgilerini hatırlamasına hem de sorgulamasına olanak sağlamaktadır. Modelleme sürecinin her basamağında gerçekleşebilecek olan bu durumun uygulama sürecinde daha çok sadeleştirme, matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma basamaklarında oluştuğu belirlenmiştir. Birinci etkinlikte öğrencinin, görüşme öncesinden farklı bir şekilde üçgenin alan bağıntısını doğru bir şekilde hatırlaması, aynı grupta yer alan bir diğer öğrencinin uzunluk korunumuna ilişkin görüşünün değişmesi, benzer şekilde uzunluk korunumuna sahip olamayan diğer üç öğrencinin etkinlik dışında bu konuyu tartışmaları ve bilgiye ulaşmaya çalışmaları matematiksel modellemenin bilgiyi sorgulamayı desteklediğine dair araştırmada elde edilen birkaç örnektir. Bu örneklerin sayısını çoğaltmak mümkündür. Matematiksel modellemede önemli bir basamak ve yeterlik olarak görülen öğrencinin modeli değerlendirmesi [45, 113] bilgileri sorgulaması ve değerlendirmesine olanak sağlamaktadır. Lesh ve Doerr [1], öğrencilerin güçlü, paylaşılabilir modeller oluştururken kavramsal yapılarını farkında olmadan gözden geçirdiğini ifade etmektedir. Öğrencilerin bilgileri sınamalarındaki bir diğer etken akran faktörüdür. Birçok araştırmada matematiksel modellemenin sosyo-kültürel yönüne vurgu yapılarak, modelleme etkinliklerinin grup çalışmasıyla yürütülmesinin etkili olduğu belirtilmiştir [1, 17, 40, 78, 178]. Grupla çalışmak, öğrencilerin etkinlikte fark edemediği ve kendi deneyimlerinin yetersiz olduğu durumlarda bilgiyi çarpıtma ve yanlış kullanmanın önüne geçmesi adına önemli bir güç olarak görülmektedir [40]. Bu süreçte, grup içinde öğrencilerin bilgilerini sunması ve karşısındaki bireyin bilgilerine ulaşması, model oluşumu için bilginin grup üyelerinin onayından geçerek kullanılması doğal bir karşılaştırma ve değerlendirme sürecini barındırır. Akran değerlendirmesi olarak ifade edebileceğimiz bu durum öğrenciye rehberlik etmesi konusunda oldukça önemlidir [78]. Ng [20], öğrencilerin modelleme etkinliğini anlamasında, bağlamı yorumlamasında, matematiksel bilgisini kullanmada ve akıl yürütmede grup üyeleri tarafındna önemli bir biçimde etkilendiğini belirtmektedir. Bu araştırmada grup üyelerinin yanı sıra diğer gruptaki öğrencilerin modeli doğrulama basamağında öğrenciler üzerinde etkili olduğu tespit edilmiştir. Öyle ki öğrencilerin modelleri sunduğu, savunduğu, tartıştığı ve değerlendirdiği toplu tartışma bölümünde de benzer bir akran değerlendirmesi ve duruma göre akran rehberliği söz konusu olmuştur. Üçüncü etkinlikte öğrencilerin diğer grup modelinin daha doğru olduğunu ifade ederek kendi modelindeki yetersizliği belirtmesi, beşinci etkinlikte lira-kuruş hesabındaki tutarsızlığın, farklı grup üyesi tarafından fark edilmesi ve modelin buna göre yeniden düzenlenmesi araştırmada tespit edilen örnek durumlardır. Öğrencilerin bilgilerini sorgulaması ve değerlendirmesindeki etkili olan önemli faktörlerden sonuncusu, öğretmen rehberliğidir. Modelleme etkinliklerinde öğretmen, bilgiyi aktaran bir kaynak olmanın ötesinde, bir rehber görevi üstlenmektedir [17, 43]. Öğretmenin modelleme sürecini takip etmesi, öğrencileri gözlemlemesi, matematiksel anlayışlarını değerlendirerek ve zorlandıkları durumları belirleyerek gerekli yönlendirmelerde bulunması, öğrenciyi cesaretlendirmesi, tüm öğrencilerin aktif katılımını sağlaması, matematiksel modellemede öğretmenin rolünü ifade eden bazı özellikleri açıklamaktadır [119, 178]. Modelleme etkinlikleri gerek geleneksel olmayan çözümler gerektirdiğinden, gerek çözüm esnasında ortaya çıkan öğrenci diyaloglarından dolayı, öğrencilerin matematiksel bilgileri ve anlayışları hakkında derinlemesine bilgi çıkarmaya destektir [179]. Bu durum, öğretmenlere öğrencilerin düşüncelerini matematiksel anlayışlarını derinlemesine inceleme fırsatı sunmaktadır [1, 118]. Burada öğretmenin doğru zamanda doğru sorularla öğrenci açıklamalarına ulaşması, derin bir değerlendirmenin yanı sıra öğrencilerin bilgilerini gözden geçirmelerine ve hatalarını fark etmelerine olanak tanımaktadır. Araştırmada bu durum neredeyse tüm etkinliklerde gözlenmiştir. Üçüncü etkinlikte araştırmacının sorularıyla öğrencilerin birim kareyle ilişkilendirerek dikdörtgenin alan bağıntısını matematiksel olarak açıklaması, uzunluk korunumuna sahip olmayan öğrencilerin hatalı algılarını fark etmeleri bu durumun en belirgin örnekleridir. Bireysel, grup ve öğretmenden kaynaklanan fırsatlarla öğrencilerin bilgilerini sorgulaması ve değerlendirmesinin öğrenmeyi desteklemesi, ilk aşamada hatalarını fark etmesi ve kabullenmesiyle, sonraki süreçte ise doğru matematiksel anlayışı oluşturmasıyla gerçekleştiği araştırma bulguları dikkate alınarak söylenebilir. İlk aşama olan öğrencilerin hatalarını fark etmesi, tüm etkinliklerde gözlense de hatalarını kabul etmesi uygulama sürecinin ilerleyen etkinliklerinde daha çok belirlenmiştir. Bazı öğrenciler ilk etkinliklerde sahip oldukları bilgiyi, matematiksel bir gerekçeye dayandırmadan körü körüne bir bağlılıkla savunmuş ve bilgisinin doğruluğunda ısrarcı bir tutum sergilemiştir. Ayrıca bazı öğrenciler grup arkadaşının bilgisini matematiksel olarak doğrulama ihtiyacı duymadan model oluşturmada kullanmıştır. Daha çok ilk iki etkinlikte gözlenen bu iki durum öğrenme ve gelişim psikolojisine göre farklı nedenlerle açıklanabilir. Fakat burada matematiksel açıdan değerlendirildiğinde, öğrencilerin sahip olduğu bilginin yüzeysel düzeyde olması ve bilgi kaynağının çoğunlukla dışsal olmasının etkili olduğu söylenebilir. Öğrencilerin hem uygulama öncesi görüşmelerde, hem de ilk etkinliklerde model oluşturmak için kullandığı matematiksel bilginin açıklaması istendiğinde, "*kural böyle*", " *biz geçen sene böyle görmüştük*", " *öğretmenimiz bize bu şekilde anlattı*" şeklinde açıklamalrda bulunduğu ve bilgiyi dışsal bir kaynağa, otoriteye dayandırmış olması bu düşünceyi desteklemektedir. Yapılan bazı araştırmalar öğrencilerin genel olarak dışsal ispat şemasına sahip olduğunu ve bunun geleneksel sistemin olumsuz çıktılarından biri olduğunu ifade etmektedir [102, 180]. Aynı şekilde öğrencinin grup arkadaşının bilgisini matematiksel açıdan sorgulamadan kabul etmesi, daha önceki deneyimlerinin benzer şekilde olmasından, öğretimde sunulan kuralları muhakeme etmeden uygulamasından kaynaklandığı söylenebilir. Uygulama öncesi görüşmelerde öğrencilerin kuralları ezbere bir biçimde uyguladığı ve duruma göre kuralı yeniden yorumladığı ve çarpıttığı bulgusu bu düşünceyi desteklemektedir. Araştırma bulguları matematiksel modelleme etkinliklerinin bu olumsuzluğu gidermede etkili olduğu göstermiştir. Öyle ki uygulama sürecinde öğrencilerin bilgilerinin kaynağında olumlu bir değişim gözlenmiş ve öğrencilerin bilgi kabulü kriterleri değişmiştir. İlk etkinliklerde model oluşturma sürecinde kullanılan bilginin kaynağını dışsal bir otoriteye dayandıran öğrenciler, süreç içerisinde açıklamalarını matematiksel bir temele dayandırmaya çalışarak içsel bir ispata doğru bir yönelim yaşamıştır. Araştırmaya katılan bütün öğrenciler etkinlikler ilerledikçe, grup arkadaşının bilgisini sorgulamış ve matematiksel bir gerekçeye dayandırmasını öncelikli tutmuş ve doğru olması durumunda onaylamıştır. Benzer şekilde kendi bilgisini matematiksel yeterliği ölçüsünde açıklamaya çalışmış ve hatalı olduğunu fark ettiğinde fikrini değiştirmiştir. Elde edilen bulgular Harel ve Lesh'in [102] sonuçlarını desteklemektedir. Araştırmacılar, öğrencilerin açıklamalarını dayandırabileceği matematiksel bilgiyi modelleme etkinlikleri sürecindeki deneyimleri sonucunda elde ettiği için bu kaymanın gerçekleştiğini ve öğrencilerin doğal kavramsal gelişiminin içsel bir doğrulama anlayışının temelindeki önemli nedenlerden biri olduğunu belirtmektedir. Bu araştırmanın bulguları da bu düşünceyi doğrulamaktadır. Örneğin üçüncü etkinlikte birim kare kavramının oluşmasıyla birlikte alan bağıntısını matematiksel olarak açıklayabilen öğrencilerden ikisi, dördüncü etkinlikte birimler arası dönüşüm kuralını matematiksel olarak doğru bir şekilde açıklamış ve geometrik olarak doğrulamıştır. Aynı öğrencinin daha önce öğrenimini görmediği halde yamuğun alan bağıntısını oluşturması, öğrencinin üst düzey bir matematiksel beceri sergilediğini göstermektedir. Tüm öğrenciler bu şekilde bir performans sergilememiş olsa da öğrencilerin tamamının uygulama sürecinin sonunda alan ölçme konusunda önemli ölçüde gelişme gösterdiği belirlenmiştir. Öğrencilerin matematiksel bilgi yeterliği arttıkça, doğal olarak matematiksel değerlendirme becerisi de artacak ve bir düşünceyi kabul anlayışı daha matematiksel bir forma dönüşecektir. Genel olarak özetlenecek olursa bu araştırmadan elde edilen bulgularla matematiksel modellemenin bilginin sorgulanması, değerlendirilmesi için önemli fırsatlar sunduğu, öğrencilerin öğrenmelerini destekleyerek bilginin açıklanması ve kabulü anlayışını değiştirmede oldukça etkili bir yöntem olduğu söylenebilir.

Öğrencilerin hatalarını fark etmelerinden sonraki aşama, doğru matematiksel anlayışlarının oluşması, diğer bir deyişle öğrenmenin gerçekleşmesidir. Matematiksel modelleme etkinliklerinde öğrencilerin model oluştururken güçlü kavramsal araçlar geliştirdiği ve bu süreçte öğrenmenin gerçekleşebileceği araştırmacılar tarafından belirtilmektedir [1, 92, 102]. Bu araştırmanın asıl amacı, modelleme sürecinde öğrenmenin nasıl gerçekleştiğini belirlemek değildir. Fakat öğrencilerin öğrenmelerine zemin hazırlayan ortamların modelleme sürecinde nasıl oluştuğuna dair araştırmada önemli bulgular elde edilmiştir. Öyle ki bulgular öğrencilerin öğrenmelerinin bireysel keşifler, akran rehberliği ve işbirliği, son olarak öğretmen rehberliği yoluyla gerçekleştiği belirlenmiştir. Öğrencinin dışardan hiç biri müdahale olmadan sadece model oluşturma sürecinde keşfettiği matematiksel anlayışlar araştırmada bireysel keşif olarak ifade edilmiştir. Birinci etkinlikte öğrencinin dik üçgen şekline bakarak hipotenüsün dik kenarlardan daha kısa olması gerektiğini fark etmesi ve arkadaşlarını uyarması, uygulama öncesi aynı alana sahip farklı çokgenler oluşturulamayacağını düşünen öğrencilerin etkinlik çözüm esnasında öğretmen müdahalesi olmadan hatalı algılarını fark etmesi bireysel keşiflere örnek durumlardır.

