

**T.C.  
ADYAMAN ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**LİSANS ÜZÜMLERİ 7. SINIF ÖZRENLERİNİN MATEMATİKSEL VE  
OLASILIKSAL MUHAKEME BECERİLERİNİN İNCELENMESİ**

**EMRULLAH ERDEM**

**LİSANS ÜZÜMLERİ ANABİLİM DALI**

**ADYAMAN**

**2011**

**Her hakkı saklıdır**

T.C.  
ADYAMAN ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

LİSANS ÜSTÜ 7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL VE OLASILIKSAL  
MUHAKEME BECERİLERİNİN İNCELENMESİ

EMRULLAH ERDEM

LİSANS ÜSTÜ ANA BİLİM DALI

ADYAMAN

2011

Her hakkı saklıdır

## TEZ ONAYI

Emrullah ERDEM tarafından hazırlanan “**İk retim 7. Sınıf  rencilerinin Matematiksel ve Olasılıksal Muhakeme Becerilerinin ncelenmesi**” adlı tez çalı ması a a ıdaki jüri tarafından oy birli i / oy çoklu u ile Adıyaman Üniversitesi İk retim Anabilim Dalı’nda **YÜKSEK L SANS TEZ** olarak kabul edilmi tir.

Danı man : Doç. Dr. Ramazan GÜRBÜZ

Jüri yeleri :

Doç. Dr. Ramazan GÜRBÜZ

(Adıyaman Üniversitesi, İk retim Matematik E itimi Anabilim Dalı)

Prof. Dr. Recep ASLANER

( nönü niversitesi, İk retim Matematik E itimi Anabilim Dalı)

Yrd. Doç. Dr. nder KÖKLÜ

(Adıyaman Üniversitesi, Okul ncesi E itimi Anabilim Dalı)

Yukarıdaki sonucu onaylım.

Doç. Dr. Mustafa ÖZDEN

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

## ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

İlkö retim 7. Sınıf Ö rencilerinin Matematiksel ve Olasılıksal Muhakeme Becerilerinin  
ncelenmesi<sup>1</sup>

Emrullah ERDEM

Adıyaman Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
İlkö retim Ana Bilim Dalı

Danı man: Doç. Dr. Ramazan GÜRBÜZ

‘Dü ünebilme yetene i’, bireyin olaylardan anlamlar çıkarıp mantıklı kararlar verebilmesini sa layan bir özelli idir. Dü ünebilme yetene ini geli tirmeye yardımcı olan en önemli araçlardan biri de matematiktir. Bu nedenle matematik, zihnin bir gere i olan dü ünme eylemini içermektedir. Dü ünme eyleminin çok üzerinde bir u ra olan matematiksel muhakeme ise, ilgili olay, problem ya da durumun tüm yönlerini ele alıp mantıklı bir sonuca varma i idir. Bu süreçte alınan kararların ve ula ılan sonuçların etkilili i, genellikle belirsiz olayların meydana gelme olasılıklarını belirlerken yapılan muhakemelere ba lıdır. Çünkü olasılıksal muhakemede bulunabilmek; derin, dikkatli, ele tirel ve sezgisel dü ünmeyi, güçlü bir matematiksel dile sahip olmayı, mantıklı tahminlerde ve muhakemelerde bulunmayı gerektirir. Dolayısıyla matematiksel ve olasılıksal muhakeme becerileri birlikte kullanılarak daha etkili kararlar verilebilir.

Bu ara tırmanın amacı, ilkö retim 7. sınıf ö rencilerinin matematiksel muhakeme ve olasılıksal muhakeme beceri düzeylerini belirlemek ve aralarındaki ili kiyi tespit etmektir. li kisel tarama modellerinden korelasyonel modelin kullanıldı ı

---

<sup>1</sup> Bu çalı ma ADYÜBAP tarafından desteklenen EFYL2011/0004 nolu proje kapsamında hazırlanmı tır.

bu ara tırma, 2010-2011 e itim-ö retim yılında Güneydo u Anadolu Bölgesi'ndeki bir ilin üç farklı okulunda okuyan 167 ilkö retim 7. sınıf ö rencisiyle yürütölmü tür. Veri toplama aracı olarak, literatürden faydalanılarak geli tirilen “*Matematiksel Muhakeme Beceri Düzeyi Belirleme Ölçe i*” ve “*Olasılıksal Muhakeme Beceri Düzeyi Belirleme Ölçe i*” kullanılmı tır. Elde edilen veriler uygun yöntemler kullanılarak analiz edilmi tir. Yapılan analizler sonucunda, ara tırmaya katılan ö rencilerin ço unun matematiksel muhakeme becerileri ile olasılıksal muhakeme becerilerinin orta düzeyde oldu u ve bu iki beceri arasında pozitif yönde yüksek bir ili kinin oldu u tespit edilmi tir.

**Anahtar Kelimeler:** Matematik E itimi, Olasılık, Matematiksel Muhakeme, Olasılıksal Muhakeme, Olasılık-Muhakeme li kisi

## ABSTRACT

Master Thesis

An Investigation of the Seventh Grade Students' Mathematical and Probabilistic Reasoning Skills<sup>1</sup>

Emrullah ERDEM

Adıyaman University  
Institute of Sciences  
Department of Primary

Thesis Advisor: Assoc. Prof. Dr. Ramazan GÜRBÜZ

'Thinking ability' is an individual's feature for providing him/her to make logical decisions by inferring from events. Mathematics is one of the most important tools for aid in developing thinking ability. For this reason, mathematics involves thinking action which is a need for mind. Mathematical reasoning that is an endeavor over thinking action is an act of making logical decisions by considering all aspects of relevant events, problems or cases. The effectiveness of these decisions made in this process generally depends upon the reasonings while determining the probabilities of uncertain events. Since probabilistic reasoning requires deep, critical, careful and intuitive thinking, having a strong mathematical language, making logical predictions and logical reasoning. Therefore, more effective decisions can be made by employing mathematical reasoning skills and probabilistic reasoning skills.

The aim of this study is to examine the level of seventh grade students' mathematical reasoning and probabilistic reasoning skills and to determine the relationship between these two skills. The current study was conducted through correlational model from relational screening models in 2010-2011 school year and carried out with 167 seventh grade students studying at three state primary schools

---

<sup>1</sup>This study was prepared within the framework of a Project numbered EFYL2011/0004 that was supported by ADYÜBAP.

located in a province of the Southeastern Region of Turkey. Data were gathered from students' responses to the two scales developed by researcher with the help of literature, one of which was "*The Scale for Determining the Level of Mathematical Reasoning Skill*" and the other was "*The Scale for Determining the Level of Probabilistic Reasoning Skill*". When analyzing the data, it was determined that most of the participants had medium level regarding mathematical reasoning and probabilistic reasoning skill and also a high positive correlation between these two skills was found.

**Keywords:** Mathematics Education, Probability, Mathematical Reasoning, Probabilistic Reasoning, Probability-Reasoning Relation

## ÖNSÖZ

‘Dü ünebilme yetene i’, bireyin olaylardan anlamlar çıkarıp mantıklı kararlar verebilmesini sa layan bir özelli idir. Matematik ise dü ünebilme yetene ini geli tiren en önemli araçlardan biridir. Dolayısıyla matematik, zihnin bir gere i olan dü ünme eylemini içermektedir. Bu dü ünme eylemi bütün etmenleri dikkate alarak akılcı bir sonuca ula ma süreci olarak gerçekleştirildi inde muhakeme, akıl yürütme ya da usa vurma olarak adlandırılmaktadır (Umay 2003).

Muhakeme, belli bir amaca yönelik olarak planlı, programlı adımlar dâhilinde ve mantık çerçevesinde dü ünüp karar verme veya bir olay, problem ya da durumu “Neden” ve “Nasıl” soruları etrafında detaylandırıp anlamlandırarak yapılan bir üst düzey dü ünme eylemidir. Dolayısıyla, problemi çözebilmek için olası bütün sonuçları göz önüne alıp muhakemede bulunmak ve alternatif durumlar arasından seçim yapıp karar vermek gerekir (Holyoak ve Morrison 2005). Karar verme ise genellikle muhakemede bulunmayı gerektiren bir durumdur. Böyle durumlarda etkili kararlar verebilmek için yeterli olasılık bilgi ve becerisine sahip olmak gerekmektedir. Çünkü olasılık konusu, henüz gerçekleştirilmiş birden fazla sonucu olan olaylar hakkında mantıklı tahminler ve sezgiler yardımıyla muhakemede bulunmamızı gerektiren bir konudur.

Olasılık kavramları, günlük yaşamda kar ıla ılan belirsiz durumlarla ilgili muhakemede bulunurken yaygın olarak kullanılmaktadır. Günlük hayatta aldığımız kararlar ve ula tığımız sonuçlar, genellikle belirsiz olayların meydana gelme olasılıklarını belirlerken yaptığımız muhakemelere ba lıdır. Bu bağlamda, olasılık konusunun anlaşılması için derin, dikkatli, ele tirel ve sezgisel dü ünmeye, mantıklı tahminlerde bulunmaya, güçlü bir matematiksel dile, kapsamlı ve mantıklı muhakemede bulunmaya ihtiyaç vardır. Dolayısıyla, olasılık konusunun yeterince anlaşılması çevremizde olup biteni daha iyi anlamamıza yardımcı olur ve ula ılacak bilgilerin do ru olup olmadığını sınama imkânı verir. Aynı paralelde Graham (1994) da, olasılık konusunun anlaşılmasının dünyaya bakış açımızı de i tirece ini ve karar verme sürecinde yardımcı olacağını belirtmektedir.



E itim; aklın, dü ünmenin ve zihinsel geli imin vazgeçilmezidir. E itim ortamlarında her açıdan etkili e itim faaliyetlerinin gerçeğe tirilmesinin toplumların gelecekleri açısından ne kadar önemli oldu u herkes tarafından bilinen bir gerçektir. Toplumların ilerleyebilmeleri; ça da dünyanın artan gereksinimlerinden dolayı mantıklı, yaratıcı ve ele tirel dü üneabilen, problem çözme yetene ine sahip, bireysel olarak etkili kararlar verebilen, bilgiye ula ma yollarını bilen, muhakame gücü yüksek ve tüm bu becerileri günlük hayatta kar ıla ılan problemler kar ısında etkili bir ekilde i e ko an bireylerin yeti tirilmesine ba lıdır. Bu amacı gerçeğe tirmede muhakeme becerisinin büyük bir rolü vardır. Çünkü, muhakeme sayesinde mantıklı dü ünüp do ru kararlar verilmekte ve böylece toplumda etkili bireyler yeti mektedir.

Matematik, akıl yürüterek do ayı anlama çabasıdır. Akıl yürütme ya da muhakemede bulunma eylemi ise, üst düzey bir u ra gerektirdi inden toplumda matemati e kar ı bir önyargı olu turmaktadır. Bu önyargı e itim ortamlarına da yansımakta ve ö rencilerin matemati i sevmemelerine hatta matematikten çekinmelerine neden olmaktadır. Dolayısıyla, muhakeme becerisinin okul hayatını ve okul dı ndaki hayatı kolayla tırmadaki rolü hakkında ö rencilerde farkındalık yaratmak büyük önem ta ımaktadır (MEB 2009). Çünkü e itimin hedeflerinden biri de, ö rencilerin okul dı nda kar ılabilecekleri sınırlı bilgiyle sunulmu olan problemler hakkında muhakemede bulunabilmelerini sa lamaktır (Kosonen 1992). Bu ba lamda, muhakeme becerisi geli mi bir ö rencinin matematik konularını daha iyi anlaması beklenmektedir. Literatürde de ö rencilerin muhakeme becerilerinin geli mi li inin matematik konularının ö renilmesini kolayla tırdı ı ifade edilmektedir (Fischbein ve Schnarch 1997). Dolayısıyla muhakeme becerisi, ö rencilerin matemati in bir konusu olan olasılık konusu ile ilgili kavramları ö renmeleri açısından önemlidir. Bu durum göz önünde bulundurularak, ilkö retim 7. sınıf ö rencilerinin matematiksel muhakeme ve olasılıksal muhakeme becerilerini incelemek ve bu iki beceri arasındaki ili kiyi tespit etmek amacıyla bir çalı ma yapılmı tır.

Emrullah ERDEM

Adıyaman 2011

## TE EKKÜR

Öncelikle, çalı manın ba ından sonuna her an bilgi ve tecrübesinden faydalandı ım saygıde er hocam Doç. Dr. Ramazan GÜRBÜZ'e te ekkürü bir borç bilirim.

Ders dönemindeki de erli katkılarından dolayı Yrd.Doç.Dr. Önder KÖKLÜ'ye ve Yrd. Doç.Dr. Tayfun SERV 'ye te ekkürlerimi sunarım.

Arkada lı ın kelime anlamıyla fazlasını gösteren ve çalı mamda desteklerini esirgemeyen Ar . Gör. Selçuk FIRAT' a ve Ar . Gör. Esra AÇIKGÜL' e ve di er çalı ma arkada larıma sonsuz te ekkürlerimi sunarım.

Dünden bugüne her an yanımda olan, e siz özverileri ve sonsuz güvenleri ile beni yüreklendiren aileme en içten sevgi ve saygılarımı sunarım.

E itim-ö retim hayatımın her kademesinde beni yeti tiren, bana güven veren, yol gösteren ve bugünlere gelmemde önemli rolleri olan bütün ö retmenlerimi saygıyla selamlarım.

Emrullah ERDEM

Adıyaman 2011

## Ç NDEK LER

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	iii
ÖNSÖZ.....	v
TE EKKÜR.....	vii
Ç NDEK LER.....	viii
S MGELER D Z N.....	xi
KISALTMALAR.....	xi
Ç ZELGELER D Z N.....	xiii
B R NC BÖLÜM.....	1
G R.....	1
1.1. Problem Durumu.....	2
1.2. Problem Cümlesi.....	3
1.3. Alt Problemler.....	3
1.4. Ara tırmanın Amacı.....	4
1.5. Ara tırmanın Önemi.....	4
1.6. Sayılıtlar.....	5
1.7. Sınırlılıklar.....	5
1.8. Tanımlar.....	6
K NC BÖLÜM.....	8
KURAMSAL TEMEL VE YAPILAN ÇALI MALAR.....	8
2.1. Olasılık.....	8
2.1.1. Tahmin.....	11
2.1.2. Sezgi.....	12
2.2. Muhakeme.....	14
2.2.1. Dü ünme.....	16
2.2.2. Dü ünme ve Muhakeme.....	18
2.2.2.1. Kritik Dü ünme.....	20
2.2.2.2. Yaratıcı Dü ünme.....	20
2.2.2.3. Mantıksal Dü ünme.....	21
2.2.3. Matematik Nedir?.....	22
2.3. Matematik ve Muhakeme.....	28
2.4. Olasılık ve Muhakeme.....	41

2.5. Yapılan Çalışmalar .....	45
ÜÇÜNCÜ BÖLÜM .....	77
MATERYAL VE YÖNTEM .....	77
3.1. Araştırmanın Modeli .....	77
3.2. Evren ve Örneklem .....	77
3.3. Verilerin Toplanması .....	78
3.3.1. Ölçme Araçlarının Geliştirilmesi .....	78
3.3.1.1. Matematiksel Muhakeme Beceri Düzeyi Belirleme Ölçeği (MMBDBÖ).....	78
3.3.1.1.1. Madde havuzu oluşturma aşaması .....	78
3.3.1.1.2. Uzman görüşü alınması aşaması .....	83
3.3.1.1.3. Ön uygulama aşaması .....	83
3.3.1.1.4. Geçerlik ve güvenirlik hesaplama aşaması .....	83
3.3.1.2. Olasılıksal Muhakeme Beceri Düzeyi Belirleme Ölçeği (OMBDBÖ) .....	85
3.3.1.2.1. Madde havuzu oluşturma aşaması .....	85
3.3.1.2.2. Uzman görüşü alınması aşaması .....	86
3.3.1.2.3. Ön uygulama aşaması .....	86
3.3.1.2.4. Geçerlik ve güvenirlik hesaplama aşaması .....	86
3.4. Verilerin Analizi .....	87
DÖRDÜNCÜ BÖLÜM .....	97
BULGULAR VE YORUMLAR .....	97
4.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar .....	97
4.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar .....	103
4.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar .....	109
BEŞİNCİ BÖLÜM .....	124
TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER .....	124
5.1. Tartışma .....	124
5.1.1. Birinci Alt Problemle İlgili Bulgulara Yönelik Tartışma .....	126
5.1.2. İkinci Alt Problemle İlgili Bulgulara Yönelik Tartışma .....	129
5.1.3. Üçüncü Alt Problemle İlgili Bulgulara Yönelik Tartışma .....	131
5.2. Sonuçlar .....	134
5.2.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Sonuçlar .....	134
5.2.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Sonuçlar .....	135
5.2.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Sonuçlar .....	136
5.3. Öneriler .....	137

KAYNAKLAR .....	139
EKLER.....	158
EK 1. MATEMATİKSEL MUHAKEME BECERİ DÜZEYİ BELİRLEME ÖLÇEĞİ .....	159
EK-2. OLASILIKSAL MUHAKEME BECERİ DÜZEYİ BELİRLEME ÖLÇEĞİ ...	177
ÖZGEÇMİŞ .....	186

## **S İMGELER D Z N**

f: Frekans

N: Örnekleme Sayısı

p: Anlamlılık De eri

% :Yüzde

r: Korelasyon Katsayısı

$\bar{x}$  : Ortalama

## **KISALTMALAR**

akt.: Aktaran

MEB: Milli E itim Bakanlığı

MMB: Matematiksel Muhakeme Becerisi

MMBDBÖ: Matematiksel Muhakeme Beceri Düzeyi Belirleme Ölçe i

OMB: Olasılıksal Muhakeme Becerisi

OMBDBÖ: Olasılıksal Muhakeme Beceri Düzeyi Belirleme Ölçe i

NAEP: National Assessment of Educational Progress

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics

NSF: National Science Foundation

TDK: Türk Dil Kurumu

TIMSS: Trends in International Mathematics and Science Study

vd.: Ve di erleri

## EK LLER D Z N

ekil 2.1. Muhakemede Bulunma Süreci.....	19
ekil 2.2. Muhakemede Bulunma Sürecini Etkileyen Faktörler.....	20
ekil 4.1. Yedinci Soruya li kin A ö rencisinin Yanıtı.....	98
ekil 4.2. Yedinci Soruya li kin B ö rencisinin Yanıtı.....	99
ekil 4.3. Yedinci Soruya li kin C ö rencisinin Yanıtı.....	100
ekil 4.4. Yedinci Soruya li kin D ö rencisinin Yanıtı.....	101
ekil 4.5. Yedinci Soruya li kin E ö rencisinin Yanıtı.....	102
ekil 4.6. Ondördüncü Soruya li kin F ö rencisinin Yanıtı.....	104
ekil 4.7. Ondördüncü Soruya li kin G ö rencisinin Yanıtı.....	105
ekil 4.8. Yedinci Soruya li kin H ö rencisinin Yanıtı.....	106
ekil 4.9. Ondördüncü Soruya li kin I ö rencisinin Yanıtı.....	107
ekil 4.10. Ondördüncü Soruya li kin J ö rencisinin Yanıtı.....	108
ekil 4.11. MMBDBÖ'deki Onbirinci Soruya li kin K ö rencisinin Yanıtı.....	110
ekil 4.12. OMBDBÖ'deki Onbe inci Soruya li kin K ö rencisinin Yanıtı.....	111
ekil 4.13. MMBDBÖ'deki Onaltıncı Soruya li kin L ö rencisinin Yanıtı.....	113
ekil 4.14. OMBDBÖ'deki Onuncu Soruya li kin L ö rencisinin Yanıtı.....	114
ekil 4.15. MMBDBÖ'deki Dördüncü Soruya li kin M ö rencisinin Yanıtı.....	115
ekil 4.16. OMBDBÖ'deki Dokuzuncu Soruya li kin M ö rencisinin Yanıtı.....	117
ekil 4.17. MMBDBÖ'deki Üçüncü Soruya li kin N ö rencisinin Yanıtı.....	118
ekil 4.18. OMBDBÖ'deki Dokuzuncu Soruya li kin N ö rencisinin Yanıtı.....	119
ekil 4.19. MMBDBÖ'deki Onuncu Soruya li kin P ö rencisinin Yanıtı.....	120
ekil 4.20. OMBDBÖ'deki Onuncu Soruya li kin P ö rencisinin Yanıtı.....	122

## ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 2.1. Kavramsal Anlama Alt Boyutunun İçerdiği Beceriler.....	31
Çizelge 2.2. Yöntem-Strateji Uygulama Alt Boyutunun İçerdiği Beceriler.....	31
Çizelge 2.3. Problem Çözme Alt Boyutunun İçerdiği Beceriler.....	32
Çizelge 2.4. Muhakemede Bulunma Alt Boyutunun İçerdiği Beceriler.....	32
Çizelge 2.5. İlişkilendirme Alt Boyutunun İçerdiği Beceriler.....	33
Çizelge 2.6. İletim Kurma Alt Boyutunun İçerdiği Beceriler.....	33
Çizelge 2.7. Geçiş ve Sunma Alt Boyutunun İçerdiği Beceriler.....	33
Çizelge 2.8. Muhakeme ve Olasılıkla İlgili Yapılan Bazı Kuramsal Çalışmalar.....	67
Çizelge 3.1. MMBDBÖ’nde Yer Alan Beceri Boyutları.....	79
Çizelge 3.2. MMBDBÖ’ne İlişkin Belirtke Tablosu.....	80
Çizelge 3.3. MMBDBÖ’ne Ait Madde Toplam Korelasyon Değerleri.....	84
Çizelge 3.4. OMBDBÖ’ne İlişkin Belirtke Tablosu.....	85
Çizelge 3.5. OMBDBÖ’ne Ait Madde Toplam Korelasyon Değerleri.....	86
Çizelge 3.6. Açık Uçlu Soruları Puanlama Ölçeği.....	89
Çizelge 3.7. İki Amaçlı (1. Kısım-Çoktan Seçmeli, 2. Kısım-Açık Uçlu) Soruları Puanlama Ölçeği.....	92
Çizelge 3.8. Öğrencilerin Her Bir Ölçekten Aldıkları Puanların Ortalamasına Göre Belirlenen Beceri Düzeyleri.....	96
Çizelge 4.1. Öğrencilerin MMB Düzeylerine İlişkin Betimsel İstatistikler.....	97
Çizelge 4.2. Öğrencilerin OMB Düzeylerine İlişkin Betimsel İstatistikler.....	103
Çizelge 4.3. Öğrencilerin MMBDBÖ ile OMBDBÖ’ne İlişkin Toplam Puanlarının Ortalamaları Arasındaki Pearson Korelasyon Sonuçları.....	109
Çizelge 5.1. Ölçeklerden Alınan Puanların Ortalamaları Arasındaki Pearson Korelasyon Sonuçları.....	131



## B R NC BÖLÜM

### G R

Matemati in do ayı anlama çabası sonucunda ortaya çıktı ı ve insan deneyiminin bir parçası oldu u söylenebilir. Matematik bilimiyle u ra mak bireylere temel matematik kavramlarını kazandırmanın yanı sıra matematiksel dü ünebilme, problem çözebilme, mantıklı muhakemede bulunabilme, etkili kararlar verebilme ve matemati i gündelik ya amla ili kilendirebilme gibi beceriler de kazandırmaktadır (MEB 2009). Özünde evreni nicel özellikleriyle algılama yetene ine dayanan matematik, ba langıçta günlük ya am ihtiyaçlarına yönelik basit sayma ve ölçme i lemlerinde kullanılmı tır. Eski uygarlıklardaki geli melere kısa bir bakı bu yargıyı do rulamaya yetecektir.

Matematik bir bilim dalı olarak ortaya çıkmadan önce de insanlar tarafından kullanılıyordu. ‘Yiyecek toplamadan, üretime geçilinceye kadar sayısal de erleri ve mekânsal ili kileri anlama bakımından çok az yol katledilmi tir’ (Struik 2002, s. 25). Yerle ik hayata geçilip üretime ba landıktan sonra insanlar arasında ticaret denen mal- e ya alı veri i ba ladı. Önceleri takas ekinde yapılan ticaret usulünde e yalar adetlerine göre de i tirildi inde nispeten bir matematik yapılıyordu ancak bakırın ve tuncun eritilip madeni paraların ortaya çıkmasıyla ticarete sayısal ifade daha çok kullanılmaya ba landı. Zamanla insano lunun günlük ya am ihtiyaçlarından ziyade teorik konulara yönelmesiyle, pratik aritmetik i lemlerden soyut cebirsel dü ünmeye; arazi ve sınır belirleme i lemlerinden geometrik dü ünmeye geçilmi tir. Bütün bu geli meler bizi ilkel-eskiça toplumlarının aslında farkında olmadan matematik yaptıklarını ve sonradan bilim adamlarının yapılan bu i i ‘Matematik’ olarak adlandırdıkları sonucuna götürmektedir.

Tarihin ilk aritmetik i lemi, ihtiyaçtan kaynaklanan ve aynı yapıda olsun ya da olmasın iki varlık veya nesneyi, soyut olarak saymaya ba vurmada, kolayca kar ıla tırma olana ını sa layan ‘birebir uygunluk’ kavramıyla ba lamı tır (Ifrah 1998). Örne in, çobanlar sürülerinin takibini her bir koyunu yerdeki bir dal ya da kaya parçası ile e leyerek yapmı lardır. Çoban yanından geçen her koyun için bir dal ya da kaya

parçasını hareket ettirip, en son koyun diziye katıldı. İnda e er tüm dal ya da kaya parçaları hareket ettirilmese çoban tüm koyunların geri döndüklerini bilebilirdi. Ancak çobanın matemati in en temel prensibini-*nesnelere sayılabilirli i*-ke fetti inden haberi yoktu. Benzer ekilde okuma yazma bilmedi i gibi saymayı da bilmeyen bir adama içinde beyaz boncukların oldu u torbada mı, yoksa içinde kırmızı boncukların bulundu u torbada mı daha çok boncuk oldu u sorulmu tur. Adam kendi do al muhakeme yöntemini kullanarak aynı anda her iki torbadan birer boncuk alıp yan yana yere koymaktadır. Bu i lemi torbalardan biri bo alıncaya kadar sürdürmektedir. Beyaz boncukların bulundu u torba daha önce bo alırsa kırmızı boncukların, aksi takdirde beyaz boncukların daha çok oldu u ve torbalar aynı anda bo alırsa her iki torbada e it sayıda boncuk oldu u sonucuna varmaktadır (King 2003). Bu örneklerden de anlaşıla ı gibi, muhakeme yetene i insanın do al bir özelli i olup, herhangi bir e itim alınmadan da gerekti inde etkili bir ekilde kullanılabilir.

### **1.1. Problem Durumu**

E itim; aklın, dü ünmenin ve zihinsel geli imin vazgeçilmezidir. E itimin hedeflerinden biri de, ö rencilerin okul dı ında kar ıla abilecekleri sınırlı bilgiyle sunulmu olan problemler hakkında muhakemede bulunabilmelerini sa lamaktır (Kosonen 1992). Böyle problemlerin çözümünde genellikle belli bir yöntem olmadı ı için ö rencilerin bu tür problemlerde muhakeme yeteneklerini daha fazla kullanmaları gerekir. Sınırlı bilgiye sahip olunmasına ra men bu belirsiz durumlar insanların karar vermelerinde ya da muhakemede bulunmalarında engel te kil etmemektedir (Kosonen 1992). Holyoak ve Morrison (2005)'a göre, bir problemi çözmek için olası bütün sonuçları göz önüne alıp muhakemede bulunmak ve alternatif durumlar arasından seçim yapmak için karar vermek gerekir. Bu ise ancak yeterli olasılık bilgi ve becerisine sahip olmakla mümkündür. Çünkü olasılık konusu, henüz gerçeikle memi birden fazla sonucu olan olaylar hakkında mantıklı tahminler ve sezgiler yardımıyla muhakemede bulunmamıza imkân veren bir konudur. Bu konuya ili kin kavramları, günlük ya amımızda kar ıla tı ımız belirsizlik durumlarıyla ilgili karar verme sürecinde yaygın olarak kullanılmaktadır (Gürbüz vd. 2010). Bu durum olasılık becerisi ile karar verme

sürecinde kullandığımız muhakeme becerisi arasında bir ilişkinin olabileceğine dair ipucu vermektedir.

Olasılık konusunun anlaşılmasında derin, dikkatli, eleştirel ve sezgisel düşünmeye, matematiksel dilin gelişimine, kapsamlı ve mantıklı muhakeme yapmaya ihtiyaç vardır (Gürbüz vd. 2010). Öğrencilerin muhakemede bulunma becerilerinin gelişimi için matematik konularının öğrenilmesini kolaylaştırmaktadır (Fischbein ve Schnarch 1997). Başka bir deyişle, matematiksel muhakeme becerisi gelişen bir öğrencinin matematik konularını daha iyi anlaması beklenir. Dolayısıyla, matematiksel muhakeme becerisi, öğrencilerin matematiğin bir konusu olan olasılık konusu ile ilgili kavramları öğrenmeleri açısından önemlidir. Bu nedenle, olasılık bilgi ve becerisi ile matematiksel muhakeme becerisi arasında nasıl bir ilişki olduğunun belirlenmesi gerekmektedir.

## **1.2. Problem Cümlesi**

İkinci sınıfta 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme ve olasılıksal muhakeme becerileri arasında bir ilişki var mıdır?

## **1.3. Alt Problemler**

- ❖ İkinci sınıfta 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerileri ne düzeydedir?
- ❖ İkinci sınıfta 7. sınıf öğrencilerinin olasılıksal muhakeme becerileri ne düzeydedir?
- ❖ İkinci sınıfta 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerileri ile olasılıksal muhakeme becerileri arasında nasıl bir ilişki vardır?

#### 1.4. Ara tırmanın Amacı

Bu çalı manın amacı, ilkö retim 7. sınıf ö rencilerinin matematiksel muhakeme ve olasılıksal muhakeme becerilerini incelemek ve bu iki beceri arasındaki ili ki yi tespit etmektir.

#### 1.5. Ara tırmanın Önemi

Muhakeme, belli bir amaca yönelik olarak planlı, programlı adımlar dâhilinde ve mantık çerçevesinde dü ünüp karar verme veya bir olay, problem ya da durumu “Neden” ve “Nasıl” soruları etrafında detaylandırıp anlamlandırarak yapılan bir üst düzey dü ünme eylemidir. Ba ka bir deyi le muhakeme, dü ünme eyleminin çok üzerinde bir u ra olup, hakkında muhakemede bulunulacak problemin bütün hususlarını ele alarak etraflıca dü ünüp mantıklı bir sonuca varma i idir. Problemi çözebilmek için olası bütün sonuçları göz önüne alıp muhakemede bulunmak ve alternatif durumlar arasından seçim yapıp karar vermek gerekir (Holyoak ve Morrison 2005). Karar verme ise genellikle muhakemede bulunmayı gerektiren bir durumdur. Böyle durumlarda olası tüm sonuçların göz önüne alınması gerekti inden, etkili kararlar verebilmek için yeterli olasılık bilgi ve becerisine sahip olmak gerekmektedir. Çünkü olasılık konusu, henüz gerçekte memi birden fazla sonucu olan olaylar hakkında mantıklı tahminler ve sezgiler yardımıyla muhakemede bulunmamızı gerektiren bir konudur.

Olasılık konusunun yeterince anla ılması çevremizde olan biteni daha iyi anlamamıza yardımcı olur ve muhakemede bulunarak ula ılacak bilgilerin do ru olup olmadı nı sına ma imkânı verir. Graham (1994) da olasılık konusunun anla ılmasının dünyaya bakı açımızı de i tirece ini ve karar verme sürecinde yardımcı olaca nı belirtmi tir. Ö rencilerin muhakemede bulunma becerilerinin geli mi li i matematik konularının ö renilmesini kolayla tı rdı ı için (Fischbein ve Schnarch 1997) bu beceriler, ö rencilerin matemati in bir konusu olan olasılık konusu ile ilgili kavramları ö renmeleri açısından önemlidir. Bu nedenle, "Olasılıksal Muhakeme Becerisi (OMB)"

ile "Matematiksel Muhakeme Becerisi (MMB)" arasında nasıl bir ilişki olduğu belirlenmesi gerekmektedir.

Bu ara tırma, ilkö retim 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme ve olasılıksal muhakeme becerilerinin ne düzeyde olduğu ve aralarında nasıl bir ilişkinin olduğu hakkında bize fikir vermesi açısından önem taşımaktadır.

### **1.6. Sayıtlar**

- ❖ Veri toplama araçlarının, hedeflenen becerileri ölçmek için yeterli olduğu varsayılmıştır.
- ❖ Veri toplama araçlarının, öğrenci seviyesine uygun olduğu varsayılmıştır.
- ❖ Ara tırmaya katılan öğrencilerin veri toplama araçlarındaki sorulara samimi cevaplar verdikleri varsayılmıştır.