Öğrencilerin öğrenmelerine zemin hazırlayan bir diğer durum akran işbirliğidir. Öğrencilerin grup arkadaşlarının ve akranlarının paylaşmış, açıklamış olduğu matematiksel anlayışları gözden geçirerek onaylaması araştırmada akran rehberliği, öğrencilerin model oluştururken beraber fikir yürüterek ortaya çıkardıkları matematiksel anlayışlar ise akran işbirliği olarak ifade edilmiştir. Modelleme etkinliklerinde gruptaki öğrencilerin bireyin gelişimine katkı sağladığı ve bazı durumlarda bir lokomotif görevini üstlenerek öğrenmenin gerçekleşmesinde zemin hazırladığı birçok çalışmada vurgulanmaktadır [1, 42, 178]. Fakat akran rehberliğinin her zaman olumlu bir şekilde gerçekleşmeyeceği söylenebilir. Özellikle matematiksel yapıları ve kuralları sorgulamadan ezbere bir biçimde kural olarak kabul eden öğrenciler için akran rehberliği yanlış algıların oluşmasına yol açabilir. Bu durum araştırmanın ilk iki etkinliğinde gözlenmiştir ve bunun yaşanma sebebinin öğrencilerin yetersiz matematik anlayışları olduğu düşünülmektedir. Bunun dışında bilgileri matematiksel olarak sorgulayan ve uygulayan öğrenciler için akran rehberliği çoğu zaman olumlu sonuçlar doğurmaktadır. Araştırmanın ilerleyen etkinliklerinde öğrencilerde yaşanan gelişmelerde akran rehberliğinin ve iş birliğinin oldukça etkili olduğu ve olumlu sonuçlar doğurduğu görülmüştür. Öğrencilerin gelişimlerini ve öğrenmelerini etkileyen ve destekleyen bir diğer faktör öğretmen rehberliğidir. İster geleneksel, ister yapılandırmacı hangi eğitim anlayışı olursa olsun, bir eğitimci olarak öğretmenin öğrenci üzerindeki etkisi son derece önemlidir. Burada dikkat etmemiz gereken husus öğretmenin hangi role bürünmesi gerektiğidir. Öğretmenin geleneksel anlayışın dışına çıkarak, öğrencilerin problemleri belirli kalıplara göre çözmenin ötesinde farklı bir anlayış oluşturabileceği öğrenme ortamlarını tasarlaması, bilgiyi sunan aktaran kişi olmasının ötesinde bilgiye ulaştıran bir rolde yer alması ve doğal olarak öğrenci gelişimi için önemli fırsatlar sunması yeni çağın öğretmen rolü anlayışındaki önemli özelliklerdir [179]. Bahsi geçen öğrenme ortamının tasarlamasında önemli bir güce sahip olan matematiksel modelleme etkinliklerinde de öğretmen, çoğu zaman gözlemleyen, gerektiğinde müdahale eden, yönlendiren, durumu toparlayan ve kurumsallaştıran bir rolde yer almalıdır [42]. Araştırmada öğrencileri gözlemleyen ve gerektiğinde kritik sorularla öğrencilerin muhakemelerini harekete geçiren araştırmacı, benzer bir öğretmen rolü üstlenmiştir. Araştırmacının öğrencilere yönlendirdiği kritik sorular, hem öğrencilerin düşüncelerini daha derin bir şekilde açığa çıkarmaya ve öğrenmenin ne düzeyde oluştuğunu belirmeye yardımcı olmuş, hem de etkinlikte fark edilmeyen noktaları ve matematiksel ilişkileri görmede tetikleyici bir rol üstlenmiştir. Öğrencilerin dikdörtgenin alan bağıntısını birim kare ile ilişkilendirerek açıklaması, öğrencilerin alan ölçme birim dönüşümünü ve çokgenlerin alan bağıntılarını matematiksel olarak açıklaması, öğretmenin kritik sorularıyla başlayan ve öğrenmelerle sonuçlanan örnek birkaç durumdur. Araştırma bulgularına göre bu örnekler çoğaltılabilir. Araştırmada öğretmenin rolüyle ilgili ortaya çıkan bir diğer durum, öğretmenin model oluşturma sürecinde ortaya çıkan matematiksel yapıları kurumsal bir forma dönüştürmesini içeren kurumsallaştırıcı rolüdür. Hitt ve González-Martín [42], modelleme uygulamalarında öğrencilerin gruplar halinde model oluşturması ve sonrasında tüm sınıfın önünde modelin tartışılmasının öğrencide sağladığı matematiksel katkıyı artırmak ve sağlamlaştırarak daha kalıcı bir hale getirmek için, öğretmenin ortaya çıkan matematiksel durumları kurumsal temsillerle birlikte anlatarak toparlayıcı bir rol üstlenmesi gerektiğini belirtmiştir. Araştırmacılar, sınıf içinde üretilen matematiksel fikirlerin geçici olabileceği ve öğrencilerden bir kısmının başlangıç noktasına dönebileceği gerçeğinden hareketle öğretmenin kurumsal rolünün önemine vurgu yapmıştır. Öğrencilerin başlangıç noktasına dönmesi düşüncesi bu araştırmanın temel aldığı bir anlayış değildir. Çünkü bu araştırmada, MMP'in bireyin model oluşturduğu süredeki kavramsal sistemiyle, model oluşturulduktan sonraki kavramsal sisteminin aynı olmadığı anlayışı kabul edilmektedir [40]. İç kavramsal sistemi modellerle dışa vurma durumu genellikle kullanılan kavramsal sistemlerde önemli değişiklikler meydana getirir. Birey modeller yardımıyla dışa vurduğu kavramsal sistemi, modeller yardımıyla gözden geçirme, değiştirme, netleştirme ve geliştirme fırsatı bulur. Bu nedenle bir model oluşturmak için kullanılan kavramsal sistem, model yardımıyla dışa vurulan kavramsal sistemle aynı kabul edilemez. Dolayısıyla, bir kişi ilk önce modeli oluşturur ve sonra onu incelerse düşüncesi temel yollarla değişebilir. Daha kısa bir şekilde açıklayacak olursak, bireyin kendi zihninde olanı bilmenin tek yolu, düşünme yollarını dışa vurmaktır ve dışa vurma eylemi onları yaratan düşünce biçiminde değişime neden olur [40]. Bu nedenle modelleme etkinliklerinde öğrenciler matematiksel bir gerileme yaşasa da başlangıç noktasına dönmesi mümkün değildir. Öte yandan Hitt ve González-Martín'in [42] belirttiği şekilde öğretmenin kurumsal yönünün modelleme etkinliklerinde önemli bir unsur olduğu, bu araştırmada elde edilen bir sonuçtur. Araştırmada, araştırmacı sadece gözlem yapan ve kritik sorularla öğrencilerin düşüncelerini açığa çıkaran ve muhakeme etmelerini sağlayan bir rol üstlenmiştir. Öte yandan modelleme sürecini sonucunda ortaya çıkan matematiksel yapıları ve anlayışları doğrulayan, matematiksel olarak kurumsal bir yapıya dönüştüren toparlayıcı bir rol üstlenmemiştir. Araştırmacının rolündeki bu eksikliğin, öğrencilerin modelleme etkinliği sonucunda elde ettikleri matematiksel anlayışların bazılarında yaşanan gerilemenin nedenlerinden biri olduğu düşünülmektedir. Yedinci etkinlikte yamuğun alan bağıntısını oluşturan ve açıklayan öğrencilerden bazılarının, son görüşmelerde yamuğun alanını, alan bağıntısı dışında farklı yöntemler kullanarak hesaplaması, bahsi geçen gerilemelerden biridir. Araştırmada belirlenen gerilemelerde öğretmen faktörü dışında, öğrenciden kaynaklanan bireysel faktörlerin de etkili olduğu düşünülmektedir. Literatürde öğrencilerin modelleme sürecinde bazı durumlarda yaşadığı gerilemenin öğrenmeye bağlı olarak açıklandığı çalışmalar bu düşünceyi desteklemektedir [17, 102]. Modellemeyle etkinliklerinde öğrencilerin geçtikleri modelleme döngüleri, psikologların ve eğitimcilerin bireylerin doğal gelişimine ilişkin olarak gözlemlediği gelişme aşamaları ile çarpıcı bir biçimde benzerlik göstermekte; aynı şekilde genel bilişsel gelişime katkıda bulunan mekanizmalar ile modelleme etkinliklerinde kavramsal gelişime katkıda bulunan mekanizmaların da oldukça benzerlik gösterdiği ifade edilmektedir [1, 102, 181]. Bu gerekçeden hareketle araştırmacılar, Piaget'in [182, 183] öğrenmeyi açıklarken bahsettiği adımların (bilişsel çatışma, adaptasyon, özümseme, soyutlama), bir modelleme etkinliğinin çözümü boyunca da gerçekleşebileceğini belirtmektedir [102]. Ayrıca modelleme sürecinde öğrencilerin model oluştururken bir taraftan güçlü kavramsal yapılar geliştirdiği ve bu kavramsal yapıların paylaşılması, başka etkinlikler için yeniden kullanılması ve transfer edilmesi durumunda, deneyimlerin daha çok soyutlamalar etrafında şekilleneceği ve öğrenmenin daha kalıcı bir hale geleceği vurgulanmaktadır. Öğrencilerin yamuğun alan bağıntısında yaşadıkları gerilemenin bu sebepten kaynaklandığını kesin olarak belirtmek mümkün değildir. Bunu belirlemek için daha detaylı bir analiz gerekmektedir. Fakat, öğrencilerin etkinliklerde birim kare kavramıyla ilgili anlayışlarını başka etkinliklerde kullanması, son görüşmede, tüm öğrencilerin birim kare kavramıyla ilgili doğru bilgilere sahip olduğunun belirlenmesi, öğrenmenin gerçekleşmesinde transferin önemini destekler niteliktedir. Özetlemek gerekirse, matematiksel modelleme etkinlikleri öğrencilerin bilgilerini sorgulama, değerlendirme, hatalarını belirleme, pekiştirme veya değiştirme ve doğru bilgiyi bireysel deneyimlerle oluşturma fırsatı sağlamasıyla öğrenmeyi desteklemektedir.

Matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin alan ölçme konusundaki öğrenmelerine etkisinin incelendiği bu araştırmada, öğrencilerin alan ölçme konusunda sağlamış oldukları gelişme matematiksel modellemenin matematik kavramlarının öğretimi için etkili bir yöntem olduğu göstermektedir. Bu sonuçlar Dunne ve Gabrailth'in [17], Ärlebäck, Doerr ve O'Neil'in [43], Park vd. [39], Hitt ve González-Martín'in [42] sonuçlarıyla paralellik göstermektedir. Modelleme etkinlikleriyle sağlanan bu gelişme, öğrencilerin ilk ve son görüşmelerden AKAÖBD'ye göre aldıkları puanlar arasındaki farkta açıkça görülmektedir. İlk görüşmelerde AKAÖBD'ye göre yetersiz düzeydeki öğrenciler, uygulama sürecinin sonunda yeterli düzeyde yer almıştır. Öğrencilerin uygulama öncesi yüzeysel bir şekilde olan, dışa bağımlı ve hatalı olan bilgilerinin, uygulama sürecinin sonunda daha kavramsal, içe dönük ve doğru bir yapıya dönüştüğü ifade edilebilir. Öğrencilerin rubriğe göre sağlamış oldukları gelişmenin süreç içerisinde nasıl ilerlediğine dair bulgulara bakıldığında, öğrencilerin için üçüncü etkinliğin bir dönüm noktası olduğunu söylemek mümkündür. Bazı öğrencilerin birim kare kavramıyla tanıştığı, birim kareyi dikdörtgenin alan bağıntısıyla ilişkilendirdiği etkinlikte öğrenciler alan hesaplamasında iki uzunluğun neden çarpıldığını matematiksel olarak anlamlandırmıştır. Öğrencilerin söz konusu ilişkilendirmeyi yapmasında, alan hesaplama sonucunun birim kare sayısıyla eşit çıkmasının etkili olduğu söylenebilir. Bunun üzerine öğrenciler bir dikdörtgendeki birim kare sayısının, dikdörtgenin bir satırında yer alan birim kare sayısının sütun miktarı kadar üst üste olduğunu, iki kenarın çarpımı sonucunda ortaya çıkan sayısının bu miktarını belirlediğini ifade etmiş ve öğrenme gerçekleşmiştir. Elde edilen bu gelişme diğer çalışmalarla örtüşmektedir [123, 130]. Öğrencilerin alan bağıntısını birim kareyle ilişkilendirerek içselleştirmesi, aynı etkinlikte üçgenin alan bağıntısını matematiksel olarak açıklamasıyla da görülmektedir. Öğrenciler, Harel ve Lesh'in [102] belirttiği gibi modelde ortaya çıkan matematiksel anlayışı transfer etmiştir. Öğrencilerin birim kare kavramıyla doğru bilgilerinin oluştuğu, son görüşmelerde birim kareyle ilgili sorulara verdiği cevaplarda da görülmektedir. Öğrenciler son görüşmede birim kareyi bir bölgenin alanını ifade etmek için bölgenin kaplandığı birim olarak ifade ettikleri ve standart olmayıp farklı ebatlara sahip olabileceğini vurguladıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin bu ifadelerinden birim karenin matematiksel özelliklerini açıkladıkları ve ilgili kavramı öğrendikleri söylenebilir. Stephan ve Clements [123], Zacharos, [129] ve Van de Walle, Karp, Bay-Williams'ın [122] açıklamalarını destekleyen bulgular, alan ölçme konusu için birim kare kavramının oldukça önemli olduğunu göstermektedir. Çünkü birim kareyle bir çokgenin içini kaplamak, alanın bölge olduğu algısını oluşturacaktır. Nitekim araştırmada, alanı en x boy olarak algılayan öğrencilerin, algısının değiştiğini ve alanı bir bölge olarak ifade ettikleri görülmüştür. Elde edilen bu bulgu, Kamii ve Kysh'ın [169] birim karenin en x boy algısındaki öğrenme zorluğunun üstesinden gelmede etkili olduğu düşüncesini doğrulamaktadır. Birim kare kavramının oluşmasının, öğrencilerde olumlu yönde etkilediği bir diğer durum alan hesaplama algılarında gözlenmiştir. Öğrenciler, birim karenin öğrenildiği çüncü etkinlikte, alan bağıntısını matematiksel olarak açıkladıktan sonra çarpılan uzunlukların çokgenin kenarından ziyade taban ve yükseklik olduğunu ifade etmiştir. Ayrıca alan ölçmede hesapladıkları şeyin bölgeyi kaplayan birim karelerin sayısı olduğunu fark eden öğrencilerin, tüm bu açıklamaları iki uzunluğun çarpımıyla sınırladıkları alan ölçme algılarının uygulama sürecinde olumlu yönde değiştiğini göstermektedir. Bu gelişmelerde birim kare kavramının oluşması ve alan bağıntısıyla ilişkilendirilmesi büyük rol oynamıştır. Birim karenin öğrenilmesinin ortaya çıkardığı bir diğer olumlu sonuç, öğrencilerin standart alan ölçme birimleri olan cm^2 ve m^2 dönüşümünü matematiksel olarak yorumlayabilmeleri, açıklayabilmeleri olmuştur. Dördüncü etkinliğin sonunda araştırmacının sorularıyla ortaya çıkan diyalog sonucunda öğrenciler iki birimin ilişkisini doğru bir şekilde açıklamış ve sonraki süreçte bu bilgiyi ihtiyaç duyulan tüm etkinliklerde doğru bir biçimde kullanmıştır. Öğrencilerin birim dönüşümünü yapabilmesinde her iki birimi birim kare şeklinde anlamlandırması etkili olmuştur. Uygulama öncesi, birim dönüşümüyle ilgili ezbere açıklamalar yapan, cm^2 ve m^2'yi matematiksel olarak açıklayamayan öğrencilerin, uygulama sürecinde bu konuda önemli bir gelişme kaydetmesi ve bazı öğrencilerin bu ilişkiyi matematiksel olarak açıklayabilecek bir düzeye ulaşması matematiksel modelleme etkinliklerinin önemli bir katkısı olarak görülmektedir.