### **1.7. Sınırlılıklar**

- ❖ Ara tırma 2010-2011 eğitim-ö retim yılı ile sınırlıdır.
- ❖ Ara tırma Adıyaman ili Merkez ilçesindeki sosyo-ekonomik düzeyleri farklı üç ilkö retim okulunda öğrenci gören öğrencilerle sınırlıdır.
- ❖ Ara tırma, veri toplama araçlarında yer alan sorularla sınırlıdır.
- ❖ Ara tırmada kullanılan Matematiksel Muhakeme Beceri Düzeyi Belirleme Ölçeği (MMBDBÖ)nde yer alan matematiksel muhakeme becerileri, literatürde belirtilenler ile sınırlıdır.

- ❖ Olasılıksal Muhakeme Beceri Düzeyini Belirleme Ölçeği (OMBDBÖ)ne ilişkin belirtke tablosunda yer alan kazanımlar 7. sınıfa kadar (7. sınıf dahil) olan sınıf seviyeleri ile sınırlıdır.

## 1.8. Tanımlar

**Matematik:** İnsan zihninin çevreden aldığı nesin ve hareketle, soyutlamalar yaparak ürettiği bir bilgidir (Altun 2005).

**Olasılık:** Belirli yorumlara ve tahminlere dayanarak elde edilen kesinlik ya da belirsizlik inancının ölçütüdür (Popper 1998).

**Tahmin:** Akla, sezgiye veya bazı verilere dayanarak meydana gelebilecek bir olay ya da durumu önceden kestirmektir (TDK).

**Sezgi:** Stikrarlı bilgi elde etmek için insanları direkt olarak yönlendiren belli başlı çıkarımlara duyulan ihtiyaçtır (Fishbein 1987).

**Muhakeme:** Mantıksal bir yolla bir şeyler hakkında düşünme sürecidir (Webster 1986).

**Düşünme:** Çinde bulunulan durumu anlayabilmek amacıyla aktif ve amaca yönelik olarak yapılan zihinsel sürece verilen addır (Çubukçu 2004).

**Kritik Düşünme:** Kuşku temelli sorgulayıcı bir yaklaşımla konulara bakma, yorum yapma ve karar verme becerisidir (MEB 2009).

**Yaratıcı Düşünme:** Fikirlerin sentezlenmesi, yeni fikirlerin üretilmesi, bunların etkilerinin belirlenmesi, kararların verilmesi ve bazı yeni ürünlerin ortaya konulmasını içeren karmaşık bir süreçtir (Krulik ve Rudnick 1993).

**Mantıksal Dönme:** Bireyin e itli zihinsel i lemler yaparak bir sorunu çözmesi veya bir takım soyutlama ve genellemelere giderek ilke ve yasalara ulaşmasıdır (Korkmaz 2002).

## K NC BÖLÜM

### KURAMSAL TEMEL VE YAPILAN ÇALI MALAR

Bu bölümde olasılık ve muhakemeyle ilgili kuramsal temellerden bahsedilmi ve yapılan çalı malara yer verilmi tir.

#### 2.1. Olasılık

nsano lu ya amı boyunca seçkisiz (rasgele) olaylarla kar ı kar ıyadır. Öngörülemeyen do a olayları ve ans oyunları bunların tipik örneklerindedir (Gürbüz vd. 2010). Bu tür olayların gerçekleşebilme durumlarıyla ilgilenen olasılık kuramının do u u ve matemati in bir dalı olması 17. yüzyılın ortalarına kadar sürmü tür (Korkmaz 2005; Karaçay 2006). Pascal'ın olasılı ı ans oyunlarından ziyade bilgidaki belirsizlikle ili kilendirip, bu ili kiyi açık bir ekilde ortaya koymasıyla olasılık kuramı geli meye ba lamı tır (Korkmaz 2005).

Olasılık kuramının tarihsel seyrine baktı ımızda; Pascal, olasılık kavramlarının Janus yüzlü olarak adlandırılan iki boyutunun oldu undan bahsetmi tir (Hacking 1975; Akt. Korkmaz 2005). Janus'un ilk yüzü nesnel olasılık denilen, olasılık kavramlarının görelilikli ıdır. Örne in, “1/2 olasılıkla yazı ya da tura gelir” denildi inde, olasılık, görelilikli ı yansıtmı olur. Di er yüzü ise “1/2 olasılıkla Tanrı vardır ya da yoktur” örne inde oldu u gibi, belirsizlik kar ısında inancın gücünü simgeleyen öznel olasılık anlamına gelir (Korkmaz 2005).

Olasılık kuramı önceleri daha çok ans oyunlarında kullanılmakla birlikte bugün bilimde, olasılık hesaplamada, genetikte, do acak varlı ın cinsiyeti hakkında fikir sahibi olmada, endüstride, üretilen bir malın ne kadar sa lam oldu unu belirlemede, yönetimde, bir bireyin verimli olup olmama durumunun olasılı ını belirlemede, ekonomide ve bankacılıkta, kar-zarar durumunun olasılı ını hesaplamada, sporda, herhangi bir takımın maçı kazanıp kazanmama durumunun olasılı ını hesaplamada, sigortacılıkta, risk olasılı ını hesaplamada kullanılmaktadır. Olasılık konusu bu kadar



önemli olmasına karşın okul müfredatlarına 19. yüzyıldan sonra girmeye başlamıştır (Gürbüz vd. 2010).

Olasılık konusunun yeterince anlaşılmasının, dünyaya bakış açımızı değiştireceği ve karar verme sürecinde yardımcı olacağı belirtilmektedir (Graham 1994). Dolayısıyla, olasılık konusunun yeterince anlaşılması çevremizde var olan biteni daha iyi anlamamıza yardımcı olur. Ayrıca olasılık kuramı, muhakemede bulunarak ulaşılabilecek bilgilerin doğru olup olmadığını sınıama imkânı vermektedir (Korkmaz 2005). Böyle bir sınıama, öğrencilerin kendi kendilerini değerlendirme ve farklı çözüm yöntemlerini kullanmalarını gerektirdiğinden, öğrenilen bilgilerin daha anlamlı olmasına katkıda bulunur. Çünkü, alışılmadık çözümleri sıkı sıkıya kullanmak ezber öğrenmelere yol açabilir. Bu bağlamda Hiebert (2003), matematikteki öğrenme güçlüklerinin temel sebeplerinden biri olarak öğrencilerin ezber öğrenmeye ve yüzeysel ya da eksik muhakemede bulunmaya meyilli olmalarını göstermiştir. Bu tür bir muhakeme, tüm yaş gruplarındaki öğrenciler tarafından kullanılmakta (Cox 1994; Palm 2008; Tall 1996; Verschaffel vd. 2000) ve matematiksel muhakemeyi öğrenmede, problem çözmede, kavramsal anlamayı arttırmada ve çağdaş matematik eğitiminde vurgulanan yeterliliklere ulaşmada yetersiz kalmaktadır (NCTM 2000; Kilpatrick vd. 2001). Dolayısıyla, Bezzina (2004)'nın da belirttiği gibi, öğrencilerin olasılık içeren günlük hayat problemleriyle uğraşmaları sağlanarak onların bilinen kural ya da yöntemlerden farklı olan mantıklı çözümler bulmalarını sağlanabilir.

İlköğretim seviyesinde herhangi bir olasılıksal duruma ilişkin mantıksal aykırılıkların gerekçelendirmeleriyle çokça karşılaşılması belirtilmektedir (Borovcnik ve Peard 1996). Batanero vd. (2005), bu tür yanlış gerekçelendirmelerin ve yanlış sezgilerin varlığının lise seviyesinde de devam ettiğini ifade etmişlerdir. İlköğretimde edinilen yanlış bilgilerin ya da kavram yanlışlarının düzeltilmesi zor olabilmektedir. Dolayısıyla, öğrencilerin küçük yaşlarda olasılık kavramlarını doğru öğrenmeleri sağlanmalıdır. Bu bağlamda English (2005), öğrencilerin sağlam olasılık bilgisine sahip olmalarını sağlamak için 6 yol önermiştir:

- Ö rencilerin ba ımsız dü ünebilmelerini te vik etmek,
- Ö rencileri çözüm yaklaşımlarında ve sunumlarında esnek olmaları yönünde cesaretlendirmek,
- Problem yapılarına odaklanmak,
- Çözümlerini arkadaşlarıyla paylaşmaları noktasında ö rencileri cesaretlendirmek,
- Ö rencilere problem kurma fırsatları sağlamak,
- Ö rencilere roman tarzında olasılık problemleri sunmak.

Peki olasılık nedir? Popper (1998) bir olayın olasılığını, belirli yorumlara ve tahminlere dayanarak elde ettiğimiz kesinlik ya da belirsizlik inancının ölçütü olarak ifade etmiştir. Gürbüz vd. (2010) olasılığı en basit anlamıyla bir olayın gerçekleşebilme durumunun sayısal olarak ifade edilmesi şeklinde tanımlamışlardır. Bezzina (2004) olasılığın çevremizdeki riskleri anlamamızı, hesaplamamızı ve kararlaştırmamızı sağlayan bir konu olduğunu dile getirmiştir. Karaçay (2006)'a göre olasılık, bir süreçte gelecekte ne olacağını tahmin etme eylemidir. Salan ve Gencel (1998) ise olasılığı, olayların olası sonuçlarının sayılarla ifade edilmiş şekilde olarak tanımlamışlardır.

En genel anlamda olasılık, henüz gerçekleşmemiş ve birden fazla sonucu olan olaylar hakkında mantıklı tahminler ve sezgiler yardımıyla muhakemede bulunarak, bu olayların gerçekleşme derecelerini matematiksel olarak ifade etme şeklinde tanımlanabilir. Tanımından dolayı bir olayın olasılığına karar vermede tahmin ve sezgi faktörleri büyük öneme sahiptir. Dolayısıyla bu iki kavram hakkında fikir sahibi olmak gerekmektedir.

### 2.1.1. Tahmin

Olasılık kavramının öğreniminin temel amacı bir olayın meydana gelme ihtimaliyle ilgili güçlü tahmin yapabilmek oldu undan (Altun 2005) tahminin, olasılıksal durumlar kar ısında etkili kararlar vermede önemli bir rolü vardır. Tahmin, henüz gerçekleşmemiş bir olayın sonucu ile ilgili ya hiç düşünülmeden ya da o olayın bütün yönlerini ele alıp, mantıklı muhakemede bulunarak yapılan bir önsezidir. Tahmin; akla, sezgiye veya bazı verilere dayanarak meydana gelebilecek bir olay ya da durumu önceden kestirme olarak tanımlanmaktadır (TDK). Kim ve Kasmer (2007)'e göre tahmin, matematiksel bir durumun başlangıç seviyesinde meydana gelebilen, herhangi bir mantıklı muhakemeye dayalı olmayan olgunla aynı basit bir kestirme olabileceği gibi ilgili durumu çok yönlü ele alan bir akıl yürütme biçimi de olabilir. Hiç düşünülmeden yapılan rasgele tahminlerin sonucu geçerli olmayabileceği gibi mantıklı muhakemelerde bulunarak yapılan tahminlerin sonucu da geçerli olmayabilir. Ancak ikinci tür tahminlerde üst düzey düşünülmesi için daha geçerli bir sonuçla kar ıla ma ihtimalimiz daha fazladır. Dolayısıyla, olasılık içeren durumlarda doğru kararlar verebilmek için olayın bütün yönlerini ele alıp mantıklı muhakemede bulunarak geçerli tahminlerde bulunmamız gerekmektedir.

Olasılık konusunda bu kadar önemli olan 'tahmin' kavramı birçok ara tırmacı tarafından çalışılmıştır (Mottram 1995; Dowker 1997; 2003; Garfield ve Gal 1999; Battista 1999; Block vd. 2004; Buendia ve Cordero 2005; Kim ve Kasmer 2007; Çilingir ve Türnüklü 2009; Kasmer ve Kim 2011). Örneğin, Buendia ve Cordero (2005), tahminde bulunmanın, matematiksel ilişki ya da bağlantılar içerdiği ve dolayısıyla matematiği anlamaya yardımcı olduğunu belirtmiştir. Dowker (1997; 2003) işlem becerisi yüksek olan çocukların daha mantıklı ve kabul edilebilir tahminler ortaya koyduğunu ifade etmiştir. Benzer şekilde, Çilingir ve Türnüklü (2009) matematik başarıları yüksek olan öğrencilerin tahmin becerisinin de yüksek olduğunu dile getirmişlerdir. Mottram (1995) öğrencilerin kullandıkları stratejilerin sayısı ile tahmin beceri düzeyleri arasında pozitif bir ilişki bulmuştur. Kasmer ve Kim (2011), de iki konularda ve tüm sınıf seviyelerinde düşünmeye ve muhakemenin gelişmesine yardımcı olduğu için tahminin, matematiği öğrenmede ve öğretmede etkili bir araç olduğunu

belirtmi tir. En genel anlamda, tahmin becerisi geli mi ki ilerinin, genel matematik becerilerinin de iyi oldu u belirtilmektedir (MEB 2009).

Tahminlerde bulunularak ön bilgilere ula ılır, bu bilgilere eklemeler yapılır ve böylece dü ünme süreçleri arasında ba lantılar kurulur (Block vd. 2004). Kilpatrick vd. (2001), ön bilginin ö renilecek yeni bilgiye ili kin akıl yürütmede ve anlamlı ö renmede önemli oldu unu ifade etmi lerdir. Çünkü insanlar yeni eyler ö renirken bunları daha önceki bilgileri üzerine in a ederler. Benzer ekilde, matematiksel bilgiler de var olan eski bilgilere eklenir (Baki 2008). Bu ba lamda, matematik konuları içerikleri itibariyle birbirleriyle ba lantılı oldukları için yeni bir konunun ö renilebilmesi için geçmi konular hakkında yeterince bilgi sahibi olmak gerekir. Örne in, olasılık konusunun anla ılabilmesi için kesirler konusunun yeterince özümsemi olması gerekir. Olasılık konusunun yeterince özümsemi ise matematikteki di er konuların ö renilmesine yardımcı olur. Özetle, mantıklı muhakemede bulunularak yapılan tahminler, var olan bilgilerle yeni bilgiler arasında bir köprü görevi gördü ü için daha etkili ö renmelerin gerçekleşmesine yardımcı olur.

### **2.1.2. Sezgi**

Günlük hayatta sezgilerimizi kullanarak karar verdi imiz birçok durumla kar ıla abiliriz. nsanlar böyle durumlarda karar verirken arzuladıkları sonucun gerçekleşme olasılı na göre davranırlar (Schlottmann 2001). Schlottmann'a göre olasılık, belirsizliklerle dolu bir dünyada insanların hedefleri ve arzularıyla ilgili etkili muhakemede bulunmak açısından önemli bir bile endir. Çevremizde meydana gelen olasılıklı durumlar kar ısında karar verme ve tahminde bulunma ise belli sezgilerin var olmasını gerektirmektedir (Kazak 2009). Bu ba lamda, Fischbein (1975), ans ve olasılık sezgilerinin, ya adı ımız belirsiz dünyada insanlar için yol gösterici araçlar olduklarını ve erken ya larda gözlenebildiklerini belirtmi tir. Küçük ya taki çocukların hesaplama yapmadan olasılıksal durumlar hakkında do ru muhakemede bulunmaları sahip oldukları birtakım sezgilerle açıklanabilir. Herhangi bir e itim alınmadan belli deneyimler sonucunda var olan bu sezgiler, ö rencilerdeki olasılık kavramlarının geli iminde önemli rol oynamaktadır (Fischbein 1975).

“Bence ...”, “... daha mantıklı oldu unu dü ünüyorum” gibi ifadeler, ço unlukla sezgilerin kullanıldı nı göstermektedir. Özellikle küçük ya taki çocukların bu tür sezgileri kullanırken dikkatli davranmaları gerekmektedir. Çünkü bu ya lardaki çocukların sezgileriyle ö rendikleri yanlı bilgiler yeni bilgilerin de yanlı ö renilmesine yol açabilmektedir. Örne in, çocukların sezgileri vasıtasıyla ö rendi i yanlı bir kural, onların bu kuralı benzer durumlara yanlı ekilde genelleylebilmelerine neden olabilmektedir. Bununla birlikte, uygun ko ullar altında çocukların sezgileri kullanmaları, problemler kar ısında daha geni dü ünmelerini sa layabilir.

Sezgi sayesinde matematiksel nesnelere temsilleri zihinde olu turulabilmektedir (Davis ve Hersh 1981, Akt. Semadeni 2008). Bu ba lamda, Otte (1994), matemati in sezgisel dü ünmenin somutla tırılmı hali oldu unu ifade etmi tir. Sirotic ve Zazkis (2007), algoritmalar, sezgiler ve kavramlar arasında tutarlı ba lantılar yapmanın herhangi bir matematik konusunda sa lam bilgiye sahip olmak için gerekli oldu unu dile getirmi lerdir. Ancak, ö renme ortamlarında çocuklara problemler kar ısında ço unlukla formülleri kullanmaları söylenmekte, farklı ve yaratıcı fikirlerin ortaya çıkması dolayısıyla tahminde bulunma ve sezgisel dü ünme engellenebilmektedir. Bunun yanı sıra, çocukların yanlı tahminleri sonucunda cezalandırılmaları sezgisel dü ünmeleri konusunda cesaretlerini kırmaktadır (Woolfolk 1998). Dolayısıyla, çocukların fikirlerini rahatlıkla ifade edebilecekleri ve yanlı larını kendilerinin dü zeltebilecekleri ö renme ortamları sa lanmalıdır.

Literatür incelendi inde “sezgi” kavramını tanımlayan birçok çalı maya rastlamak mümkündür:

Mishlove (1995), çalı masında sezgi için ortak bir noktada birle en u tanımları kullanmı tır: (1) “sezgi, herhangi bir muhakeme sürecinden ba ımsız olarak do rudan ortaya çıkan bir histir”, (2) “sezgi, hiç tereddüt etmeden verilen bir karardır”, (3) “sezgi, nasıl bildi ini bilmeden bilmektir”. Hançerlio lu (1989)’na göre sezgi, “deney ve dü ünmenin belli bir birikimi sonunda birdenbire ortaya çıkan algılayı tır”. Kayna ı akıl olan sezgi, tüm muhakemelerin ve kavrayı ların öncüsü olarak görülmekte, tecrübe ve muhakeme gerektirmekte ve bunların artmasına ve geli mesine katkıda

bulunmaktadır (Mishlove 1995).

Fishbein (1987) sezgiyi, istikrarlı bilgi elde etmek için insanları direkt olarak yönlendiren belli başlı çıkarımlara duyulan ihtiyaç olarak tanımlamıştır. Vaninsky (2009), matematikte sezgiyi, eksik ya da yetersiz bir muhakemeyle matematiksel problemleri doğru çözebilme yeteneği olarak ifade etmiştir. Türk Dil Kurumu, sezgi için, “deney yapmadan ya da usavurmada bir kavramı, bir genellemeyi doğrudan doğruya anlayıverme” tanımını kullanmıştır (TDK: Eitim Terimleri Sözlüğü, 1974).

Sezgiyle ilgili olarak yukarıda yer verilen tanım ve açıklamalardan yola çıkılarak sezginin, mantıklı muhakemede bulunmadan ansızın bir sonuca varma olduğu, sezgisel düşünmenin belli birikim ve deneyim gerektirdiği ve dikkatli ve yerinde kullanılması durumunda muhakemenin gelişmesine katkıda bulunabileceği söylenebilir.

## **2.2. Muhakeme**

Muhakeme, genel olarak “sonuca varma süreci” olarak tanımlanabilir. İngilizce’de “reasoning” olarak geçen kavram dilimize muhakeme, usavurma ya da akıl yürütme olarak çevrilmektedir. Arapça kökenli “muhakeme” sözcüğü, “mahkeme” ile aynı köktendir ve eldeki bilgilere dayanarak düşünüp yansız bir karar verme demektir. “Usavurma” akla, mantığa yakın olup olmadığına bakma, “akıl yürütme” ise genellemeler yapma ve tahminlerde bulunma anlamına gelir (Umay 2003). Lithner (2006) muhakemeyi, iddialar üretme ve sonuçlara ulaşmak için kullanılan bir düşünme yöntemi olarak ifade etmiştir. Yackel ve Hanna (2003), muhakemeyi hem tümevarım, tümdengelim, ilikendirme ve çıkarsamanın kullanımı hem de öğrenenlerin problemleri çözmek için birbirleriyle etkileşime geçtikleri ortak bir aktivite olarak tanımlamışlardır. Webster (1986) ise muhakemeyi, mantıksal bir yolla bir şeyler hakkında düşünme süreci olarak tanımlamış ve bu süreçteki görüş ve düşüncelerin mantıksal düşünmeye dayalı olduğunu ifade etmiştir.

Altıparmak ve Özi (2005)'e göre muhakeme, sonuçlardan, yargılardan, gerçeklerden ya da önermelerden bir sonuç çıkarma işlemi; önermeleri, yargıları bir kalıba bağlamak ve bunlardan emin olmaktır. Toulmin vd. (1984), muhakemenin bir iddiayı ya da verilen bir kararı doğrulamak veya bir fikri desteklemek için kullanılan bir yol olduğunu belirtmişlerdir. Onlar ayrıca, muhakemenin yeni fikirler oluşturmasını ve muhakemenin görevinin, belli bir durum, konu ya da olay hakkında en iyi kararı vermek olduğunu dile getirmişlerdir. Russell (1999)'e göre ise muhakeme, öğrencilerin matematiği bir disiplin yapan soyut ifadeleri anlamaya sağlayan bir araçtır.

En genel anlamda muhakeme, belli bir amaca yönelik olarak planlı, programlı adımlar dâhilinde ve mantık çerçevesinde düşünülüp karar verme veya bir olay, problem ya da durumu “Neden” ve “Nasıl” soruları etrafında detaylandırıp anlamlandırarak yapılan bir üst düzey düşünme eylemidir. Başka bir deyişle, muhakeme, düşünme eyleminin çok üzerinde bir yapı olup, ilgili problem, olay ya da durumun bütün hususlarını etrafıca düşünülüp mantıklı bir sonuca varma işlemidir. Muhakeme sayesinde düşünülüp etkili kararlar verildiği için muhakemenin günlük yaşamımızı kolaylaştıran önemli bir yetenek olduğunu söyleyebiliriz.

Günümüzde muhakemede bulunmanın problem çözme sürecindeki gerekliliğinden bahsedilmektedir (Olkun ve Toluk 2003). Ancak öğrencilere okulda sunulan çoğu alılagelmiş, iyi yapılandırılmış, muhakemede bulunmayı gerektirmeyen ve doğru cevaplama yönündeki problemler öğrencilerin yüzeysel öğrenmelerine neden olmaktadır. Halbuki eğitim hedeflerinden biri de, öğrencilerin okul dışında kararla bilecekleri ve sınırlı bilgiyle sunulmuş kompleks problemler hakkında muhakemede bulunabilmelerini sağlamaktır (Kosonen 1992). Bu bağlamda, Francisco ve Maher (2005) öğrencilere sunulan kompleks uygulamaların basit olanlara oranla onların daha etkili bir şekilde muhakemede bulunmalarını sağlayacağını ifade etmişlerdir. Benzer şekilde Henningsen ve Stein (1997) bir uygulamanın kompleksliğini azaltmanın öğrencilerin düşük bilişsel düzeyde düşünmelerine yol açtığını belirtmişlerdir.

Örencilerin problemler karşısında ne tür çözümler sunduklarını belirleyebilmek için üst düzey muhakemede bulunmayı gerektiren problemlerle karşılaşmaları sağlanmalıdır. Bu bağlamda Frederiksen (1984), problemleri üç kategoride toplamıştır: (1) *iyi yapılandırılmış problemler*, problemi çözmek için bilinen bir yöntem formüllerle açıkça ifade edilir; (2) *Yapılandırılmış problemler* iyi yapılandırılmış problemlere benzemekle birlikte çözüm yönteminin tümü ya da bazı yönleri problemi çözen kişi tarafından üretilir; (3) *iyi yapılandırılmamış problemler* ise, hemen formüle edilemezler ve çözümleri için belli bir yöntem yoktur. Funke ve Frensch (1995), iyi yapılandırılmış problemlerin sadece birkaç de i ken içeren ve ders kitaplarındaki problemlere benzediğini, iyi yapılandırılmamış problemlerin ise tahmin edilemeyen yollarla çözümlendirilmeleri gereken birçok faktör ya da de i ken içerebildiğini dile getirmiştir. Dolayısıyla, öğrencilerin yapılandırılmış ve iyi yapılandırılmamış problemlerle karşılaşmalarına imkan tanıyarak, günlük hayatta karşılaşılabilecek karmaşık problemlerle ilgili daha doğru kararlar vermeleri sağlanabilir.

Muhakeme sürecini daha iyi anlayabilmek için muhakemede bulunmamızı sağlayan düşünme eylemi hakkında fikir sahibi olmak gerekir.

### **2.2.1. Düşünme**

Düşünme, zihnin bir konuyla ilgili bilgileri karşılaştırarak, aralarındaki bağlantıları inceleyerek bir yargıya ya da karara varma etkinli didir (TDK: BTS/E itim Terimleri Sözlü ü 1974). Düşünme, içinde bulunulan durumu anlayabilmek amacıyla yapılan aktif, amaca yönelik organize zihinsel sürece verilen addır (Çubukçu 2004). Düşünme, hakkında yeteri kadar bilgi sahibi olunmayan bir olay ya da durum karşısında bilinçli olarak verilen bir karardır (Baron 1985).

Nickerson (1987), düşünmenin özelliklerini aşağıdaki gibi ifade etmektedir (Ellis ve Hunt 1993, Akt. Çubukçu 2004):

- ❖ Bilginin tarafsız ve ustaca kullanımı,



- ❖ Organize edilen dü üncelerin kısa, öz ve tarafsız bir biçimde ifade edilmesi,
- ❖ Mantıksal olarak, geçerli ve geçersiz sonuçlar arasındaki farklılıkları ayırt edebilme yetene i,
- ❖ nanç dereceleri dü üncesini kavrama yetene i,
- ❖ Yeterince net ve açık olmayan benzerlikleri, kar ıla tırmaları görme yetene i,
- ❖ Haklı olma ve bir tartı mayı kazanma arasındaki farklılı ı anlama yetene i,
- ❖ Problemlerin birden çok çözüm yolunun oldu u ve her birinin kendince kabul edilebilir gerekçeleri oldu unu kabul etme,
- ❖ Hipotezler, varsayımlar ve sonuçlar arasındaki farklılıkları anlama,
- ❖ Bir inancın do rulu u ve güçlülü ü arasındaki farklılı a yönelik duyarlı olma,
- ❖ Abartmadan, kategorize etmeden ve bozmadan ayırıcı bakı açılarını gösterebilme yetene i.

Ça da e itimin esas amacı ö rencilerin dü ünme becerilerini geli tirmektir (Bailin 1987). Presseisen (1985), dü ünme becerilerini "*temel i lemler, problem çözme, karar verme, ele tirel (kritik) dü ünme ve yaratıcı dü ünme*" olmak üzere a amalı bir biçimde ele almaktadır (Akt. Sefero lu ve Akbıyık 2006):

- ❖ *Temel i lemler*: Neden-sonuç ili kilerini belirleme, benzetmeleri belirleme, ili kileri belirleme, sınıflandırma ve nitelikleri belirleme olarak ele alınmaktadır.
- ❖ *Problem çözme*: Tanımlanmı bir zorlu un üstesinden gelme, zorlukla ilgili bilinenleri birle tirme, zorlukla ilgili toplanması gereken veriyi belirleme,

çözümler üretme, üretilen çözümleri sınıma, problemlerin daha basit ifade edili lerini arama becerilerini içermektedir.

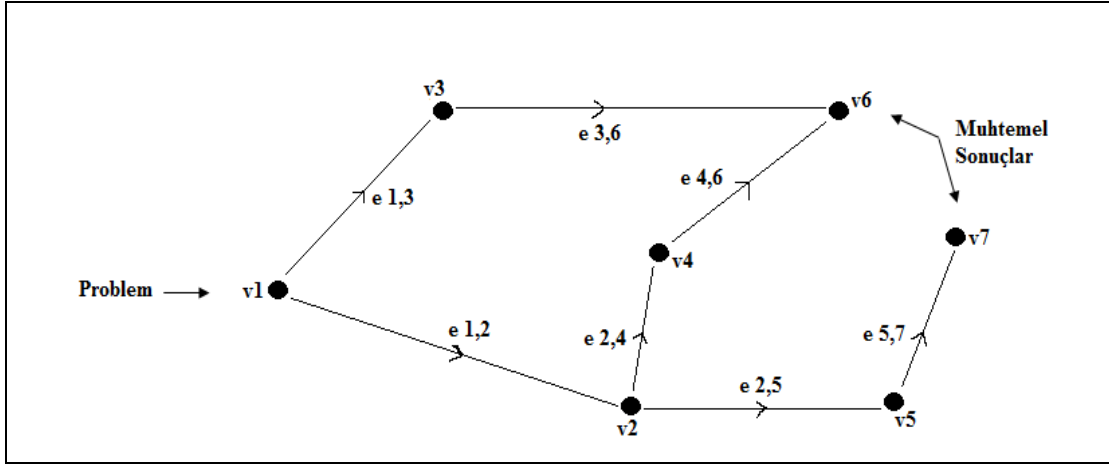
- ❖ *Karar verme:* Konuyla ilgili bilgileri birle tirme, seçenekleri kıyaslama, gereksinim duyulan bilgiyi belirleme ve böylece seçenekler içinde en uygun olanını belirleme becerilerinden olu maktadır.
- ❖ *Ele tirel (kritik) dü ünme:* fadeleri çözümleme, ifade edilmemi dü üncelerin farkına varma, önyargıların farkına varma, dü üncelerin farklı ifade edili lerini arama olarak özetlenebilir.
- ❖ *Yaratıcı dü ünme:* Temel olarak dü ünmenin mantı a, sezgiye dayalı yönlerini kullanarak özgün, estetik bir ürün ortaya koyma becerilerinden olu maktadır.

### 2.2.2. Dü ünme ve Muhakeme

nsanı di er canlılardan ayıran en önemli özelli i 'dü ünebilme yetene i'dir. Dü ünebilme, olaylardan anlam çıkartıp ko ulları kendine uygun olarak yeniden düzenleyebilme yetene idir. Matematik ise, dü ünmeyi geli tirdi i bilinen en önemli araçlardan biridir (Umay 2003). Günümüzde ardı ık soyutlama ve genellemeler süreci ekinde geli tirilen yapı ve ba ıntılardan olu an bir sistem olarak görülen matemati in tanımında üç husus dikkati çekmektedir. Bunlardan biri matemati in bir sistem oldu u, di eri yapılardan ve ba ıntılardan olu tu u, üçüncüsü de bu yapıların soyutlamalar ve genellemeler süreci ile olu turuldu udur. O halde matematik insan tarafından zihinsel olarak yaratılan bir sistemdir (Pilten 2008). Dolayısıyla, matematik zihnin bir gere i olan dü ünme eylemini içermektedir. Bu dü ünme eylemi bütün etmenleri göz önünde bulundurarak akılcı bir sonuca ula ma süreci olarak yapıldı ında muhakeme, akıl yürütme ya da usa vurma olarak adlandırılmaktadır (Umay 2003).

Muhakeme, çe itli dü ünme tarzlarını içeren bir etkinliktir (Peresini ve Web 1999). Muhakemede bulunma; insanın çevresinde olup bitenleri anlaması, olayların nedenleri ve sonuçları arasındaki ili kileri görmesi ve bunlardan faydalanmasını

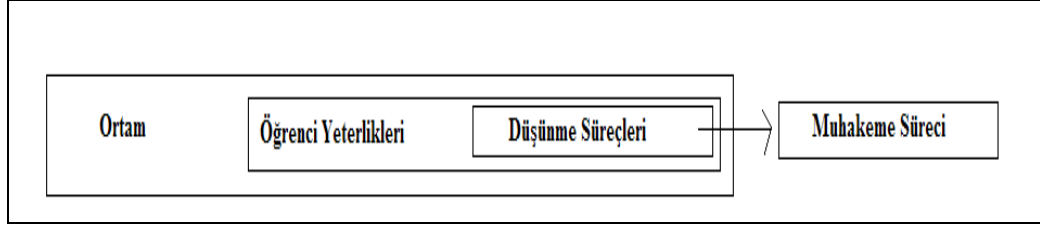
sa layacak bir dü ünme biçimi geli tirmesini sa layan bir süreçtir (Altun 2008). Lithner (2008), muhakemenin, dü ünme süreci, bu sürecin ürünü ya da her ikisi olarak dü ünülebildi ini dile getirmekte ve muhakeme sürecini a a ıdaki ekilde ifade etmektedir:



ekil 2.1. Muhakemede Bulunma Süreci

ekil 2.1’de, ‘vn’ hem bilginin hem de problemin bir anlık durumunu; ‘e n,m’ geçi i ise stratejinin uygulanmasını temsil etmektedir. Muhakemede bulunan ki i ‘vn’ den yola çıkarak ‘e n,m’ ler arasından bir strateji seçer. Burada ‘vn’de henüz ula ılmayan bilgiler hatırlanır ya da yapılandırılır ve problemin kısmen çözüldü ü ve böylece yeni bir problem durumunun olu turuldu u ‘vm’ deki bilgiyi olu turmak için kullanılır (Lithner 2008).

Lithner, muhakemede bulunma sürecini etkileyen faktörleri a a ıdaki ekil üzerinde açıklamaktadır: ekil 2.2’deki yakla ım, muhakeme süreci ile onu meydana getiren dü ünme sürecini birbirinden ayırmaktadır. Bu yakla ımda farklı dü ünme süreçleri, sosyokültürel bir ortamda olu turulan ö renci yeterliklerine ba lıdır ve muhakeme süreci bir yeterlik olan dü ünme süreçleri sayesinde meydana gelmektedir (Lithner 2008).



ekil 2.2. Muhakemede Bulunma Sürecini Etkileyen Faktörler

Muhakeme, ancak düşünmenin ileri basamaklarında ortaya çıkan bir yetenek ve beceridir (Umay 2003). Başka bir deyişle muhakeme, birçok düşünme becerisini etkili bir şekilde içeren ve koşturulan bir karara varma süreci olarak ifade edilebilir. Nitekim, Bailin (1987) düşünme becerilerinin gelişiminde kritik düşünme ve yaratıcı düşünmenin oldukça etkili olduğunu dile getirmiştir. Bu bağlamda kritik, yaratıcı ve mantıksal düşünme gibi farklı düşünme becerilerinin gelişimi önem arz etmektedir.

#### 2.2.2.1. Kritik Düşünme

Kritik düşünme, etkili problem çözme ve karar vermenin temelini oluşturan, bilimsel dayanağı olan düşünme süreci ve problem hakkında karar verip harekete geçmeden önce, problemin iyice anlaşılması için var olan bilginin yorumlanıp değerlendirilmesi süreci olarak tanımlanmaktadır (Özer 2002). Başka bir tanımda ise kritik düşünme; kuşku temelli sorgulayıcı bir yaklaşımla konulara bakma, yorum yapma ve karar verme becerisi olarak ifade edilmektedir (MEB 2009). Kritik düşünme etkili muhakemede bulunabilmek açısından önemlidir. Çünkü, kritik düşünme, muhakemede bulunmayı, problemleri bireysel olarak değerlendirmeyi ve etkili bir şekilde çözmeyi gerektirir. Kritik düşünme, sebep-sonuç ilişkilerini bulma, ayrıntılarda benzerlik ve farklılıkları yakalama, çeşitli ölçütleri kullanarak sıralama yapma, verilen bilgilerin kabul edilebilirliğini, geçerliliğini belirleme, analiz etme, değerlendirme, anlamlandırma, çıkarımda bulunma gibi becerileri içermektedir (MEB 2009).

#### 2.2.2.2. Yaratıcı Düşünme

Yaratıcı düşünme becerisi; öğrencilerin bir temel fikri ve ürünü üretme, birleştirme, yeniden farklı ortamlarda kullanma ya da tamamen kendi düşüncelerinden

yola çıkarak yeni ve farklı ürünler ve bilgiler üretme, olaylara farklı bakabilme, küçük çaplı da olsa bazı bulular yapabilmeyi kapsar (MEB 2009). Yaratıcı düşünme, ayrıntılı fikirler geliştirme ve zenginleştirme, sorunlara benzersiz ve kendine özgü çözümler bulma, fikirler ve çözümler ortaya çıkarma; bir fikre veya ürüne çok farklı açılardan bakma alt becerilerini içerir. Yaratıcı düşünme, karar verme, problem çözme, değerlendirme ve muhakemede bulunmaya ilişkin becerilerin etkin olduğu düşünme stillerinin ortaya çıkarılması ve geliştirilmesi, bireyin dâhîsel yapısının geliştirilmesi bakımından da oldukça önemlidir (Çubukçu 2004).

Yaratıcı düşünme, alıngan bilinen problemlerden yola çıkılarak bilinmeyen yeni durumlar karşısında muhakemede bulunularak etkili çözümler ve orijinal fikirler sunmayı sağlar. Yaratıcı düşünme, karmaşık bir süreç olup; yaratıcı düşünme sırasında fikirlerin sentezlenmesi, yeni fikirlerin üretilmesi, bunların etkilerinin belirlenmesi, kararlar verilmesi ve bazı yeni ürünlerin ortaya konulması gerekmektedir (Krutik ve Rudnick 1993). Bu düşünme becerisinin bu gibi avantajları, günlük hayat problemleriyle uğraşmamızı ve etkili kararlar vermemizi sağlamaktadır.

### **2.2.2.3. Mantıksal Düşünme**

Mantıksal düşünme becerisi, bireyin çeşitli zihinsel işlemler yaparak bir sorunu çözmesi veya bir takım soyutlama ve genellemelere giderek ilke ve yasalara ulaşmasıdır (Korkmaz 2002). Muhakemede bulunma sürecinde, bilişsel becerilerden olan mantıksal düşünme becerisini etkili bir şekilde kullanmak gerekir. Mantıksal bilgi, deney ve gözlemler hakkında düşünülen kavram, sonuç ve üst düzey fikirleri kapsar. Bu, öğrenciler tarafından zihinlerinde oluşturulabilecek bir bilgi çeşitidir. Bu tür bilgiler sadece gözlemler veya anlatılarak öğrenilmez ve öğrencilerin zihinlerinde yapılandırılabilir (Howe ve Jones 1993). Güçlü mantıksal düşünme becerisine sahip bireyler, hedeflerine ulaşmada, karmaşık dünyada fırsatları değerlendirmede ve güçlüklerle baş edebilmede daha başarılı olurlar (Savant 1997).

Olaylar arasındaki ilişkileri anlayabilmenin, sonuç çıkarmanın ve muhakemede bulunmanın, okul öncesi yıllarda oluşması beklenmektedir (Altıparmak ve Özi 2005).

Piaget'in bilişsel gelişim aşamalarına bakıldığında okulöncesi dönemde çocuklarda muhakemenin oluşumunu sağlayan sınıflama, eleştirme, karşılaştırma ve sıralama kavramlarının mantıksal düşünmeye geçişte köprü görevinde oldukları görülebilir (Altıparmak ve Özi 2005). Mantıksal düşünme becerisi, bu bilişsel gelişim aşamalarından somut ve soyut işlemler döneminden itibaren görülen bir beceridir. Somut işlemler dönemi ilköğretim I. kademedeki çocuklar için, soyut işlemler dönemi II. kademedeki çocuklar için geçerlidir. Somut işlemler dönemindeki öğrenciler, somut problemlerin çözümünde mantıksal düşünme becerilerini kullanabilirler. Soyut işlemler döneminde ise bu öğrenciler mantıksal düşünme açısından yetkin düzeye erişirler (Selçuk 2001). Ortaöğretim yıllarında ise öğrencilerin soyut düşünme evreleri gelişmekte ve tümevarım ile tümdengelimsel düşünmektedirler (Altıparmak ve Özi 2005).

Yukarıda da açıklandığı gibi, karşılaşılan problemler karşısında farklı düşünme becerilerinin kullanılması etkili muhakemede bulunmak açısından önem arz etmektedir. Bu bağlamda, bir toplumun geleceği, çağdaş dünyanın artan gereksinimlerinden dolayı mantıklı, yaratıcı ve kritik düşünebilen, problem çözme yeteneğine sahip, bireysel olarak etkili kararlar verebilen, bilgiye ulaşma yollarını bilen ve muhakeme gücü yüksek bireylerin yetiştirilmesine bağlıdır. Çünkü, kritik ve yaratıcı düşünen biri, sezgilerini mantıklı bir şekilde kullanır, soru sorar, hedeflerini belirler ve problemlerin çözümünde alternatif çözüm yöntemlerini kullanır. Ancak her kritik düşünme ya da yaratıcı düşünme süreci "muhakeme" özelliği taşımaz. Eğer ileri düzeylerde de olsa bir düşünce bilgi temeline dayanmıyorsa, gerekçelendirilemiyorsa, mantıklı yaklaşımlar içermiyorsa muhakeme olarak kabul edilemez (Umay 2003).

Matematik ile muhakeme arasındaki ilişkiye geçmeden önce bu ilişkiyi daha iyi anlayabilmek için matematik hakkında bilgi sahibi olmaya yarar vardır.

### **2.2.3. Matematik Nedir?**

Literatür incelendiğinde matematiğin birçok farklı tanımına rastlamak mümkündür.

Matematik insan zihninin çevreden aldığı esin ve ilk hareketle, soyutlama yapmak suretiyle ürettiği bir bilgidir (Altun 2005). Matematik, günlük problemlerimizi çözen, soyut ve sembolik dil kullanan, mantıki düşünmeyi sağlayan ve geliştiren, dünyayı anlamamıza ve kavramamıza yardım eden bir bilimdir (Yenilmez ve Uysal 2007). Matematik doğanın yasalarını ve mantığını anlamaya çalışan bir bilim dalı ve bir uğraştır (Nesin 2002).

Altun (2008), matematiğin tanımı için aşağıdaki ifadeleri kullanmıştır:

- ❖ Matematik sayı ve uzay bilimidir.
- ❖ Matematik tüm olası örüntülerin incelenmesidir.
- ❖ Matematik; aritmetik, cebir, geometri gibi sayı ve ölçme temeline dayanan niceliklerin özelliklerini inceleyen bilimlerin ortak adıdır.
- ❖ Matematik, düşüncenin tümdengelimli bir iletişim yolu ile sayılar, geometrik şekiller, fonksiyonlar, uzaylar vb. soyut varlıkların özelliklerini ve bunların arasında kurulan ilişkileri inceleyen bilimler grubuna verilen genel adıdır.

Yıldırım (2004) ise matematik için aşağıdaki tanımları kullanmıştır:

- ❖ Matematik olup-bitmiş, kesin doğrular içeren donuk bir konu değil, deneme-yanılma yaklaşımına yer veren, yeni arayış ve bululara açık, canlı bir çalışma alanıdır.
- ❖ Matematik, kültürel yaşamda stratejik bir konuma sahiptir: Bilim, teknoloji ve yaşamındaki vazgeçilmez uygulamalarının yanı sıra, amacı kendi içinde olan, entelektüel düzeyi yüksek, kişinin öğrenme, bulma ve yaratma ilgilerini besleyen ve geliştiren eğitimsel bir etkinliktir.

- ❖ Matematik ço u kez sanıldı ı gibi birbirinden kopuk, de i ik konu, i lem ve kurallardan olu mu bir yı ın bilgi de il; kimi temel ilke ve kavramlara dayanan bir dü ünme yöntemi, geni anlamda bir problem çözme, bulma ve ispatlama etkinli idir.

En genel anlamda matematik, dünyamızı anlama çabası olarak ortaya çıkmı bir bilim olup, gerçek dünyadaki nesnelerin soyutlanıp birer soyut nesne haline dönü türülmesidir. Dolayısıyla matematiksel dü ünmenin temel özelli i, somut olgusal ili kileri soyut terimlerle ifade edebilme ve genele ula abilmektir.

Matematiksel ö renmenin, ö rencinin var olan bilgisi ile yeni bilgiler arasındaki ili ki ve benzerlikleri belirleyebilmesine ba lı olan bir ö renme süreci oldu u söylenebilir. Bu ba lamda, muhakeme becerisinin matematiksel ö renme açısından oldukça önemli oldu u belirtilmektedir (NCTM 1989; English 1998). Benzer ekilde, muhakeme becerisi anlamlı matematiksel ö renmeyi karakterize eden davranı lardan biri olarak da görülmektedir (Harms 2003; Francisco 2004).

Matematik ö retiminin, muhakeme becerisinin geli tirilmesinde önemli bir yer tuttu u ifade edilmektedir (Umay 2003). Dolayısıyla, muhakeme becerisinin matematiksel ö renmede mantıklı bir ekilde i e ko ulması için etkili matematik ö retimlerinin gerçekleştirilmesi gerekir. Bir ba ka deyi le, gerçekleştirilen matematik ö retimleri ö rencilerin muhakemede bulunmalarını ve üst düzey dü ünmelerini sa lamalıdır. Bu ba lamda literatürde matematik ö retiminin amaçları birçok ekilde ifade edilmektedir:

NCTM (1989) ilkö retim seviyesinde gerçekleştirilen matematik ö retiminin amaçlarını ö renenlerin;

- ❖ Matemati in öneminin farkına varabilmelerini,
- ❖ Matematiksel sunumlar yapabilmelerini,



- ❖ Matematiksel yeteneklerini etkili bir şekilde kullanabilmelerini,
- ❖ Matematiksel problem çözebilmelerini,
- ❖ Matematiksel muhakemede bulunabilmelerini sağlamak olarak belirtmiştir.

Alkan ve Altun (1998), matematik öğretiminin amacını genel olarak; ki iye günlük hayatın gerektirdi i matematik bilgi ve becerileri kazandırmak, problem çözmeyi öğretmek ve olayları problem çözme atmosferi içinde ele alan bir düşünme biçimi kazandırmak olarak ifade etmişlerdir. Altun (2008), matematik öğretiminin amacını ki iye günlük hayatın gerektirdi i matematiksel bilgi ve becerileri kazandırmak, problem çözmeyi öğretmek ve olayları problem çözme yaklaşımı içinde ele alan bir düşünme biçimi kazandırmak şeklinde dile getirmiştir. Bayazit ve Aksoy (2009)'a göre ise matematik öğretiminin en genel amacı, karılaşılan problematik durumları etraflıca anlayıp çözüm için planlar geliştirebilen, geliştirdikleri planları uygulayarak sonuca ulaşabilen, eleştirel ve yaratıcı düşünme yeteneği gelişmiş, araştırmacı bir ruha sahip özgür bireyler yetiştirmektir.

Baki (2008), matematik öğretiminin amaçlarını ;

- ❖ Öğrencilere okullarda öğretilen matematiğe değer vermeyi öğretmek,
- ❖ Öğrencilere matematiksel düşünmeyi öğretmek,
- ❖ Öğrencilere matematiksel konuları öğretmek,
- ❖ Öğrencileri iyi birer problem çözücü olarak yetiştirmek

olmak üzere dört ana başlık altında özetlemektedir.

İk retim Matematik Dersi 6–8. Sınıflar  retim Programında (MEB 2009) matematik  retiminin amaçları a a ıdaki gibi belirtilmektedir: Buna göre  renenler;

- ❖ Matematiksel kavramları ve sistemleri anlayabilecek, bunlar arasında ili kiler kurabilecek, bu kavram ve sistemleri günlük hayatta ve di er  renme alanlarında kullanabileceklerdir.
- ❖ Matematikte veya di er alanlarda ileri bir e itim alabilmek için gerekli matematiksel bilgi ve becerileri kazanabileceklerdir.
- ❖ Mantıksal tümevarım ve tmdengelikle ilgili çıkarımlar yapabileceklerdir.
- ❖ Matematiksel problemleri çözme süreci içinde kendi matematiksel dnce ve akıl yürütmelerini ifade edebileceklerdir.
- ❖ Matematiksel dncelerini mantıklı bir e kilde açıklamak ve payla mak için matematiksel terminoloji ve dili do ru kullanabileceklerdir.
- ❖ Tahmin etme ve zihinden i lem yapma becerilerini etkin kullanabileceklerdir.
- ❖ Problem özme stratejileri geli tirebilecek ve bunları günlük hayattaki problemlerin çözümünde kullanabileceklerdir.
- ❖ Model kurabilecek, modelleri sözel ve matematiksel ifadelerle ili kilendirebileceklerdir.
- ❖ Matemati e yönelik olumlu tutum geli tirebilecek, öz güven duyabileceklerdir.
- ❖ Matemati in gücünü ve ili kiler a ı içeren yapısını takdir edebileceklerdir.

- ❖ Entelektüel merakı ilerletecek ve geli tirebileceklerdir.
- ❖ Matemati in tarihi geli imi ve buna paralel olarak insan dü üncesinin geli mesindeki rolünü ve de erini, di er alanlardaki kullanımının önemini kavrayabileceklerdir.
- ❖ Sistemli, dikkatli, sabırlı ve sorumlu olma özelliklerini geli tirebileceklerdir.
- ❖ Ara tırma yapma, bilgi üretme ve kullanma gücünü geli tirebileceklerdir.
- ❖ Matematik ve sanat ili kisini kurabilecek, estetik duygular geli tirebileceklerdir.

Bu ö retim programında benimsenen yakla ımla; ö rencilerin somut deneyimlerinden, sezgilerinden matematiksel anlamlar olu turmalarına ve soyutlama yapabilmelerine yardımcı olma amaçlanmı tır. Bu yakla ımla; matematiksel kavramların geli tirilmesinin yanı sıra, problem çözme, ileti im kurma, ili kilendirme ve muhakemede bulunma (akıl yürütme) gibi bazı önemli becerilerin geli tirilmesi de hedeflenmi tir.

Tüm bu amaçlara bakıldı ında, matematik ö retiminin esas amaçlarını; ça da dünyanın artan gereksinimlerinden dolayı mantıklı, yaratıcı ve ele tirel dü ünebilen, problem çözme yetene ine sahip, bireysel olarak etkili kararlar verebilen, bilgiye ula ma yollarını bilen ve muhakame gücü yüksek bireyler yeti tirmek ve bu becerileri günlük hayatta kar ıla ılan problemler kar ısında etkili bir eilde i e ko abilmek için gerekli matematiksel bilgi ve becerilere sahip olmak ekinde özetleyebiliriz.

Yukarıda öneminden bahsedilen becerilerden olan problem çözme becerisinin di er bir beceri olan muhakemede bulunmayı gerektirdi i birçok çalı ma tarafından dile getirilmi tir (Klein 1984; Schoenfeld 1985; NCTM 1989; 2000; Poyla 1997; Lithner 2000; 2006; Briscoe ve Stout 2001; Barker 2003; Olkun ve Toluk 2003; Kramarski ve Mizrachi 2004). Bu ba lamda Sparkes (1999) ve Curtis (2004), muhakemede bulunma

becerisinin matematik yapmak için olmazsa olmazlardan oldu unu ifade etmi lerdir. Benzer ekilde White vd. 1998), Toole (2001), Diezmann ve English (2001), Kramarski vd. (2001) yaptıkları çalı malarda, matematiksel ö renme ve matematiksel ba arı düzeyi ile muhakeme arasında do ru orantı oldu unu, daha iyi muhakemede bulunanların problemler kar ısında daha etkili çözümler üretebildiklerini ve daha iyi ili kilendirmelerde bulduklarını dile getirmi lerdir. li kilendirme yapılabilmesi için de, muhakemede bulunulması, kavramsal ve i lemsel bilginin geli mesi ve problem çözümünün matematiksel dille ifade edilmesi gerekmektedir (Schroeder 1993). Dolayısıyla, muhakeme becerisinin matematik bilim alanındaki bu önemli rolü hakkında yeterince fikir sahibi olmak gerekmektedir.

### **2.3. Matematik ve Muhakeme**

Günlük ya amda, matemati i kullanabilme ve anlayabilme gereksinimi önem kazanmakta ve sürekli artmaktadır. De i en dünyamızda, matemati i anlayanlar ve matematik yapanlar, geleceklelerini ekillendirmede daha fazla seçene e sahip olmaktadır. Çünkü, matematik yapmak daha geni dü ünmemizi gerektirdi inden olası bütün durumları göz önüne alarak karar verme yetene ine sahip olmamızı sa lamaktadır. Bu süreçteki tüm kuralların ve i lemlerin temelinde ise akıl yürütme vardır.

nsanın zihinsel dü ünme ve problem çözmeye çalı maları iç içe geçmi karma ık süreçlere dayanır. Benzer bir yakla ımla muhakemede bulunma ile ba lantı kurma yetenekleri ve bu yeteneklerin kullanılıp geli tirilmesini amaçlayan matematik arasında da önemli bir ba lantı vardır (Çimen 2008). Çünkü, matematik, do ayı anlama çabasıdır ve bu anlamlandırma sürecinde dü ünme ve muhakeme becerimizi kullanmamızı gerektirir. Nitekim, muhakeme becerisinin temel göstergesi, bu beceriyi kar ıla ılan problemleri çözmeye ve matematik konuları arasındaki ili kiyi görmede kullanabilmektir (Mandacı- ahin 2007).

Matematikte gerçeklere deney ya da gözlemlerle de il, muhakemede bulunularak ula ıldı ı için muhakeme olmaksızın matematik yapılamaz. Ayrıca, matematiksel

muhakeme, matematiksel bir bilgi a ının üzerinde hem ilerler hem de yapılır. Bu nedenle, matemati i çok ili kili fikirlerin bir a ı olarak görme hem muhakeme vurgusunun bir sonucu, hem de daha ileri bir muhakeme için bir temel olu turmaktadır (Umay ve Kaf 2005).

Muhakeme becerisi matematikte yer alan bili sel beceriler arasında yer almaktadır (NCTM 1989). NCTM matematikteki bu bili sel becerileri;

- ❖ Matematiksel Güç
- ❖ Problem Çözme
- ❖ Gösterim
- ❖ **Muhakemede Bulunma**
- ❖ Matematiksel Kavramlar
- ❖ Matematiksel lemler
- ❖ Matematiksel E ilim olarak ifade etmi tir.

Muhakemede bulunma yetene i birçok yerde “Matematiksel Güç” kavramının bir bile ni olarak ifade edilmektedir (NCTM 1989; 2000; NSF 1995; NAEP 2003). NCTM (2000)’ e göre matematiksel güç;

- ❖ Ke fetme,
- ❖ Tahmin etme,
- ❖ **Muhakemede bulunma,**

- ❖ Rutin olmayan problemler çözüme,
- ❖ Matematik yoluyla iletişim kurma,
- ❖ Matematiksel fikirler ile zihinsel etkinlikler arasında bağlantı kurma becerilerini içermektedir.

Benzer şekilde matematiksel güç NAEP (2003)'de;

- ❖ Keşfetme,
- ❖ Tahmin etme,
- ❖ **Muhakemede bulunma,**
- ❖ Rutin olmayan problemleri çözüme,
- ❖ Matematiksel iletişim kurma,
- ❖ Matematiksel kavramları birbirleri, diğer bilim dalları ve günlük yaşam ile ilişkilendirme,
- ❖ Matematiksel bilgi ve öğrenmeleri uygulama,

becerilerini gerektiren bir kavram olarak tanımlanmaktadır.

NSF (1995), matematiksel gücün temel bileşenlerini “Matematiksel Bilgi ve Kavramlar”, “Matematiksel Yetenekler” ve “Uygulama Standartları” olmak üzere üç boyutta toplamıştır. Bu boyutlardan Matematiksel Bilgi ve Kavramlar boyutunda *matematikteki konu ve kavramlar* alt boyutları yer almaktadır; Matematiksel Yetenekler

boyutunda *kavramsal anlama* ve *yöntem-strateji uygulama* alt boyutları bulunmakta ve İstem Uygulama Standardı boyutunda ise *problem çözme*, ***muhakemede bulunma***, *ili kilendirme*, *ileti im kurma*, *geçi me* ve *sunma* alt boyutlarına yer verilmektedir. Bu boyutlardan Matematiksel Yetenekler ve İstem Uygulama Standardına ili kin alt boyutların detaylı bir ekilde verilmesinin muhakeme becerisini daha iyi anlamamız açısından önemli olaca ı dü ünülmektedir. Bu ba lamda NSF (1995)'ye göre bu boyutların her birinin içermesi gereken beceriler a a ıda verilmi tir.

Çizelge 2.1. Kavramsal Anlama Alt Boyutunun çerdi i Beceriler

• Yorumlama yetene i
• Bir kavramın anla ılması ile ilgili dü ününeyi de i ik biçimde ortaya koyabilme
• Kavramın ortaya konulmasında terim, sembol ve i aretlerin yerinde kullanabilme, tanımları açıklayabilme ve uygulayabilme
• Kavramları örnekleyebilme, kar ı örnek verebilme, tanıyabilme ve i aretleyebilme
• Kavram ve tanımları uygulamada kullanabilme
• Kavram ve ilkelerin ortak ve farklı yanlarını belirleyerek kar ıla tırma yapabilme
• Kavramların de i ik biçimlerinin, kullanım alanlarının matematiksel model ve yapılar ile ba lantılarını kurabilme ve kullanabilme
• Tanım ve uygulamalarda matematiksel ilkeleri kullanılabilme
• Matematiksel yapıların uygun kavramlarla ba lantılarını kurulabilme, sonucu tahmin edebilme ve açıklayabilme

Çizelge 2.2. Yöntem-Strateji Uygulama Alt Boyutunun çerdi i Beceriler

• Kar ıla ılan bir problem durumunda çözüm basamakları arasında ba lantılar kurabilme, kar ıla tırabilme ve ili kilendirebilme
• Herhangi bir durumu do ru yorumlayabilme
• Çevresinde gördü ü ya da kendisine sunulan bir durumu hesap yapmadan

tahminde bulunabilme
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Geometrik yapı olu turma, grafik çizibilme, onları okuyabilme, sıralayabilme</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Problem çözümünde, verileri de i tirebilme ve geni letebilme</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sembolik ya da somut modeller kullanarak yöntemin do rulu unu kanıtlayabilme</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Yöntemi uygun olarak seçme ve kullanabilme</li> </ul>

Çizelge 2.3. Problem Çözme Alt Boyutunun çerdi i Beceriler

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemi tanımlayabilme, do ru ve açık bir biçimde belirtebilme, modelleyebilme</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Verilerin uygunluk ve yeterlili ini belirleyebilme</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mantıklı ve do ru bir ekilde çözümü tahmin edebilme</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Veri, model ve matematiksel ba ıntıları kullanma stratejilerini olu turabilme</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Yeni bir durumda, edinmi oldu u matematiksel ön ö renmeleri kullanabilme</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Yeni bir konumu yorumlarken, tüme varım, tümünden gelim, uzaysal, istatistiksel ve oransal kavramları kullanabilme</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Çözümlerin uygun ve do rulu una karar verebilme</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Verilenleri de i tirme ve geli tirme yakla ımları sergileyebilme</li> </ul>

Çizelge 2.4. Muhakemede Bulunma Alt Boyutunun çerdi i Beceriler

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Matematiksel modelleri olu turmada kullanılacak, ana strateji ve araçları seçebilme; bunları yeni durumlara uyarlayabilme</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• De i ik muhakeme yolları seçebilme ve seçilene kullanabilme (Cebirsel muhakeme, Geometrik muhakeme, Orantılı muhakeme, Olası muhakeme, istatistiksel muhakeme)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Matematiksel varsayımları ara tırma ve inceleme</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Matematiksel kuralları geli tirme ve de erlendirme</li> </ul>



<ul style="list-style-type: none"> <li>• Matematiksel kuralların niçin ortaya konuldu u üzerine dü ünme</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Matematiksel kuralların matematikte, günlük ya amda ve di er bilimlerde nasıl kullanıldı ı üzerine dü ünme</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dü ündüklerini açık bir ekilde ortaya koymayı ö renme</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Edinilen matematiksel dü ünceleri açık, kısa bir ekilde kendi cümleleri ile ifade edebilme</li> </ul>

Çizelge 2.5. li kilendirme Alt Boyutunun çerdi i Beceriler

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Matematiksel dü ünmeler arası ba lantıların farkına varabilme ve bunları kullanabilme</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Matematiksel dü ünmelerin birbirleri ile ba lantılı oldu unu ve biri di erinin üzerine in a edilerek uyumlu bir bütünlük olu turdu unu görebilme ve uygulayabilme</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Matemati in dı ndaki her durumda matemati i tanıma ve uygulama fırsatı yakalayabilme</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Anlamayı her zaman daha derin ve daha uzun süreli kılabilme</li> </ul>

Çizelge 2.6. leti im Kurma Alt Boyutunun çerdi i Beceriler

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Matematiksel dü ünmeyi organize etme ve birle tirebilme</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Matematiksel dü ünmeyi tutarlı ve açık bir biçimde di er bireylere aktarabilme</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Di er bireylerin matematiksel dü ünmelerini ve stratejilerini analiz etme ve de erlendirebilme</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Matematiksel dü ünceleri dikkatli ve do ru olarak ifade etmek için matematik dilini kullanabilme</li> </ul>

Çizelge 2.7. Geçİ me ve Sunma Alt Boyutunun çerdi i Beceriler

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Psikolojik, sosyal ve matematiksel sıra dı ı durumları açıklama, modelleme ve yorumlama</li> </ul>
---

<ul style="list-style-type: none"><li>• Problem çözümede uygun olan matematiksel kavramlardan yararlanma (seçme, açıklama ve dönü türme)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Matematiksel dü ünceleri, matematiksel yapıları kullanarak yazı ya da söz ile ortaya koyma</li></ul>

Matematiksel Gücün “Matematiksel Bilgi ve Kavramlar” boyutu, e itim düzeyine göre de i mektedir. Örne in, 6. sınıf matemati inde “Do al Sayılar”, “Tam Sayılar”, “Kesirler”, “Ondalık Kesirler”, “Yüzdeler”, “Oran ve Orantı” ve “Kümeler” gibi konular yer alırken; 8. sınıfta ise bu konularda sahip olunan ön bilgilere ilave olarak “Üslü Sayılar”, “Kareköklü Sayılar” ve “Gerçek Sayılar” gibi konulara yer verilmektedir. Ancak di er boyutlar ve bunların alt boyutları tüm düzeydeki ö rencilerin sahip olmaları gereken ya da tüm düzeydeki ö rencilere hitap eden becerileri içermektedir.

Matemati i muhakemede bulunarak kendi i lem önceli i ile ili kilendirme, yapısını sorgulayarak ve neyi neden yaptı nı bilerek olu turma, hem kalıcı hem de geli meye açık bir matemati in olu masını sa lar (Umay ve Kaf 2005). Akıl yürütme, matematik ö renme ve ö retme sürecinin vazgeçilmez bir bile enidir (Duatepe vd. 2005). Akıl yürütmenin, matematikte do rulama, açıklama, sistematikte tirme, ke fetme, ileti im ve teori olu turma gibi birçok fonksiyonu da bulunmaktadır (Yackel ve Hanna 2003). Dolayısıyla, matematik yaparken akıl yürütme (muhakeme) becerilerinin geli tirilmesi için uygun ortamlar hazırlanmalıdır.

Muhakeme becerilerinin okul hayatını ve okul dı ndaki hayatı kolayla tırmadaki rolü hakkında ö rencilerde farkındalık yaratmak büyük önem ta ımaktadır (MEB 2009). Çünkü matemati i ö renmek; temel kavram ve becerilerin kazanılmasının yanı sıra matematikle ilgili dü ünmeyi, genel problem çözme stratejilerini kavramayı ve matemati in gerçek ya amda önemli bir araç oldu unu bilmeyi de gerektirmektedir. Bu nedenle matematik e itimi temel e itimin önemli yapı ta larından birini olu turur. Matematik e itimi; sayıları, i lemleri ö retmekten, günlük ya amın vazgeçilmez bir parçası olan hesaplama becerilerini kazandırmaktan ö te bir i lev üstlenmekte ve her geçen gün biraz daha karma ıkla an ya am sava ında ayakta

kalmamızı sağlayan düşünme, olaylar arasında bağlantı kurma, tahminlerde bulunma, problem çözme ve akıl yürütme (*muhakemede bulunma*) gibi önemli destekler sağlamaktadır (Umay 2003).

Muhakeme yeteneği, matematikte gerekçelendirme ve ispatlamada kullanılan temel bir ihtiyaçtır (Yankelewitz vd. 2010). Ancak, muhakemede bulunmayı ve ispat yapmayı engelleyen birçok zorluk bulunmaktadır (Ball vd. 2002). Örneğin, çocuğu matematik müfredatında ve öğrenme ortamlarında ilköğretimde algoritma ve yöntemin öğrenilmesi vurgulanmakta, çocuklar kendi fikirlerinden vazgeçmek zorunda kalmakta ve konu temel kavramlarından ayrılmaktadır (Kamii ve Dominck 1998). Ayrıca, birçok öğrenci ispatı bir yöntem ya da eksik bir bilgiyi izleyen birkaç adım olarak görmekte ve ispatı mantıklı muhakemede bulunmayarak ya da fikirlerine gerekçeler sunarak yapmaktadırlar (Kamii ve Dominck 1998). Dolayısıyla, öğrenciler üst öğrenim seviyelerine fikirlerine gerekçeler sunmada ve muhakemede bulunmada eksik kalarak geçmektedirler.