Korunum algısı, uygulama sürecinde öğrencilerin gelişme gösterdiği bir diğer durum olmuştur. Uygulama öncesinde bazı öğrenciler, hem alan korunumu hem de uzunluk korunumuna sahip değilken, son görüşme sorularında öğrencilerin yapmış olduğu açıklamalar her iki korunumu da uygulama sürecinde kazandıklarını göstermektedir. Öğrencilerin uzunluk korunumu algısının değiştiği, etkinlikler sürecinde gözlemlenmiştir. Öğrencilerden biri, birinci etkinlikte korunumu kazanmış, diğer öğrenciler ise altıncı etkinlikte bahçenin ebatlarını belirlerken, iki uzunluğun eşit olmadığını fark etmesiyle korunumu kazanmıştır. Öğrencilerin matematiksel olarak algılamakta zorlandıkları bir durumu gerçek hayattaki örneğiyle daha kolay algıladıkları söylenebilir. Gerçek hayatta matematiğin ne işe yaradığı matematiğin nasıl kullanıldğı göstermek adına matematiksel modellemenin etkili bir yöntem olduğu belirtilmektedir [14]. Burada benzer bir durum olmakla birlikte, öğrenciler ayrıca gerçek hayat bağlamında matematiksel düşüncelerini test etme fırsatı bularak matematiksel bir gelişme göstermiştir. Uzunluk korunumuyla ilgili gelişme uygulama sürecinde bariz bir şekilde gözlenmişken, alan korunumunun kazanımıyla ilgili uygulama sürecine ait belirgin bir bulgu elde edilmemiştir. Fakat son görüşmede öğrenciler ilgili soruya doğru cevabı vermesiyle korunuma sahip olduğu gözlenmiştir. Öğrencilerin bu korunumu kazanmasında, alanı bir bölge olarak kabul etmelerinin ve alan hesaplama algılarındaki değişimin etkili olduğu düşünülmektedir. Öğrenciler, sınırlı bir bölgenin alanının o bölgeyi kaplayan birim miktarların sayısı olduğunu fark eden öğrenciler, doğal olarak alanı değiştirecek şeyin en ve boy olmadığını fark etmiş ve korunuma sahip olmuştur.

Uygulama sürecinde öğrencilerin alan bağıntılarını açıklama ve alan ölçme becerisinin önemli ölçüde geliştiği, araştırmada elde edilen bir diğer olumlu sonuçtur. Uygulama öncesi öğrencilerin alan bağıntıları yanlış ve ezbere bir biçimde kullandığı, bağıntı kurallarını duruma göre çarpıttığı ve kural uydurduğu gözlemlenirken, süreç içerisinde alan bağıntılarını matematiksel olarak açıklayabildiği, bazı öğrencilerin daha öğrenimini görmemiş oldukları yamuk gibi çokgenlerin alan bağıntılarını oluşturabildikleri ve çokgenlerin alanını doğru bir şekilde hesapladıkları gözlenmiştir. Öğrencilerin bu gelişmeyi yaşamasında, alan bağıntılarını birim kare ile ilişkilendirerek açıklamasının, bağıntılardaki matematiksel ilişkiyi görebilmesinin, alan hesaplama algısının değişmesinin etkili olduğu düşünülmektedir. Bulgular aynı zamanda, alan bağıntılarının öğrenilmesinde ve doğru bir şekilde kullanılmasında, birim sayısının alan bağıntısıyla ilişkilendirilmesinin önemini belirten araştırma sonuçlarını desteklemektedir [123, 130, 132]. Araştırmada alan bağıntısını oluşturabilme gibi üst düzey beceriyi az sayıda öğrenci gösterebilmiştir. Öte yandan tüm öğrenciler, eşkenar dörtgen, yamuk ve standart olmayan bölgelerin alanını hesaplamada, dikdörtgen, üçgen ve paralelkenarın alan bağıntısını açıklamada başarılı bir performans sergilemiştir. Bu nedenle öğrencilerin alan ölçme becerisinin süreç içerisinde gelişme gösterdiğini ve öğrenciler için matematiksel olarak daha anlamlı bir hale geldiğini söylemek mümkündür.

Uygulama sürecinin öğrencilerin matematiksel gelişimine katkı sağladığı bir diğer durum alan-kenar uzunluğu-çevre ilişkisi konusunda kendini göstermiştir. Uygulama öncesi çevre ve alanın çokgene ait bir özellik olduğunu düşünen bazı öğrenciler, uygulama sürecinin ilk etkinliklerinde aynı alan ve çevre ölçüsüne sahip farklı çokgenler oluşturarak, bu konudaki düşüncelerinin hatalı olduğunu fark etmiş ve farklı uzunluklara sahip çokgenler oluşturabilmiştir. Sayısal örnekler vererek kolay bir şekilde fark edilebilecek bu durum, öğrencilerin genel gelişimi göz önüne alındığında basit düzeyde bir gelişme olarak düşünülebilir. Ayrıca öğrencilerin çevre uzunluğunun sabit olması durumunda alanla kenar uzunluğu arasındaki ilişkiyi fark edebildiği, fakat alanın sabit olması durumunda kenar uzunluklarının çevreyle olan ilişkisine dair bir fikirde bulunmadıkları belirlenmiştir. Bu durumun öğrencilerden ziyade, bu kazanımı ön plana çıkaracak bir etkinlik olmamasından ve araştırmacının bu bilgiyi ortaya çıkaracak sorular yöneltmemesinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Öte yandan öğrencilerin bu konuya ilişkin kaydettikleri en önemli gelişme, alan-kenar uzunluğu ilişkisinde görülmüştür. Son görüşmede ilgili sorunun cevapları incelendiğinde, tüm öğrencilerin kenar uzunluğu ile alan arasındaki ilişkiyi genelleyebildiği gözlenmiştir. Matematikte genelleme ve iki değişken arasındaki ilişkiyi yorumlama becerisi, tüm matematik konuları için ve tüm sınıf seviyelerinde önemli bir bileşen olarak kabul edilmektedir [184]. Öğrencilerin birim kare kullanarak kenar uzunluğu ile alan arasındaki fonksiyonel ilişkiyi görebilmesi ve açıklayabilmesi bu konuda öğrenmenin gerçekleştiğini göstermektedir. Tüm öğrencilerde gözlenen bu durum, öğrencilerin alan ölçmeyle ilgili gelişimlerinin bir sonucu olarak düşünülmektedir. Öğrencilerin alanı bölge olarak algılaması, birim kare ile kaplaması, kaplama miktarını bulmak için alan bağıntısını kullanması, öğrencilere iki değişken arasındaki ilişkiyi yorumlayabilme becerisi kazandırmıştır. Yukarıda açıklanan tüm bu gelişmeleri dikkate alarak özetlemek gerekirse, modelleme etkinliklerinin öğrencilerin öğrenmelerine önemli ölçüde katkı sağladığı söylenebilir.

Matematiksel modelleme etkinliklerinin matematik öğretiminde bir araç olarak kullanıldığı bu araştırmada, etkinliklerin öğrencilerin matematiksel gelişimlerinin yanı sıra modelleme becerilerine da katkı sağladığı, öğrencilerin uygulama sürecinin son etkinliklerinde daha başarılı bir modelleme süreci geçirdiği ve model oluşturmada daha başarılı bir performans sergiledikleri belirlenmiştir. Söz konusu gelişmede belirgin iki etkenin olduğu düşünülmektedir. Araştırmadan elde edilen bulgulardan hareketle, öğrencilerin modelleme performanslarında matematiksel yeterliklerinin ve modelleme deneyimlerinin etkili olduğu söylenebilir. Öğrencilerin sahip olduğu matematiksel bilgi ve becerilerin, öğrencilerin modelleme performanslarını etkilediği, matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma basamakları için oldukça önemli bir yeterlik olduğu çalışmalarda vurgulanmaktadır [45, 69, 107]. Benzer şekilde araştırmada, birinci etkinlikte öğrencilerin başarısız bir modelleme süreci geçirmesinde en önemli nedenin, öğrencilerin alan ölçme konusundaki yetersiz bilgileri olduğu düşünülmektedir. Bu tespit, Ng'nin [20] ve Maaß'ın [19] öğrencilerin gerekli matematik bilgisine sahip olmaması durumunda modelleme sürecinde tıkanma yaşayabileceği düşüncesini doğrulamaktadır.

Öğrencilerin kare ve dikdörtgenin alanını ölçme gibi daha çok fikir ve bilgi sahibi olduğu konuları içeren ikinci etkinlikte, birinci ve üçüncü etkinliğe nazaran daha başarılı bir performans sergilemesi, bu düşünceyi destekleyen bir diğer araştırma bulgusudur. Fakat üçüncü etkinlikten sonra öğrencilerin matematiksel yeterliğinin artmasıyla, modelleme sürecinde bir iyileşme ve özellikle matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma basamağında performansın arttığı gözlenmiştir. Öğrencilerin başarılı bir performans sergilemesi elbette sadece matematiksel yeterliğin gelişimine bağlanamaz. Öğrencilerin modelleme performanslarının artmasında bir diğer etken modelleme deneyimi kazanmış olmalıdır. Matematiksel modellemenin amaç olduğu yaklaşımda, modelleme becerisinin kazandırılmasının ana hedef olduğu göz önüne alındığında bu sonuç oldukça normaldir. Matematiksel modelleme sürecinin basamaklarındaki gelişmelere bakıldığında, öğrencilerin genel olarak ilk etkinliklerde sadeleştirme, yorumlama ve doğrulama basamağında zorlandığı, elde edilen sonucu gerçek yaşam bağlamında yorumlayıp değerlendiremedikleri belirlenmiştir. Problemin gerçek yaşam bağlamında değerlendirilmemesi, gerçekçi varsayımlar oluşturulmasını da etkilemektedir. Öğrencilerin geleneksel problem çözme alışkanlıkları, sonucu bulma odaklı olmasına bağlı olduğu düşünülen bu durum, diğer araştırma sonuçlarıyla örtüşmektedir [45, 69, 98]. Fakat süreç ilerledikçe, öğrencilerin matematiksel yeterlikleri arttıkça, oluşturulan modelin değerlendirilmesinde ve hatalarının düzeltilmesinde daha başarılı bir performans sergiledikleri söylenebilir. Genel olarak özetlenecek olursa, öğrencilerin uygulama sürecinin başında matematiksel yetersizlikten dolayı matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma basamağında, aşina olmadığı gerçek hayat problemi olmasından dolayı ise sadeleştirme, yorumlama ve doğrulama basamaklarında zorlandıkları belirlenmiştir. Fakat süreç içerisinde hem matematiksel yeterliklerinin artmasının, hem de modelleme etkinlikleriyle deneyim kazanmış olmalarının, öğrencilerin modelleme performanslarını olumlu yönde etkilediği ve modelleme sürecinde doğrusal olmasa da gelişme kaydettikleri söylenebilir.

6. SONUÇ ve ÖNERİLER

6.1.Sonuçlar

Bu çalışmanın amacı, alan ölçme konusunun kazanımlarına göre hazırlanan matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin öğrenmelerine etkisini incelemek, bu süreçte modelleme sürecini gözlemlemektir. Tüm bu incelemeler sonucunda araştırmadan iki ana sonuç elde edilmiştir. Birinci sonuç, matematiksel modellemenin bir öğretim aracı olarak ne derece etkili olduğu, öğrencilerin öğrenmelerini nasıl desteklediği ve öğretim aracı olarak kullanılırken dikkat edilmesi gereken hususlar boyutuyla ele alınacaktır. İkinci sonuç, öğrencilerin alan ölçme konusunda uygulama öncesi-sonrası öğrenmelerindeki değişimi ve konuya ait kavramların birbirini ne şekilde etkilediğini içermektedir.

6.1.1. Matematiksel Modelleme Sağladığı Fırsatlar ve Uygulama Biçimine Bağlı Olarak Öğrencilerin Öğrenmelerini Önemli Ölçüde Desteklemektedir.

Araştırmada matematiksel modellemenin öğrencilerin öğrenmelerini desteklediği sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilere bilgilerini sorgulama, akranlarıyla karşılaştırarak değerlendirme, değerlendirme sonucu bilgiyi düzeltme, doğrulama veya yeniden oluşturma şeklinde bir öğrenme ortamı sunması, matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrenmeyi desteklemesinde sağladığı fırsatlar olarak belirlenmiştir. Matematiksel modelleme etkinliklerinde öğrencilerin öğrenemelerinin üç farklı yolla gerçekleştiği gözlenmiştir. Modelleme etkinlikleri öğrencinin bilgisini birinci elden deneyimleme, yorumlama ve yapılandırma fırsatı sunduğundan, bazı öğrenciler etkinlik çözümünde herhangi bir kaynağın rehberliğine ihtiyaç duymadan matematiksel ilişkileri görebilmiş ve öğrenme gerçekleşmiştir. Araştırmada bu öğrenme yolu bireysel keşif olarak ifade edilmiştir. Etkinliklerde bir diğer öğrenme yolu akran iş birliği veya rehberliği şeklinde gerçekleşmiştir. Etkinliklerde öğrenciler kendi bilgisini sunma fırsatı yakalarken, öte yandan grup arkadaşının bilgisine de ulaşma ve bilgilerini karşılaştırma imkanı bulmuştur. Öğrenciler bu şekilde bazı durumlarda birlikte fikir yürüterek matematiksel anlayışlar geliştirmiş ve bazı durumlarda da akranının fikrinden hareketle yeni yapılar oluşturmuştur. Öğrencilerin modelleme etkinliklerinde matematiksel anlayışlar yapılandırmasını sağlayacak ortamların oluşmasında son olarak öğretmenin rehberliği büyük rol oynamıştır. Uygulama sürecinde öğretmen rolündeki araştırmacı, öğrencinin düşüncelerini açığa çıkaracak ve harekete geçirecek sorular yönelterek öğrencilerin matematiksel ilişkileri görebilmelerine zemin hazırlamıştır. Araştırma sonuçları öğretmenin rolünün önemini göstermiştir. Modelleme etkinliklerinde öğretmenin öğrencilerin düşünmelerini engelleyecek kadar açık yönlendirme yapmaması gerekmektedir. Öte yandan öğrencinin yapılandırdığı matematiksel oluşumları tasdikleyerek kurumsal bir kimlik kazandırması da modellemenin etkisini olumlu yönde artıracaktır. Bu araştırmada araştırmacı böyle bir rol üstlenmemiştir ve bu durumun bazı öğrencilerin öğrenmelerinde yaşanan gerilemenin nedenlerinden biri olduğu düşünülmektedir. Bir dizi modelleme etkinliğinin uygulanmasının öğrencilerin matematiksel gelişimlerine ek olarak modelleme becerilerinin gelişimine de katkı sağladığı görülmüştür. Öğrencilerin modelleme becerilerinin gelişiminde, artan deneyimin yanı sıra matematiksel yeterliklerinin gelişimi de etkili olmuştur.