Destekleyici ortamlar sağlandığı takdirde tüm öğrenciler iddialarda bulunabilir, bu iddiaları çürütebilir ve uygun muhakemede bulunabilirler (Yackel ve Hanna 2003). Örneğin, öğrencilerin bilişsel yeteneklerine uygun ispat yöntemlerini kullanmalarına izin verildikçe, matematiksel muhakemede bulunmaları sağlanabilir (Stylanides 2007). Bu bağlamda, öğrencilerin birbirleriyle etkileşime geçtikleri, matematiksel fikirlerini rahatlıkla paylaştıkları bir ortam matematiksel muhakemenin gelişimi için ideal ortamdır (Yankelewitz vd. 2010). Vygotsky (1978), bir çocuğun muhakeme sürecinin akranlarıyla yaşadığı, sosyal etkileşime girdiği ortamlarda gelişimini ifade etmektedir. Böyle bir ortamda her bir birey diğerlerinin muhakemesinden etkilenme fırsatı elde etmiş olur (Maher ve Davis 1995).

Matematik öğretiminin en önemli hedeflerinden birisi de neden, nasıl sorularına karılıklı olarak mantıklı cevaplar elde etmeyi sağlayan ve sadece matematiksel olmayan aynı zamanda temel bir yetenek olan muhakemenin gelişimini sağlamaktır (Altıparmak ve Özi 2005). İlköğretimde muhakemenin gelişimi, kavrama ve matematiksel iliklendirme yeteneğinin gelişiminde oldukça önemlidir (Polya 1981; Stylanides

2007). Bu bağlamda literatürde muhakemenin gelişmesini sağlayan bir çok durum açıklanmaktadır. Örneğin, Francisco ve Maher (2005), öğrencileri kendi matematiksel aktivitelerine sahiplik etmeleri yönünde cesaretlendirmenin, ilgili problemlerin yer aldığı kompleks uygulamaları kullanmanın, öğrencilerin işbirlikli çalışmalarına imkan tanımanın ve onların fikirlerini gerekçelendirmelerini beklemenin matematiksel muhakemenin gelişmesine yardımcı olduğunu ifade etmektedirler. Umay (2003) ise, bütün öğrencilerin aktif olarak katılabildiği, kendi muhakeme stillerini bildiği öğrenci merkezli öğrenme ortamlarının, matematiksel muhakeme yeteneklerinin geliştirilmesi için uygun zeminler olduğunu belirtmiştir. Ayrıca, muhakemeyi geliştirmek için grup projeleri şeklinde, teknolojinin kullanıldığı ve öğrencilerin ilgisini çeken problem durumlarını kullanmak ve istatistiği dâhil ederek kompleksliği arttırmak önerilmektedir (NCTM 1989). Öğrencilerin farklı muhakeme türleriyle karşı karşıya getirilmeleri de muhakemenin gelişiminde rol oynayan faktörler arasında sayılmaktadır (NCTM 1989; 2000). Muhakeme yeteneğinin gelişiminde belirlenecek uygun stratejilerin de rolü vardır. Nitekim, bu stratejileri istenilen yapıda belirleyememek insanda doğuştan var olan muhakeme yeteneğini zamanla yok edip, ezberleme yolunu seçen, neden-sonuç zincirini takip edemeyen bireyler yetiştirilmesine neden olur. Bu bağlamda, var olan muhakeme yapısını daha da ileriye taşımak için uygun stratejilerin belirlenmesi önem arz etmektedir (Altıparmak ve Özi 2005).

Muhakeme, matematiksel gücün bir bileşeni olduğundan muhakeme olmaksızın matematiksel güce ulaşamaz. Çünkü matematiksel güç, öğrencilerin keşfederek, tahmin ederek ve mantıksal çıkarımlar yaparak matematiksel bilgiyi bir araya getirmelerini ve kullanmalarını, rutin olmayan problemleri çözmelerini, matematik hakkında ve matematik yoluyla iletişim kurmalarını, farklı durumlardaki matematiksel ve farklı disiplinlerdeki fikirler arasında bağlantı kurmalarını içeren geniş kapsamlı becerilerdir' (NAEP 2003). Dolayısıyla, matematiksel güce sahip olmadıkları için öğrenme, muhakemede bulunma ve iletişim kurma becerilerinin, merkezinde bilgi oluşturma bulunan soyutlama sürecinde ne şekilde etkili olduklarını belirlemek önemlidir (Yeildere ve Türnüklü 2008).

NCTM (1989)'e göre, ilköretim düzeyinde gerçekleştirilen matematik öğretiminin amacı, öğrencilerin aşağıdaki kazanımları elde etmelerini sağlamaktır. Bu kazanımlar;

- ❖ Matematiğin önemini kavramak,
- ❖ Matematiksel problem çözebilen bireyler haline gelmek,
- ❖ Matematikle ilgili yeteneklerine güven duymak,
- ❖ Matematiksel anlatımlar yapmak,
- ❖ Matematiksel muhakemede bulunmak.

Matematiksel muhakeme, matematiksel tahminleri oluşturma, matematiksel tartışmaları geliştirme ve değerlendirme, matematiksel bilgileri çeşitli şekillerde sunma becerilerini içermektedir (NCTM 1989). Bunların yanı sıra NCTM (2000), ilköretim seviyesinde öğrencilerin sahip olması gereken matematiksel muhakeme becerilerini belirlemiştir. Buna göre öğrenciler;

- ❖ Muhakeme ve ispatın matematiğin temeli olduğunu fark edebilmeli,
- ❖ Matematiksel çıkarımlar yapabilmeli ve araştırebilmeli,
- ❖ Matematiksel tartışma ve ispatlar geliştirebilmeli ve değerlendirebilmeli,
- ❖ İspatın çeşitli yöntemlerini seçebilmeli ve kullanabilmelidirler.

TIMSS (2003) ise, matematiksel muhakemenin boyutlarını ve her boyutta öğrencilerin kazanmaları gereken becerileri aşağıdaki gibi belirtmiştir:

1) Analiz Etme:

- ❖ Matematiksel nesnelere arasındaki ilişkileri belirleyebilme ve kullanabilme,
- ❖ Orantısal muhakemede bulunabilme,
- ❖ Bir problemin çözümünü kolaylaştırmak için uygun geometrik şekli kullanabilme,
- ❖ Aynı verinin farklı gösterimlerini karşılaştırabilme ve elde edilebilirlik,
- ❖ Verilen bilgilerden geçerli sonuçlar çıkarabilme.

2) Genelleme:

- ❖ Matematiksel düşünme ve problem çözme yoluyla elde edilen sonuçların etki alanını, daha genel ifadeler kullanarak genişletebilme.

3) Bağlantı Kurma:

- ❖ Elde edilen sonuçları ilerideki bir sonuçla birleştirebilme, bilginin farklı unsurları arasında ve ilişkili matematiksel fikirler arasında bağlantılar kurabilme.

4) Karar Verme:

- ❖ Matematiksel özellikleri kullanarak bir ifadenin doğruluğu veya yanlışlığına karar verebilme.

5) Rutin Olmayan Problemler Çözme:

- ❖ Gerçek hayatla ilgili problemleri çözebilme, matematiksel i lemleri daha karı ık problemlere uygulayabilme ve geometrik özellikleri rutin olmayan problemlerin çözümünde kullanabilme.

İkôretim Matematik Dersi 6–8. Sınıflar Öretim Programında (MEB 2009) örencilerin muhakeme becerilerinin gelişimine önem verilmektedir. Bunun için örencilere a a ıdaki becerilerin kazandırılması hedeflenmiştir:

- ❖ Örenme sürecinde muhakemeyi kullanır.
- ❖ Ya antısında, di er derslerde ve matematikte muhakeme becerisini kullanır.
- ❖ Matematik örenirken genellemeler ve çıkarımlar yapar.
- ❖ Matematikteki ve matematik dı ındaki çıkarımlarının do rulu unu savunabilir.
- ❖ Yaptı ı çıkarımların, duygu ve dü üncelerinin geçerlili ini sorgular.
- ❖ Muhakemede bulunmada öz güven duyar.
- ❖ Muhakeme ile ilgili olumlu duygu ve dü üncelere sahip olur.

Matematiksel konu ve kavramlar arasında ili kilendirmeler yapmak da etkili muhakemede bulunmak için gereklidir. Çünkü, matematik, sadece kural, sembol, ekil ve i lem içeren bir bilim dalı değildir. Matematik, birbirleriyle ilgili düzenler ve ili kiler a ından oluşmaktadır. Ayrıca, matematikle di er disiplinler ve ya am arasında da ili kiler bulunmaktadır. Bu ili kilerin kullanılması için olu turulan ortamlar, örencilerin matemati i daha rahat ve daha anlamlı örenmelerini sağlayacaktır (MEB 2009). Böylece edinilen bilgi ve becerilerin kalıcılıkları ile örencilerin matematikte öz güvenleri artabilecek ve matemati e yönelik olumlu tutuma sahip olabileceklerdir. Bunu

sa lamak için de, matematiksel kavramlar arasındaki ilişkilerin araştırılması, tartışılması ve genelleştirilmesi aynı süreç içinde ele alınmalıdır. Bunun yanı sıra, öğrencilerden, kavram ve kurallar arasında bağlantılar yapmaları istenmeli, onlara somut ve soyut temsil biçimleri arasında ilişkilendirme yapabilecekleri problemler çözdürülmelidir (MEB 2009).

Problem çözme sürecinde, öğrencilerin muhakemede bulunmalarını sağlayacak türden problemler sunulmalıdır. Örneğin, belli bir yöntem ya da formül kullanılarak çözülebilen, alternatif çözüm yöntemlerini düşünmeyi gerektirmeyen problemlerden çokunlukla kaçınılmalıdır. Bunun yerine çözüme kolaylıkla ulaşılamayan, birden fazla strateji kullanmayı ve öğrencilerin üst düzey düşüncelerini gerektiren kompleks problemler tercih edilmelidir. Benzer olarak, problemlerin ve istenenlerin farklı biçimlerde ifade edilmesi istenebilir. Bunun yanı sıra öğrencilerden problemlerde eksik veya fazla bilgi olup olmadığı, eksik bilgi varsa bunu tamamlayıp çözmeleri istenebilir (MEB 2009).

Bir uygulama sırasında muhakeme bulunma sadece uygulamanın niteliğine bağlı olmayıp aynı zamanda uygulamayla ilgilenenin öğrenme hızına ve motivasyonuna da bağlıdır (Schoenfeld 1985; Bloom 1998). Başka bir deyişle, öğrencinin niteliği ve sosyal durumu dolayısıyla bireysel farklılıklar muhakemede bulunmayı etkilemektedir. Örneğin, zor bir uygulama sırasında daha etkili bir şekilde muhakemede bulunabilmek için bireysel öğrenme açısından yeterli olmak gerekir. Çünkü, öğrencilerin muhakemede bulunmalarıyla ve problem çözmeleriyle ilgilenen psikologlar (Johnson-Laird vd. 1972; Gagne 1980; Newell 1980) arasındaki yaygın görüşe göre, muhakemede bulunma ve problem çözme belli bir bilgi alanında gerçekleşen olaylarla ilgili kuralların bilgisini gerektirmektedir. Eğer öğrenci ilgili alandaki bilgiyi tek başına yapılandıramıyor ya da özümseyemiyorsa yeni öğrenme stratejilerinin geliştirilmesi öğrencinin bu alanda etkili öğrenmeler gerçekleşmesinde yeterli olmayabilir.



## 2.4. Olasılık ve Muhakeme

Olasılık matemati in bir alt dalı olup, bir olay ya da durumun olası bütün sonuçlarını göz önüne alarak mantıklı bir çıkarsamada bulunmayı gerektiren bir konudur. Muhakeme ise bir problem ya da durumun bütün yönlerini ele almayı gerektiren bir uradır. Lavigne ve Lajoie (2007)'ye göre, muhakeme, problem çözmeye ve genel olarak karar vermede önemli rol oynar. Benzer şekilde, Holyoak ve Morrison (2005) muhakemeyi, 'problem çözmeye' ve 'karar verme'den ayırmanın zor olduğunu dile getirerek u açıklamada bulunmuşlardır: "Bir problemi çözmek için kişinin muhtemel durumların sonuçları hakkında muhakemede bulunması ve alternatif durumlar arasından seçim yapmak için karar vermesi gerekir. Karar verme ise genellikle muhakemeyi gerektiren bir durumdur." (s.2). Kahneman ve Tversky (1972) ise, günlük hayatta aldığımız kararların ve ulaştığımız sonuçların, genellikle belirsiz olayların meydana gelme olasılıklarına karar verirken yaptığımız muhakemelere bağlı olduğunu dile getirmişlerdir. Dolayısıyla hayatın her anında karşılaşılan durumlarda, muhakemede bulunma ve olasılıksal muhakeme eylemleri birlikte kullanılarak etkili kararlar verilebilir.

Olasılık konusu, belirsizliklerle dolu bir dünyada insanların hedefleri ve arzularına ilişkin etkili muhakemede bulunmak için kullandıkları önemli bir bileendir (Schlottmann 2001). Nickerson (2004), olasılıksal muhakeme yeteneğinin birçok nedenden dolayı önemli olduğunu belirtmiştir. Nickerson'a göre bu yeteneğin eksikliği;

- ❖ insanların derinlik ve mantıklı olmayan korkular içerisinde olmasına yol açar,
- ❖ Riskleri mantıklı olarak değerlendirilmeyi engeller,
- ❖ Ön yargılara göre karar vermeye yol açar,
- ❖ Belirsiz durumlarda karar vermeyi zayıflatır,

- ❖ istatistiksel bilgilerin yanlı yorumlanmasına neden olur,
- ❖ Kritik olasılık fikirlerini de erlendirmeyi engeller,
- ❖ Farklı yollardan mantıklı dü ünmeyi engeller.

Olasılık konusu, iyi e itim almı ki iler haricindeki ço u ki inin yanlı algıladı ı (Quinn 2004) ve kavram yanılgılarına sahip oldu u bir konu durumundadır. Özellikle ilkö retim ça ndaki ö renciler muhakemede bulunmada isteksiz davranmakta, olasılık konusunda kavram yanılgılarına sahip olmakta ve dolayısıyla olasılıksal muhakemede bulunmada zorlanmaktadır. Ö rencilerin olasılıksal muhakemede bulunmada zorlanmaları;

- ❖ Okul matemati inde kalıp problemlere a ırlık verilmesi (Beckmann 2002),
- ❖ Ö rencilerin eksik ya da yetersiz sezgilerle muhakemede bulunmaları (Bezzina 2004),
- ❖ Okullarda muhakemede bulunmayı gerektiren problemlere ve muhakemenin ö renilmesine yeterince önem verilmemesi (Umay ve Kaf 2005),
- ❖ Ö rencilerin ön ko ul matematiksel yeteneklerinin yeterince geli memesi ve soyut akıl yürütmedeki yetersizlikler (Garfield ve Ahlgren 1988),
- ❖ Ö rencilerin olasılıkları yorumlamada ve hesaplamada kullanılan oransal sayı kavramlarını anlamada ve orantısal akıl yürütmede zorluklar ya amaları (Behr vd. 1983),

- ❖ Ö rencilerin kesirleri, yüzdeleri ve ondalıklı sayıları içeren temel kavramlarla zorluklar ya amaları (Carpenter vd. 1981; Carpenter vd. 1983),
- ❖ Ö rencilerin olasılık dü ünçe ya da yargılarının ço u zaman deneyimleriyle ve dünyaya bakı açılılarıyla uyu maması (Kapadia 1985),
- ❖ Ö rencilerin olasılıkla ilgili sözel problemleri okul dı ındaki günlük hayata aktarmada güçlükler ya amaları (Hansen vd. 1985),
- ❖ Ö rencilerin olasılık konusuna kar ı olumsuz tutumlara sahip olmaları (Bulut 2001),
- ❖ Ö rencilerin günlük hayattan elde ettikleri bilgilerle bilimsel bilgi arasında yanlı ba lantılar kurmaları (Gürbüz 2006),
- ❖ Ö retmenlerin olasılı ın etkili ö retimi için yetersiz olmaları (Bulut 2001),
- ❖ Uygun ö retim materyallerinin yetersizli i (Gürbüz 2006; Pijls vd. 2007),
- ❖ Ö rencilerin yanlı teorik bilgilere ya da kavram yanılgılarına sahip olmaları (Fischbein vd. 1991; Fischbein ve Schnarch 1997; Dooren vd. 2003; Barnes 1998),
- ❖ Ö retmenlerin problemlerin çözüm sürecinden ziyade genellikle sonuca odaklanmaları,
- ❖ Ö rencilerin alı kın oldukları tamsayılarla i lemler yapmayıp daha üst düzey dü ünmeyi gerektiren kesirlerle i lemler yapmaları,

- ❖ Olasılık konusu genellikle soyut ve formal yöntemlerle öğretilmiş için öğrencilerin olasılık konusuna karşı var olan olumsuz tutumlarının derinleşmesi,
- ❖ Öğretmenlerin ders kitapları amaçlı olarak gerçekleştirilmesi,
- ❖ Öğrencilerin ilgilerini derse çekecek farklı öğretim stratejilerinin geliştirilmemesi,
- ❖ Soyut bir konu olan olasılık konusunun öğretiminde konuyu somutlaştırmaya ve görselleştirmeye yardımcı olan teknolojik araçların kullanılmaması,
- ❖ Öğretmenlerin olasılık konusuna karşı olumsuz tutumlara sahip olmaları,
- ❖ Olasılık konusu bir olayın meydana gelebilecek bütün durumlarını içerdiğinden, öğrencilerin bu durumların hepsini aynı anda düşünememeleri

gibi nedenlerle açıklanabilir.

Ayrıca henüz meydana gelmemiş olaylar hakkında insanlar, inançları gereği ya da kültürlerinden edindikleri bilgilere göre yorum yapabilmektedirler. Örneğin, kaderin doğuştan bir güç tarafından önceden belirlendiği, olayların buna göre meydana geleceği ve insanların bunları önceden tahmin edemeyecekleri ya da her bireyin aynı derecede şanslı olamayabileceği gibi düşünceler olasılık konusunda muhakemede bulunmayı engelleyebilmektedir.

Olasılık eğitimi, muhakemede bulunma yeteneğini geliştirebilmektedir. Literatürde de bunu destekleyen çalışmalar rastlamak mümkündür. Örneğin, Fong

vd. (1986) ve Kosonen (1992) alı malarında olasılık konusunda e itim alındıktan sonra, çalı ma grubunun günlük ya amla ilgili problemler kar ısında muhakemede bulunma düzeylerinin yükseldi ini ve daha az hata yaptıklarını belirtmi lerdir. Bu alı malardan da ıkarılaca ı gibi olasılıksal muhakeme ile muhakemede bulunma eylemleri arasında pozitif bir ili kinin oldu u çıkarılabilir.

Yukarıdaki ifadelerden de anla ılaca ı gibi olasılıksal muhakeme ve muhakemede bulunma eylemleri kar ılıklı olarak birbirlerini gerektiren iki d ünme eylemidir. Çünkü henüz meydana gelmemi olayların gerçekle me ihtimallerini hesaplamak için üst düzey d nmek dolayısıyla muhakemede bulunmak gerekir. Ba ka bir deyi le, olasılıksal muhakeme sürecinde muhakeme becerisi etkili bir ekilde i e ko ulmaktadır. Bu ba lamda, olasılık teorisinin mantıklı muhakemede bulunmak için gerekli oldu u ifade edilmektedir (Nickerson 2004). Buradan hareketle, muhakeme becerisi yüksek olan ki ilerin olasılık bilgi ve beceri düzeylerinin de yüksek olması beklenmektedir.

## 2.5. Yapılan alı malar

Bu bölümde olasılık ve muhakeme ile ilgili yurt içinde ve yurt dı ında yapılan çalı malara yer verilmi tir.

Weir (1962), aynı materyal üzerinde yapılan üç farklı  retim uygulamasının 5-7 ve 9-13 ya gruplarının her birinin olasılık  renmelerini nasıl etkiledi ini belirlemek amacıyla bir çalı ma yapmı tir. Bu amaçla her bir grupta farklı ya grubundan  rencilerin bulundu u 96  renci 16' ar ki ilik 6 gruba ayrılarak, bu gruplara farklı müdahalelerde bulunulmu tur. Her bir ya grubuyla ayrı ayrı “*gruptakilere müdahale yapılmadan*”, “*gruptakilere uygulama için bir çözüm yolunun oldu u söylenerek*” ve “*gruptakilere uygulama için bir çözüm yolunun bulunmadı ı söylenerek*” ekindeki üç farklı  retim uygulaması gerçekle tirilmi tir. Yapılan analizler sonucunda, küçük ya taki  rencilerin ipucu verilen, te vik edilen uygulamaları büyük ya taki  rencilere göre daha çok tercih ettikleri; büyük ya taki  rencilerin verdikleri cevapları ya da tercih ettikleri seçenekleri kendilerine ipucu verildikten sonra küçük ya taki  rencilere

göre daha çok de i tirdikleri; farklı ö retim uygulamalarının ipucu verilen seçenek ya da durumları seçmede pek bir etkisinin olmadığı ve büyük ya taki ö rencilerdeki güçlü önyargıları yıkmanın daha zor olduğu u saptanmıştır. Ayrıca ö rencilerin sahip oldukları önyargılarının ans ya da olasılıkla ilgili durumlar kar ısında muhakemede bulunmalarında önemli olduğu u sonucuna varılmıştır.

Offenbach (1964), olasılık konusunda tasarladı ı bir oyunda, okulöncesi ve ilkö retim 4.sınıf seviyelerindeki ö rencilerin gelmesi en muhtemel olayı tahmin etmelerinde ödül ve cezanın etkisini belirlemek amacıyla bir çalı ma yapmıştır. Bu amaçla her bir ya seviyesindeki 30'ar ö renci ödül veya cezanın verilmedi i 0-0 grubu, ödül veya ceza olarak 1 bilyenin verilip ya da alındı ı 1-1 grubu ve ödül veya ceza olarak 3 bilyenin verilip ya da alındı ı 3-3 grubu olmak üzere 10'ar ki ilik üç gruba ayrılmıştır. Aynı bölge okulunda okuyan iki farklı ya seviyesindeki (5-6, 9-11) 30'ar ö renciyle 25'inin üstünde mavi renkli ve 75'inin üstünde ise kırmızı renkli karesel bölgelerin bulunduğu u 100 kart kullanılarak bir oyun oynanmıştır. Oyunda ö rencilerden çekilen kartın üstünde hangi renk karesel bölgenin olduğu u tahmin etmeleri istenmiştir. Birçok deneme yapıp, ö rencilerin tahminleri alınmıştır. Yapılan analizlerle, ödül veya cezanın uygulandı ı gruplardaki (1-1, 3-3) ö rencilerin gelmesi en muhtemel olaya ili kin daha do ru tahminlerde buldukları, her iki ya seviyesindeki ö rencilerin gelmesi en muhtemel olayı hemen hemen e it oranda ancak farklı yollardan do ru tahmin ettikleri sonuçlarına varılmıştır. Ayrıca daha büyük ya taki ö rencilerin olayların sonucunu tahmin etmede bir kural bulmaya çalı tıkları gözlenmiştir.

Gruen ve Weir (1964), olasılık konusunu ö renmede farklı ö retim uygulamalarının, cezanın ve ya ının etkisini belirlemek amacıyla bir çalı ma yapmışlardır. Bu amaçla 7, 13 ya seviyesi ve kolej düzeyinden 60'ar ö renci olmak üzere toplam 180 ö renci ile çalı ılmıştır. Olasılık konusunun ö retimi için hazırlanan bir materyal kullanılarak ö rencilerle bir oyun oynanmıştır. Her bir ya grubunda ayrı ayrı “*gruptakilere müdahale yapılmadan-neutral*”, “*gruptakilere uygulama bir çözüm yolunun olduğu u söylenerek-Solution*” ve “*gruptakilere uygulama için bir çözüm yolunun bulunmadı ı söylenerek-No solution*” ekindeki üç farklı ö retim uygulaması

gerçekle tirilmi tir. Ayrıca ö renciler cezanın uygulandı ı ve uygulanmadı ı durumlara göre de de erlendirilmi lerdir. Ceza olarak yapılan her yanlı tahmin sonucunda birer bilye kaybedilmektedir. Yapılan analizler sonucunda ö retim uygulamaları arasında anlamlı bir fark bulunmazken, cezanın uygulandı ı gruplardaki ö rencilerin ve daha büyük ya taki ö rencilerin sorulara verdikleri do ru cevap yüzdelerinin daha fazla oldu u saptanmı tir. Ayrıca küçük ya taki (7 ya ) ö rencilerin bir önceki denemede çıkan sonuçtan farklı bir sonucu tahmin etme e ilimi (negative recency) gösterdikleri gözlenmi tir.

Offenbach (1965), okulöncesi ve ilkö retim 4. sınıf seviyesindeki ö rencilerin olasılık konusunda tasarladı ı bir oyun esnasında nasıl muhakemede bulduklarını belirlemek amacıyla bir çalı ma yapmı tir. Elde edilen veriler sonucunda, büyük ya taki ö rencilerin küçük ya taki ö rencilere göre daha iyi olasılıksal muhakemede bulunabildikleri ve verilen bir uygulamanın do asını daha iyi kavrayabildikleri sonucuna varılmı tir. Ayrıca büyük ya taki ö rencilerin bir uygulama kar ısında muhakemede bulunurken bir kural bulmaya çalı tıkları belirlenmi tir.

Shaughnessy (1977), küçük gruplarla (4–5 ki ilik) yapılan etkinlik temelli ö retimin üniversite ö rencilerinin olasılıkla ilgili kavram yanılgılarını gidermede ne kadar etkili oldu unu belirlemek amacıyla bir çalı ma yapmı tir. Bu amaçla sadece 7’si daha önce olasılık dersi almı 80 üniversite ö rencisinden 40’ı etkinlik temelli ö retimin yapıldı ı gruplara, di er 40’ı ise düz anlatım temelli ö retimin yapıldı ı gruplara rasgele da ıtılmı tir. Her bir ö retim yönteminin uygulandı ı gruplara 4 hafta boyunca “*Olasılık modelleri, Saymanın temel ilkeleri, Oyun teorisi ve istatistik*” konularında ö retimler gerçekle tirilmi tir. Bir olayın olasılı mını hesaplamada ö rencilerde var olan “*Temsiliyet ve Mevcudiyet sezgileri*”ni belirlemek amacıyla hazırlanan testler ön test ve son test olarak uygulanmı tir. Veriler analiz edildi inde, etkinlik temelli ö retimin uygulandı ı gruplarda temsiliyet ve mevcudiyet sezgisine dayalı olarak yapılan kavram yanılgılarının daha çok giderildi i ve bu ö retim yönteminin olasılıksal muhakemenin geli mesinde önemli oldu u sonucuna varılmı tir.

Klein (1984), 4-6 ya çocuklarının sayma ve ekilsel e le tirme ile ilgili becerilerini incelemek amacıyla bir çalı ma yapmı tır. Bu amaçla çocuklara hesaplama ve ekillerle ilgili bir dizi problem sunulmu ve bunları mantıksal çıkarımlarla ve daha önceki bilgileriyle ili kilendirerek çözmeleri istenmi tir. Çocuklar problemleri çözerken her iki yolu da kullanmı lardır. Elde edilen veriler sonucunda, çocukların matematiksel muhakemelerinin, onların farklı tiplerdeki matematiksel problemleri çözebilme becerileriyle ve bu problemleri anlamlandırabilmeleriyle ilgili oldu u belirtilmi tir.

Fischbein vd. (1991), olasılık konusunda retim almı ve almamı farklı renim seviyesindeki rencilere olasılık konusuyla ilgili açık uçlu yedi sorudan olu an testler uygulamı lardır. Yapılan analizler sonucunda ara tırmacılar genel olarak örencilerin renim düzeyi arttıkça do ru cevap yüzdelerinin de arttı mı ortaya koymu lardır. Ancak testlerdeki iki soruda örencilerin renim düzeyi arttıkça do ru cevap yüzdelerinin azaldı ı görölmü tür. Grupların kavram yanılgıları kar ıla tırıldı nda, bazı sorularda renim düzeyi arttıkça kavram yanılgısının da arttı ı bazılarında ise azaldı ı saptanmı tır. Ayrıca olasılık konusunda retim almı örencilerin bazı sorularda retim almamı rencilere oranla daha fazla kavram yanılgılarının oldu u ortaya çıkmı tır.

Kosonen (1992), istatistik e itiminin muhakeme üzerinde nasıl bir etki yarattı mı belirlemek amacıyla bir çalı ma yapmı tır. Bu amaçla ilköretim, ortaöretim ve üniversite rencilerinden olu an toplam 315 renci, her bir seviyede deney ve kontrol gruplarına ayrılmı tır. Deney grubundaki rencilerle *Büyük Sayıların Kanunu* ile ilgili üretimler gerçekle tirilirken, kontrol grubundaki rencilere herhangi bir müdahalede bulunulmamı tır. Tüm gruplara günlük hayatla ilgili problemlerden olu an bir ölçek, öntest-sontest olarak uygulanmı tır. Veriler analiz edildi inde istatistik e itimi alan örencilerin günlük ya amla ilgili problemler kar ısında daha iyi muhakemede buldukları ve daha az hata yaptıkları sonucuna varılmı tır.

Jones vd. (1997), olasılık konusundaki literatürü inceleyerek ve iki yıl boyunca örencilerin bu konudaki yakla ımlarını gözleyerek, bu konuda geçen “Örnek Uzay”, “Bir Olayın Olasılı ı”, “Olasılık Kar ıla tırma” ve “ artlı Olasılık” kavramlarına ili kin



ö rencilerin seviyelerini de erlendirmek amacıyla bir çerçeve (framework) geli tirmi lerdir. Bu çerçeve’de her bir kavramla ilgili dörder sorunun bulundu u dört seviye belirlenmi tir. Bu sorular sene ba nda sekiz ki ilik grubun tamamına uygulanarak sene ba ndaki seviyeleri belirlenmi tir. Bu sekiz ki ilik grup dörder ki ilik gruplara ayrılarak birinci gruba yaz sonunda, ikinci gruba ise kı sonunda 16 saatlik uygulamalar yapıldıktan sonra bu sorular grupların her ikisine tekrar uygulanarak geli imleri izlenmi tir. Çalı manın sonunda, geli tirilen çerçeve’nin ilkö retim düzeyindeki ö rencilerin olasılık konusundaki dü ünme seviyelerini de erlendirmede kullanılabilece i sonucuna varılmı tir.

Fischbein ve Schnarch (1997), 5., 7., 9., 11. sınıf ve kolej seviyesindeki ö rencilerin olasılık konusundaki sezgilerine dayalı olarak sahip oldukları kavram yanılgılarının ya la birlikte de i ip de i medi ini incelemek amacıyla bir çalı ma yapmı lardır. Bu amaçla olasılık konusu ile ilgili problemlerden olu an bir test tüm ya gruplarındaki ö rencilere uygulanmı tir. Veriler analiz edildi inde, ya la birlikte; temsiliyet ile ilgili kavram yanılgılarının azaldı ı, birle ik olaylarla ilgili kavram yanılgılarının pek de i medi i, örneklem büyüklü ü ile ilgili yanılgıların ve mevcudiyet sezgisiyle ilgili yanılgıların arttı ı görülmü tür.

Fast (1997), analogjileri kullanmanın stajyer lise matematik ö retmenlerinin olasılıkla ilgili kavram yanılgılarını gidermede nasıl bir etkisinin oldu unu belirlemek amacıyla bir çalı ma yapmı tir. Bu amaçla Kanada’daki iki üniversiteden seçilen toplam 24 stajyer lise matematik ö retmenine “*Olasılıklarının Ne Olaca nı Dü ünüyorsunuz?*” adlı bir test A ve B versiyonu olmak üzere iki ayrı versiyonda sunulmu tur. A versiyonunda kavram yanılgılı durumları içeren çoktan seçmeli 10 soru, B versiyonunda ise bu yanılgıları düzeltmeye yardımcı birer analogji niteli inde ve A versiyonundaki sorulara kavramsal olarak benzeyen yine çoktan seçmeli 10 soru kullanılmı tir. Katılımcılardan teste öncelikle A versiyonundaki soruları çözmekle ba lamaları ve A versiyonundaki soruları tamamen çözdükten sonra B versiyonuna geçmeleri istenmi tir. Stajyer ö retmenlerin sorulara verdikleri cevaplar ve onlarla yapılan mülakatlar analiz edildi inde, B versiyonunda kullanılan analogjilerin A

versiyonundaki sorulara verilen kavram yanlışlı cevapları düzeltmede amacına oldukça hizmet etti i sonucuna varılmı tır.