6.1.2. Alanı Ölçülecek Bölgenin Birim Kare İle Kaplanarak Alan Bağıntısıyla İlişkilendirilmesi Alan Ölçme Konusunun Doğru Bir Şekilde Öğrenilmesi ve Hataların Önüne Geçilmesi Adına Oldukça Önemlidir.

Araştırmada uygulama öncesi öğrencilerin alan ölçme konusuna ilişkin bilgilerinin yetersiz düzeyde olduğu ve konuya dair kavramların birbirini önemli ölçüde etkilediği belirlenmiştir. Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerde alan ölçmeye ilişkin oluşabilecek hatalı algılar ve sonuçları şu şekildedir. Bazı öğrenciler alan kavramını, alan ölçmeyle sınırlamış, iki kavramı aynı anlamda ele almıştır. Bu algı, alan korunumu algısını doğrudan etkilemiş ve alanı en x boy ile sınırlayan öğrenciler, herhangi bir ekleme veya eksiltme olmadan uzunluklara bağlı olarak alanın değişeceğini ifade etmiştir. Öğrencilerde birim kare kavramının olmayışı da bir takım sonuçlar doğurmuştur. Birim kare kavramı yetersiz şekilde oluşan öğrenciler, standart alan ölçme birimlerini ve birimler arası dönüşüme ilişkin yanlış ve eksik açıklamalarda bulunuştur. Ayrıca alan kavramı doğru oluşmuş ve alanı, alan ölçmeden farklı olarak algılayan öğrenciler de birim kare kavramındaki eksikliklerden dolayı iki kavramı ilişkilendirmekte zorlanmış ve alan hesaplamada uygulanan kuralların bölgenin ölçümünü nasıl hesapladığını açıklayamamıştır. Bu nedenle öğrencilerin alan bağıntılarını matematiksel olarak açıklayamadıkları belirlenmiş, bunun sonucu olarak alan ölçme algılarının hatalı bir biçimde oluştuğu ve kurallarla sınırlı kaldığı, alan bağıntılarını ezbere bir biçimde öğrendiği, bağıntıların kurallarını çarpıttığı veya duruma göre kural uydurduğu gözlenmiştir. Alan bağıntılarını ezberleyen ve kuralları karıştıran öğrencilerin doğal olarak kare ve dikdörtgen dışındaki çokgenlerin alanını yanlış bir şekilde hesapladıkları ve kenar uzunluğu ile alan arasındaki fonksiyonel ilişkiyi göremedikleri belirlenmiştir. Bazı öğrencilerde taban ait yükseklikle çokgen ait kenar uzunluğunun eşit kabul edilmesi şeklinde hatalı bir algının olduğu ve bunun da öğrencilerin alan ölçme becerilerine doğrudan etki ettiği belirlenmiştir.

Öğrencilerde belirlenen hatalı bilgilerin, matematiksel modelleme etkinleriyle yoluyla önemli ölçüde azaldığı ve öğrencilerin kavramları doğru bir şekilde açıkladığı, kavramlar arasındaki matematiksel ilişkileri görebildikleri ve yorumlayabildikleri belirlenen sonuçlardır. Öğrencilerde etkinlik sürecinde doğru bir şekilde oluşan birim kare kavramı, alan ölçme konusundaki doğru öğrenmelerin gerçekleşmesi için bir lokomotif görevi üstlenmiştir. Birim kare kavramı oluşan öğrenciler, dikdörtgenin alan bağıntısını birim kare ile ilişkilendirerek, alan bağıntılarını matematiksel olarak açıklayabilmiştir. Öğrencilerde yaşanan bu gelişme, alan ölçme konusunda kritik bir önem taşımıştır. Öğrenciler birim kare ile standart alan ölçme birimleri olan cm^2 ve m^2'nin dönüşümünün nasıl olduğunu geometrik olarak gösterebilmiş ve dönüşümü doğru bir şekilde yapmaya başlamıştır. Alanı *"en x boy"* ile sınırlayan öğrencilerin, alanı ölçülecek bölgeyi birim kare ile kaplaması sonucunda doğal olarak alan kavramı algısı da değişmiş ve buna bağlı olarak korunum algısı da oluşmuştur. Öğrenciler alan bağıntılarının matematiksel olarak gerekçelendirdikçe, alan ölçme becerileri de doğru oranda gelişmiş ve çokgenlerin alanlarını doğru olarak hesaplayabilmiştir. Hatta bazı öğrenciler, daha önce öğrenimini görmedikleri çokgenlerin alan bağıntıları oluşturabilmiş ve matematiksel olarak açıklayabilmiştir. Uygulama sürecinde yaşanan gelişmeler sonucunda öğrenciler kenar uzunluğu ile alan arasındaki ilişkiyi genelleyebilmiş ve genellemeyi birim karelerden yararlanarak matematiksel olarak açıklamıştır. Tüm bu gelişmeler alan ölçme konusunun doğru bir şekilde öğrenilmesinde, alanı ölçülecek bölgenin birim kare ile kaplanarak alan bağıntısıyla ilişkilendirilmesi şeklinde bir öğretim yaklaşımının oldukça etkili olduğunu göstermektedir.

6.2. Öneriler

Alan ölçme konusunun kazanımlara göre hazırlanmış matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin öğrenmelerine etkisinin incelediği bu araştırmada, matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilere bilgilerini sorgulama, deneyimleme, değerlendirme fırsatı sunarak öğrenmelerini desteklediği, öğrencilerin model oluşturma sürecinde yaşamış olduğu etkileşimlerle öğrenmelerini gerçekleştirdiği sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuçlar dikkate alınarak, bu bölümde program geliştirme uzmanlarına, öğretmenlere ve araştırmacılara öneriler sunulmaktadır.

Bireylerin günlük hayatta karşılaşılan problemleri çözmek için matematiksel düşünce tarzını geliştirmesi, matematiksel kavramları anlayabilmesi ve kavramları günlük hayatta kullanabilmesi matematik eğitiminin önemli amaçları arasında yer almaktadır. Yapılan araştırmalar, öğrencilerin matematiksel modellemeyle etkinlikleriyle etkileşim içindeyken güçlü kavramsal araçlar geliştirdiğini, gerçek hayattaki matematiği görebildiğini, problem çözme becerilerini geliştirdiğini ve bu nedenle modellemenin matematik öğretimi için etkili bir araç olarak kullanıldığını belirtmektedir. Literatürde belirtilen bu açıklamalardan hareketle matematiksel modellemenin bir araç olarak kullanıldığı bu çalışmada, doğru öğretmen rehberliğiyle birlikte etkili bir öğrenme aracı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Dolayısıyla çalışma sonuçları ve literatür göz önüne alındığında, matematik öğretimi programında matematiksel modelleme uygulamalarına yer verilmesi gerektiği önerilmektedir. Belki bir konunun tüm kazanımlarının matematiksel modelleme etkinlikleriyle öğretilmesi, tüm program ve uygulama süresi dikkate alındığında uygulama bakımından zor olabilir. Bu bağlamda araştırmanın önerisi, programda yer alan konuların bazı kazanımlarını içeren, konuyla ilgili kavramların gerçek hayatta nasıl kullanıldığının fark edilebileceği, matematiksel ilişkilerin görülebileceği modelleme etkinliklerine öğretim programında yer verilmesi şeklindedir.

Öğretmen, öğretimin her sahasında bilginin kaynağı olmaktan ziyade bilgiye ulaştıracak kişi olmalıdır. Modellemeyle ilgili yapılan akademik çalışmaların bir bölümü, matematiksel modellemenin sınıf ortamında uygulayıcıları olan öğretmenlerin rolünü ve uygulamaya ilişkin esasları açıklamaktadır. Araştırmadan elde edilen sonuçlar, matematiksel modelleme etkinliklerinin etkisinin artırılmasında öğretmen rolünün önemli olduğunu göstermiştir. Modelleme etkinlikleri öğrencilerin aktif bir şekilde rol aldığı açık uçlu problemlerden oluşmaktadır. Bu süreçte öğrencinin model oluştururken zorlandığı, tıkanıklık yaşadığı veya yanlış anladığı durumlarda, öğretmenin öğrenciye yanlışını fark ettirecek ve zorluğun üstesinden gelmede yardımcı olacak bilgiye ulaştıracak sorular yönelterek bir rehber rolü üstlenmesi önemlidir. Aynı zamanda öğretmen, etkinlik sonucunda ortaya çıkan matematiksel anlayışları toparlayıcı, açıklayıcı ve kurumsal forma dönüştürücü bir rolle kılavuz görevi üstlenmelidir. Araştırma sonuçları öğretmenin kurumsal rolündeki eksikliğin, öğrencilerde bazı durumlarda gerileme yaşanmasına sebep olduğunu göstermiştir. Bu nedenle araştırma sonuçları dikkate alınarak öğretmenlerin etkinliklerin uygulama sürecinde bir rehber rolü, etkinlik sonunda ise toparlayıcı ve kurumsallaştırıcı bir rol üstlenmesi önerilmektedir.

Öğretmenlere araştırma kapsamında sunulan bir diğer öneri alan ölçme konusunun öğretimine ilişkindir. Araştırmada konuya ilişkin kavramların yüzeysel bir şekilde öğrenilmesinin, sonraki süreçte bir takım hatalara ve yanılgılara sebep olacağı tespit edilmiştir. Söz konusu durumun önüne geçmek adına kavramların doğru bir şekilde matematiksel özellikleriyle birlikte öğretilmesi gerekmektedir. Araştırmada elde edilen sonuçlar, alan ölçme konusunun öğretiminde birim kare kavramının oldukça önemli olduğunu göstermektedir. Alanın sınırlı bir bölgenin büyüklüğünü ifade ettiği, bu bölgenin büyüklüğünü belirlemek için doğru birimle kaplanıp, birim miktarının belirlendiği bir anlayışla öğretim yapılması, öğrencilerde konuya ilişkin kavramların daha doğru bir şekilde oluşmasını sağlayacaktır. Araştırma sonuçları ayrıca bölgeyi birim kareyle kaplamanın, öğrencilerin alan bağıntılarını anlamalarını kolaylaştırdığını göstermiştir. Bu nedenle bölgenin birim kareyle kaplandıktan sonra kaplama miktarının belirlenmesi için sayma formundan daha kısa bir yol olan çarpımsal forma geçilmesi ve böylelikle alan bağıntılarının oluşturulması, öğrencilerin doğru öğrenmelerini destekleyerek alan ölçme becerilerini geliştirecektir. Bu şekilde öğrencilerin korunum algısının daha doğru oluşacağı düşünülmektedir. Öte yandan alan bağıntılarındaki matematiksel ilişkiyi anlayabilen öğrenciler, kenar uzunluğu ile alan arasındaki ilişkiyi daha doğru bir şekilde kuracaktır. Araştırma kapsamında elde edilen sonuçlar dikkate alınarak öğretmenlere alan ölçme konusun öğretiminde sunulan öneriler, bu şekilde özetlenebilir.

Araştırmada son olarak ileride yapılabilecek araştırmalara yönelik bir takım önerilerde bulunulmuştur. Araştırmadan elde edilen sonuçlar, matematiksel modelleme etkinliklerinin uygulamasında öğretmen rolünün oldukça önemli olduğunu göstermiştir. Matematiksel modelleme ülkemiz için yeni bir yaklaşımdır. Şu aşamada matematik öğretmenlerinin lisans eğitiminde zorunlu bir ders olarak okutulmaya başlanan modelleme, öğretmenlerin sahip olmaları gereken bir beceri olarak görülmektedir. Bu bağlamda, öğretmenlerin matematiksel modellemeyle ilgili etkinlik özelliklerine ve uygulama ilişkin esaslara yönelik bilgi ve becerilerinin incelendiği araştırmalar ehemmiyet kazanmaktadır. Literatürde bununla ilgili yapılan çalışmalar, genel olarak öğretmen adaylarıyla yürütülmektedir. Öte yandan, modelleme etkinliklerinin uygulamasında öğretmen rolünün nasıl olması gerektiğine dair araştırmalar sınırlı sayıdadır. Bu nedenle öğretmenlerin modelleme uygulamalarına ilişkin bilgilerini ortaya çıkaran ve etkinliklerin uygulanmasında öğretmen rolünün belirlendiği çalışmalara yer verilmesi önerilmektedir.

Bu araştırma, matematiksel modelleme etkinliklerinin, öğrencilerin öğrenmelerini önemli ölçüde desteklediği belirlenmiştir. Araştırma elde edilen sonuçlar, az sayıda öğrenciyle ve tamamen etkinliğe dayalı bir öğretimin (matematik müfredatına yerleştirilmiş yaklaşım) sonuçlarını kapsamaktadır. Bu nedenle daha çok sayıda öğrenciyle ve matematiksel modellemenin geleneksel yöntemle entegre edildiği karma bir öğretim yöntemiyle (karma yaklaşım), alan ölçme ve diğer matematik konularının öğretiminin detaylı bir şekilde incelendiği araştırmaların literatüre katkı sağlayacağı düşünülmekte ve yapılması önerilmektedir.

KAYNAKLAR

[1] R. Lesh ve H.M. Doerr, "Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving", *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*, pp. 3-33, 2003.

[2] R. Lesh, L. English, S. Sevis ve C. Riggs, "Modeling as a means for making powerful ideas accessible to children at an early age", *In the simcalc vision and contributions*, pp. 419-436. Springer Netherlands, 2013

[3] E.C.M. Chan, Using model-eliciting activities for primary mathematics classrooms. *The Mathematics Educator*, vol.11, no.1, pp. 47-66, 2008.

[4] "Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], Talim Terbiye Kurulu, Ortaokul matematik dersi (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı", http://mufredat.meb.gov.tr/Programlar.aspx . Erişim Tarihi [20- Şubat-2018].

[5] G. Polya, *How to solve it: A new aspect of mathematical model*. Princeton, New Jersey, 1945.

[6] H.O. Pollak, "How can we teach applications of mathematics?", *Educational studies in mathematics*, vol. 2, no. 2/3, pp. 393-404, 1969.

[7] F.K. Lester, "Musings about mathematical problem-solving research: 1970-1994", *Journal for Research İn Mathematics Education*, vol.25, no.6, pp. 660-675, 1994.

[8] A.H. Schoenfeld, "Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics", *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, pp. 334-370, 1992.

[9] R. Lesh ve J.S. Zawojewski, "Problem solving and modeling", *In F. Lester (Ed.), Second handbook of research on mathematics teac hing and learning*, pp. 763–804. Greenwich, CT: Information Age Publishing, 2007.

[10] F.K. Lester ve P.E. Kehle, "From problem solving to modeling: The evolution of thinking about research on complex mathematical activity", *In R. Lesh & H. Doerr, (Eds.), Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning and teaching*, pp. 501–518, 2003.