Amir ve Williams (1999), kültürün olasılıksal dü ünmeye etkisini ara tırmak için ngiltere’de aynı okulda okuyan 11-12 ya grubundaki ngiliz ve Asya kökenli çocuklarla bir çalı ma yapmı lardır. Çalı manın verileri anket ve görü me yoluyla toplanmı tır. Anket ve görü melerde çocuklara *sonuç yakla mı, e olasılık, temsiliyet* gibi kavramlara dayalı sorular sorularak alınan cevaplar incelenmi tir. Verilerin analizinde kültürün olasılıksal dü ünmeyi etkiledi i ortaya çıkmı tır. Olasılıksal dü ünmede özellikle dinin, inançların ve konu ma dilinin etkili oldu u belirtilmi tir.

Batanero ve Serrano (1999), ya ile birlikte ö rencilerin rastgelelik (randomness) kavramına yükledikleri anlamın nasıl de i ti ini incelemek amacıyla 14 ve 17 ya larındaki toplam 277 ö renciyle bir çalı ma yapmı lardır. Veri toplamak için Green’in geli tirdi i 8 test maddesi kullanılmı tır. Yapılan analizler sonucunda rastgelelik kavramını anlamada ya ın pek etkili olmadı ı, rastgelelik kavramının anla ılması zor bir kavram oldu u ve bu kavramın anla ılması için olasılıktaki di er birçok kavramın (örnek uzay, bir olayın olasılı ı, olasılık kar ıla tırma vb.) anla ılmasının gerekli oldu u belirtilmi tir.

Pratt (2000), bilgisayar ortamında spinner, para ve zarı kullanarak hazırladı ı bir materyal vasıtasıyla 10-11 ya larındaki ö rencilerin yer aldı ı iki er ki iden olu an 8 gruba birkaç deney yaptırarak, öncelikle onların günlük ya amalarında olasılık konusuyla ilgili yanlış ö renmelerini ortaya koymaya çalı mı tır. Ayrıca ö rencilere bu materyal vasıtasıyla çok sayıda deneyler yaptırarak yanlış ö renmelerini düzeltmelerini sa lamaya çalı mı tır. Örne in, üç e parçaya bölünmü ve üzerinde 1, 2 ve 3 sayılarının yazılı oldu u iki spinner aynı anda döndürüldü ünde gelen sayıların toplamının 2, 3, 4, 5 ve 6 olma olasılıklarının birbirine e it oldu u dü ünncesinin yanlış oldu u, ö rencilere bilgisayar ortamında yaptırılan çok sayıda deney vasıtasıyla fark ettirilmi tir.

Aspinwall ve Shaw (2000), bir grup öğrencinin olasılıkla ilgili sezgilerini geli tirmek amacıyla etkinlik temelli oyunlar tasarlamı ve öğrencilerden aç diyagramı metodunu kullanarak bu etkinliklerin adil olup olmadığına karar vermelerini istemi lerdir. Etkinliklerin, *sonuç, veri, ans* ve *adalet* kavramlarına ilişkin üretken tartışmalar do urdu u ve aç diyagramı metodunun oyunların adil olup olmadığı konusunda güçlü bir model olu turdu u belirlenmi tir. Ayrıca bu etkinliklerin, öğrencilerin sezgilerini geli tirmede yardımcı oldu u sonucuna varılmı tir.

Fast (2001), ortaö retim seviyesindeki öğrencilerin olasılı ı içeren günlük hayatla ilgili problemler kar ısında nasıl akıl yürüttüklerini, analogileri kullanmanın onların kavram yanlışlarını gidermede ve bilgilerinin kalıcılı nı sa lamada etkisinin olup olmadığı nı belirlemek amacıyla bir çalı ma yapmı tir. Bu amaçla 41 öğrenciye “*Olasılıklarının Ne Olaca nı Dü ünüyorsunuz?*” testi; ilkinde kavram yanlışlı cevaplar vermeye meyilli soruların bulundu u, ikincisinde ise bu yanlışları düzeltmeye yardımcı analogileri içeren soruların yer aldı ı iki test ekinde sunulmu tur. Öğrencilerin bir kısmına 6 ay sonra önceki testlere benzer bir test uygulanmı tir. Veriler analiz edildi inde, kavram yanlışlarını gidermeye yardımcı analogilerin yer aldı ı testin amacına hizmet etti i, analogilerin kullanılmasının uzun dönemde (*6 ay sonra*) kalıcılı nı sa lamada etkili oldu u sonucuna varılmı tir.

Greer (2001), olasılıksal dü ünmeyi anlamak için Efraim Fischbein’in anısına onun yaptı ı çalı maları derleyerek bir çalı ma yapmı tir. Bu amaçla Fischbein’in “*Çocuklardaki Olasılıksal Dü ünmenin Sezgisel Kaynakları (The Intuitive Sources of Probabilistic Thinking in Children)*” kitabını incelemi ve bu çalı masında, yaptı ı derlemeleri 3 bölümde sunmu tur. İlk bölümde çocuklardaki olasılıksal dü ünmenin sezgisel kaynakları ana ba lı nı, *a) Olasılık öğrenme, b) Olasılık Kavramlarının Bili sel Geli imi* olmak üzere iki alt ba lıkta incelemi ; ikinci bölümde Fischbein’in kitabında göze çarpan, *Matematikselsel ve Bilimsel Dü ünmede Sezginin Rolü, Olasılıksal Dü ünmenin Geli imi ve Bu Geli mede E itimin Etkisini* ara tırmı ve üçüncü bölümde ise Fischbein’in bu öncülük eden çalı masının özellikle okullarda olasılık öğreniminin geli tirilmesinde nasıl bir öneminin oldu unu belirtmi tir.

Schlottmann (2001), 6 ve 9 ya çocuklar ile yeti kinlerin olasılıkla ilgili sezgilerini belirlemek amacıyla bir çalı ma yapmı tır. Bu amaçla olasılık içeren oyunlar oynanarak çalı ma grubunun *beklenen de er* kavramı hakkında ne d ündükleri belirlenmeye çalı ılmı tır. Çalı manın sonuçları incelendi inde, 5-6 ya ındaki çocuklarının da olasılı ı ve bir olayın beklenen de erini anlayabildikleri ve çocukların yeti kinlerle benzer sezgilere sahip oldukları saptanmı tır. Ayrıca, olasılı ın soyut bir matematiksel kavram olarak ele alındı ı ve belirsizliklerle dolu bir dünyada insanların hedefleri ve arzuları hakkında etkili muhakemede bulunmaları için önemli bir bile en oldu u ifade edilmi tır.

Polaki (2002), farklı iki ö retim uygulamasının ö rencilerin olasılıksal akıl yürütmelerini nasıl etkiledi ini belirlemek amacıyla altısı 9 ya ında ve di er altısı da 10 ya ında olmak üzere toplam 12 ö renciyle bir çalı ma yapmı tır. Bu 12 ö renciden iki grup olu turularak, bu gruplarla 6 hafta boyunca haftada iki kez 45'er dakikalık ö retim uygulamaları gerçekle tirilmi tir. Bu uygulamalarda birinci gruba 20 deney, ikinci gruba ise bu 20 deneye ilave olarak bilgisayar ortamında 50, 100, 500, 1000, ... sayılarında deneyler yaptırılmı tır. Bu uygulamaların bitiminden bir hafta sonra birinci de erlendirme ve dört hafta sonra ise ikinci de erlendirme yapılmı tır. Bu de erlendirmelerde ö rencilerle yapılan görü meler, video ve teyp kayıtları, ara tırmacının gözlemleri, ö renci günlükleri ve ö rencilerin olasılık konusunda geçen e itli kavramlara ili kin sorulara verdikleri cevaplar göz önüne alınmı tır. Yapılan analizler sonucunda her iki gruptaki ö rencilerin olasılıksal akıl yürütme seviyelerinde geli me gözlenmi ancak farklı uygulamaların olasılıksal akıl yürütmede sa ladı ı geli meler açısından anlamlı bir fark bulunmamı tır.

Watson ve Moritz (2002), ö rencilerin bir olayın olasılı ı, birle ik olayların olasılı ı ve artlı olayların olasılı ı kavramları kar ısındaki muhakemelerinin ya la birlikte nasıl de i ti ini incelemek amacıyla bir çalı ma yapmı lardır. Bu amaçla ya ları 5-11 olan toplam 2615 ö renciye 4 soru sorulmu ve ö rencilerin verdikleri cevaplar e itli maddeler kapsamında de erlendirilmi tir. Yapılan de erlendirmeler sonucunda farklı ya gruplarındaki ö rencilerin artlı olasılık kavramıyla ilgili sorulara verdikleri do ru cevapların oranı kar ıla tırıldı ında ö renim düzeyi arttıkça do ru cevap verme

oranlarının da arttı ı görülmü tür. Ancak birle ik olayların olasılı ıyla ilgili sorulara verilen do ru cevap yüzdeleriyle ö renim düzeyi arasında bir ili ki bulunamamı tür.

Dooren vd. (2003), 10. ve 12. sınıf ö rencilerinin olasılık konusunda sahip oldukları kavram yanlışlarını belirleyip kar ıla tırmak amacıyla bir çalı ma yapmı lardır. Bu çalı mada ara tırmacılar daha çok “bir zar arka arkaya 4 kez ve 8 kez atıldı nda en az 2 kez 3 gelme olasılı mını” hesaplama ve hesapladıkları olasılıkları kar ıla tırma” ekindeki soru tiplerine odaklanmı lardır. Yapılan analizler sonucunda ö rencilerin ço unun atı sayısıyla do ru orantılı olarak olasılık de erinin de artaca ı dü ünncesinden hareketle 8 kez atılması deneyindeki olasılı ın, 4 kez atılması deneyindeki olasılı ın iki katı oldu u yanlışısına dü tükleri görülmü tür. Ayrıca gruplar kar ıla tırıldı nda, ö renim düzeyi arttıkça mantıklı muhakemeye ba lı olarak kavram yanlışlarının da azaldı ı sonucuna varılmı tür.

Way (2003), 4-12 ya larındaki çocukların olasılıkla ilgili akıl yürütürken kullandıkları stratejilerin özelliklerini belirlemek amacıyla bir çalı ma yapmı tür. Bu amaçla farklı ya seviyesinden toplam 74 ö renciyle oyun tarzında 5 uygulama yapılmı tür. Bu uygulamalarda ö rencilere olasılık konusuyla ilgili sorular sorulmu ve verilen cevaplar kayıt altına alınmı tür. Verilen bu cevaplara göre; a) *Olasılıksal Olmayan Dü ünme*, b) *Geli mekte Olan Olasılıksal muhakeme* ve c) *Olasılı ın Nicelle tirilmesi* olmak üzere 3 farklı dü ünme seviyesi olu turulmu ve her bir seviyeyle ilgili örnek ö renci cevapları sunulmu tur. Elde edilen verilerle, ya seviyesi arttıkça ö rencilerin olasılıksal akıl yürütmede daha çok buldukları ve olasılık dilini daha çok kullandıkları sonucuna varılmı tür. Ayrıca ö renciler tarafından farklı ö renme stratejileri geli tirilebildi i için onlara tek ve genel bir ö retim stratejisini vermenin ö renmelerini olumsuz etkileyebilece i belirtilmi tür.

Lamprianou ve Lamprianou (2003), 9-12 ya larındaki ilkö retim ö rencilerinin olasılıksal akıl yürütmelerini ortaya çıkarmak ve bu akıl yürütmelerinde ya ın ve cinsiyetin etkisini belirlemek amacıyla bir çalı ma yapmı lardır. Bu amaçla 169’u 4. sınıf, 132’si 5. sınıf, 125’i 6. sınıf ö rencilerinden olu an toplam 426 ilkö retim ö rencisiyle çalı ılmı tür. Ö rencilere bir olayın olasılı ıyla ilgili 2 soru, olasılık

kar ıla tırmayla ilgili 4 soru ve günlük hayatla ilgili olayların olasılıklarını kar ıla tırmayla ilgili 3 soru olmak üzere toplam 9 soru sorulmu tur. Ö rencilerin dü ünme stratejilerini daha net olarak ortaya çıkarmak amacıyla her bir sorunun sonunda “Neden” sorusu sorulmu tur. Yapılan analizler sonucunda, ö rencilerin bazen sezgilerine dayalı olarak cevaplar verdikleri, bazen de konu ile ilgili olmayan subjektif cevaplar verdikleri görülmü tür. Ayrıca ö rencilerin testteki ba arılarında ne ya ne de cinsiyet belirleyici olmu tur. Bu ba arılarında sadece olasılıksal muhakeme becerileri belirleyici olmu tur.

Umay (2003), “*Matematikselsel muhakeme yakla ımları nelerdir?*”, “*Bireylerin matematikselsel muhakeme yakla ımları neye göre de i mektedir?*”, “*Kültür farklılıkları muhakeme biçiminin de i mesinde etken midir?*”, “*Ki ilerin belli bir muhakeme stili var mıdır, yoksa hangi muhakeme yakla ımını kullanaca ı duruma göre mi de i mektedir?*”, “*Herkes kendine en uygun muhakeme tarzını nasıl bulabilir?*” sorularına yanıt aramak amacıyla bir çalı ma yapmı tur. Ara tırmada, muhakemenin bireysel oldu u; yapılan muhakemeye damgasını vuran özelli in ne oldu una karar vermenin de de erlendiren ki inin bakı açısına göre de i ti i; muhakeme yetene inin geli tirilebilen bir özellik olmasından dolayı içinde ya anılan kültürün bireyin muhakeme yakla ımlarını etkilemesi, zenginle tirmesi ve bu etkinin kalıcı olmasının beklendi i; bireylerin kendi ki ilik özelliklerini yansıtan matematikselsel muhakeme yakla ımlarını benimsedikleri ve dü üncelerin açıklandı ı, açıkça, korkusuzca tartı ıldı ı, farklı fikirlerin önemsendi i, birlikte dü ünme için çaba harcanan ortamların de i ik muhakeme yakla ımlarının ortaya çıkmasını sa ladı ı ifade edilmi tir.

Bezzina (2004), 14-15 ya larındaki ö rencilerin olasılık ve istatistik konularındaki yanlı anlamalarını ortaya çıkarmak ve bu yanlı anlamaların nedenlerini belirlemek amacıyla bir çalı ma yapmı tur. Bu amaçla, literatür deste iyle hazırlanan ‘Olasılık ve istatistik Testi’ bu ya lardaki toplam 400 ö renciye uygulanmı ve her bir soruya verilen cevaplar analiz edilmi tir. Yapılan analizlerle, ö rencilerin büyük bir ço unlu unun, bir olayın olasılı ının de erinin 0 ile 1 arasında oldu unu ve bu de erin 0 olmasının, olayın gerçekte mesinin imkansız oldu u anlamına geldi ini bildikleri; bir zarın rasgele atılması sonucunda ‘6’ nın gelmesinin daha zor oldu una inandıkları ve bu

yanılığının, ö rencilerin ‘simetri’ kavramı hakkındaki bilgilerinin eksik olmasından ya da ‘6’nın bir zardaki en büyük sayı olmasını dü ünmelerinden kaynaklanabilece i; birçok denemeden sonra yapılacak bir denemenin sonucunun önceki sonuçlardan farklı olacağını dü ündükleri ve bu yanılığının ise onların ‘ba ımsızlık’ kavramı hakkındaki eksik bilgilerinden kaynaklandığı; az sayıda ö rencinin (%20) asimetrik tarzda tasarlanmış raptiyelerin alt ve üst tarafları üzerine dü me olasılıklarının e it olamayacağını fark ettikleri; bazı ö rencilerin ‘örnek uzay’ kavramında yanılığlara sahip oldukları; bir gruptaki yüzdelik ile o grubun tüm popülasyondaki yüzdeli i arasındaki farkı ayırt edemedikleri ve olasılıkları kesir ya da ondalıklı olarak ifade etmede yetersiz oldukları sonuçlarına varılmış tır.

Watson ve Kelly (2004), 3., 5., 7. ve 9. sınıf ö rencilerinin olasılık konusuna ili kin algılarındaki de i imi belirlemek amacıyla iki e parçaya bölünmüş (50-50) bir spinner’a dayalı 13 soruluk bir test kullanılmışlardır. 3. ve 5. sınıf ö rencilerine sadece tahminle ilgili 5 soru; 7. ve 9. sınıf ö rencilerine ise bu 5 soruya ilave olarak, 4’ü yı ılmayla ve 4’ü da ılımla ilgili olan 13 sorunun tamamı ön-test, son-test ve kalıcılık testi olarak uygulanmıştır. Yapılan analizler sonucunda, 7. sınıf hariç, 3., 5. ve 9. sınıflarda okuyan ö rencilerin, spinneri kullanarak yaptıkları deneylerden elde ettikleri sonuçların, tahminlerine ve teorik olasılı a ne kadar paralel oldu unu görerek daha do ru tahminlerde buldukları saptanmıştır.

Quinn (2004), ortaö retim ö rencilerinin olasılıkla ilgili sezgilerini ortaya çıkarmak amacıyla bir çalı ma yapmıştır. Bu amaçla ba ımsız ve ba ımlı olaylarla ilgili (örn: *Hilesiz bir para üç kez atılmış ve her defasında tura gelmiştir. Bir sonraki atı ta, “a) turanın gelmesi daha olasıdır, b) yazının gelmesi daha olasıdır, c) tura ve yazı gelme olasılıkları e ittir” sonuçlarından hangisinin do ru oldu unu dü ünüyorsunuz?*) hazırlanan iki soru 113 ö renciye yöneltilmiştir. Ö renci cevapları incelendi inde, ba ımsız olayla ilgili soruyu ö rencilerin büyük bir ço unlu unun; ba ımlı olayla ilgili di er soruyu ise yarısından daha azının do ru cevaplayabildi i belirlenmiştir. Ayrıca, uygun deneysel uygulamalarla ö rencilerin olasılık konusuyla ilgili eksik ya da yanlış algılamalarının düzeltilebilece i ifade edilmiştir.

Duatepe vd. (2005), ilkö retim ikinci kademe ö rencilerinin orantısal akıl yürütmeyi gerektiren oran-orantı sorularında kullandıkları çözüm stratejilerini ve bu stratejilerin soru türlerine göre nasıl de i ti ini incelemek amacıyla bir çalı ma yapmı lardır. Bu amaçla, dört farklı ilkö retim okulunun ikinci kademesinde ö renim gören toplam 295 ö renciye, 5 problemde nolu an orantısal akıl yürütme testi uygulanmı tır. Çalı manın sonunda, ö rencilerin bilinmeyen de er türündeki sorularda en çok içler-dı lar çarpımı stratejisini, niceliksel kar ıla tırma soru türünde en çok birim oran stratejisini, niteliksel kar ıla tırma sorularında ço unlukla belirli bir strateji kullanmaksızın sadece orantısal akıl yürütmeye ili kin ipuçları verdikleri ve orantısal olmayan kar ıla tırma türündeki sorularda sıklıkla do ru sonuca ula mayı sa layan toplamsal ili ki stratejisini ve son olarak ters orantı türündeki sorularda ters orantı algoritma stratejisini kullandıkları görülmü tür.

Umay ve Kaf (2005), ilkö retim ikinci kademe ö rencilerinin ne gibi kusurlu akıl yürütmeler yaptıklarını belirlemek amacıyla bir çalı ma yapmı lardır. Verilerin toplanması için ara tırma grubunda bulunan ö rencilerden, verilen dört problemi çözmeleri istenmi tir. Veriler incelendi inde kusurlu akıl yürütmelerde bulunan ö rencilerin genellikle akıl yürütme sürecini henüz tamamlamadan sona erdirdikleri ya da kavramsal eksikliklerinden dolayı alı tıkları kalıp çözümlere yöneldikleri, ö rencilerin zayıf akıl yürütme yüzdesinin en yüksek düzeyde oldu u, bunu kusurlu akıl yürütme yüzdesinin izledi i ve do ru akıl yürütme yüzdesinin ise en dü ük düzeyde kaldı ı sonucuna varılmı tır. Ayrıca, sınıflar arasında kayda de er bir farkla kar ıla ılmamı tır.

Altıparmak ve Özi (2005), farklı ya seviyelerinde matematiksel ispat ve matematiksel muhakemenin geli imini incelemek amacıyla bir çalı ma yapmı lardır. Bu amaçla NCTM standartları do rultusunda, okulöncesi, ilkö retim ve ortaö retim seviyelerinde matematiksel ispat kavramı ile ilgili örnekler vermi ler ve bu seviyelerde muhakemenin geli imini incelemi lerdir. Ara tırmanın sonuçlarında, okul öncesi dönemde sınıflama, e le tirme, kar ıla tırma, sıralama kavramlarının çocuklarda muhakemenin olu umu için temel kavramlar oldukları ve bu kavramların aynı zamanda mantıksal dü ünmeye geçi i sa ladı ı; ilkö retim birinci kademedede, bireyin somut



dü ünme döneminde oldu u; ikinci kademedede ise muhakeme ve ispat standartlarında ö rencilerin genellemeler hakkında varsayım olu turabildikleri ve varsayımları de erlendirebildikleri ve lise yıllarının soyut dü ünebilme evresinin geli ti i yıllar oldu u ve bu yıllarda tümdengelim ve tümevarımın olu tu u belirtilmi tir.

Watson vd. (2006), Tasmania’da 1993’te matematik müfredatına konulan olasılık ve istatistik konularının ö renciler tarafından 10 yılda anla ılıp anla ılmadı mı ve sınıf düzeyi arttıkça ö rencilerin bu konuları anlama düzeylerinin nasıl de i ti ini belirlemek amacıyla bir çalı ma yapmı lardır. Bu amaçla 3-11. sınıf düzeylerindeki toplam 5514 ö renciye olasılık ve istatistik konularıyla ilgili hazırlanan ölçek 10 yıl boyunca her iki yılda bir uygulanmı tır. Veriler analiz edildi inde 5. sınıftan 7. sınıfa geçen ö renciler hariç, bütün sınıf seviyelerinde iki yıl sonunda geli me gözlenmi ve özellikle 3. ve 5. sınıf seviyesindeki ö rencilerin daha üst düzey sınıflardaki ö rencilere nazaran daha çok geli me gösterdikleri sonucuna varılmı tır.

Kazıma (2006), Malawia’da ngilizce ö retim yapan iki okuldan rastgele belirlenen ve ana dilleri Chicewa olan 154 6. sınıf ö rencisine olasılıktaki “kesin”, “muhtemel”, “muhtemel olmayan”, “imkansız” kavramlarından anladıklarını belirlemek amacıyla bir çalı ma yapmı tır. Malawi, ilkö retim 4. sınıfa kadar ö retim dili Chichewa, 5.sınıftan itibaren ö retim dili ngilizce olan ngiliz himayesinde bir ülkedir. Bu ö rencilerden yukarıdaki kavramlardan ne anladıklarını kendi ana dillerinde yazmaları istenmi tir. Ö rencilerin yazdıklarından, anadilin bu kavramlara anlam yüklemeye önemli oldu unun farkına varılmı tır. Bunun yanı sıra, ö rencilerin yalnızca “imkansız” kelimesini matematiksel manada kullanabilmelerinin sebeplerinin, bu kavramla daha önce matematikte kar ıla ılmı olması ve bu kavramın günlük hayatta sıkça kullanılması oldu u sonucuna varılmı tır.

Çelik ve Güne (2007), 7., 8. ve 9. sınıf ö rencilerinin olasılık kavramlarıyla ilgili anlamalarını ve kavram yanlışlarını incelemek amacıyla bir çalı ma yapmı lardır. Çalı manın sonunda bazı kavramlarda ö rencilerin ö renim seviyesi arttıkça kavram yanlışlarının azaldı ı, bazı kavramlarda ise her sınıf seviyesinde

ö rencilerin ço unda kavram yanlışlarının devam etti i saptanmı tır.

Olson (2007), oyunların, ö rencilerin matematiksel muhakemelerini geli tirmede rolünün olup olmadı nı belirlemek amacıyla bir çalı ma yapmı tır. Bu amaçla okulöncesi ve ilkö retim 1., 2., 3. ve 4. sınıf seviyelerindeki ö rencilerle çe itli matematiksel oyunlar oynanmı tır. Oyunlar, ikili gruplar ekinde oynanmı ve bu süreçte çe itli gözlemlerde bulunularak, ö rencilerin nasıl muhakemede buldukları ö renilmeye çalı ılmı tır. Yapılan gözlemlerden, tüm sınıf seviyelerinde oyunların, e lenceli bir ortamda ö renme imkanı sa ladı ı, ö rencilerin matematiksel muhakemelerini geli tirmede etkili bir strateji oldu u ve ö rencilerin grup ekinde çalı malarının bu süreci daha etkili kıldı ı sonucuna varılmı tır.

Kazak ve Confrey (2007), ilkö retim 4. sınıf ö rencilerinin olasılık konusu ve da ılım kavramı hakkındaki informal ve sezgisel dü ünmelerini ortaya çıkarmak amacıyla bir çalı ma yapmı lardır. Bu amaçla okuldaki ö retmenleri tarafından seçilen 4 ö renciyle “Non-graphical Distributions”, “Dropping Chips Experiment”, “Split-Box”, “Flipping a Coin” ve “Hopping Rabbits” adlarındaki uygulamalar gerçekte tirilmi tir. Ö rencilerin bu uygulamalar esnasında kendi aralarında yaptıkları tartı malar ses kayıt cihazları ile kayıt altına alınmı tır. Veriler analiz edildi inde, ö rencilerin olasılık konusu ve da ılım kavramı hakkındaki do al algılama ya da dü üncelerinin, olasılıksal durumlarda olasılıkların nicel olarak ifade edilmesiyle geli tirilebilece i sonucuna varılmı tır.

Gürbüz (2007), bilgisayar destekli ö retimin ilkö retim 8. sınıf ö rencilerinin olasılık konusundaki kavramsal geli imlerine etkisini belirlemek amacıyla bir çalı ma yapmı tır. Bu amaçla olasılık konusunun ö retimi için ara tırmacı tarafından Macromedia ürünlerinden Dreamweaver ve Flash MX 2004 yazılımlarından faydalanarak animasyon ve simülasyonlardan olu turulan *Bilgisayar Destekli Ö retim Materyali (BDÖM)* kullanılmı tır. Ara tırmada tek grup ön test-son test deneysel yöntem kullanılmı tır. Veriler analiz edildi inde, çalı ma grubundaki ö rencilerin kavramsal geli im testindeki her bir kavrama ili kin ön test-son test kavramsal geli im düzeyleri arasında son test lehine anlamlı bir fark bulunmu tur. Bununla birlikte

ö rencilerin en çok “Bir Olayın Olma Olasılığı” kavramında; en az ise “ Artlı Olasılık” kavramında gelişim gösterdikleri saptanmıştır. Sonuç olarak geliştirilen materyalin olasılık konusuna ilişkin kavramların öğretiminde etkili olduğu belirlenmiştir.

Arslan (2007), ilköğretim 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin muhakemede bulunma ve ispatlama düzeylerinin gelişimlerini incelemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Araştırma farklı yedi ilköğretim okulunda okuyan toplam 679 ilköğretim ikinci kademe öğrencileriyle gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın öğrencilerin zihinsel gelişim basamaklarına uygun düzey ispat düzeylerinin belirlenmesi kısmı nicel, yargılarının arkasında yatan sebeplerin incelenmesi kısmı ise nitel olarak yapılmıştır. Başarı sorularından oluşan veri toplama aracı tüm öğrencilere uygulanmış ve 36 öğrenci ile özel görüşmeler yapılmıştır. Veriler analiz edildiğinde, ilköğretim 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin muhakemede bulunma düzeylerinin literatürde belirtilen ortalamalara göre düşük olduğu ve bu süreçte kullanılması beklenen stratejileri yeterli düzeyde kullanamadıkları, verilen ifadenin doğruluğunu göstermede tercih ettikleri ispat türünün sınıf seviyesi ile birlikte belli oranda değiştiği (görsellik ve örneklerle doğrulamadan cebirsel ispata yönelme) görülmüştür. Özellikle 8. sınıf öğrencileri ile 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ispatı tercih etme düzeyleri arasında anlamlı farklılık bulunmuştur.

Mandacı-Ahın (2007), 8. sınıf öğrencilerinin Matematiksel Güç (MG) düzeylerini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Bu amaçla, önce MG’ü yorumlamada kullanılacak ölçme araçlarına karar verilmiştir. Bunlardan MG’ün bilişsel boyutlarını ortaya çıkarmada kullanılacak çoktan seçmeli ve açık uçlu sınavlar, geçerlik ve güvenilirlik çalışmaları yapılarak geliştirilmiştir. Ayrıca, veri toplama aracı olarak yarı yapılandırılmış gözlem formu, öğrenci tanıma fiş, tutum ölçeği, cümle tamamlama testi, matematiksel özgeçmiş formu kullanılmıştır. Araştırmada, bir okulun üç farklı sınıfından toplam 62 öğrenciyle özel durum çalışması yürütülerek nitel ve nicel veriler elde edilmiştir. Veriler analiz edildiğinde, öğrencilerin büyük bir bölümünün MG boyutlarından özellikle problem çözme, muhakeme, ilişkilendirme ve iletişim becerilerindeki eksikleri nedeniyle bir bütün halinde arzu edilen MG’ye ulaşamadıkları belirlenmiştir. Bu sonuçlardan, ilköğretim matematik öğretim programının, temel

hedeflerinden olmasına rağmen, öğrencilerin MG gelişmelerini sağlamada konusunda yeterli olmadığı ortaya çıkmıştır.

Baker ve Chick (2007), bazı olasılık kavramlarını öğretmek amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Bu amaçla iki öğretmen tarafından iki spinner kullanılarak bir öğretim gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın sonunda araştırmacılar, bu tür etkinliklerin matematik derslerinde kullanılmasının, öğrencilerin yeni stratejiler geliştirmelerine yardımcı olduğunu ve öğrencilerin teorikten ziyade pratiğe dayalı öğrenmeler gerçekleştirdiklerini gözlemlemiştir.

Tatsis vd. (2008), okulöncesine yönelik olasılık kavramlarını içeren iki oyun tasarlayarak, bu oyunların adil olup olmadığına ilişkin çocukların düşüncelerini almak amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Bu oyunlar öğretmenlerinin de katılımıyla Yunanistan'da bir anaokuluna devam eden 5 yaşındaki çocuklarla iki grup halinde oynanmıştır. Örneğin oyunlardan biri, 10 eltoprağına bölünmüş iki spinner ve her birinde 10 kiraz bulunan iki ağaç kullanılarak oynanmıştır. Birinci spinnerin 6 parçası yeşil ile, dört parçası kırmızıya ve ikinci spinnerin 4 parçası kırmızıya, 6 parçası ise yeşil ile boyanmıştır. Birinci gruba birinci spinner ikinci gruba ise ikinci spinner verilerek oyun başlatılmıştır. Oyunun kuralı gereği spinner kırmızı renkte durursa kiraz ağacından iki kiraz, yeşil renkte durursa 1 kiraz alınacaktır ve ağaçtaki kirazları erken bitiren grup oyunu kazanacaktır. Oyunlar sırasında ve oyunlar bittikten sonra öğrencilere, “*bu oyun adil mi, neden?*”, “*bu oyunu hangi grup kazanır, neden?*” gibi sorular sorularak alınan cevaplar kayıt altına alınmıştır. Elde edilen verilerden öğrencilerin çoğunun oyunların adil olup olmadığıyla ilgili doğru kararlar verdikleri ve bu oyunların olasılık kavramlarının anlaşılmasında önemli rollerinin olduğu saptanmıştır.

Çimen (2008), Matematiksel Güç (MG) kavramının ne olduğunu ve MG'nin hangi kriterlerinin nasıl ölçüleceğini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Araştırmada grup seviyeleri eşitlenmiş son test kontrol gruplu deneysel desen uygulanmıştır. Deney grubunda kuramsal yapıya uygun olarak MG'nin tanımı, bileşenleri ve gelişimine uygun yapılandırmacı öğrenme yaklaşımı destekli ortamda çalışmalar yapılırken, kontrol grubunda geleneksel yöntemlerle ders işlenişlerinin

yapılmıştır. Veri toplama aracı olarak MG düzeyini ve gelişimini belirleme amaçlı Matematiksel Güç Düzey Belirleme Problemleri (MGDBP), yapılandırılmış görüşmeler, öğrenci görüşleri, sınıf içi öğrenci gözlemleri, derlenen matematik yazılı soruları kullanılmıştır. Deney grubu öğrencilerine üç ayrı MGDBP uygulanmış ve süreç içerisinde öğrencilerin puan ortalamalarında artış olduğu belirlenmiştir. Bu sonuç gözlem puanları ile desteklenmiştir. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin puan ortalamaları karşılaştırıldığında farkın deney grubu lehine anlamlı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca, günümüz matematik ölçme sorularının basit düzeyde konu/kavram bilgisi ve işlem becerisi ölçecek düzeyde hazırlandığı belirlenmiştir. MG bileşenleri ile karşılaştırıldığında MG düzeyi belirleme amaçlı kullanılmayacakları sonucuna ulaşılmıştır.

Memnun (2008), olasılık kavramlarının öğrenilmesinde karşılaşılan zorluklar ile bu kavramların yeterince iyi öğrenilememesi nedenlerini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Bu amaçla olasılık konusunda yapılmış olan yerli ve yabancı çalışmalar araştırılmış ve elde edilen bulgulardan yararlanılarak bu kavramların öğrenilememesi nedenleri *yaş, önbilgilerin yetersizliği, muhakeme etme becerisinin yetersizliği, öğretmen, kavram yanlışlığı ve öğrencilerin olumsuz tutumları* olmak üzere 6 kategoride toplanmıştır. Çalışmada, matematiksel muhakeme becerisi gelişmiş olan bir öğrencinin matematik konularını daha iyi anlayacağı, bu becerinin yaş ile birlikte geliştiği ve gelişmesinde öğretmen ile eğitim sisteminin rolünün yadsınamayacağı; matematiksel muhakeme yapma becerisi yeterince gelişmemiş olan bir öğrencinin ise, yeni matematik konularını anlamasının güçleşeceği ve bu durumun, öğrencilerin olumsuz tutum geliştirmelerine neden olacağı dile getirilmiştir. Ayrıca matematik konularının iyi anlaşılmasının, öğrencilerin hazır bulunuşluk düzeyinin azalmasına neden olacağı ifade edilmiştir. Sonuç olarak, muhakeme etme becerisinin, öğrencilerin olasılık konusu ile ilgili kavramları öğrenmesi için önemli olduğu belirtilmiştir.

Pilten (2008), matematik dersi problem çözme sürecinde kullanılan üst biliş stratejilerinin, öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerine etkisini incelemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Bu amaçla toplam 66 ilköğretim beşinci sınıf öğrencisiyle çalışılmıştır. Dokuz hafta süren deneysel çalışma öncesinde ve sonrasında

ö rencilere matematiksel muhakeme ölçe i uygulanmı tır. Veriler analiz edildi inde deney grubunda yer alan ö rencilerle gerçekte tirilen üst bili e dayalı ö retimin, kontrol grubunda sürdürülen geleneksel ö retime göre, uygun muhakemeyi belirleme ve kullanma, matematiksel bilgileri ve örüntüleri tanıma ve kullanma, tahmin etme, çözüme ili kin mantıklı tartı malar geli tirme, genelleme yapma, rutin olmayan problemleri çözüme ve matematiksel muhakeme becerilerini geli tirmede daha etkili oldu u belirlenmi tir.

Ye ildere ve Türnüklü (2008), farklı matematiksel güce sahip ilkö retim sekizinci sınıf ö rencilerinin bilgiyi olu turma süreçlerini incelemek amacıyla bir çalı ma yapmı lardır. Çalı ma grubu 262 ilkö retim 8. sınıf ö rencisinden olu maktadır. Ara tırma yöntemi olarak örnek olay çalı ması seçilmi tir. Veri toplama aracı olarak çoktan seçmeli sorulardan olu an matematiksel bilgi ölçe i ve ö rencinin akıl yürütme sürecinin açı a çıkarılmasını amaçlayan açık uçlu problemlerden olu an matematiksel güç ölçe i kullanılmı tır. Elde edilen verilerden farklı matematiksel güce sahip ö rencilerin matematiksel dü ünme ve bilgi olu turma süreçlerinde izledikleri yollar arasında bir takım farklılıkların oldu u tespit edilmi tir. Ara tırmada bilgiyi olu turma olu turma eyleminin belli bir noktada ba layıp biten bir süreç olmadı ı; tanıma, kullanma ve olu turma eylemlerinin birlikte ilerledikleri; matematiksel gücü yüksek olan ö rencilerin bilgi olu turma eylemleri arasında geli gidi leri daha hızlı gerçekte tirdikleri sonucuna varılmı tır. Ayrıca, matematiksel güç için önemli olan akıl yürütme, ili kilendirme ve ileti im becerilerinin matemati in ö renilmesinde ve bilgi olu turma sürecinde önemli rol oynadı ı ifade edilmi tir.

Neilens vd. (2009), verilen istatistik e itiminin ö rencilerin istatistiksel kuralların kullanımını kolayla tırıp kolayla tırmadı ını belirlemek amacıyla bir çalı ma yapmı lardır. Bu amaçla 150 üniversite ö rencisi deney ve kontrol gruplarına ayrılmı tır. Deney grubundaki ö rencilerle günlük hayatla ilgili muhakeme problemleri ele alınarak *Büyük Sayıların Kanunu* ile ilgili ö retimler gerçekte tirilirken, kontrol grubundaki ö rencilere herhangi bir müdahalede bulunulmamı tır. Tüm ö rencilere istatistiksel muhakeme problemlerinden olu an ölçek uygulanmı tır. Ölçe e verilen cevaplar, do ruluk derecesine göre 0, 1 ve 2

olarak puanlandırılmı tır. Veriler analiz edildi inde deney grubundaki ö rencilerin problemleri istatistiksel olarak (*istatistiksel kurallara uygun*) cevaplama yüzdelerinin daha yüksek oldu u ancak verilen e itimin sahip olunan önyargılara dayalı olarak muhakemede bulunmayı azaltmada etkili olmadı ı sonucuna varılmı tır.

Nilsson (2009), 12-13 ya larındaki ö rencilerin olasılık kavramları kar ısındaki akıl yürütmelerinin bazı deneylerin sonuçlarını gördükten sonra nasıl de i ti ini belirlemek amacıyla bir çalı ma yapmı tır. Bu amaçla, 8 ilkö retim ö rencisiyle oynamak üzere farklı formda tasarlanmı iki zarın kullanıldı ı bir oyun tasarlanmı tır. Bu oyunda ö rencilerden klasik zar (123 456) algılarından farklı olarak asimetrik tarzda ve (222 444), (333 555), (111 333), (444 666), (222 555) ekinde tasarlanmı zarlar kullanılarak örnek uzayı ve olasılık da ılımlarını belirlemeleri istenmi tir. Grup tartışmaları kamera ve ses kayıt cihazıyla kayıt altına alınmı tır. Çalı manın sonunda ilk iki oturumda ö rencilerin klasik zar algılarından hareketle hatalar yaptıkları ancak son iki oturumda zarların formunun de i ti ini fark ederek bunları düzelttikleri sonucuna varılmı tır.

Chernoff (2009), ö retmen adaylarının hilesiz bir paranın atılması sonucu ortaya çıkan dizilerin meydana gelme olasılıkları hakkında nasıl akıl yürüttüklerini belirlemek amacıyla bir çalı ma yapmı tır. Bu amaçla 163 ö retmen adayının, hilesiz bir paranın 5 kez atılması sonucu ortaya çıkan sonuçların olu turdu u bazı dizilerin (*TTYTYT, TTTYTY, YTTYTY, TYTYT, YTTYT*) meydana gelme olasılıklarına dair dü ünceleri alınmaya çalı ılmı tır. Veriler incelendi inde, katılımcıların ço unun yukarıdaki dizilerin hepsinin meydana gelme olasılıklarının e it oldu unu, bazılarının da TYTYT dizisindeki sonuçların bu kadar düzenli yer de i tiremeyece inden ve YTTYTY dizisinde ise aynı sonucun birçok kez art arda gelemeyece inden dolayı bu dizilerin meydana gelme ihtimallerinin daha az olaca ı ekinde muhakemede buldukları görülmü tür.

Morsanyi vd. (2009), e olasılık (equiprobability) ve temsiliyet (representativeness) kavram yanılgılarının ö retim ve ya la birlikte nasıl de i ti i üzerine daha önce yapılan çalı maları test etmek amacıyla üniversite ö rencileriyle üç farklı uygulama yapmı lardır. Birinci deneyin ilk setinde e olasılık ve

representativeness kavram yanılgılarının her birini ölçen günlük hayatla ilgili (ör: para fırlatma, zar atma ve ans oyunları vb.) 3'er soru, ikinci sette ise aynı kavram yanılgılarını ölçen psikoloji-istatistik ili kisi ile ilgili (Bir sınıftaki öğrenme zorlu olan ve olmayan öğrencilerin sayısı gibi) farklı 3'er soru olmak üzere toplam 12 soru daha önce istatistik eğitimi almı ve almamı psikoloji ve biyoloji öğrencilerine sorulmu tur. İkinci deneyde ise istatistik dersi almı ( ikinci ve üçüncü sınıf öğrencileri) ve almamı (Birinci sınıf öğrencileri) psikoloji öğrencilerine aynı sorular aynı tarzda hazırlanıp sorulmu tur. Üçüncü deneyde ise düşük ve yüksek sezgisel ve oransal düşünme gücüne sahip öğrencilere aynı sorular aynı tarzda sorulmu tur. Yapılan analizlerle; psikolojide okuyan öğrencilerde representativeness yanılgısının öğretimle azaldı, olasılık yanılgısının ise arttı, biyoloji öğrencilerinde ise öğretimin ve ya da pek bir etkisinin olmadığı; öğrencilerin günlük hayatla ilgili sorularda daha derin muhakemelerde buldukları; sezgisel düşünen öğrencilerin psikoloji ile ilgili sorularda günlük hayatla ilgili sorulara göre daha çok kavram yanılgısına düşükleri ve oransal düşünen öğrencilerde ise problemin içeriğinin verilen cevaplar açısından pek fark oluşturmadığı sonucuna varılmış tur.

Garfield ve Ben-Zvi (2009), öğrencilerin istatistiksel muhakemelerini geli tirmeye yönelik bir öğrenme ortamının hangi özelliklere sahip olması üzerine bir çalış ma yapmışlardır. 'statistiksel Muhakeme Öğrenme Ortamı-Statistical Reasoning Learning Environment'(SRLE) olarak adlandırdıkları bu öğrenme ortamının; öğretim merkezli, öğrencilerin pasif alıcı ve de erlendirmenin tek boyutlu olduğu geleneksel ortamların aksine; yapılandırmacı kurama dayalı olarak öğrenen merkezli, de erlendirmenin çok yönlü ve öğretimin rehber rolünde olduğu, öğrencilerin muhakemelerini geli tirecek aktivitelerin, teknolojik araçların ve gerçek verilerin kullanıldığı, öğrencilerin i birli i içerisinde çalış tıkları ve fikirlerini rahatlıkla paylaş abildikleri bir ortam olması gerekti i belirtilmi tir.

Gürbüz vd. (2010), etkinlik temelli öğretimle geleneksel öğretimin ilköğretim 5. sınıf öğrencilerinin olasılık konusundaki kavramsal gelişimlerine etkisini karşılaştırmak amacıyla bir çalış ma yapmışlardır. Yarı deneysel yöntemle yürütülen araştırmada, 25'i deney ve 25'i kontrol grubu olmak üzere toplam 50 ilköğretim 5. sınıf



ö rencisi ile gerçekte tirilmi tir. Çalı ma grubundaki ö rencilere 12 açık uçlu sorudan olu an ‘Kavramsal Geli im Testi’ deneysel i lem öncesinde ve sonrasında uygulanmı tir. Yapılan analizler sonucunda etkinlik temelli ö retimin geleneksel ö retime göre olasılık kavramlarının geli iminde daha etkili oldu u belirlenmi tir.

Yankelewitz vd. (2010), 4. ve 6. sınıf seviyesindeki ö rencilerin kullandıkları muhakeme türlerini belirlemek amacıyla bir çalı ma yapmı lardır. Bu amaçla farklı renk ve uzunluktaki (*uzunlukları yazılmayan*) çubuklar arasında ‘hangi renk çubu un uzunlu u mavi çubu un yarısı kadardır?’ ekinde ö rencilerin muhakemede bulunmalarını sa layan açık uçlu soru sorularak bir uygulama gerçekte tirilmi tir. ki er, üçer ya da dörder ki ilik gruplar halinde çalı maları sa lanan ö rencilerin ara tırmacılar tarafından sorulan sorulara verdikleri cevaplar ve kendi aralarındaki tartışmaları video ile kayıt altına alınmı tir. Veriler incelendi inde, ö rencilerin uygulama kar ısında çe itli muhakeme türlerini kullandıkları, her iki sınıf seviyesindeki ö rencilerin benzer muhakemelerde buldukları sonucuna varılmı tir. Ayrıca çalı mada ö rencilerin birbirleriyle etkile ime geçtikleri, fikirlerini payla bildikleri ve tekdüzelikten ziyade kompleks uygulamalarla kar ıla tıkları ö renme ortamlarının mantıklı muhakemenin geli imi için önemli oldu u ifade edilmi tir.

Bahtiyari (2010), sekizinci sınıf ö rencilerinin mevcut matematik e itimi ve matematik e itiminde ispatın önemi hakkındaki görü lerini belirlemek amacıyla bir çalı ma yapmı tir. Bu amaçla bir ilin farklı ilkö retim okullarında okuyan toplam 340 ö renciye bir anket uygulanmı ve onların konu hakkındaki görü leri elde edilerek istatistiksel de erlendirmeler yapılmı tir. Elde edilen bulgulardan, okullarımızın hala teknik ve fiziki imkanlar bakımından yetersiz oldukları ve bu imkanların etkili bir ekinde kullanılmadı ı sonucuna varılmı tir. Ayrıca ö rencilerin bir ço unun ispatın anlamından, gereklili inden, matematiksel geli imleri açısından öneminden emin olmadıkları ve ispat ve muhakeme açısından yeterli deneyimlere sahip olmadıkları ortaya çıkmı tir.

Kasmer ve Kim (2011), tahmin stratejisinin ö rencilerin matematiksel anlamalarına ve akıl yürütmelerine nasıl etki etti ini belirlemek amacıyla bir çalı ma

yapılmı lardır. Bu amaçla ilkö retim 7. sınıf seviyesindeki ö renciler deney ve kontrol gruplarına e it sayıda ve rasgele da ıtılmı tır. Belirlenen bir matematik konusunun ö retimi, aynı ö retmen tarafından deney grubuyla tahmin stratejisiyle (*ö rencilere tahminde bulunacakları sorular sunulmu ve ö retmen rehberli inde onlardan bu sorulara mantıklı cevaplar vermeleri istenmi tir*) gerçekte tirilirken, kontrol grubuyla geleneksel ö retim yöntemleri kullanılarak gerçekte tirilmi tir. Deney ve kontrol grubundaki ö rencilerin matematiksel önbilgileri test edilmi ve anlamlı bir farklılık bulunmamı tır. Ö rencilerin matematiksel anlamalarını ve akıl yürütmelerini belirlemek için hazırlanan de erlendirme ölçe i her iki gruba uygulanmı tır. Ölçe e verilen cevaplar, do ruluk derecesine göre 0, 1 ve 2 olarak puanlandırılmı tır. Ayrıca daha do al veriler elde edebilmek amacıyla sınıf ortamı video ve ses kayıt cihazları ile kayıt altına alınmı tır. Veriler analiz edildi inde deney grubundaki ö rencilerin daha ba arılı oldu u ve daha iyi akıl yürütmede buldukları sonucuna varılmı tır.

Gürbüz ve Birgin (2012), bilgisayar destekli ö retimin ö rencilerin olasılık kavramlarına ili kin sahip oldukları kavram yanılgılarını gidermedeki etkisini belirlemek amacıyla bir çalı ma yapmı lardır. Bu amaçla iki farklı bilgisayar destekli ö retim materyali geli tirilmi tir. Tam deneysel yöntemle yürütölen bu çalı ma, 18'i deney grubu ve 19'u kontrol grubunda olmak üzere toplam 37 ilkö retim 7. sınıf ö rencisiyle gerçekte tirilmi tir. Deney grubundaki ö rencilerle bilgisayar destekli ö retimler gerçekte tirilirken, kontrol grubunda geleneksel yöntemler kullanılmı tır. "Olasılık Kar ıla tırma", "E Olasılık" ve "Temsiliyet" kavramlarının her birine ili kin dörder sorunun yer aldı ı bir test tüm ö rencilere öntest ve sontest olarak uygulanmı tır. Yapılan analizler sonucunda, bilgisayar destekli ö retimin geleneksel ö retime göre kavram yanılgılarını gidermek açısından daha etkili oldu u tespit edilmi tir.

Çizelge 2.8'de muhakeme ve olasılık ile ilgili yapılan bazı çalı maların detayları verilmi tir:

Çizelge 2.8. Muhakeme ve Olasılık ile İlgili Yapılan Bazı Kuramsal Çalışmalar

Yazar (lar)- Yayın Yılı	Amaç	Örneklem	Veri Toplama Aracı	İlem	Sonuç(lar)
Kosonen, P. O. (1992).	statistik eğitiminin muhakeme üzerinde nasıl bir etki yarattığını belirlemek	İkõ retim, ortaõ retim ve üniversite öğrencilerinden oluşan toplam 315 öğrenci	Günlük hayatla ilgili problemlerden oluşan bir öntest-sontest ölçme	Deney grubundaki öğrencilerle <i>Büyük Sayıların Kanunu</i> ile ilgili öğretimler gerçekleştirilirken, kontrol grubundaki öğrencilere herhangi bir müdahalede bulunulmamıştır.	statistik eğitimi alan öğrencilerin günlük yaşamla ilgili problemler karşısında daha iyi muhakemede buldukları ve daha az hata yaptıkları sonucuna varılmıştır.
Kasmer, L. & Kim, O. K. (2011)	Tahmin stratejisinin öğrencilerin matematiksel anlamalarına ve akıl yürütmelerine nasıl etki ettiğini belirlemek	İkõ retim 7. sınıf seviyesindeki öğrenciler	Öğrencilerin matematiksel anlamalarını ve akıl yürütmelerini belirlemek için hazırlanan bir değerlendirme ölçme ile video ve ses kayıt cihazları	Belirlenen bir matematik konusunun öğretilmesi deney grubundaki öğrencilerle tahmin stratejisiyle gerçekleştirilirken, kontrol grubundaki öğrencilerle geleneksel öğretim yöntemleri kullanılarak gerçekleştirilmiştir.	Deney grubundaki öğrencilerin daha başarılı oldukları ve daha iyi akıl yürütmelerde buldukları sonucuna varılmıştır.

Çizelge 2.8'in Devamı

Yazar (lar)- Yayın Yılı	Amaç	Örnekleme	Veri Toplama Aracı	Uygulama	Sonuç(lar)
Fast, G. (2001)	Ö rencilerin olası 1 içeren günlük hayatla ilgili problemler kararında nasıl akıl yürüttüklerini, analogileri kullanmanın onların kavram yanılgılarını gidermede ve bilgilerinin kalıcılığını salamadaki rolünü belirlemek	41 ortaö retim seviyesindeki ö renci	“Olasılıklarının Ne Olacağı Dünyanızda?” adlı iki test	Olasılıkla ilgili ilkinde kavram yanılgılı cevaplar vermeye meyilli soruların bulunduğu, ikincisinde ise bu yanılgıları düzeltmeye yardımcı analogileri içeren soruların yer aldığı iki test öğrencilere uygulanmıştır. Öğrencilerin bir kısmına 6 ay sonra önceki testlere benzer bir test uygulanmıştır.	Kavram yanılgılarını gidermeye yardımcı analogilerin yer aldığı testin amacına hizmet ettiği, analogilerin kullanılmasının uzun dönemde (6 ay sonra) kalıcılığını salamada etkili olduğu sonucuna varılmıştır.
Polaki, M. V. (2002).	Farklı iki öğrenci uygulamasının örencilerin olasıksal akıl yürütmelerini nasıl etkilediğini belirlemek	Farklı sınıf seviyelerindeki toplam 12 ilkö retim örencisi	Olasılıktaki bazı kavramlarla ilgili becerileri ölçen bir test, görüşme ve gözlemler, video ve teyp kayıtları, örenci günlükleri	Örenciler 6 kişilik iki gruba ayrıldıktan sonra ilk gruba 20 deney, ikinci gruba ise bu 20 deneye ilave olarak bilgisayar ortamında 50, 100, 500, 1000, ... sayılarında deneyler yaptırılmış ve hazırlanan test tüm öğrencilere uygulanmıştır.	Her iki gruptaki öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme seviyelerinde gelişme gözlenmiş ancak farklı uygulamaların olasıksal akıl yürütmede sağlamadığı gelişmeler açısından gruplar arasında anlamlı bir fark bulunmamıştır.

Çizelge 2.8'in Devamı

Yazar (lar)- Yayın Yılı	Amaç	Örneklem	Veri Toplama Aracı	Yöntem	Sonuç(lar)
Watson, J. M. & Moritz, J. B. (2002).	Ö rencilerin bir olayın olasılığı, birle ik olayların olasılığı ve artlı olayların olasılığı kavramları kar ısındaki muhakemelerinin ya la birlikte nasıl de i ti ini incelemek	Ya ları 5-11 olan toplam 2615 ö renci	Belirlenen olasılık kavramlarıyla ilgili 4 sorudan olu an bir de erlendirme ölçe i	Ölçekte yer alan 4 soru ö rencilere sorulmu ve ö rencilerin verdikleri cevaplar çe itli kriterler kapsamında de erlendirilmi tir	Farklı ya gruplarındaki ö rencilerin artlı olasılık kavramıyla ilgili sorulara verdikleri do ru cevapların oranı kar ıla tırıldı nda ö renim düzeyi arttıkça do ru cevap verme oranlarının da arttı ı görülmü tür. Ancak birle ik olayların olasılığı ıyla ilgili sorulara verilen do ru cevap yüzdeleriyle ö renim düzeyi arasında bir ili ki bulunamamı tir.
Fischbein, E., Nello, M. S. & Marino, M. S. (1991).	Olasılık konusunda ö retim almı ve almamı farklı ö renim seviyesindeki ö rencilerin olasılık konusunda ilgili hazırlanan sorular kar ısında gösterdikleri ba arılarını belirleyip, kar ıla tırmak	lkö retim ve ortaö retim seviyelerindeki toplam 618 ö renci	Olasılık konusuyla ilgili hazırlanan yedi açık uçlu sorudan olu an bir test	Hazırlanan test tüm ya seviyelerindeki ö rencilere uygulanmı tir.	Genel olarak ö rencilerin ö renim düzeyi arttıkça do ru cevap yüzdelerinin de arttı ı, testte iki soruda ö rencilerin ö renim düzeyi arttıkça do ru cevap yüzdelerinin azaldı ı, grupların kavram yanlışları kar ıla tırıldı nda, bazı sorularda ö renim düzeyi arttıkça kavram yanlışısının da arttı ı bazılarında ise azaldı ı, olasılık konusunda ö retim almı ö rencilerin bazı sorularda ö retim almamı ö rencilere oranla daha fazla kavram yanlışlarının oldu u ortaya çıkmı tir.

Çizelge 2.8'in Devamı

Yazar (lar)- Yayın Yılı	Amaç	Örneklem	Veri Toplama Aracı	Uygulama	Sonuç(lar)
Klein, A. S. (1984).	4-6 yaş çocuklarının sayma ve ekilsel ele tirme ile ilgili becerilerini incelemek	Ya ları 4-6 olan çocuklar	Hesaplama ve ekilerle ilgili bir dizi problem	Çalı ma grubundaki çocuklara hesaplama ve ekilerle ilgili bir dizi problem sunulmu ve bunların mantıksal çıkarımlarla ve daha önceki bilgileriyle ili kilendirerek çözmeleri istenmi tir	Çocukların matematiksel muhakemelerinin, onların farklı tiplerdeki matematiksel problemleri çözebilme becerileriyle ve bu problemleri anlamlandırabilmeleriyle ilgili oldu u ortaya çıkmı tir.
Pilten, P. (2008).	Matematik dersi problem çözme sürecinde kullanılan üst bili stratejilerinin, öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerine etkisini incelemek	66 ilkö retim 5. sınıf öğrencisi	Matematiksel Muhakeme De erlendirme Ölçe i	Dokuz hafta süren deneysel çalı ma öncesinde ve sonrasında deney ve kontrol grubundaki öğrencilere matematiksel muhakeme de erlendirme ölçe i uygulanmı tir.	Deney grubunda yer alan öğrencilerle gerçekleştirilen üst bili e dayalı öğrencilerin, geleneksel öğrencilere göre, uygun muhakemeyi belirleme ve kullanma, matematiksel bilgileri ve örüntüleri tanıma ve kullanma, tahmin etme, çözüme ili kin mantıklı tartışmalar geli tirme, genelleme yapma, rutin olmayan problemleri çözme ve matematiksel muhakeme becerilerini geli tirmede daha etkili oldu u belirlenmi tir.

Çizelge 2.8'in Devamı

Yazar (lar)- Yayın Yılı	Amaç	Örnekleme	Veri Toplama Aracı	Uygulama	Sonuç(lar)
Shaughnessy, J. M. (1977).	Küçük gruplarla (4-5 ki ilik) yapılan etkinlik temelli ö retimin üniversite öğrencilerinin olasılıkla ilgili kavram yanlışlarını gidermede ne kadar etkili olduğunu belirlemek	40'ı etkinlik temelli ö retimin yapıldığı gruplara, diğer 40'ı ise düz anlatım temelli ö retimin yapıldığı gruplara rasgele dağıtılan toplam 80 üniversite öğrencisi	Bir olayın olasılığını hesaplamada öğrencilerde var olan "Temsiliyet ve Mevcudiyet sevgileri"ni belirlemek amacıyla hazırlanan testler	Her bir öretim yönteminin uygulandığı gruplara 4 hafta boyunca "Olasılık modelleri, Saymanın temel ilkeleri, Oyun teorisi ve istatistik" konularında ö retimler gerçekleştirildi. Hazırlanan test tüm öğrencilere öntest ve söntest olarak uygulanmıştır.	Etkinlik temelli ö retimin uygulandığı gruplarda temsiliyet ve mevcudiyet sevgisine dayalı olarak yapılan kavram yanlışlarının daha çok giderildiği ve bu öretim yönteminin olasılıksal muhakeme sevgisinin gelişmesinde önemli olduğu sonucuna varılmıştır.
Amir, G. & Williams, J. (1999).	Kültürün olasılıksal düşünmeye etkisini araştırmak	İngiltere'de aynı okulda okuyan 11-12 yaş grubundaki İngiliz ve Asya kökenli çocuklar	Sonuç yaklaşımı, olasılık, temsiliyet gibi kavramlara dayalı soruların yer aldığı anket ve görüşmeler	Dokuz hafta süren deneysel çalışmaları öncesinde ve sonrasında deney ve kontrol grubundaki öğrencilere matematiksel muhakeme değerlendirme ölçeği uygulanmıştır.	Kültürün olasılıksal düşünmeyi etkilediği ve olasılıksal düşünmede özellikle dinin, inançların ve konuşma dilinin etkili olduğu belirtilmiştir.

Çizelge 2.8'in Devamı

Yazar (lar)- Yayın Yılı	Amaç	Örnekleme	Veri Toplama Aracı	Uygulama	Sonuç(lar)
Offenbach, S. I. (1965).	Okulöncesi ve ilkö retim 4.sınıf seviyesindeki öğrencilerin olasılık konusunda tasarladığı bir oyun esnasında nasıl muhakemede bulduklarını belirlemek	72 okulöncesi ve 72 ilkö retim 4.sınıf seviyesindeki öğrenci	Tahminle ilgili oynanan bir oyun karısında verilen doğru tahminler	Çalışma grubundan oynanan bir oyunda kendilerine gösterilen kartların gelme olasılıklarıyla ilgili tahminde bulunmaları istenmiştir.	Büyük ya takli öğrencilerin küçük ya takli öğrencilere göre daha iyi olasılıksal muhakemede bulunabildikleri ve verilen bir uygulamanın do asını daha iyi kavrayabildikleri sonucuna varılmıştır. Ayrıca büyük ya takli öğrencilerin bir uygulama karısında muhakemede bulunurken bir kural bulmaya çalışmaları gözlenmiştir.
Olson, J. (2007).	Oyunların, öğrencilerin matematiksel muhakemelerini geli tirmede rollerinin olup olmadığını belirlemek	Okulöncesi ve ilkö retim 1., 2., 3. ve 4. sınıf seviyelerindeki öğrenciler	Örencilerin oyun sürecinde nasıl muhakemede bulduklarını öğrenmek için yapılan gözlemler	Çalışma grubundaki öğrencilerle çe itli matematiksel oyunlar, ikili gruplar ekinde oynanmış ve bu süreçte çe itli gözlemlerde bulunulmuştur.	Tüm sınıf seviyelerinde oyunların, e lenceli bir ortamda öğrenme imkanı sağladığı, öğrencilerin matematiksel muhakemelerini geli tirmede etkili bir strateji olduğu ve öğrencilerin grup ekinde çalışmalarının bu süreci daha etkili kıldığını sonucuna varılmıştır.



Çizelge 2.8'in Devamı

Yazar (lar)- Yayın Yılı	Amaç	Örnekleme	Veri Toplama Aracı	Yöntem	Sonuç(lar)
Way, J. (2003).	4-12 yaşlarındaki çocukların olasılıkla ilgili akıl yürütürken kullandıkları stratejilerin özelliklerini belirlemek	4-12 yaşlarındaki toplam 74 çocuk	Olasılık konusuyla ilgili çeşitli sorular	Çalışma grubundaki çocuklarla oyun tarzında çeşitli uygulamalar yapıldı ve bu uygulamalarda öğrencilere olasılık konusuyla ilgili sorular soruldu ve verilen cevaplar kayıt altına alındı.	Yaş seviyesi arttıkça öğrencilerin olasılıksal akıl yürütmede daha çok buldukları ve olasılık dilini daha çok kullandıkları sonucuna varılmıştır. Ayrıca öğrenciler tarafından farklı öğrenme stratejileri geliştirilebildiği için onlara tek ve genel bir öğrenim stratejisini vermenin onların öğrenmelerini olumsuz etkileyebileceği belirtilmiştir.
Lamprianou, I. & Lamprianou T.A. (2003).	9-12 yaşlarındaki ilköğretim öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütmelerini ortaya çıkarmak ve bu akıl yürütmelerinde yaşın ve cinsiyetin etkisini belirlemek	169'u 4. sınıf, 132'si 5. sınıf, 125'i 6. sınıf öğrencilerinden oluşan toplam 426 ilköğretim öğrencisi	Bir olayın olasılığıyla ilgili 2 soru, olasılık kartı ile tümayla ilgili 4 soru ve günlük hayatla ilgili olayların olasılıklarını kartı ile tümayla ilgili 3 sorunun yer aldığı bir de değerlendirme testi	Çalışma grubundaki öğrencilere değerlendirme testindeki sorular ve yöneltilen ve cevapları analiz edilmiştir.	Öğrencilerin bazen sezgilerine dayalı olarak cevaplar verdikleri, bazen de konuyla ilgili olmayan subjektif cevaplar verdikleri görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin testteki başarılarında ne yaş ne de cinsiyet belirleyici olmuştur. Bu başarılarında sadece olasılıksal düşünme becerileri belirleyici olmuştur.

Çizelge 2.8'in Devamı

Yazar (lar)- Yayın Yılı	Amaç	Örneklem	Veri Toplama Aracı	Yöntem	Sonuç(lar)
Yankelewitz, D., Mueller, M. & Maher, C. A. (2010).	4. ve 6. sınıf seviyesindeki öğrencilerin kullandıkları muhakeme türlerini belirlemek	4. ve 6. sınıf seviyesindeki öğrenciler	Açık uçlu sorulara verilen cevaplar ve video kayıtları	Çalışma grubundaki öğrencilere farklı renk ve uzunluktaki ( <i>uzunlukları yazılmayan</i> ) çubuklar arasında 'hangi renk çubuğun uzunluğu mavi çubuğun yarısı kadardır?' eklemindeki muhakemede bulunmayı gerektiren açık uçlu soru sorulmuş ve verilen cevaplar ve onların kendi aralarındaki tartışmaları video ile kayıt altına alınmıştır.	Öğrencilerin çeşitli muhakeme türlerini kullandıkları, her iki sınıf seviyesindeki öğrencilerin benzer muhakemelerde buldukları sonucuna varılmıştır. Ayrıca öğrencilerin birbirleriyle etkileşime geçtikleri, fikirlerini paylaşabildikleri ve tekdüzelikten ziyade kompleks uygulamalarla karşılaştıkları öğrenme ortamlarının mantıklı muhakemenin gelişimi için önemli olduğu ifade edilmiştir.
Altıparmak, K. & Özi, T. (2005).	Farklı yaş seviyelerinde matematiksel ispat ve matematiksel muhakemenin gelişimini incelemek	Okulöncesi, ilköğretim ve ortaöğretim seviyelerindeki öğrenciler		NCTM standartları doğrultusunda, okulöncesi, ilköğretim ve ortaöğretim seviyelerinde matematiksel ispat kavramı ile ilgili örnekler verilmiş ve bu seviyelerde muhakemenin gelişimi incelenmiştir.	Okul öncesi dönemde sınıflama, eleştirme, karşılaştırma, sıralama kavramlarının çocuklarda muhakemenin oluşumu için temel kavramlar oldukları ve bu kavramların aynı zamanda mantıksal düşünmeye geçiş sağladığı, ilköğretim birinci kademe, bireyin somut düşünme döneminde olduğu, ikinci kademe ise muhakeme ve ispat standartlarında öğrencilerin genellemeler hakkında varsayım oluşturabildikleri ve varsayımları değerlendirebildikleri ve lise yıllarının soyut düşünme evresinin gelişimi yıllar olduğu ve bu yıllarda tümdengelim ve tümevarımın oluştuğu belirtilmiştir.