[11] Z. Magajna ve J. Monaghan, "Advanced mathematical thinking in a technological workplace", *Educational Studies in Mathematics*, vol. 52, no.2, pp. 101-122, 2003.

[12] R. Lesh ve C. Yoon, "What is Distinctive in (Our Views about) Models & Modelling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching?", *In Modelling and applications in mathematics education*, pp. 161-170. Springer, Boston, MA, 2007.

[13] J. Berry ve K. Houston, "Students using posters as a means of communication and assessment", *Educational Studies in Mathematics*, 29(1), 21-27, 1995.

[14] R.B. Ferri, *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education.* Springer, Cham, 2018.

[15] S.A. Chamberlin ve S.M. Moon, "Model-eliciting activities as a tool to develop and identify creatively gifted mathematicians", *Journal of Secondary Gifted Education*, vol. 17, no.1, pp. 37-47, 2005.
[16] K. Gravemeijer, "Educational development and developmental research in mathematics education". *Journal for Research in Mathematics Education*, vol.25, no.5, pp. 443-471, 1994.
[17] T. Dunne ve P. Galbraith, "Mathematical modelling as pedagogy–Impact of an immersion program", *In Mathematical modelling in education and culture*, pp. 16-30, 2003.
[18] P. Galbraith ve G. Stillman, "A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process", *ZDM*, vol.38, no.2, pp.143-162, 2006.
[19] K. Maaß, "Modelling taks for low achieving students. First results of an empirical study", in *CERME 5–Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, 2007, pp. 2120-2129.
[20] K.E.D. Ng, "Mathematical knowledge application and student difficulties in a design-based interdisciplinary project", *In Trends in teaching and learning of mathematical modelling*, pp. 107-116. Springer, Dordrecht, 2011.
[21] M. Hagena ve R.B. Ferri, "How do measurement sense and modelling competency influence each other? An intervention study about german middle class students dealing with length and weight", in *12th International Congress on Mathematical Education*, 2012, pp. 8-15.
[22] W. Blum ve M. Niss, "Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects—State, trends and issues in mathematics instruction", *Educational Studies İn Mathematics*, vol.22, no.1, pp.37-68, 1991.
[23] A. Baki ve F.A. Güç, "Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin devirli ondalık gösterimle ilgili kavram yanılgıları", *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, vol.5, no.2, pp. 176-206, 2014.
[24] K. Gravemeijer ve M. Stephan, "Emergent models as an instructional design heuristic", *In K. Gravemeijer, R. Lehrer, B. Oers, & L. Verschaffel (Eds.), Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education*, pp. 145-169. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2002.
[25] A.K. Erbaş, M. Kertil, B. Çetinkaya, E. Çakiroglu, C. Alacaci ve S. Baş, "Matematik Eğitiminde Matematiksel Modelleme: Temel Kavramlar ve Farklı Yaklaşımlar", *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, vol.14, no.4, pp.1621-1627, 2014.
[26] National Council of Teachers of Mathematics (Ed.), *Principles and standards for school mathematics* (Vol. 1). National Council of Teachers of, 2000.
[27] Ministry Of Education Singapore, Mathematics Syllabus Primary, 2007.
[28] "Common Core State Standards for Mathematics, Common Core State Standards Initiative2011.

[29] "Australia Ministry of Education, (2008)", *Australian curriculum*, http://www. australiancurriculum.edu.au/mathematics/rationale, [Erişim tarihi: 05- Ocak- 2017].

[30] Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2013), "Talim Terbiye Kurulu, Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı", Ankara: MEB.

[31] Z.Ç. Erdem, M.F. Doğan, R. Gürbüz ve S. Şahin, "Matematiksel Modellemenin Öğretim Araçlarına Yansımaları: Ders Kitabı Analizi", *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, vol.7, no.1, pp.61-86, 2017.

[32] M. Cirillo, J.A. Pelesko, M.D. Felton-Koestler ve L. Rubel, "Perspectives on modeling in school mathematics", *In C. R. Hirsch & A. R. McDuffie (Eds.), Mathematical modeling and modeling mathematics*, pp. 3–16. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2016.

[33] R. Lesh, K. Cramer, H.M. Doerr, T. Post, J.S. Zawojewski, "Model development sequences", *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*, pp. 3-33, 2003.

[34] Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], Talim Terbiye Kurulu, ortaokul ve imam hatip ortaokulu matematik uygulamaları dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) öğretim programı, 2013.

[35] W. Blum ve R.B. Ferri," Mathematical modelling: Can it be taught and learnt?", *Journal of mathematical modelling and application*, vol.1, no.1, pp.45-58, 2009.

[36] l..D.English, "Mathematical modeling in the primary school: Children's construction of a consumer guide", *Educational Studies İn Mathematics*, vol.63, no.3, pp.303-323, 2006.

[37] Öğretmen Yetiştirme Lisans Programları, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Programı, 2018.

[38] J.T. Ottesen, "Do not ask what mathematics can do for modelling", *In The Teaching and learning of mathematics at university level*, pp. 335-346. Springer, Dordrecht, 2001.

[39] J. Park, M.S. Park, M. Park, J. Cho ve K.H. Lee, "Mathematical modelling as a facilitator to conceptualization of the derivative and the integral in a spreadsheet environment", *Teaching Mathematics and its Applications: An International Journal of the IMA*, vol.32, no.3, pp.123-139, 2013.

[40] R. Lesh ve H.M. Doerr, "In what ways does a models and modeling perspective move beyond constructivism", *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*, pp.519-556, 2003.

[41] L.D. English ve J.J. Watters, "Mathematical modelling in the early school years", *Mathematics education research journal*, vol.16, no.3, pp. 58-79, 2005.

[42] F. Hitt ve A.S. González-Martín, "Covariation between variables in a modelling process: The ACODESA (collaborative learning, scientific debate and self-reflection) method", *Educational Studies İn Mathematics*, vol. 88, no.2, pp.201-219, 2015.

[43] J.B. Ärlebäck, H.M. Doerr ve A. O'Neil, A. H., "A modeling perspective on interpreting rates of change in context", *Mathematical Thinking And Learning*, vol. 15, no. 4, pp. 314-336, 2013.
[44] W. Blum, "Mathematical modelling in mathematics education and instruction", *Teaching and learning mathematics in context*, pp.3-14, 1993.
[45] K. Maaß, "What are modelling competencies?", *ZDM,* vol.38, no.2, pp. 113-142, 2006.
[46] J.J. Watters, L.D. English ve S. Mahoney, "Mathematical modeling in the elementary school", In *American Educational Research Association Annual meeting*, April, San Diego,2004.
[47] G. Kaiser ve K. Maaß, "Modelling in lower secondary mathematics classroom—problems and opportunities". I*n Modelling and applications in mathematics education,* pp. 99-108. Springer, Boston, MA, 2007.
[48] N.G. Mousoulides, C. Christou ve B. Sriraman, "A modeling perspective on the teaching and learning of mathematical problem solving", *Mathematical Thinking and Learning*, vol.10, no.3, pp. 293-304, 2008.
[49] L. English, "Mathematical modelling with young learners. In Mathematical Modelling: A Way of Life", *ICTMA 11*, 2003, pp. 3-17.
[50] N. Mousoulides, M. Pittalis ve C. Christou, "Improving Mathematical Knowledge through Modeling in Elementary School", In *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* Prague: PME, 2006, vol. 4, pp. 201-208.
[51] A.L. Freeman, "The Impact Of Small-Group Mathematıcal Modelıng Actıvıtıes On Students' Understandıng Of Lınear And Quadratıc Functıons", Doctora thesis, Columbia University, 2014.
[52] E.A.W. Fulton, "The mathematics in mathematical modeling", Doctora thesis, Montana State University, 2017.
[53] W. Blum, "Applications and modelling in mathematics teaching a review of arguments and ınstructional aspects", *Teaching of mathematical modelling and applications,* pp. 10-29, Chichester: Ellis Horwood, 1991.
[54] W. Blum, P.L. Galbraith, H.W. Henn ve M. Niss, *Modelling and applications in mathematics education,* New York: Springer, 2007.
[55] A. Işık ve E. Mercan, "Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Model Ve Modelleme Hakkındaki Görüşlerinin İncelenmesi", *Kastamonu Eğitim Dergisi*, vol.23, no.4, pp.1835-1850, 2015.
[56] L. Akgün, A. Çiltaş, D. Deniz, Z. Çiftçi ve A. Işık, "İlköğretim Matematik Öğretmenlerinin Matematiksel Modelleme İle İlgili Farkındalıkları", *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergis*i, vol. 12, pp. 1-34, 2013.
[57] A. Tekin ve E.B. Güzel, "Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel modellemeye ilişkin görüşlerinin belirlenmesi", *20. Eğitim Bilimleri Kurultayı*, 2011, pp.8-10.
[58] H.H.Yıldırım, S. Yıldırım, M.İ. Yetişir ve E. Ceylan, "PISA 2012 Ulusal Ön Raporu", *Millî Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü*, Ankara, 2013.

[59] R. Turner, "Modelling and applications in PISA", *In Modelling and applications in mathematics education*, pp. 433-440, Springer, Boston, MA, 2007.

[60] Ç.N. Hıdıroğlu, "Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinin analizi: Bilişsel ve üstbilişsel yapılar üzerine bir açıklama",Doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, 2015.

[61] "PISA 2015 Ulusal raporu", *Millî Eğitim Bakanlığı, Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanl*ığı, Ankara, 14, 2016.

[62] R.B. Ferri, "Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process", *ZDM*, vol.38, no.2, pp.86-95, 2006.

[63] M. Blomhøj ve T.H. Jensen, "What's all the fuss about competencies?" *In Modelling and applications in mathematics education*, pp. 45-56, 2007.

[64] J.J. Watters, L.D. English ve S. Mahoney, Mathematical modeling in the elementary school", In *American Educational Research Association Annual meeting*, April, San Diego, 2004.

[65] G. Kaiser, "Mathematical modelling in school–Examples and experiences", *Mathematikunterricht im Spannungsfeld von Evolution und Evaluation. Festband für Werner Blum*, pp. 99-108, 2005.

[66] E.B. Güzel, A.T. Dede, Ç.N. Hıdıroğlu, S.K. Ünver ve A.Ö.Çelik, *Matematik eğitiminde matematiksel modelleme: araştırmacılar, eğitimciler ve öğrenciler için*, Pegem Atıf İndeksi, 2016.

[67] M. Stohlmann, L. DeVaul, C. Allen, A. Adkins, T. Ito, D. Lockett ve N.Wong, "What ıs known about secondary grades mathematical modelling-a review", *Journal of Mathematics Research*, vol.8, no.5, pp.12-28, 2016.

[68] R.B. Ferri ve R. Lesh, "Should Interpretation Systems Be Considered to Be Models if They Only Function Implicitly?", *In Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practic*, pp. 57-66. Springer, Dordrecht, 2013.

[69] A.T. Dede, " Matematik derslerinde öğrencilerin modelleme yeterliklerinin geliştirilmesi", Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, 2015.

[70] Z.Yıldırım ve A. Işık, "Matematiksel modelleme etkinliklerinin 5. sınıf öğrencilerinin matematik dersindeki akademik başarılarına etkisi", *Kastamonu Eğitim Dergisi*, vol.23, no.2, pp.581-600, 2015.

[71] F.M. Kal, "Matematiksel Modelleme Etkinliklerinin İlköğretim 6. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Problemi Çözme Tutumlarına Etkisi", Yüksek lisans tezi, Kocaeli Üniversitesi, 2013.

[72] B.K. Doruk, "Matematiği günlük yaşama transfer etmede matematiksel modellemenin etkisi", Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi, 2010.

[73] N. Işık, "Matematiksel Modelleme Etkinliklerinin İlkokul 4. Sınıfta Sayılar Öğrenme Alanına İlişkin Zorluk Algısı ve Başarıya Etkisi", Doktora Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, 2016.

[74] Y. Sandalcı, "Matematiksel modelleme ile cebir öğretiminin öğrencilerin akademik başarılarına ve matematiği günlük yaşamla ilişkilendirmelerine etkisi", Yüksek lisans tezi, Rize üniversitesi, 2013.

[75] B. Cinislioğlu, “Matematiksel modelleme yöntemi ile doğrusal denklemler konusunun öğretiminin ortaokul üçüncü sınıf öğrencilerinin akademik başarısına etkisi “, Yüksek lisans tezi, Atatürk Üniversitesi, 2017.

[76] M.Ö. Sağırlı, “Türev konusunda matematiksel modelleme yönteminin ortaöğretim öğrencilerinin akademik başarıları ve öz-düzenleme becerilerine etkisi”, Doktora tezi, Atatürk Üniversitesi, 2010.

[77] A. Çiltaş, “Dizi ve seriler konusunun matematiksel modelleme yoluyla öğretiminin ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının öğrenme ve modelleme becerileri üzerine etkisi”, Doktora tezi, Atatürk Üniversitesi, 2011.

[78] R. Lesh ve G. Harel, “Problem solving, modeling, and local conceptual development”, *Mathematical Thinking and Learning*, vol.5, no.2/3, pp.157-189, 2003.

[79] A. Baturo ve R. Nason, “Student teachers' subject matter knowledge within the domain of area measurement”, *Educational Studies İn Mathematics*, vol.31, no.3, pp.235-268, 1996.

[80] A. Fauzan, *Applying realistic mathematics education (rme) in teaching geometry in ındonesian primary schools*. 2002.

[81] J.S. Zawojewski, “Problem solving versus modeling”, *In Modeling students' mathematical modeling competencies*, pp. 237-243. Springer, Dordrecht, 2013.

[82] A.G. Harrison ve D.F. Treagust, “Conceptual change using multiple interpretive perspectives: Two case studies in secondary school chemistry”, *Instructional Science*, vol.29, no.1, pp.45-85, 2001.

[83] J.H. Van Driel ve N. Verloop, "Teachers' knowledge of models and modelling in science”, *International Journal of Science Education*, vol.21, no.11, pp.1141-1153, 1999.

[84] J.N. Kapur, *Mathematical modelling*. New Age International, 1988.

[85] R. Lehrer ve L. Schauble, “Origins and evolution of model-based reasoning in mathematics and science”, *Beyond constructivism: A models and modelling perspective on teaching, learning, and problem solving in mathematics education*, pp.59-70, 2003.

[86] C. Haines ve R. Crouch, “Mathematical modelling and applications: Ability and competence frameworks”, *In Modelling and applications in mathematics education*, pp. 417-424. Springer, Boston, MA, 2007.

[87] T. Lingefjärd, “Modelling in teacher education”, *In Modelling and applications in mathematics education*”,pp. 475-482. Springer, Boston, MA, 2007.

[88] K.M. Bliss ve J.M. Libertini, “Using Applications to Motivate the Learning of Differential Equations”, *In Advances in the Mathematical Sciences,* pp. 359-370. Springer, Cham, 2016.

[89] R.Lesh, M. Landau ve E. Hamilton, “Conceptual models and applied mathematical problem-solving research”, *Acquisition of mathematics concepts and processes*, pp.263-343, 1983.

[90] J. Mason, “Modelling: What Do We Really Want Pupils to Learn?” *In D. Pimm (Ed.), Mathematics, Teachers and Children*, pp. 201-215. London: Hodder & Stoughton, 1988.
[91] G. Kaiser ve B. Sriraman, “A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education”, *ZDM*, vol.38, no.3, pp.302-310, 2006.
[92] R. Lesh ve G. Carmona, “Piagetian conceptual systems and models for mathematizing everyday experiences”, *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*, pp.71-96, 2003.
[93] M. Niss, W. Blum ve P.L. Galbraith, “Introduction”, *In M. Niss, W. Blum, H. Henn, and P. L. Galbraith (Eds.), Modelling and Applications in Mathematics Education*, pp. 3-32. New York: Springer, 2007.
[94] R.B. Ferri, “Mathematical modeling—The teacher’s responsibility”, C*onference on mathematıcal modelıng*,2013, pp.26-31.
[95] P. Galbraith, “Models of modelling: Genres, purposes or perspectives*”, Journal of Mathematical Modelling and Application*, vol.1, no.5, pp.3-16, 2012.
[96] J.Stillman, *Gentrification and schools: The process of integration when whites reverse flight*. Springer, 2012.
[97] J. N. Kapur, “The Art of Teaching the Art of Mathematical Modeling”, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, vol.13, no.2, pp.185-192, 1982.
[98] W. Blum, “Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research”, *In Trends in teaching and learning of mathematical modelling*, pp. 15-30. Springer, Dordrecht, 2011.
[99] H.M. Doerr, “Experiment, simulation and analysis: An integrated instructional approach to the concept of force”, *International Journal of Science Education*, vol.19, no.3, pp.265-282, 1997.
[100] A.Ş. Zeytun, “An ınvestigation of prospective teachers’ mathematical modeling processes and their views about factors affecting these processes”, Doctoral Dissertation, Middle East Tecnical University, 2013.
[101] M.F.Doğan, R. Gürbüz, Z.Ç. Erdem ve S. Şahin, "Using Mathematical Modeling for Integrating STEM Disciplines: A Theoretical Framework, *Manuscript submitted for publication*, 2018.
[102] G. Harel ve R. Lesh, “Local conceptual development of proof schemes in a cooperative learning setting”, *Beyond constructivism: Models and modeling perspecfives on mathemafics problem solving, learning and teaching*, pp.359-382, 2003.
[103] J.S. Zawojewski ve R. Lesh, “A models and modeling perspective on problem solving”, *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*, pp. 317-336, 2003.
[104] Ç.N. Hıdıroğlu ve E.B. Güzel, “Teknoloji destekli ortamda matematiksel modellemede modelin doğrulanmasındaki yaklaşımların ve düşünme süreçlerinin kavramsallaştırılması”, vol.13, no.4, pp. 2487-2508, 2013.
[105] W. Blum ve D. Leiß D., “How do students and teachers deal with mathematical modelling problems? The example “Filling up”, *In Haines et al.*

(Eds.), Mathematical Modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics. Chichester, pp. 222-231. Horwood Publishing, 2007.
[106] K. Maaß ve C. Mischo, "Implementing modelling into day-to-day teaching practice–The project STRATUM and its framework", *Journal Für Mathematik-Didaktik*, vol.32, no.1, pp.103-131, 2011.
[107] M. Blomhøj ve T.H. Jensen, "Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning", *Teaching mathematics and its applications*, vol.22, no.3, pp.123-139, 2003.
[108] G. Kaiser, "Modelling and modelling competencies in school", *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics*, 2007, pp.110-119.
[109] W. Blum ve D. Leiß, "Investigating quality mathematics teaching: The DISUM project", *Developing and researching quality in mathematics teaching and learning, proceedings of MADIF*, 5, pp.3-16, 2007.
[110] H. Henning ve M. Keune, "Levels of modelling competencies", *In Modelling and applications in mathematics education*, pp. 225-232. Springer, Boston, MA, 2007.
[111] M. Ludwig ve B. Xu, "A Comparative Study of Modelling Competencies Among Chinese and German Students", *Journal fur Mathematik-Didaktik*, vol.31, no.1, pp.77-97, 2010.
[112] R.J. Rensaa, "A task based two-dimensional view of mathematical competency used to analyse a modelling task", *International Journal of Innovation in Science and Mathematics Education*, vol.19, no.2, pp.37-50, 2011.
[113] F.A. Güç, "Matematiksel Modelleme Yeterliklerinin Geliştirilmesine Yönelik Tasarlanan Öğrenme Ortamlarında Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Yeterliklerinin Değerlendirilmesi", Doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, 2015.
[114] W. Blum ve G. Kaiser, "Vergleichende empirische Untersuchungen zu mathematischen Anwendungsfähigkeiten von englischen und deutschen Lernenden", *Unpublished application to Deutsche Forschungsgesellschaft*, 1997.
[115] M. Ludwig ve X.R. Reit, "A Cross-section Study about Modelling Task Solutions", *In ICME 12 Conference*, pp.3376–3387, Seoul, Korea: ICME, 2012.
[116] R.M. Zbiek ve A. Conner, "Beyond motivation: Exploring mathematical modeling as a context for deepening students' understandings of curricular mathematics", *Educational Studies in Mathematics*, vol.63, no.1, pp.89-112, 2006.
[117] H.M. Doerr ve L.D. English, "A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data", *Journal For Research İn Mathematics Education*, vol.34, no.2, pp.110-136, 2003.
[118] R. Lesh, M. Hoover, B. Hole, A. Kelly ve T. Post, "Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers", *Research Design in Mathematics and Science Education*, pp. 591-646, 2000.

[119] S.A. Chamberlin ve S.M. Moon, "How does the problem based learning approach compare to the model-eliciting activity approach in mathematics", *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, vol.9, no.3, pp.78-105, 2008.

[120] K. Maaß, "Modelling in class: What do we want the students to learn?", *In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, S. Khan, & Mathematical Modelling (Eds.), Education, engineering and economics*, pp. 65–78. Chichester: Horwood Publishing, 2007.

[121] G.S. Kaiser, G. Kaiser, B. Sriraman, M. Blomhøj ve F.J. Garcia, "eport From The Workıng Group Modellıng And Applıcatıons - Dıfferentıatıng Perspectıves And Delıneatıng Commonaltıes", *In CERME 5*, 2007, pp. 2035-2041.

[122] J.A. Van De Walle, K.S. Karp ve J.M. Bay-Williams, J. M., *İlkokul ve ortaokul matematiği: Gelişimsel yaklaşımla öğretim (Çev. S. Durmuş).* Ankara: Nobel Yayıncılık, 2014.

[123] M. Stephan ve D.H. Clements, "Linear and area measurement in prekindergarten to grade 2", *Learning and teaching measurement*, pp.3-16, 2003.

[124] L. Dickson, "Area of a rectangle", *Students' Mathematical Frameworks*, pp.8-13, 1989.

[125] H.M. Huang ve K.G. Witz, "Children's conceptions of area measurement and their strategies for solving area measurement problems", *Journal of Curriculum and Teaching*, vol. 2, no.1, pp.10-26, 2013.

[126] M.A. Simon ve G.W. Blume, "Building and understanding multiplicative relationships: A study of prospective elementary teachers", *Journal for Research in Mathematics Educat*ion, vol.25, no.5, pp.472-494, 1994.

[127] A. Reynolds ve G.H. Wheatley, "Elementary students' construction and coordination of units in an area setting", *Journal for Research in Mathematics Education*, vol.27, no.5, pp.564-581, 1996.

[128] H. Freudenthal, *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Holland: D. Reidel Publishing Company, 1983.

[129] K. Zacharos, "Prevailing educational practices for area measurement and students' failure in measuring areas", *The Journal of Mathematical Behavior*, vol.25, no.3, pp.224-239, 2006.

[130] L.N.Outhred ve M.C. Mitchelmore, "Young children's intuitive understanding of rectangular area measurement", *Journal for Research in Mathematics Education*, vol.31, no.2, pp.144-167, 2000.

[131] İ.Ö. Zembat, "Ölçme, Temel Bileşenleri ve Sık Karşılaşılan Kavram Yanılgıları", *Bingölbali, E., & Özmantar, M., F.(Ed.) İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri*, pp.127-154, 2010.

[132] G. Kidman ve T.J. Cooper, "Area integration rules for grades 4, 6 and 8 students", In *Proceedings of the 21st international Conference for the Psychology of Mathematics Education*, Lahti, Finland, 1997, pp. 136-143.

[133] C. Yoon, "A conceptual analysis of the models and modeling characterization of model-eliciting activities as "thought-revealing activities", Doctoral dissertation, Indiana University, 2007.

[134] S.A. Chamberlin, "Analysis of interest during and after model eliciting activities: A comparison of gifted and general population students", Doctoral dissertation, Purdue University, 2002.
[135] A. Peter-Koop, "Fermi problems in primary mathematics classrooms: Pupils' interactive modelling processes", *Mathematics education for the third millenium: Towards 2010*, 2004, pp.454-461.
[136] A.T. Dede ve E.B. Güzel, "A rubric development study for the assessment of modeling skills", *The Mathematics Educator*, (in press).
[137] R.E. Stake, *The art of case study research*. Sage, 1995.
[138] S.B. Merriam, *Qualitative Research and Case Study Applications in Education. Revised and Expanded from" Case Study Research in Education.*". Jossey-Bass Publishers, 350 Sansome St, San Francisco, CA 94104, 1998.
[139] J.W. Creswell, *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches (4nd ed.)*. Thousand Oaks, CA: Sage, 2013.
[140] R.K. Yin, *Case study research: Design and method (4th ed.).* Thousand Oaks, CA: Sage, 2009.
[141] R.K. Yin, *Case study research: design and methods*. Thousand Oaks, CA, 1994.
[142] R.K. Yin, *Case study research and applications: Design and methods*. Sage publications, 2017.
[143] R. Stake, "Case study", *In N. Denzin & Y. Lincoln (Eds.), Handbook of qualitative research*, pp. 435-454. Thousand Oaks, CA: SAGE, 2005.
[144] M.Q. Patton, *Qualitative research & evaluation methods (3rd ed.)*. Thousand Oaks, CA: Sage, 2002.
[145] H. Şimsek ve A. Yıldırım, *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık, 2003.
[146] G. T. Şişman, " Sixth grade students' conceptual and procedural knowledge and word problem solving skills in length, area, and volume measurement", Doctoral dissertation, Middle East Technical University, 2010.
[147] N. Orhan, "An investigation of private middle school students' common errors in the domain of area and perimeter and the relationship between their geometry selfefficacy beliefs and basic procedural and conceptual knowledge of area and perimeter", Master's dissertation, Middle East Technical University, 2013.
[148] B. Özçakır, "The effects of mathematics instruction supported by dynamic geometry activities on seventh grade students' achievement in area of quadrilaterals", Master's dissertation, Middle East Technical University, 2013.
[149] A. Yıldırım ve H. Şimşek, *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri.(9. Genişletilmiş Baskı)*, Ankara: Seçkin Yayınevi, 2013.
[150] Ş. Büyüköztürk, E.K. Çakmak, Ö.E. Akgün, Ş. Karadeniz ve F. Demirel, *Bilimsel araştırma teknikleri*. In Ankara: Pegem Akademi Yayınları. Forum, 2013
[151] S. Çepni, *Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş*. Trabzon: Celepler Matbaacılık, 2007.

[152] K.M. Hart, "Measurement", *In Children's understanding of mathematics: 11-16*, pp.9-22. London: John Murray, 1981.
[153] J. Piaget, *Yapısalcılık,(Çev: F. Akatlı)*. İstanbul: Dost Kitabevi Yayınları, 1982.
[154] W. Blum, "Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do?", In *The proceedings of the 12th international congress on mathematical education*, pp. 73-96. Springer, Cham, 2015.
[155] G. Stillman, J. Brown ve P. Galbraith, "Researching applications and mathematical modelling in mathematics learning and teaching", *Mathematics Education Research Journal*, vol.22, no.2, pp.1-6, 2010.
[156] R.L. Gold, "Roles in Sociological Field Observations", *Social Forces*, vol.36, no.3, pp.217-223, 1958.
[157] S.B. Merriam, *Nitel araştırma: Desen ve uygulama için bir rehber. S. Turan (Çev. Ed.).* Ankara: Nobel. [Orijinal baskı 2009], 2013.
[158] S.B. Merriam ve E.J. Tisdell, *Qualitative research: A Guide to design and ımplementation (fourth edition)*. San Fransisco, CA: Jossey Bass, 2015.
[159] J.W. Creswell, W.E. Hanson, V.L. Clark Plano ve A. Morales, "Qualitative research designs: Selection and implementation", *The Counseling Psychologist*, vol.35, no.2, pp.236-264, 2007.
[160] D.S. Madison, *Critical ethnography: Method, ethics, and performance*. Sage, 2011.
[161] A. Strauss ve J.M. Corbin, *Basics of qualitative research: Grounded theory procedures and techniques*. Sage Publications, Inc, 1990.
[162] M.Z. Ilgar ve S.C. Ilgar, *Nitel bir araştırma deseni olarak gömülü teori (Temellendirilmiş Kuram)*, 2013.
[163] M. Jones ve I. Alony, "Guiding the use of Grounded Theory in Doctoral studies–an example from the Australian film industry", *International Journal of Doctoral Studies*, vol.6, pp.95-114, 2011.
[164] A.B. Ellis, Z. Ozgur, T. Kulow, M.F. Dogan ve J. Amidon, "An exponential growth learning trajectory: Students' emerging understanding of exponential growth through covariation", *Mathematical Thinking And Learning*, vol.18, no.3, pp.151-181, 2016.
[165] M.B. Miles ve A.M. Huberman, *Qualitative data analysis: An expande sourcebook (2nd ed.).* Thousand Oaks, CA: Sage, 1994.
[166] C.A. Mertler, "Designing scoring rubrics for your classroom", *Practical Assessment, Research & Evaluation*, vol.7, no.25, pp.1-10, 2001.
[167] R.K. Yin, *Applied social research methods series Case study research: Design and methods*, 1984.
[168] N. Gürefe, "Ortaokul Öğrencilerinin Alan Ölçüm Problemlerinde Kullandıkları Stratejilerin Belirlenmesi", *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, vol. 33, no.2, pp.417-438, 2018.
[169] C. Kamii ve J. Kysh, "The difficulty of "length× width": Is a square the unit of measurement?", *The Journal of Mathematical Behavior*, vol.25, no.2, pp.105-115, 2006.