Çizelge 2.8'in Devamı

Yazar (lar)- Yayın Yılı	Amaç	Örnekleme	Veri Toplama Aracı	Yöntem	Sonuç(lar)
Umay, A. (2003).	Matematiksel muhakeme yeteneği ile ilgili bazı genel sorulara yanıt aramak	İlköğretim matematik öğretmenleri programına devam eden öğrenciler	Muhakemeyi gerektiren açık uçlu sorular	Belirlenen açık uçlu sorular çözümlenerek grubundaki öğrencilere uygulanmış ve alınan cevaplar analiz edilmiştir.	Muhakemenin bireysel olduğu, yapılan muhakemeye damgasını vuran özelliğinin ne olduğuna karar vermenin de derlendiren kişinin bakış açısına göre değiştiği, muhakeme yeteneğinin geliştirilebilen bir özellik olmasından dolayı içinde yaşadığımız kültürün bireyin muhakeme yaklaşımlarını etkilemesi, zenginleştirilmesi ve bu etkinin kalıcı olmasının beklendiği, bireylerin kendi kişisel özelliklerini yansıtan matematiksel muhakeme yaklaşımlarını benimsedikleri ve düşüncelerinin açıklandığı, açıkça, korkusuzca tartışıldığı, farklı fikirlerin önemsendiği, birlikte düşünme için çaba harcanan ortamların deyimli muhakeme yaklaşımlarının ortaya çıkmasını sağladığı belirtilmiştir.
Schlottmann, A. (2001).	6 ve 9 yaş çocukları ile yetkinlerin olasılıkla ilgili sezgilerini belirlemek	6 ve 9 yaş çocukları ile yetkinler		Olasılık içeren oyunlar oynanarak çözümlenerek grubunun <i>beklenen değer</i> kavramı hakkında ne düşündükleri belirlenmeye çalışılmıştır.	Küçük yaştaki çocuklarının da olasılığı ve bir olayın beklenen değerini anlayabildikleri ve çocukların yetkinlerle benzer sezgilere sahip oldukları saptanmıştır. Ayrıca, olasılığın soyut bir matematiksel kavram olarak ele alındığı ve belirsizliklerle dolu bir dünyada insanların hedefleri ve arzuları hakkında etkili muhakemede bulunmaları için önemli bir bileşen olduğu ifade edilmiştir.

Çizelge 2.8'in Devamı

Yazar (lar)- Yayın Yılı	Amaç	Örnekleme	Veri Toplama Aracı	Yöntem	Sonuç(lar)
Mandacı- ahin, S. (2007).	8. sınıf öğrencilerinin Matematiksel Güç (MG) düzeylerini belirlemek	62 ilkö retim 8. sınıf öğrencisi	MG'ün bilişsel boyutlarını ortaya çıkaran çoktan seçmeli ve açık uçlu sınavlar, yarı yapılandırılmış gözlem formu, öğrenci tanıma fiili, tutum ölçeği, cümle tamamlama testi, matematiksel özgeçmiş formu	Hazırlanan sınavlar çalışılma grubundaki öğrencilere uygulanmış ve analizler yapılmıştır.	Öğrencilerin büyük bir bölümünün MG boyutlarından özellikle problem çözme, muhakeme, ileri kilendirme ve iletişim becerilerindeki eksikleri nedeniyle bir bütün halinde arzu edilen MG'ye ulaşamadıkları belirlenmiştir. Bu sonuçlardan, ilkö retim matematik öğretimi programının, temel hedeflerinden olmasına rağmen, öğrencilerin MG gelişmelerini sağlama konusunda yeterli olmadığı ortaya çıkmıştır.
Yeildere, S. & Türnüklü, E. (2008).	Farklı matematiksel güce sahip ilkö retim sekizinci sınıf öğrencilerinin bilgi oluşturma süreçlerini incelemek	262 ilkö retim 8. sınıf öğrencisi	Çoktan seçmeli sorulardan oluşan matematiksel bilgi ölçeği ve öğrencinin akıl yürütme sürecinin açığa çıkarılmasını amaçlayan açık uçlu problemlerden oluşan matematiksel güç ölçeği	Ölçekler çalışılma grubundaki öğrencilere uygulanarak gerekli analizler yapılmıştır.	Farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerinde izledikleri yollar arasında bir takım farklılıkların olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca matematiksel güç için önemli olan akıl yürütme, ileri kilendirme ve iletişim becerilerinin matematiğin öğrenilmesinde ve bilgi oluşturma sürecinde önemli rol oynadığı ifade edilmiştir.

## ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

### MATERYAL VE YÖNTEM

Bu bölümde ara tırmanın modeli, çalışılma grubu, yapılan ölçümler, veri toplama araçları, verilerin toplanması ve çözümlenmesinde kullanılan istatistiksel ölçüm ve teknikler üzerinde durulmuştur.

#### 3.1. Ara tırmanın Modeli

Ara tırmada genel tarama modellerinden ilikisel tarama modeli içerisinde yer alan korelasyonel model kullanılmıştır. Genel tarama modelleri, çok sayıda elemandan oluşan bir evrende, evren hakkında genel bir yargıya varmak amacıyla evrenin tümü ya da bir grup veya örneklem üzerinde yapılan tarama düzenlemeleridir (Karasar 2009).

İlikisel tarama modelleri, iki veya daha çok değişken arasında birlikte değişim varlığını ve/veya derecesini belirlemeyi amaçlayan ara tırma modelleridir (Gay ve Airasian 2000; Karasar 2009). Korelasyonel modelde ise, değişkenler arasında ilikiler aranır ve bu ilikilerin düzeyleri belirlenir (Büyüköztürk 2009; Çepni 2009; Karasar 2009). Bu tür ara tırmalarda değişkenler arasındaki ilikin ölçüsünü belirlemede korelasyon katsayısı (r) hesaplanır. Bu katsayının 1.00 olması, mükemmel bir pozitif ilikiyi; -1.00 olması, mükemmel negatif ilikiyi; 0.00 olması ise, ilikin olmadığını gösterir. Korelasyon katsayısının mutlak değer olarak, 0.00-0.10 arasında olması “çok düşük düzeyde iliki”; 0.10-0.30 arasında olması “düşük düzeyde iliki”; 0.30-0.50 arasında olması “orta düzeyde iliki”; 0.50-0.70 arasında olması “yüksek düzeyde iliki”; 0.70-0.90 arasında olması “çok yüksek düzeyde iliki” ve 0.90-1.00 arasında olması “mükemmel iliki” olarak yorumlanmaktadır (Cohen 1988).

#### 3.2. Evren ve Örneklem

Ara tırmanın evrenini Adıyaman il merkezindeki 7. sınıf öğrencileri olmaktadır. Ara tırmanın örneklemini, 2010-2011 eğitim-öğretim yılında Adıyaman ilinin Merkez ilçesinde yer alan ve sosyo-ekonomik düzeyleri bakımından

farklılık gösteren 3 ilkö retim okulunda ö renim gören 167 ilkö retim 7. sınıf ö rencisi olu turmaktadır.

### 3.3. Verilerin Toplanması

Ara tırmanın verileri, ö rencilerin Matematiksel Muhakeme Beceri Düzeyi Belirleme ölçe i (*MMBDBÖ*) ile Olasılıksal Muhakeme Beceri Düzeyi Belirleme Ölçe i (*OMBDBÖ*)'ne verdikleri cevaplardan elde edilmi tir. Ara tırmacı tarafından geli tirilen bu iki ölçme aracının geli tirilme a amaları a a ıda verilmi tir.

#### 3.3.1. Ölçme Araçlarının Geli tirilmesi

Ara tırmada kullanılan ölçeklerin geli tirilme sürecinde, birçok ölçek geli tirme kayna ı (Tezba aran 2008; Kalaycı 2009; Karasar 2009; Tav ancıl 2010) incelenerek a a ıdaki a amalar belirlenmi tir:

- ❖ Madde havuzu olu turma a aması
- ❖ Uzman görüşü ü alınması a aması
- ❖ Ön uygulama a aması
- ❖ Geçerlik ve güvenirlik hesaplama a aması

##### 3.3.1.1. Matematiksel Muhakeme Beceri Düzeyi Belirleme Ölçe i (MMBDBÖ)

###### 3.3.1.1.1. Madde havuzu olu turma a aması

Bir ölçme i lemi, ölçülecek özelli in belirlenmesi ile ba lar (Tezba aran 2008). Dolayısıyla, bu ölçe in geli tirme sürecine öncelikle literatürde (NCTM 1989; 2000, NSF 1995; NAEP 2003; TIMSS 2003; MEB 2009) yer alan muhakeme becerilerinden

benzer olanlar belli ba lı boyutlar altında birle tirilerek ba lanmı tır. Bu boyutlar Çizelge 3.1’de gösterilmi tir.

Çizelge 3.1. MMBDBÖ’nde Yer alan Beceri Boyutları

<ul style="list-style-type: none"><li>• Kar ıla ılan bir problem durumunda verilen ve istenenleri belirleyip çözüme ili kin uygun strateji seçebilme ve kullanabilme</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Farklı muhakeme türlerinden uygun olanı seçebilme ve kullanabilme</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Matematiksel yapı, nesne ve örüntüler arasındaki ili kilerin farkına varabilme ve bunları kullanabilme</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Gerçek ya amla ilgili problemleri çözebilme ve matematiksel kuralları rutin olmayan ve karma ık durumlara uygulayabilme</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Do ru gerekçeler sunarak mantıklı tahminlerde bulunabilme</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Çözümlerin uygunluk ve do rulu una karar verebilme</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Aynı verinin farklı gösterimlerini kar ıla tırabilme ve e le tirebilme</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Verilen bir modelin matematiksel yapısının her durumda geçerli olup olmadığını belirleyebilme ve bu yapıyı daha genel ifadelerle açıklayabilme</li></ul>

Çizelge 3.1’de gösterilen boyutlar belirlendikten sonra bu boyutlarla ilgili bir kısmı ilgili literatürden (Fast 1997; Pilten 2008; Sowder vd 2009; MEB 2009) faydalanılarak, bir kısmı ise ara tırmacı tarafından geli tirilen toplam 38 madde madde havuzunda birle tirilmi tir. Hazırlanan soru maddelerinin belirlenen boyutlara göre da ılımı Çizelge 3.2’de sunulmu tur.

Çizelge 3.2. MMBDBÖ'ne li kin Belirtke Tablosu

Soru Numarası	Kar ıla ılan bir problem durumunda verilen ve istenenleri belirleyip çözüme ili kin uygun strateji seçebilme ve kullanabilme	Farklı muhakeme türlerinden uygun olanı seçebilme ve kullanabilme	Matematiksel yapı, nesne ve örüntüler arasındaki ili kilerin farkına varabilme ve bunları kullanabilme	Gerçek ya amla ilgili problemleri çözebilme ve matematiksel kuralları rutin olmayan ve karma ık durumlara uygulayabilme	Do ru gerekçeler sunarak mantıklı tahminlerde bulunabilme	Çözümünün uygunluk ve do rulu una karar verebilme	Aynı verinin farklı gösterimlerini kar ıla tirabilme ve e le tirebilme	Verilen bir modelin matematiksel yapısının her durumda geçerli olup olmadığını belirleyebilme ve bu yapıyı daha genel ifadelerle açıklayabilme
1				X				
2				X				
3	X							
4	X							
5				X				
6	X							
7	X							
8	X							
9	X							
10	X							
11	X							
12	X							
13	X							
14	X							
15	X							
16					X			
17					X			
18					X			
19			X					
20			X					
21			X					
22		X						
23		X						
24		X						
25		X						
26			X					
27							X	
28							X	
29							X	
30							X	
31				X				
32						X		
33						X		
34						X		
35							X	
36								X
37								X
38								X



Literatürde muhakeme becerisini de erlendirmek için farklı madde türlerinin kullanılması gerektiğinden bahsedilmektedir. Bu bağlamda Lannin (2004) muhakeme becerisini de erlendirmede farklı soru tiplerinin kullanılmasının öğrencilerin farklı muhakeme yollarını kullanabilmelerine imkan tanıdığını dile getirmektedir. Suzuki (1997) ise muhakemenin doğrudan ya da çoktan seçmeli sorulardan ziyade belli kriterlerle ilgili açık uçlu sorularla de erlendirilebileceğini belirtmektedir. Açık uçlu sorular, çoktan seçmeli sorulara göre daha fazla emek gerektiren ve puanlaması zor sorular olabilir. Ancak açık uçlu sorular ölçtüğü kavramsal alanın genişliği, işlemsel ve yönetsel özellikleri ortaya çıkarmadaki gücü açısından da çoktan seçmeli sınavlara göre daha fazla avantaj sağlamaktadır (Henningsen ve Stein 1997; Yan 2005). Açık uçlu sorular hazırlanırken de erlendirilecek içerik sadece aritmetik işlemleri içeriyor olsa bile, öğrenciden işlemleri yazılı olarak açıklamaları istenmelidir. Böyle sorular yardımıyla öğrencilerin genelleme, muhakeme, ilişkilendirme, iletişim ve problem çözme becerilerinin hangi düzeyde olduğu ortaya çıkarılabilir (Clarke 1998).

Öğrencilerin muhakeme becerilerinin farkına varmak ve bunları geliştirmek için öğrenme ortamlarında öğrencilere düşüncelerini açıklamalarını sağlayacak “Neden böyle düşünüyorsunuz”, “Bu sonuca nasıl ulaştınız” gibi sorular sorulmalıdır. Bu fikri destekleyen Alkove ve McCarty (1992) öğrencilere, “Evet” ve “Hayır” yanıtı gerektiren sorular yöneltmekten kaçınılması gerektiğini ifade etmişlerdir. Ayrıca Frederiksen (1984) açık uçlu soruları iyi yapılandırılmamış (ill-structured) sorular olarak ifade etmekte ve böyle soruların hemen formüle edilemediğini ve çözümleri için belli bir yöntemin olmadığını dolayısıyla çözen kişinin muhakemede bulunmasını gerektirdiğini dile getirmiştir. Aynı paralelde Kosonen (1992), öğrencilerin okul dışında karşılaabilecekleri sınırlı bilgiyle sunulmuş olan problemler hakkında muhakemede bulunabilmelerini sağlayacak türden açık uçlu soruların kullanılmasını önermiştir.

Akay vd. (2006), açık uçlu soruların tek bir cevabı olmayan günlük hayattaki problemleri kapsayan iyi yapılandırılmamış (ill-structured) türden sorular olduğunu ifade etmiş ve böyle soruların temel özelliklerini aşağıdaki gibi belirtmişlerdir:

- ❖ Tek bir metot yoktur.

- ❖ Tek bir cevap yoktur / Bir çok muhtemel cevap vardır.
- ❖ Farklı yollarla ve de i ik seviyelerde çözülebilir.
- ❖ Çözüme farklı becerilerle ula ılabilir.
- ❖ Ö rencilere kendi kararlarını verme ve matematiksel dü ünebilme imkanı sa lar.
- ❖ Ö rencilerin yaratıcı dü ünme becerilerini ortaya koyma imkanı sa lar.
- ❖ Ö rencilerin muhakeme etme ve ileti im kurma becerilerini geli tirir.
- ❖ Ö rencilerin gerçek hayat tecrübeleri ile ili kilendirildi inde yaratıcılıklarını geli tirir ve hayal güçlerini geni letir.

Yukarıda da belirtildi i gibi matematiksel ve olasılıksal muhakemeyi de erlendirmede en kullanı lı soruların açık uçlu sorular oldu u görülebilir. Çünkü böyle soruların çözümünde genellikle belli bir yöntem olmadı ı için ö rencilerin bu tür problemlerde muhakeme becerilerini daha fazla kullanmaları gerekir. Bu nedenle bu çalı mada ö rencilerin matematiksel muhakeme ve olasılıksal muhakeme becerilerini belirlemek amacıyla kullanılan soru maddelerinin büyük bir kısmınının açık uçlu sorular olmasına özen gösterilmi tir.

Hazırlanan MMBDBÖ'ndeki 1., 2., 3., 4., 5., 6., 7., 8., 9., 10., 11., 12., 13., 14., 15., 16., 17., 18., 22., 23. ve 24. soru maddeleri iki a amalı (*Birinci a ama çoktan seçmeli; ikinci a ama açık uçlu*); 19., 21., 21., 28., 29., 30. ve 35. soru maddeleri yalnızca çoktan seçmeli; 25., 26., 27., 31., 32., 33., 34., 36., 37. ve 38. soru maddeleri ise yalnızca açık uçlu sorulardır.

#### 3.3.1.1.2. Uzman görüşü alınması amacıyla

Ölçek geliştirme sürecinde kapsam geçerliliği için uzman görüşleri alınmıştır. Madde havuzunda bulunan 38 taslak madde, 2 alan ve itimcisi, bir eğitim programı uzmanı ve bir ölçme değerlendirme uzmanının görüşlerine sunulmuştur. Hazırlanan ölçekteki taslak maddelerin Türkçe'ye uygunluğu dil uzmanları tarafından değerlendirilmiştir. Uzmanlardan alınan görüş ve öneriler doğrultusunda, hazırlanan sorulara ilişkin bazı küçük değişiklikler yapılmıştır.

#### 3.3.1.1.3. Ön uygulama amacıyla

Taslak maddelerden hangilerinin istenen niteliklere sahip, hangilerinin ölçülmek istenen tutumu ölçmede yetersiz ve hangilerinin kusurlu olduğu deneme uygulamasından elde edilen verilere dayalı olarak belirlenir (Tezbaşaran 2008). Bu bağlamda, ön uygulamaya hazır hale gelen 38 maddelik taslak ölçek, Adıyaman ili Merkez ilçesinde yer alan sosyo-ekonomik düzeyleri farklı üç ilköğretim okulunda okuyan toplam 141 7. sınıf öğrencisine uygulanmıştır.

#### 3.3.1.1.4. Geçerlilik ve güvenirlik hesaplaması amacıyla

Bu amaçla maddelerin tek tek analizine geçilmeden önce, ölçek puanlarının dağılımı incelenmiştir. Ölçekten alınabilecek en düşük puan 0, en yüksek puan ise 190'dır. Nihai ölçekte yer alacak maddeleri belirlemek için ilk olarak her katılımcının her bir maddeye verdiği cevap ile maddelerin tümüne verdiği cevaplardan elde edilen toplam puan arasındaki madde-toplam korelasyonları hesaplanarak madde analizi yapılmıştır. Madde-toplam korelasyonu .30 ve daha yüksek olan maddelerin bireyleri iyi derecede ayırt ettiği, .20 ile .30 arasında kalan maddelerin zorunlu görülmesi durumunda teste alınabileceği veya düzeltilmesi gerektiği, .20'den daha düşük olan maddelerin ise testten çıkarılması gerektiği ifade edilmektedir (Büyüköztürk 2009). Çizelge 3.3'te ölçekle ait madde-toplam korelasyonları verilmiştir.

Çizelge 3.3. MMBDBÖ'ne Ait Madde Toplam Korelasyon Değerleri

Madde No	Madde Toplam Korelasyonu	Madde No	Madde Toplam Korelasyonu
1	-.017	20	.381
2	.064	21	.402
3	.376	22	.538
4	.541	23	.580
5	.190	24	.516
6	.396	25	.443
7	.428	26	.573
8	.268	27	.473
9	.426	28	.319
10	.643	29	.229
11	.501	30	.413
12	.433	31	.368
13	.425	32	.490
14	.564	33	.522
15	.431	34	.527
16	.404	35	.380
17	.257	36	.544
18	.463	37	.592
19	.458	38	.615

Çizelge 3.3'te görüldüğü gibi 1., 2. ve 5. maddelerin madde toplam korelasyonları .20'den düşüktür. Bu nedenle bu maddeler ölçekten çıkarılmıştır. Ölçekte yer alan maddelerin homojen bir yapı gösterip göstermediğini belirlemek amacıyla Cronbach Alfa katsayısı hesaplanmıştır. Ölçenin Cronbach Alfa katsayısı “.885” olarak bulunmuştur. Eğitim araştırmalarında kullanılan ölçme araçları için gerekli olan güvenilirlik düzeyinin en az .70 olması gerektiği düşünüldüğünde, ölçenin güvenilirlik düzeyinin yüksek olduğu görülmektedir (Tezbaşaran 2008). Ayrıca, Cronbach Alfa katsayısı .80'in üzerinde (.885) olduğundan yüksek derecede güvenilir bir ölçek olduğu söylenebilir (Kalaycı 2009).

### 3.3.1.2. Olasılıksal Muhakeme Beceri Düzeyi Belirleme Ölçeği (OMBDBÖ)

#### 3.3.1.2.1. Madde havuzu oluşturma amacı

Bir kısmı ilgili literatürden (Fast 1997; Gürbüz, 2006; Baker ve Chick 2007; Nilsson 2007; 2009; Gürbüz vd. 2010; Gürbüz 2010) faydalanılarak, bir kısmı ise araştırmacı tarafından geliştirilen toplam 15 madde madde havuzunda birleştirilmiştir. Hazırlanan soru maddelerinin İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı ve Kılavuzu'nda yer alan olasılık kazanımlarına göre (6. ve 7. sınıf) dağılımı aşağıdaki belirtke tablosunda sunulmuştur.

Çizelge 3.4. OMBDBÖ'ne İlişkin Belirtke Tablosu

Soru Numarası	Deney, çıktı, örnek uzay, olay, rastgele seçim ve olasılıklı terimlerini bir durumla ilişkilendirerek açıklar.	Bir olayı ve bu olayın olma olasılığı ile ilgili problemleri çözer ve kurar.	Bir olayı ve bu olayın olma olasılığını açıklar.	Kesin ve imkansız olayları açıklar.	Ayrık ve ayrık olmayan olayların deneyini, örnek uzayını belirleyerek, bu olayları açıklar ve olma olasılıklarını hesaplar	Geometrik bilgilerini kullanarak bir olayın olma olasılığını hesaplar.
1		X				
2			X			
3	X					
4	X					
5				X		
6	X					
7						X
8					X	
9						X
10					X	
11				X		
12		X				
13		X				
14			X			
15			X			

Bu ölçekte olasılıksal muhakeme becerisi değerlendirileceği için öğrencilerin bu sorulara ilişkin nasıl düştüklerine ulaşmamızı sağlayan açık uçlu sorulara ayrılmış olarak yer verilmiştir. Literatürde de böyle sorular yardımıyla öğrencilerin farklı düşünme yöntemleri ile genelleme, muhakeme, ilişkilendirme, iletişim ve özellikle de problem çözme becerilerinin hangi düzeyde olduğunu ortaya çıkarılabileceği ifade

edilmektedir (Clarke 1998). Bu ba lamda hazırlanan OMBDBÖ'ndeki 1., 2., 3., 4., 5., 7., 8., 9., 10., 12., 13., 14. ve 15. sorular açık uçlu; 6. ve 11. sorular ise bo luk doldurma sorularıdır.

#### 3.3.1.2.2. Uzman görüşü ü alınması a aması

Ölçek geli tirme sürecinde kapsam geçerli i için uzman görüşleri alınmıştır. Madde havuzunda bulunan 15 taslak madde, 2 alan e itimcisi, bir e itim programı uzmanı ve bir ölçme de erlendirme uzmanının görüşlerine sunulmu tur. Hazırlanan ölçekteki taslak maddelerin Türkçe'ye uygunlu u dil uzmanları tarafından de erlendirilmiştir. Uzmanlardan alınan görüş ve öneriler do rultusunda, sorulara ili kin bazı küçük de i iklikler yapılmıştır.

#### 3.3.1.2.3. Ön uygulama a aması

Ön uygulamaya hazır hale gelen 15 maddelik taslak ölçek, Adıyaman ili Merkez ilçesinde yer alan sosyo-ekonomik düzeyleri farklı üç ilkö retim okulunda okuyan toplam 141 7. sınıf öğrencisine uygulanmıştır.

#### 3.3.1.2.4. Geçerlik ve güvenirlik hesaplama a aması

Bu a amada maddelerin tek tek analizine geçilmeden önce, ölçek puanlarının dağılımı incelenmiştir. Ölçekten alınabilecek en düşük puan 0, en yüksek puan ise 75'tir. Çizelge 3.5'te ölçe e ait madde toplam korelasyonları verilmiştir.

Çizelge 3.5. OMBDBÖ'ne Ait Madde Toplam Korelasyon De erleri

Madde No	Madde Toplam Korelasyonu
1	.531
2	.398
3	.672
4	.686

5	.664
6	.482
7	.576
8	.703
9	.642
10	.806
11	.602
12	.649
13	.651
14	.644
15	.389

---

Çizelge 3.5'te görüldü ü gibi tüm maddelerin madde toplam korelasyonları .20'den yüksek oldu u için hiçbir madde ölçekten çıkarılmamı tır. Ölçekte yer alan maddelerin homojen bir yapı gösterip göstermedi ini belirlemek amacıyla Cronbach Alfa katsayısı hesaplanmı tır. Nihai ölçe in Cronbach Alfa katsayısı “.890” olarak hesaplanmı tır. E itim ara tırmalarında kullanılan ölçme araçları için gerekli olan güvenilirlik düzeyinin en az .70 olması gerekti i dü ünüldü ünde, ölçe in güvenilirlik düzeyinin yüksek oldu u görülmektedir (Tezba aran 2008). Ayrıca, Cronbach Alfa katsayısı .80'in üzerinde (.890) oldu undan yüksek derecede güvenilir bir ölçek oldu u söylenebilir (Kalaycı 2009).

### 3.4. Verilerin Analizi

Açık uçlu sorulara verilen cevapların analizinde Çizelge 3.6'da belirtilen puanlama ölçe i kullanılmı tır. ki a amalı (1. *Kısım-Çoktan Seçmeli*, 2. *Kısım-Açık Uçlu*) sorulara verilen cevaplar Gürbüz ve Birgin (2012)'den faydalanılarak geli tirilen ve Çizelge 3.7'de belirtilen puanlama ölçe i kullanılarak analiz edilmi tir. Çoktan seçmeli sorulara verilen cevaplarda ise do ru cevap 5, yanlış veya bo cevap 0 puan kabul edilerek analiz edilmi tir. Ayrıca, her bir soruda be bo luk doldurma sorusunun yer aldı ı bo luk doldurma soruları puanlandırılırken her do ru cevap 1 puan, yanlış veya bo cevap ise 0 puan olarak de erlendirilmi tir. Bu puanlama ölçeklerinin

belirlenmesinde 1 program geli tirme uzmanı, 1 ölçme ve de erlendirme uzmanı ve 2 alan e itimcisinin görüşlerine ba vurulmu tur.



Çizelge 3.6. Açık Uçlu Soruları Puanlama Ölçeği

Düzy	Puan	Açıklama	Örnek Cevap
Tam Do ru	5	Tamamen do ru kabul edilen ifadeler	<p>O<sub>3</sub>: ki klasik zar aynı anda atıldı nda örnek uzayın eleman sayısı 36'dır. Burada toplamı 4 olan ikililer: (1,3), (3,1), (2,2) dir ve bu ikililerin gelme olasılı ı 3/36; toplamı 10 olan ikililer: (4,6), (6,4), (5,5,) dir ve bu ikililerin gelme olasılı ı da 3/36 dır. Dolayısıyla, toplamın 4 ve 10 olma olasılıkları e ittir.</p> <p>M<sub>25</sub>: Tabloda ikinci satırdaki sayıların toplamı 90 olmaktadır. Sayıların dizili ine baktı ımızda, (10+20), (12+18), (14+16) toplamlarının her biri 30'u vermekte ve tüm toplam 90 olmaktadır.</p>
Kısmen Do ru-A	4	Tam do ru cevaba göre eksik ifadeler	<p>O<sub>8</sub>: Panodan rastgele seçilen bir geometrik eklin mavi olma olasılı ı 10/30 ve dikdörtgen olma olasılı ı 6/30 dur. eklin mavi veya dikdörtgen olma olasılı ı ise 10/30+6/30=16/30 olur.</p> <p>M<sub>26</sub>: Çeyrek daire parçasının alanı=(<math>\pi \times 20^2</math>)/4=100<math>\pi</math> ve 270<sup>0</sup>'lik daire parçasının alanı=3/4x(<math>\pi \times 20^2</math>)=300<math>\pi</math> olur. Tüm alan ise 100<math>\pi</math>+200<math>\pi</math>=300<math>\pi</math> olur.</p>

Kısmen Do ru-B	3	Do ru nedene ba lanarak yapılan kısmen do ru ifadeler	<p>O<sub>10</sub>: Ye il renkli bölgeye isabet etme olasılı ı daha azdır. Çünkü ye il renkli bölgenin alanı daha azdır.</p> <p>M<sub>31</sub>: Sorunun çözümünde yanlı lık yapılmı tır. Çünkü çalı an usta sayısı fazla olursa in aatı bitirme süresi azalır. Dolayısıyla 5 ustanın 10 günde bitirdi i i i 10 usta 5 günde bitirir.</p>
Kısmen Do ru-C	2	Yanlı nedene ba lanarak ya da herhangi bir nedene ba lanmadan yapılan kısmen do ru kabul edilebilecek ifadeler	<p>O<sub>14</sub>: Mavi topların seçilme olasılı ı de i mi tir. Çünkü sepetteki toplar içerisinde sayısı en az olan toplar mavi toplardır (<i>Yanlı nedene ba lanarak yapılan kısmen do ru kabul edilebilecek ifade</i>).</p> <p>O<sub>2</sub>: Sepetteki toplardan rasgele bir top seçti imizde bu topun ye il renkli top olma olasılı ı daha fazladır (<i>Herhangi bir nedene ba lanmadan yapılan kısmen do ru kabul edilebilecek ifade</i>).</p> <p>M<sub>32</sub>: Sorunun çözümü do rudur. Çünkü zıt yönlerden hareket eden araçların hızları çıkarılır. Ayrıca aynı sürede hızlı olan araç daha fazla yol alır (<i>Yanlı nedene ba lanarak yapılan kısmen do ru kabul edilebilecek ifade</i>).</p> <p>M<sub>31</sub>: kinci durumda evin in aatı daha kısa sürede biter (<i>Herhangi bir nedene ba lanmadan yapılan kısmen do ru kabul edilebilecek ifade</i>).</p>

---

			O <sub>6</sub> : Spinnerlerin çevrilme hızlarına ba lıdır ( <i>Tamamıyla yanlı ifade</i> ).
			O <sub>5</sub> : $190-80=110$ ve $110/2=55$ olur ( <i>Soru ile tam ili kisi olmayan ifade</i> ).
Yanlı	1	Tamamıyla yanlı ya da soru ile tam ili kisi olmayan ifadeler	M <sub>26</sub> : Koyunun ba lı oldu u ip kısa oldu u için otlayamaz, yerinde kalır ( <i>Tamamıyla yanlı ifade</i> ).
			M <sub>31</sub> : Usta, in aatı erken bitireyim diye sa lam yapmamı olabilir ( <i>Soru ile tam ili kisi olmayan ifade</i> ).