[170] K. Hart ve A. Sinkinson, “Forging the link between practical and formal mathematics”, In *Proceedings of the 12th international conference for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 2, pp. 380-384, 1988.
[171] G.T. Şişman ve M. Aksu, “Yedinci sınıf öğrencilerinin alan ve çevre konularındaki başarıları”, *İlköğretim Online*, vol.*8*, no.1, pp.243-253, 2009.
[172] Ş.D. Tarım, “Okul Öncesinde Matematik Eğitimi”, *Ulutaş (Ed.), Okul Öncesinde Matematik Eğitimi*, pp.210-232.
[173] J. Piaget, *The child’s conception of number*. London: Routledge and Keaan Paul, 1952.
[174] G. Kospentaris, P. Spyrou ve D. Lappas, “Exploring students’ strategies in area conservation geometrical tasks”, *Educational Studies in Mathematics*, vol.77, no.1, pp. 105-127, 2011.
[175] Carpenter, T. P., & Lewis, R. (1976). The development of the concept of a standard unit of measure in young children. Journal for research in Mathematics Education, 53-58.
[176] Steife, L. P., & Hirstein, J. J. (1976). Children's thinking in measurement situations. In D. Nelson & R. Reys (Eds.), Measurement in school mathematics (pp. 35-39). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
[177] R. Lehrer, L. Jaslow ve C. Curtis, “Developing an understanding of measurement in the elementary grades”, *Learning and teaching measurement*, vol.1, pp.100-121, 2003.
[178] W. Blum, R.B. Ferri, “Advancing the teaching of mathematical modeling: Research-based concepts and examples”, *Mathematical Modeling and Modeling Mathematics*; pp. 65-76. Hirsch, CR, McDuffie, AR, 2016
[179] J.P. Brown ve I. Edwards, “Modelling tasks: Insight into mathematical understanding”, *In Trends in teaching and learning of mathematical modelling*, pp. 187-197. Springer, Dordrecht, 2011.
[180] G. Harel ve L. Sowder, “Students’ proof schemes: Results from exploratory studies”, *Research in collegiate mathematics education III*, 1998, pp. 234-283.
[181] R. Lesh ve J. Kaput, Interpreting modeling as local conceptual development. *In J. DeLange & M. Doorman (Eds.), Senior secondary mathematics education*. Utrecht, Netherlands: OW&OC, 1988.
[182] B. Inhelder ve J. Piaget, “An essay on the construction of formal operational structures”, *The growth of logical thinking: From childhood to adolescence* (*A. Parsons & S. Milgram, Trans.).* New York, NY, US, 1958.
[183] J. Piaget, *Reply to comments concerning the part played by equilibration processes in the psychobiological development of the child*. 1960.
[184] A.B. Ellis, “Generalizing-promoting actions: How classroom collaborations can support students' mathematical generalizations”, *Journal for research in mathematics education*, vol.42, no.4, pp.308-345, 2011.

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı :Zeynep ÇAVUŞ ERDEM
Doğum Yeri : Bornova / İZMİR
Doğum Tarihi : 18.07.1985
Medeni Hali : Evli
Yabancı Dili : İngilizce
E-posta : zcavuserdem@hotmail.com

Eğitim Durumu

Derece	Alan	Üniversite	Mezuniyet Yılı
Yüksek Lisans	Matematik Eğitimi	Adıyaman Üniversitesi	2013
Lisans	İlköğretim Matematik Öğretmenliği	Selçuk Üniversitesi	2006
Lise	-	Adıyaman İmam Hatip Lisesi	2002

Yayınlar

[1] Z.Ç.Erdem, M.F. Doğan, R. Gürbüz ve S. Şahin, "Matematiksel Modellemenin Öğretim Araçlarına Yansımaları: Ders Kitabı Analizi", *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, vol. *7*, no.1,pp. 61-86, 2017.

[2] Z.Ç.Erdem ve H. Duran, "Yetişkinlerin zihinden hesaplama becerilerinin özellikleri üzerine karşılaştırmalı bir çalışma", *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, vol. *6*, no.3,pp. 463-482, 2015.

[3] Z.Ç. Erdem ve R. Gürbüz, "Öğrencilerin Hata ve Kavram Yanılgıları Üzerine Bir İnceleme: Denklem Örneği", *Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, vol. *14*, no.1, pp.640-670, 2017.

[4] R. Gürbüz ve Z.Ç. Erdem, "Öğrenci hata ve yanılgılarına ilişkin öğretmen görüşleri: Denklem örneği", *Kuramsal Eğitimbilim Dergisi*, vol. *8*, no.3,pp. 360-379, 2015.

[5] Z. Gün ve Z.Ç. Erdem, "Uyum analizi yöntemiyle matematik başarısını etkileyen faktörlerin incelenmesi", *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, vol.*4*, no.2, pp.98-118, 2014.

[6] M.F.Doğan, R. Gürbüz, Z.Ç. Erdem ve S. Şahin, "Using Mathematical Modeling for Integrating STEM Disciplines: A Theoretical Framework, *Manuscript submitted for publication*, 2018.

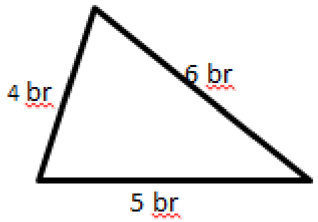
EKLER

Ek 1. Görüşme Formları

İLK GÖRÜŞME FORMU

S.1. Kenar uzunluğu 5 cm olan bir karenin alanını nasıl hesaplarsınız? Bulduğunuz sonuç neyi ifade ediyor? Açıklayınız.

S.2. Yanda verilen üçgenin alanını nasıl hesaplarsınız? Bulduğunuz sonuç neyi ifade ediyor? Açıklayınız.



S.3. Bir dikdörtgen düşünün. Dikdörtgenin kenar uzunlukları iki katına çıkarıldığında, dikdörtgenin alanı nasıl değişir? Açıklayınız

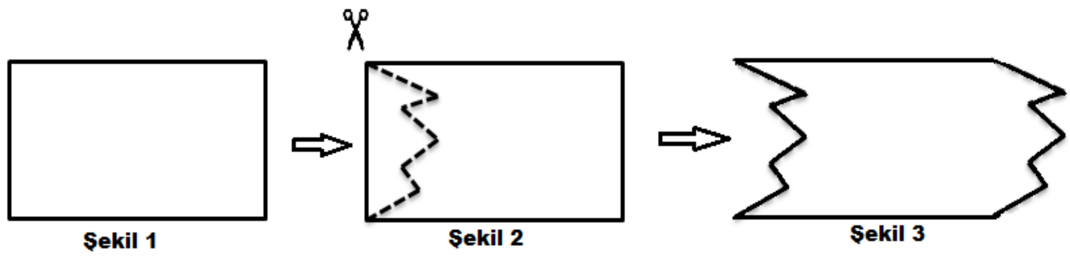
S.4. Okulumuzdaki 7-A ve 7-B sınıflarının tabanları kare fayanslarla, 7-B ve 7-C sınıfının tabanları kare parke parçalarla ölçülmüştür. Her sınıfa ait ölçüm sonucu aşağıda verilmiştir.

Sınıflar	Ölçüm Sonucu
7-A	20 kare fayans
7-B	18 kare fayans
7-C	23 kare parke
7-D	20 kare parke

Sınıfların taban alanları ile ne söyleyebilirsin? Aşağıda verilen ifadelerin doğruluğunu değerlendiriniz.

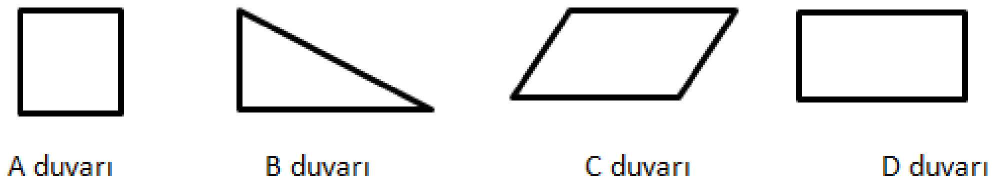
- A ve D sınıflarının taban alanları eşittir.
- B sınıfının taban alanı, A sınıfının taban alanından küçüktür.
- D sınıfının taban alanı, C sınıfının taban alanından büyüktür.

S.5



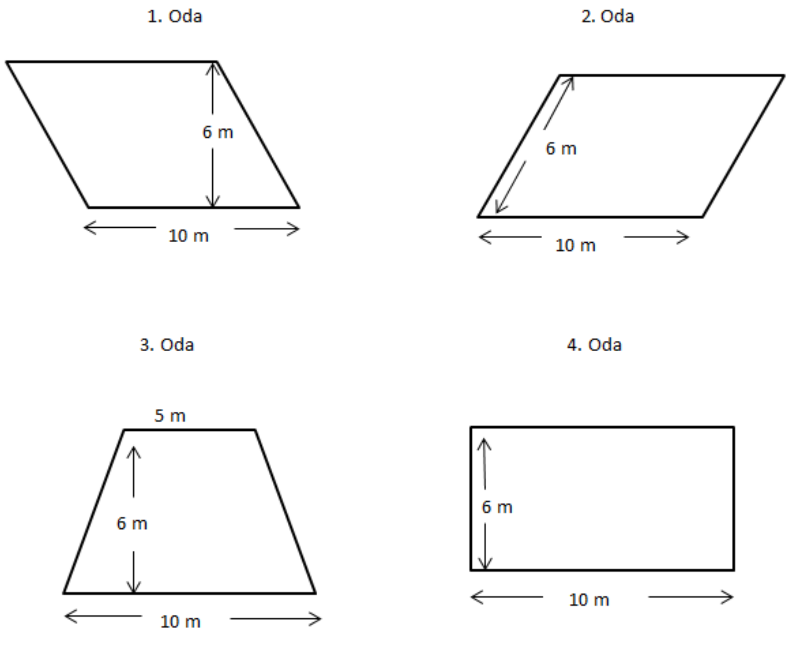
Yasemin, şekil 1'de verilen dikdörtgen şeklindeki bir kağıdı, şekil 2'de gösterildiği gibi kesmiştir. Daha sonra kesilen parçayı dikdörtgenin sağına kaydırarak şekil 3'ü oluşturmuştur. Sizce oluşturulan 3. Şeklin alanı nasıl değişir? Açıklayınız.

S.6.



Yukarıdaki şekilde verildiği gibi, bir boya ustasının farklı şekillerde dört duvarı boyaması gerekmektedir. Boya ustası, aynı renge boyayacağı dört duvar için elindeki boyayı eşit miktarda dört parçaya ayırıyor ve her duvar için eşit miktarda boya kullanıyor. **Bütün duvarlar tamamen boyanıyor ve hiç boya artmıyor. Bu şekillerle ilgili ne söylenilebilir? Açıklayınız.**

S.7. Bir fayans ustasının elinde 60 metrekarelik fayans bulunmaktadır. Usta elindeki fayansları kullanarak bir odanın tabanını kaplamak istiyor. Ustanın elindeki fayanslar farklı şekillerde verilen tabanların hangileri için yeterli hangileri için yetersizdir? Açıklayınız.



S.8. Aynı alana sahip iki çokgenin çevreleri farklı olabilir mi? Neden?

S.9. Aynı çevre uzunluğuna sahip iki çokgenin alanları farklı olabilir mi? Neden?

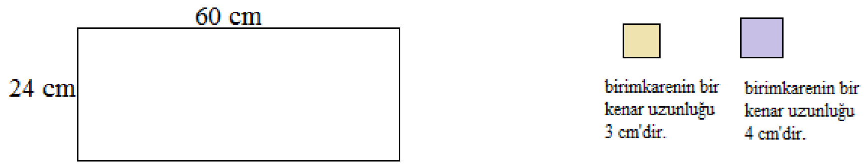
SON GÖRÜŞME SORULARI

S.1. İki kare düşünün. Karelerinin alanlarıyla ilgili şunlar bilinmektedir.

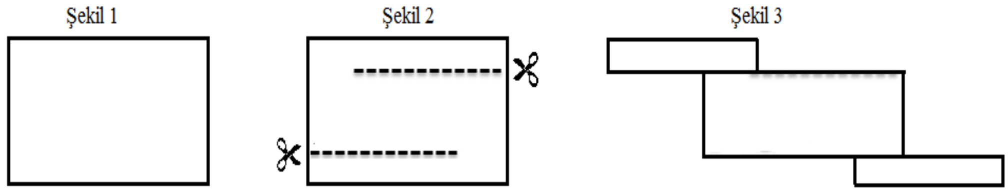
- Birinci karenin alanı 9 br^2'dir. 1br'in uzunluğu 4 cm'ye eşittir.
- İkinci karenin alanı 16 br^2'dir. 1br'in uzunluğu 3 cm'ye eşittir.

Bu iki karenin alanlarıyla ilgili ne söylenebilir? Karşılaştırınız.

S.2. Aşağıda verilen dikdörtgenin alanını aşağıda verilen birim kareler cinsinden bulunuz ve bulduğunuz alanları karşılaştırınız.

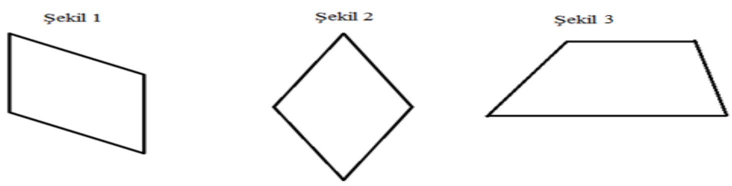


S.3. Aşağıda Şekil 1'de verilen dikdörtgen bir kağıt, Şekil 2'de gösterildiği şekilde her iki kenarından bir miktar kesilerek, kesildiği tarafın aksi yönünde katlanmış ve Şekil 3 oluşturulmuştur. Sizce oluşturulan 3. Şeklin alanı nasıl değişir?

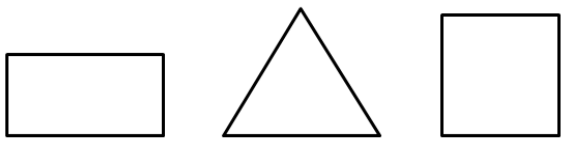


S.4. Bir kare düşünün. Kare bir kenar uzunluğu 2 br arttırılıp, diğer kenar uzunluğu 2 br azaltıldığında, alanında bir değişiklik olur mu ?

S. 5. Bir boya ustasının elinde 20 metrekarelik bir alanı boyayabilecek miktarda boya bulunmaktadır. Usta bir okulun duvarında yer alan aşağıdaki şekillerin tamamını boyamak istemektedir. Sizce tüm şekillerin boyanıp boyanmayacağını belirlemek için, aşağıda verilen şekillerle ilgili nelerin bilinmesi gerekir açıklayınız.



S.6. Büşra, elinde bulunan 3 adet 60 cm uzunluğundaki tel parçasını kullanarak aşağıda verilen şekilleri oluşturmuştur. Oluşturduğu şekillerin alanlarını karşılaştırınız.



Ek 2. Matematiksel Modelleme Etkinlikleri

1. ETKİNLİK KAMİL'İN KOYUNLARI PROBLEMİ

Kamil ile babası, koyun yetiştiricisidir. Koyunların otlarken kaybolmaması için köyün kenarında düz bir otlak alanı çitle çevreleyip kapatacaklardır.
Ellerinde bulunan çit miktarı 100 m'dir. Bu çitlerle çevrelediği otlağın maksimum büyüklükte olmasını isteyen Kamil ile babası bunu nasıl yapacakları konusunda sizden yardım istemektedir.
Çitleri kullanarak maksimum büyüklükte bir otlak oluşturmak için sizce otlağın şekli nasıl olmalıdır?
Şekli belirlerken neleri dikkate aldınız. Ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.

Not: Bu etkinlik 2017-2018 eğitim-öğretim yılında Matematik Uygulamaları ders kitabında yer alan Kamil'in Koyunları probleminin uyarlanmış versiyonudur.

2. ETKİNLİK BADEM İDDİASI PROBLEMİ

Birçok insanın severek tükettiği bir yiyecek olan badem, son yıllarda tarım alanında en çok tercih edilen ürünlerden biri haline gelmeye başlamıştır. Ülkemizin hemen hemen her yerinde karşılaşabileceğimiz badem ağaçlarının yetiştiriciliğinde de aynı şekilde son zamanlarda ciddi bir artış olmuştur. Kuru ve ya sulu arazilerin ikisinde de yetişen badem ağaçlarından en fazla verimin alınabilmesi için ağaçların dikimiyle ilgili bazı kurallara dikkat etmek gerekmektedir. Bu kurallardan birisi ağaçlar arasındaki mesafedir. Bahçeye dikilen ağaçların arasındaki mesafe 5 metre olmalıdır. Bahçenin kenarları boyunca dikilen ağaçların ise bahçe sınırına olan mesafesi 2 metre, diğer badem ağaçlarına olan mesafesi ise yine aynı şekilde 5 metre olmalıdır.
Badem ağacı yetiştirmeye karar veren Ali ile Kemal çok iyi anlaşan iki arkadaştır. Bu iki arkadaş, badem ağacı dikimiyle ilgili bir konuda iddiaya girerler.

- Ali, alanları eşit olan iki tarlaya dikilen badem ağacı sayısının eşit olması gerektiğini ifade ederken,
- Kemal, badem ağacı sayısının farklı olabileceğini belirtmektedir.

Sizce kim haklı ve iddiayı kim kazanır? Model oluşturarak ayrıntılı bir şekilde açıklayınız

GERİ DÖNÜŞÜM MACERASI (Isındırma Aktivitesi)

Geri dönüşüm, kullanım dışı kalan ve geri dönüştürülebilir olan atık malzemelerin çeşitli geri dönüşüm yöntemleri kullanılarak ile hammadde olarak tekrar imalat süreçlerine kazandırılmasıdır.

Atık malzemelerin hammadde olarak kullanılması çevre kirliliğinin engellenmesi açısından da önemlidir. Kullanılmış kağıdın tekrar kâğıt imalatında kullanılması hava kirliliğini %74- 94, su kirliliğini %35, su kullanımını %45 azaltabilmektedir. Örneğin bir ton atık kağıdın kâğıt hamuruna katılmasıyla 8 ağacın kesilmesi önlenebilmektedir.(http://cevreonline.com/geri-donusum/)

Doğal dengenin ve çevresel değerlerin korunması adına, ağaçlandırma, atık yönetimi ve çevre eğitimi alanında faaliyet gösteren Doğa ve Çevre Vakfı (DOÇEV) bazı maddelerin doğada yok olma sürelerini gösteren yandaki şekli hazırlamıştır. (http://www.docev.org.tr/ UserFiles/ ÜRÜNLERİNDOĞADA YOKOLUŞSÜRELERİAFİŞİ.jpg) Yok olma süreleri göz önüne alındığında geri dönüşüm faaliyetleri çevre kirliliğini önlemekte oldukça önemli bir faaliyet olarak karşımıza çıkmaktadır. Son yıllarda geri dönüşüm projeleri farklı bir boyut kazanmış ve bazı insanlar için bir geçim kaynağı olmaya başlamıştır. Özellikle ev hanımları eskiyen ve kullanılamayan eşyaları bazı işlemlerden geçirerek süs eşyası olarak satmakta ve ev gelirine katkıda bulunmaktadır.

Ampulden süs eşyası yapımı

Plastik şişe kapaklarından oyuncak

Teneke kutudan ip yumağı kutusu Tuvalet kağıdı rulolarından kalemlik kutusu

Hazırlık Soruları

S.1. Doğada yok olma süresi en uzun olan madde hangisidir?

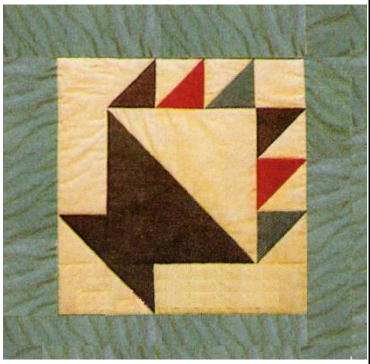
S.2. Çevresinde geri dönüştürebilen maddeleri fabrikalara ulaştırmak için biriktiren insanlar var mı? Varsa hangi maddeleri biriktirdiklerini yazınız.

S.3. Yukarıda verilen geri dönüşüm örneklerine verebileceğiniz başak bir örnek var mı? Varsa nedir? Vereceğiniz örnek için gerekli olan malzemeler nelerdir ve ne kadar kullanılması gerekmektedir? Açıklayınız.

3. ETKİNLİK GERİ DÖNÜŞÜM MACERASI PROBLEMİ

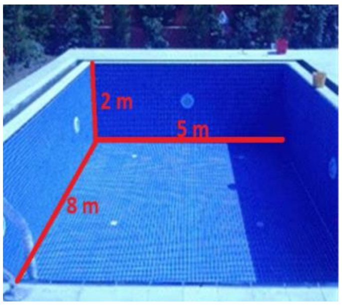
Ayşe Hanım, ev işlerinden arta kalan zamanında kullanılmış eskiyen malzemeleri kumaş ile kaplayıp süs eşyası olarak satarak ev gelirine katkı sağlamayı planlamaktadır. Ayşe Hanım, sağlayacağı katkıyı artırmak için malzemeleri kaplayacağı kumaşları en az miktarda kullanmayı istemektedir. Fakat, malzemeleri kaplamak için ne kadar kumaş parçasının kullanılacağını konusunda bir fikri yoktur. Bu konuda sizden bir matematikçi olarak yardım istemektedir. Göreviniz, size verilen teneke kutuyu kaplayacak kumaş parçasını belirleyecek bir ölçme aracı (birimi) geliştirmek. Ölçme aracını geliştirirken neleri dikkate aldığınızı ayrıntılı bir şekilde belirtiniz.

4. ETKİNLİK KIRKYAMA YASTIK PROBLEMİ



Bir fabrika kırkyama yastık yüzü imal etmektedir. İmal edilen yastığın ön yüzünün örneği yandaki şekilde verilmiştir. Yastığın arka yüzü, önde yer alan krem renkli kumaş türünden kaplanacaktır. Kare şeklindeki yastık yüzünün bir kenar uzunluğu 42 cm olarak düşünülmektedir. Fabrika yöneticileri maliyet hesaplaması yapmak adına her bir yastık için gereken kumaş miktarını hesaplamak istiyor. Bu konuda sizin yardımınıza ihtiyacı var. Sizden istenen 100 tane yastık yüzünün üretilmesi için her renk kumaştan gerekli olan kumaş miktarını belirleyecek bir model oluşturmak. Modeli oluştururken neleri dikkate aldığınızı kumaş miktarını nasıl bulduğunuzu fabrika yöneticilerine ayrıntılı bir şekilde yazınız.

5. ETKİNLİK YÜZME HAVUZU PROBLEMİ



Ahmet Bey evinin bahçesine çocuklarıyla birlikte vakit geçirebilecekleri 2 m, 5m ve 8m ebatlarında bir yüzme havuzu yaptırmayı planlamaktadır. Havuzun kaplanacağı malzeme konusunda ise kararsızdır. Kaplama malzemesinin maliyetinin ucuz olmasını, aynı zamanda dayanıklı olmasını istemektedir. Havuz kaplayan ustalar Ahmet Bey'e 3 seçenek sunmuştur. Seçenekler ve seçeneklere ait bilgiler aşağıdaki tabloda sunulmuştur


Mozaik Kaplama


Karo Kaplama


Liner Kaplama

Kaplama Türüne İlişkin Bilgiler

Kaplama Türü	Ebatı	Bir adet malzemenin fiyatı	Ortalama Dayanıklıl Süresi
Mozaik Kaplama	4 cm x 4 cm	0, 15 lira	25 yıl
Karo Kaplama	10 cm x 20 cm	1,5 lira	17 yıl
Lineer Kaplama	1 m x 1 m	45 lira	10 yıl

Kaplama türlerine ait bilgileri inceleyiniz. Size göre Ahmet Beyin hangi kaplama türünü tercih etmesi daha avantajlıdır, açıklayınız. Tercihinizi bir mektupla Ahmet Bey'e yazınız. Mektubunuzda tercihinizi hangi hesaplamalarla nasıl yaptığınızı ayrıntılı bir şekilde yazınız.

6.ETKİNLİK OKUL PARTİSİ PROBLEMİ

Okulumuzun bahçesinde bir konser düzenlenecek. Okulumuzdaki öğrencilerin hemen hepsi ve komşu okullardaki bazı öğrencilerin konsere gelmesini bekliyoruz. Konseri organize eden müzik kulübü öğrencileri bahçe için mümkün olan maksimum seyirci sayısını belirlemek istiyor. Sizin göreviniz bahçenin alabileceği maksimum öğrenci sayısını hesaplamak ve nasıl hesapladığınızı müzik kulübü öğrencilerine açıklayan bir rapor hazırlamak.

Not: Bu etkinlik Henning ve Keune (2005)'nin çalışmasından uyarlayan Doruk'un (2010) çalışmasından alınmıştır.

7. ETKİNLİK MİRAS PAYLAŞIMI PRBOLEMİ

Adıyaman' da yaşayan Ali Kemal, 2 kardeşiyle birlikte, babalarından miras kalan tarlaları adaletli bir şekilde bölüşmek istemektedir. Miras kalan 6 tarla bulunmaktadır, tarlaların büyüklükleri farklıdır her kardeş 2 tarla alacaktır. Paylaşımın olabildiğince adaletli yapılması gerekmektedir. Tarlaların uydu görüntüleri aşağıda verilmiştir. Tarlaları 3 kardeşe paylaştırınız. Paylaşımı nasıl yaptığınızı ayrıntılı bir biçimde açıklayınız.

**Paylaştırmanız gereken tarlalar kırmızı dairelerle gösterilmiştir.

8. ETKİNLİK PEYNİRLİ HELVA PROBLEMİ

Adıyaman'da bir pastane işleten Yaşar Usta, son zamanlarda azalan gelir miktarını artırmak adına bir şeyler yapmaya karar verir. Yaşar usta ne yapacağını düşünürken çırağı güzel bir fikirle gelir. Müşterilerin ilgisini çekeceğini düşünerek porsiyonların farklı şekillerde sunulmasını teklif eder. Bu fikre sıcak bakan Yaşar usta ilk iş olarak Adıyaman'ın yöresel lezzeti olan peynirli helvanın porsiyon şeklini değiştirmeye karar verir.
Yaşar Usta, 30 cm x 48 cm boyutlarında olan tepsideki peynirli helvanın porsiyon şeklini düşünmeye başlar. 4 porsiyon türü belirler. Porsiyon şekilleri aşağıda verilmiştir. Porsiyonların ebat uzunlukları şekilde verilen ölçülerle eşdeğerdir.

Porsiyon 1
12 ₺

Porsiyon 2
8 ₺

Porsiyon 3
4 ₺

Porsiyon 4
6 ₺

Yaşar Usta hangi porsiyonun daha çok kazanç sağlayacağını merak etmektedir ve bu konuda sizden bir matematikçi olarak yardım istemektedir.
Bir tepsi peynirli helvadan en çok kazancı sağlayan bir model oluşturunuz. Modeli nasıl oluşturduğunuzu Yaşar Usta'nın anlayacağı bir şekilde açıklayarak raporlaştırınız.

Ek 3. Uygulama İzin Belgesi

T.C.
ADIYAMAN VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı :48278708/150.01/2928499 06.03.2017
Konu : Bilimsel Araştırma İzni

ADIYAMAN ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü)

İlgi: 16/02/2017 tarih ve 53090988-302.08.01-1090 sayılı yazınız.

Üniversiteniz Fen Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı Dokrora öğrencisi Zeynep ÇAVUŞ ERDEM'in "Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Modelleme Performansları ve Modelleme Sürecine Yönelik Görüşlerinin İncelenmesi" konulu doktora tezi çalışmasını ilimiz Mehmet Akif Ersoy Ortaokulunda yapması Valilik Makamının 04/03/2017 tarih ve 48278708-150.01-2863130 sayılı onayı ile uygun görülmüş olup söz konusu onay ile mühürlü veri toplama araçları yazımız ekinde gönderilmiştir.

Bilgilerinizi ve gereğini arz ederim.

Mete KIZILKAYA
Milli Eğitim Müdürü

Ekler:
- Valilik Onayı
- Araştırma (10 sayfa)
- Tez Önerisi (12 sayfa)

Güvenli Elektronik İmzalı
Aslı ile Aynıdır.
07 Mart 2017
Mehmet TEKER
V.H.K.İ.