---

Yanıtsız 0 Açıklamanın yapılmadı ı veya sorunun aynısının cevap olarak yazıldı ı ifadeler

*O<sub>a</sub>: OMBDBÖ'nde Yer Alan a. Soru*

*M<sub>a</sub>: MMBDBÖ'nde Yer Alan a. Soru*

Çizelge 3.7. ki A amalı (1. Kısım-Çoktan Seçmeli, 2. Kısım-Açık Uçlu) Soruları Puanlama Ölçeği

Düzy	Açıklama	De erlendirme Kriterleri	Puan	Örnek Cevap
Do ru Açıklama	Geçerlili i olan açıklamanın bütün yönlerini içeren ifadeler	1. A ama – 2. A ama	5	<p>M<sub>7</sub>: Do ru cevap B seçene idir.</p> <p>1. sayfa ile 9. sayfa arasında 9 rakam kullanılmaktadır. 10. sayfadan 25. sayfaya kadar kaç rakam kullanıldı ını bulmak için önce bu aralıkta kaç sayının oldu unu bulmalıyız. Bu aralıkta (25-10+1)= 16 tane sayı var ve her sayıda iki rakam bulunmaktadır. Dolayısıyla, 10. sayfa ile 25. sayfa arasında 16x2=32 rakam kullanılmaktadır. Toplam 9+32=41 rakam kullanılmı oldu.</p> <p>M<sub>10</sub>: Do ru cevap C seçene idir.</p> <p><math>\sqrt{36}(6^2) &lt; \sqrt{39} &lt; \sqrt{49}(7^2)</math> oldu undan kare ekindeki bahçenin bir kenarının uzunlu u 6 m ile 7 m arasında olur.</p>

		Yanlı Cevap – Do ru Açıklama	4	<p>M<sub>26</sub>: Do ru cevap A seçene idir.</p> <p>I. Bölgenin alanı=<math>(\pi 20^2) \times 3/4 = 300\pi</math>,</p> <p>II. Bölge ile III. Bölgenin alanları e it <math>(\pi 10^2) \times 1/4 = 25\pi</math> olur.</p> <p>M<sub>20</sub>: Do ru cevap D seçene idir.</p> <p><math>(3/4)/(1/12) = (3/4) \times (12) = 9</math> olur.</p>
				<p>M<sub>3</sub>: Do ru cevap D seçene idir.</p> <p>1100-1095-1090-1085-1080-1075-1070-1065-1060-1055-...</p> <p>700-715-730-745-760-775-790-805-820-835-850-865-890-...</p>
Kısmen Do ru Açıklama	Geçerli yönlerini içermeyen ifadeler	Do ru Cevap – Kısmen Do ru Açıklama	3	<p>M<sub>22</sub>: Do ru cevap D seçene idir.</p> <p>Saat; papatya ma azasından 75 TL'ye,</p> <p>Sevgi ma azasından 80 TL'ye,</p> <p>Güler ma azasından 70 TL'ye,</p> <p>Bereket ma azasından 70 TL'ye alınır.</p>

		Yanlı Cevap - Kısmen Do ru Açıklama	2	M <sub>4</sub> : Do ru cevap D seçene idir. 17+12=29 olur M <sub>11</sub> : Do ru cevap A seçene idir. En az kitap sayısı soruldu u için 235/10=23 olur.
		Do ru Cevap – Yanlı Açıklama	1	M <sub>12</sub> : Do ru cevap A seçene idir. 314-100=214      314/2=157 214-157=57 olur. M <sub>7</sub> : Do ru cevap B seçene idir. 25+10=35      35+6=41
Yanlı Açıklama	Do ru olmayan açıklamalar içeren ifadeler			M <sub>8</sub> : Do ru cevap A seçene idir. 8 ile 3 sayılarının çarpımının sonucu en büyük olmaktadır. M <sub>9</sub> : Do ru cevap A seçene idir. (5/6)x(2/5)=1/3 30x(1/3)=10 olur.
		Yanlı Cevap – Yanlı Açıklama	0	
Açıklama Yok	Gerekçesi yazılmayan do ru, yanlı veya yanıtız ifadeler	Do ru Cevap – Açıklama Yok	1	M <sub>9</sub> : Do ru cevap B seçene idir. _____ M <sub>12</sub> : Do ru cevap A seçene idir. _____

		M <sub>5</sub> : Do ru cevap D seçene idir.
Yanlı Cevap – Açıklama Yok	0	_____
		M <sub>16</sub> : Do ru cevap A seçene idir.
		_____
Cevap Yok – Açıklama Yok	0	_____

*M<sub>a</sub>: MMBDBÖ'nde Yer Alan a. Soru*

Ö rencilerin MMBDBÖ ile OMBDBÖ'ne verdikleri cevaplara göre beceri düzeyleri belirlenmiştir. Bu ölçüklerin her ikisine ilişkin ö rencilerin beceri düzeyleri Çizelge 3.8'de verilen beceri düzey aralıklarına göre belirlenmiştir.

Çizelge 3.8. Ö rencilerin Her Bir Ölçekten Aldıkları Puanların Ortalamasına Göre Belirlenen Beceri Düzeyleri

<b>Beceri Düzeyi</b>	<b>Ölçekten Alınan Puanın Ortalaması (<math>\bar{x}</math>)</b>
Oldukça Düşük	0.00-0.99
Düşük	1.00-1.99
Orta	2.00-2.99
Yüksek	3.00-3.99
Oldukça Yüksek	4.00-5.00

Ö rencilerin MMBDBÖ ile OMBDBÖ'ne verdikleri cevaplar uygun istatistiksel programlar kullanılarak analiz edilmiş ve ö rencilerin her bir ölçüğe ilişkin beceri düzeyleri belirlenmiştir. Ayrıca her iki ölçükten elde edilen puanların ortalamasına bakılarak MMB düzeyi ile OMB düzeyi arasındaki ilişki tespit edilmiştir. Bunun yanı sıra araştırmaya katılan ö rencilerin MMB düzeyleri ile OMB düzeylerinin ne olduğunu ve aralarında nasıl bir ilişki olduğunu daha net görebilmek amacıyla kendilerine A, B, C... gibi kodlar verilen bazı ö rencilerin (her bir beceri düzeyindeki ö renciler) ölçüklerde yer alan bazı sorulara ilişkin cevapları detaylı bir şekilde ele alınmıştır.



## DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

### BULGULAR VE YORUMLAR

Bu bölümde, ara tırmanın problemlerine ilişkin istatistiksel analizler yoluyla elde edilen bulgulara ve bunlara ilişkin yorumlara yer verilmiştir.

#### 4.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Ara tırmanın birinci alt problemi “İkinci sınıfta öğrenen öğrencilerin matematiksel muhakeme becerileri ne düzeydedir?” şeklinde ifade edilmiştir.

Bu alt probleme çözüm aranırken, öğrencilerin MMBDBÖ’nden aldıkları puanların ortalamasının belirlenen beceri düzeylerine göre yüzde ve frekansları hesaplanmıştır.

Çizelge 4.1. Öğrencilerin MMB Düzeylerine İlişkin Betimsel İstatistikler

MMB Düzeyi	Frekans (f)	Yüzdeler (%)
Oldukça Düşük	12	7.2
Düşük	46	27.5
Orta	76	45.5
Yüksek	28	16.8
Oldukça Yüksek	5	3.0
<b>Toplam</b>	<b>167</b>	<b>100.0</b>

Çizelge 4.1’de görüldüğü gibi öğrencilerin %7.2’sinin MMB düzeyi *oldukça düşük*; %27.5’inin *düşük*; %45.5’inin *orta*; %16.8’inin *yüksek* ve %3’nün *oldukça yüksek* olduğu ortaya çıkmıştır. Bu değerlere bakıldığında öğrencilerin neredeyse yarısının (%45.5) orta düzeyde MMB’ye sahip olduğu görülebilir. Örneklem (N=167) evreni temsil ettiği düşünüldüğünde, oldukça düşük beceri düzeyindeki öğrencilerin az olması (% 7.2) ve orta beceri düzeyindeki öğrencilerin yüzdesinin %45.5 gibi bir rakam olması mevcut öğrencilerimizin MMB’lerinin çok da kötü olmadığını göstermektedir.

Yukarıda belirtilen MMB düzeyleri hakkında daha detaylı bilgi sahibi olmak amacıyla her bir düzeye ilişkin ö renci cevaplarından örnekler verilmiştir. Bu amaçla MMBDBÖ’de yer alan bir soruyla (7. soru) ilgili her bir beceri düzeyinden ö renci cevapları verilmiş ve bu cevaplar hakkında yorumlar yapılarak ç e itli ç ı karsamalarda bulunulmuştur. Bu ö renci cevaplarından bazıları aşağı da sunulmuştur.

7. 25 sayfalık bir kitabın sayfaları 1’den başlamak üzere numaralandırılmak isteniyor. Bu işlem bittiğinde toplam kaç rakam kullanılmış olur? Yazınız.

a) 40            b) 41            c) 42            d) 43

*Bu kitap çok ince bir kitaptır*

ekil 4.1. Yedinci Soruya İlişkin A Ö rencisinin Yanıtı

ekil 4.1’te görüldü ü gibi, A ö rencisi herhangi bir matematiksel ifade kullanmamış ve herhangi bir matematiksel işlem yapmamıştır. A’nın herhangi bir seçeneğe ilişkin değerlendirmesinden de soruyu çözmek için çaba göstermediği anlaşılmıştır. A ö rencisi, bu soruya ilişkin sadece matematiksel olmayan “*Bu kitap çok ince bir kitaptır*” şeklindeki ifadeyi kullanarak bir yorumda bulunmuştur. Bu durum A’nın MMB’sinin oldukça düşük düzeyde olduğunu göstermektedir. Nitekim, A ö rencisinin MMBDBÖ’den aldığı puanların ortalaması 0.25 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama belirlenen “*oldukça düşük beceri düzeyi*” aralığına (0.00-0.99) düşmektedir. Dolayısıyla, A ö rencisinin MMB’sinin oldukça düşük düzeyde olduğunu söylenebilir.

7. 25 sayfalık bir kitabın sayfaları 1'den başlamak üzere numaralandırılmak isteniyor. Bu işlem bittiğinde toplam kaç rakam kullanılmış olur? Yazınız.

a) 40

b) 41

c) 42

Hesapladım da 1 den başlarsa  
50 çıkarıyor ama en fazla  
43 olacak bence böyle  
işarettedir.

ekil 4.2. Yedinci Soruya İlişkin B Ö rencisinin Yanıtı

B ö rencisi, kitabın her bir sayfasında yer alan sayının iki rakamdan oluştuğunu (ilk dokuz sayfada birer rakam kullanıldığını farkında olmadan) ve dolayısıyla toplam 50 rakam kullanıldığını düşünmüştür. Bu muhakeme yaklaşımdan hareketle, B ö rencisinin herhangi bir muhakemede bulunmadığını söyleyemeyiz. Ancak yaptığı hesaplamalarla 50 cevabını bulduktan sonra “Hesapladım ve 50 çıkıyor ama iklerde en fazla 43 vardı” şeklinde bir ifade kullanması, B ö rencisinin bu düzeyden sonra muhakemede bulunamadığını göstermektedir. Buradan B’nin MMB’sinin düşük düzeyde olduğu çıkarılabilir. Nitekim, B ö rencisinin MMBDBÖ’den aldığı puanların ortalaması 1.74 olarak hesaplanmıştır. Bu değer “düşük beceri düzeyi” aralığına (1.00-1.99) denk gelmektedir. Dolayısıyla, B ö rencisinin MMB’sinin düşük düzeyde olduğu söylenebilir.

7. 25 sayfalık bir kitabın sayfaları 1'den başlamak üzere numaralandırılmak isteniyor. Bu işlem bittiğinde toplam kaç rakam kullanılmış olur? Yazınız.

- a) 40      b) 41      c) 42      d) 43

$$\begin{array}{r} 25 \\ 25 \\ \hline 50 \end{array} \quad \begin{array}{r} 50 \\ 10 \\ \hline 40 \end{array}$$

ekil 4.3. Yedinci Soruya li kin C Ö rencisinin Yanıtı

C ö rencisinin bu soru için beklenen muhakemeyi kısmi olarak sergiledi i söylenebilir. C ö rencisi her bir sayfadaki sayıda iki rakam kullanıldı ını dü ünerek  $25+25=50$  ekinde bir i lem yapmı tır. C'nin ilk sayfalarda birer rakam kullanıldı ının farkında oldu u yaptı ı  $50-10=40$  i leminden anla ılmaktadır. C'nin ilk 10 sayfada birer rakam kullanıldı ı ekinde eksik muhakemede bulunması (Halbuki ilk 9 sayfada birer rakam kullanılmakta), yanlı sonuca ula masına yola açmı tır. Ayrıca C'nin çözümlerine gerekçe yazmada yetersiz oldu u görülebilir. Bu durum C'nin dil geli imine ba lanabilir. Buradan C'nin MMB'sinin orta düzeyde oldu u çıkarılmaktadır. C'nin MMBDBÖ'den aldı ı puanların ortalaması (2.46) da bu çıkarsamayı desteklemektedir. Bu ortalama "orta beceri düzeyi" aralı ına (2.00-2.99) dü mektedir. Dolayısıyla, C ö rencisinin MMB'sinin orta düzeyde oldu u söylenebilir.



7. 25 sayfalık bir kitabın sayfaları 1'den başlamak üzere numaralandırılmak isteniyor. Bu işlem bittiginde toplam kaç rakam kullanılmış olur? Yazınız.

a) 40      (b) 41      c) 42      d) 43

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20  
 ..... 21 ..... 22 ..... 23 24 25

1 9 10 25

9 rakam + (25-10+1) 2

9 + 16 = 25

9 + 32 = 41

ekil 4.5. Yedinci Soruya li kin E Ö rencisinin Yanıtı

E ö rencisinin bu soruda beklenen muhakeme yaklaşımlarını tam olarak sergilediği söylenebilir. E ö rencisi kitabın ilk 9 sayfasında birer rakam; sonraki sayfalarda iki rakam kullanıldığını farkına varmıştır. Bu durum, E'nin 10. sayfa ile 25. sayfa arasında kaç rakam kullanıldığını bulmak için "terim sayısı bulma" formülünü kullanarak hesap yapmasından anlaşılmaktadır. E'nin yukarıdaki açıklamalarından dü ündüklerini matematiksel dille aktarmada oldukça iyi olduğunu çıkarılmaktadır. Ayrıca E'nin yaptığı çözümün sonucunu de erlendirmek için 1. sayfa ile 25. sayfa arasındaki sayıları yazıp, toplam kaç rakam kullanıldığını hesaplamaya çalıştığını da görülmektedir. Bu yaklaşımlar E'nin MMB düzeyinin oldukça yüksek olduğunu göstermektedir. Nitekim, E'nin MMBDBÖ'nden aldığı puanların ortalaması 4.74 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama "oldukça yüksek beceri düzeyi" aralığına (4.00-5.00) düşmektedir. Dolayısıyla, E ö rencisinin MMB'sinin oldukça yüksek düzeyde olduğunu söylenebilir.

#### 4.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

“İkinci alt problemde 7. sınıf öğrencilerinin olasılıksal muhakeme becerileri ne düzeydedir?” şeklinde ifade edilen ikinci alt probleme çözüm aranırken öğrencilerin OMBDBÖ’nden aldıkları puanların ortalamasının belirlenen beceri düzeylerine göre yüzde ve frekansları hesaplanmıştır.

Çizelge 4.2. Öğrencilerin OMB Düzeylerine İlişkin Betimsel İstatistikler

OMB Düzeyi	Frekans (f)	Yüzdeler (%)
Oldukça Düşük	4	2.4
Düşük	14	8.4
Orta	51	30.5
Yüksek	55	32.9
Oldukça Yüksek	43	25.7
<b>Toplam</b>	<b>167</b>	<b>100.0</b>

Çizelge 4.2’den öğrencilerin %2.4’ünün OMB düzeyi *oldukça düşük*; %8.4’ünün *düşük*; %30.5’inin *orta*; %32.9’unun *yüksek* ve %25.7’sinin *oldukça yüksek* olduğu görülebilir. Bu değerler, öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun (%63.4) orta ve yüksek düzeyde OMB’ye sahip olduklarını göstermektedir.

Yukarıda belirtilen OMB düzeyleri hakkında daha detaylı bilgi sahibi olunması amacıyla her bir düzeyle ilgili öğrenci cevaplarından örnekler verilmiştir. Bu amaçla OMBDBÖ’de yer alan bir soruya (14. soru) ilişkin her bir beceri düzeyinden örnek öğrenci cevapları verilmiş ve bu cevaplar hakkında yorumlar yapılarak çetireli çıkarsamalarda bulunulmuştur. Bu öğrenci cevaplarından bazıları aşağıda verilmiştir.

14



Yukarıdaki sepetten yerine koymamak şartı ile bir kırmızı ve bir mavi top seçilmiştir. Hangi renk topları seçme olasılığımız değişmiştir? Açıklayınız.

**14. Sorunun Cevabı**

4 Yeşil

3 Kırmızı

2 Mavi

ekil 4.6. Ondördüncü Soruya İlişkin F Ö Rencisinin Yanıtı

ekil 4.6’da görüldü ü gibi F ö rencisinin soruyu çözmek için pek fazla çaba harcamadı ı söylenebilir. F ö rencisi açıklama olarak sadece sepette her bir renkten kaçar top bulundu unu yazmı tır. F’nin bu soruya ili kin herhangi bir muhakemede bulunamamasının, olasılık kavramlarıyla ilgili kavram bilgisinin eksikli inden kaynaklandı ı dü ünülmektedir. F ö rencisi olasılıksal dü ünememi ve dolayısıyla herhangi bir i lem yapamamı tır. Bu durum F’nin OMB düzeyinin oldukça dü ük oldu unu göstermektedir. Nitekim, F’nin OMBDBÖ’den aldı ı puanların ortalaması 0.56 olarak hesaplanmı tır. Bu de er belirlenen “*oldukça dü ük beceri düzeyi*” aralı ına (0.00-0.99) dü mektedir. Dolayısıyla, F ö rencisinin OMB’sinin oldukça dü ük düzeyde oldu u söylenebilir.



14



Yukarıdaki sepetten yerine koymamak şartı ile bir kırmızı ve bir mavi top seçilmiştir. Hangi renk topları seçme olasılığımız değişmiştir? Açıklayınız.

**14. Sorunun Cevabı**

bençe östediler gider  
yeşilde c'ite oldu için  
ihtimali daha fazla

ekil 4.7. Ondördüncü Soruya li kin G Ö rencisinin Yanıtı

Yukarıdaki ifadelerden G ö rencisinin olasılıksal düşünmeye yönelik açıklamalar yapamadı ı söylenebilir. Çünkü, topların olasılıklarının hesaplanması gerekirken, G ö rencisi topların sepetteki konumlarını göz önüne alarak bir açıklamada bulunmu tur. G'nin "ye il toplar altta oldu u için ihtimali daha fazla" ekindeki ifadesinden, kırmızı ve mavi renk toplar seçildikten sonra ye il topların ihtimallerinin artacağını dü ündü ü gibi bir kaniya varabilece imiz noktasında kesin bir ey söyleyememekteyiz. ekil 4.7'deki ifadeler, G'nin matematiksel dili kullanmada yetersiz oldu unu göstermektedir. Bu çıkarsamalar, G'nin OMB'sinin iyi olmadığını göstermektedir. G'nin OMBDBÖ'den aldığı puanların ortalaması (1.33) da bu kaniyi desteklemektedir. Bu ortalama "dü ük beceri düzeyi" aralığına (1.00-1.99) denk gelmektedir. Dolayısıyla, G ö rencisinin OMB'sinin dü ük düzeyde oldu u söylenebilir.

14



Yukarıdaki sepetten yerine koymamak şartı ile bir kırmızı ve bir mavi top seçilmiştir. Hangi renk topları seçme olasılığımız değişmiştir? Açıklayınız.

**14. Sorunun Cevabı**

$$\frac{4}{9} \Rightarrow \text{yeşil}$$

$$\frac{2}{9} \Rightarrow \text{Mavi}$$

$$\frac{3}{9} \Rightarrow \text{Kırmızı}$$

ekil 4.8. Ondördüncü Soruya li kin H Ö rencisinin Yanıtı

H ö rencisi farklı renkteki topların seçilme olasılıklarını do ru olarak hesaplayabilmis tir. H ö rencisi örnek uzayın eleman sayısı ile istenen durumların sayısını do ru tespit etmi tir. Dolayısıyla, H'nin bir olayın olasılı ıyla ilgili kavram bilgisinin yeterli oldu unu söyleyebiliriz. Ancak H ö rencisi mavi ve kırmızı toplar çekildikten sonra kalan farklı renkteki topların olasılı nı hesaplamamı tır. Bu durum H'nin toplar çekildikten sonra sepette kalan toplara ili kin olasılıksal dü ünemedi inin göstergesi olabilir. Buradan H'nin OMB'sinin orta düzeyde oldu u çıkarılabilir. Nitekim, H'nin OMBDBÖ'den aldı ı puanların ortalaması 2.45 olarak hesaplanmı tır. Bu de er “orta beceri düzeyi” aralı na (2.00-2.99) dü mektedir. Dolayısıyla, H ö rencisinin OMB'sinin orta düzeyde oldu u söylenebilir.

14



Yukarıdaki sepetten yerine koymamak şartı ile bir kırmızı ve bir mavi top seçilmiştir. Hangi renk topları seçme olasılığımız değişmiştir? Açıklayınız.

**14. Sorunun Cevabı** M ile Y

$$k = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} = \frac{2}{7}$$

$$m = \frac{2}{9} \quad / \quad \frac{1}{7}$$


$$y = \frac{4}{9} \quad / \quad \frac{4}{7}$$

ekil 4.9. Ondördüncü Soruya li kin I Ö rencisinin Yanıtı

I ö rencisinin örnek uzayı do ru belirleyip, istenen olayların olasılı mını do ru hesaplayabildi i ekil 4.9'dan görülebilir. I ö rencisi kırmızı ve mavi toplar çekildikten sonra sepette kalan farklı renkteki topların seçilme olasılıklarını da do ru hesaplayabilmi tir. I'nın bu olasılık de erlerini do ru olarak hesaplaması olasılık kavramlarıyla ilgili kavram bilgisinin ve i lem bilgisinin iyi oldu unu göstermektedir. Bu yeterlili in bir sonucu olarak I ö rencisi mavi ve ye il topların seçilme olasılı mının de i ti ini belirtmi ve ikinci durumda (toplar çekildikten sonra) olasılıkları tekrar do ru hesaplamı tır. I'nın kırmızı topların olasılı mını ikinci durumda tekrar do ru hesaplayabilmesine ra men, kırmızı topların olasılı mının de i ece iyle ilgili herhangi bir açıklama yapmaması a ırtıcı bir sonuç olarak kar ımıza çıkmaktadır. Ancak yapılan açıklamalara bakıldı ında I'nın yeterince olasılıksal dü ünebildi i görülebilir. I'nın OMBDBÖ'den aldı ı puanların ortalaması (3.36) da bu kaniya bir dayanak olarak gösterilebilir. Nitekim, bu ortalama "yüksek beceri düzeyi" aralı ına (3.00-3.99)

dü mektedir. Dolayısıyla, I ö rencisinin OMB'sinin yüksek düzeyde oldu u söylenebilir.

14



Yukarıdaki sepetten yerine koymamak şartı ile bir kırmızı ve bir mavi top seçilmiştir. Hangi renk topları seçme olasılığımız değişmiştir? Açıklayınız.

**14. Sorunun Cevabı**

Seçimden önce:  
 $P = \frac{4}{10}$        $Q = \frac{3}{10}$        $R = \frac{3}{10}$

Seçimden sonra:  
 $P = \frac{3}{9}$        $Q = \frac{2}{9}$        $R = \frac{4}{9}$

Seçimden önceki olasılıkların değiştiği görülmektedir.

ekil 4.10. Ondördüncü Soruya li kin J Ö rencisinin Yanıtı

ekil 4.10'da yapılan açıklamalardan J ö rencisinin OMB düzeyinin oldukça yüksek oldu u çıkarılabilir. Çünkü J ö rencisi, bu soruda beklenen tüm açıklama ve i lemleri yapmıştır. J ö rencisi istenen durumların sayısını ve örnek uzayın eleman sayısını kırmızı ve toplar çekilmeden önce ve çekildikten sonra do ru olarak hesaplamıştır. Yaptı ı açıklamalardan J'nin olasılık kavramlarıyla ilgili kavram bilgisinin ve i lem bilgisinin iyi oldu u rahatlıkla söylenebilir. Bu kavramsal ve i lemsel bilgiler J'nin daha iyi olasılıksal dü ünmesini sa lamaktadır. Nitekim, J'nin OMBDBÖ'den aldığı puanların ortalaması 4.37 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama "oldukça yüksek beceri düzeyi" aralı na (4.00-4.99) denk gelmektedir. Dolayısıyla, J ö rencisinin OMB'sinin oldukça yüksek düzeyde oldu u söylenebilir.

### 4.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Ara tırmanın üçüncü alt problemi “İkinci sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerileri ile olasılıksal muhakeme becerileri arasında nasıl bir ilişki vardır?” şeklinde ifade edilmiştir.

Bu alt probleme çözüm aranırken öğrencilerin MMBDBÖ ile OMBDBÖ’ne ilişkin toplam puanlarının ortalamaları arasındaki ilişki, Pearson korelasyon katsayısı hesaplanarak tespit edilmiştir. Her bir ölçekten alınan toplam puanların ortalamaları arasındaki ilişkiyi gösteren Pearson korelasyon katsayısı Çizelge 4.3’te verilmiştir.

Çizelge 4.3. Öğrencilerin MMBDBÖ ile OMBDBÖ’ne İlişkin Toplam Puanlarının Ortalamaları Arasındaki Pearson Korelasyon Sonuçları

		MMBDBÖ’ne İlişkin Ortalama ( $\bar{x}$ )	OMBDBÖ’ne İlişkin Ortalama ( $\bar{x}$ )
MMBDBÖ’ne İlişkin Ortalama ( $\bar{x}$ )	Pearson Korelasyon	1	<b>.685(**)</b>
	p		.000
	N	167	167
OMBDBÖ’ne İlişkin Ortalama ( $\bar{x}$ )	Pearson Korelasyon	<b>.685(**)</b>	1
	p	.000	
	N	167	167

\*\* Korelasyon .01 düzeyinde anlamlıdır.

Çizelge 4.3’te görüldüğü gibi ara tırmanmaya katılan öğrencilerin MMB’leri ile OMB’leri arasında pozitif yönde yüksek bir ilişkinin olduğu görülmüştür (**r=.685, p=.000**). Ölçeklere ilişkin toplam puanların ortalamaları arasında pozitif yönde yüksek bir ilişkinin olduğu nitel bulgularla da doğrulanmaktadır. Ara tırmanın temel amaçlarından biri de öğrencilerin nasıl muhakemede bulduklarını elde etmek olduğundan, öğrencilerden problemler konusunda ne düşündüklerini yazmaları istenmiştir. Bu bağlamda aşağıda aynı öğrencilerin her iki ölçekte yer alan bazı sorulara

ili kin cevaplarından örnekler gösterilmiştir. Ayrıca bu öğrencilerin her bir ölçekten aldıkları puanların ortalamaları da verilerek bu ilkinin daha net bir şekilde görülebileceği düşünülmektedir. Aşağıda bu örneklerden bazılarının yer verilmiştir.

11. Ahmet, tanesini 5 TL ve 10 TL den aldığı kitapların tamamına 235 TL ödemiştir. Buna göre, Ahmet en az kaç tane kitap almıştır? Yazınız.

a) 23      b) 24      c) 45      d) 46

10 50  
x 5 -15  
50 45

10'dan 5'i çarpıyorum. Kalan 50'ye. Bende 50'den 15'i çıkardım. Kalan'da 45'tir.

.....

.....

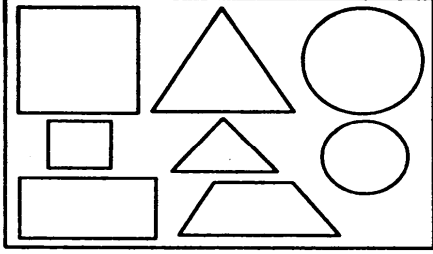
ekil 4.11. MMBDBÖ'ndeki Onbirinci Soruya İlişkin Öğrencinin Yanıtı

Onbirinci soruda maliyeti 235 TL olan kitaplardan en az kaç tane alındığı sorulmaktadır. Bu soruda öğrencilerden 10 TL'lik kitaplardan en fazla, 5 TL'lik kitaplardan ise geriye kalan paradan almak gerektiği şeklinde bir muhakemede bulunmaları beklenmektedir. Öğrencinin yukarıda yaptığı açıklamalara bakıldığında, öğrencinin cevaplarına neden yazma noktasında yetersiz olduğu görülebilir. Öğrencinin herhangi bir plan yapmadığı ve herhangi bir muhakemede bulunmadığı söylenebilir. Bu durum, öğrencinin bu soruya ilişkin sadece basit düzeyde dört işlemi kullanarak seçeneklerden birine ulaşmaya çalışmasından anlaşılabilir. Öğrencinin 10 ile 5'in çarpımını doğru bulup, 50 ile 15'in farkını yanlış hesaplamasından, öğrencinin işlem bilgisinin eksikliğinden mi yoksa seçeneklerden birine ulaşmaya çalışması için yaptığı yanlış tanımlı kaynaklandığı bilinmemektedir. Ancak öğrencinin büyük bir ihtimalle muhakemede bulunmadığı için bu yanlış yapıldığı söylenebilir. Ayrıca öğrencinin bu soruya ilişkin yanıtı, muhakeme becerisini ölçmede anlamlı olarak açık uçlu soruların kullanılmasının önemini bir kez daha ortaya çıkarmaktadır. Eğer bu soru sadece çoktan seçmeli bir soru olsaydı, öğrencinin bu soruya ilişkin doğru muhakemede bulunup

bulunmadı ı ö renilemezdi. Bunun yanı sıra, yaptığı ı açıklamalar K'nın çözümünü ifade etmek için yeterli matematiksel ileti ini sergileyemedi ini göstermektedir. Muhakemede bulunamadı ı için K'nın yaptığı ı çözümleri uygun matematiksel dille ifade etmesi de beklenemez. K'nın MMB'sine ili kin yukarıda yapılan çıkarsamalar, MMBDBÖ'nden aldığı ı puanların ortalaması tarafından da do rulanmaktadır. Nitekim K'nın bu ölçekten aldığı ı puanların ortalaması 0.37 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama "oldukça düşük beceri düzeyi" aralığına (0.00-0.99) düşmektedir. Dolayısıyla, K öğrencisinin MMB'sinin oldukça düşük düzeyde olduğu söylenebilir.

K öğrencisinin OMB düzeyine de bakılarak öğrencinin iki becerisi arasında nasıl bir ili kinin olduğu tespit edilebilir. Aşağıda K'nın OMBDBÖ'ndeki onbe inci soruya ili kin cevabı verilmiştir.

15



Panodan rastgele seçilen bir geometrik şeklin üçgen olma olasılığı nedir? Açıklayınız.

**15. Sorunun Cevabı**

üçgen seçme olasılığı 2'dir.

ekil 4.12. OMBDBÖ'ndeki Onbe inci Soruya İli kin K Öğrencisinin Yanıtı

ekil 4.12'deki bu soruda öğrencinin bir olayın olasılığına karar verirken nasıl düşündüğü ortaya çıkarılmak istenmiştir. Burada öğrencilerin istenen durumların sayısı ile örnek uzayın eleman sayısı arasındaki ili kiyi matematiksel olarak ifade etmeleri beklenmektedir. Yapılan açıklamalardan K öğrencisinin olasılık kavramlarıyla ilgili

kavram bilgisinin son derece yetersiz oldu u anla ılmaktadır. Nitekim, K ö rencisi istenen durumların sayısını bir olasılık de eri olarak belirtmi tir. K ö rencisi ya örnek uzay kavramı hakkındaki kavram bilgisinin yetersizli inden ya da bu kavramı i e ko aca ını dü ünemedi inden yanlı bir cevap vermi tir. Bu ba lamda K ö rencisi, panodan rastgele seçilen bir eklin üçgen olma olasılı ını “2” olarak dile getirmi tir. Halbuki bilindi i gibi bir olayın olasılı ı “0” ile “1” arasında de erler alır. Bu durum K’nın bir olayın olasılı ıyla ilgili kavram bilgisinin oldukça yetersiz oldu unu göstermektedir. Ayrıca K’nın bu soruda fazla açıklama yapmaması çözüm için herhangi bir çaba içerisine girmedi i kanısını olu turmaktadır. K’nın OMBDBÖ’nden aldı ı puan ortalaması (0.87) da OMB’si hakkında yukarıda yapılan yorumları desteklemektedir. Bu ortalama “*oldukça dü ük beceri düzeyi*” aralı ına (0.00-0.99) denk gelmektedir. Dolayısıyla, K ö rencisinin OMB’sinin oldukça dü ük düzeyde oldu u söylenebilir.

K ö rencisinin MMBDBÖ’nden aldı ı puan ortalaması ile OMBDBÖ’nden aldı ı puan ortalamasına bakıldı ında ö rencinin iki ölçekte de beceri düzeyi olarak “*oldukça dü ük beceri düzeyinde*” oldu u görülmü tür. Bu durum, MMB ile OMB arasında bir ili kinin olabilece ine dair ilk ipucunu vermektedir. Ba ka ö rencilerin de bu ba lamda de erlendirilmesiyle bu ili ki hakkında daha net bir ey söylenebilir.



16. Yılmaz ailesi altıncı çocuklarını beklemektedir. İlk beş çocukları erkektir.

Altıncı çocuk için aşağıdakilerden hangisi doğrudur? Neden?

a) Altıncı çocuk muhtemelen kız olacak.

b) Altıncı çocuk muhtemelen erkek olacak.

c) Altıncı çocuk erkek ya da kız olabilir, fark etmez.

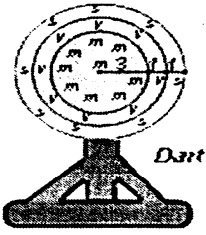
Çünkü beş erkek çocuktan sonra muhtemelen yine bir erkek gelir.....

ekil 4.13. MMBDBÖ'ndeki Onaltıncı Soruya li kin L Ö rencisinin Yanıtı

Bu soru ö rencilerin tahmin becerilerini kullanmalarını gerektiren bir sorudur. Burada ö rencilerin önceki deneylerde çıkan sonuçların sonraki deneylerde elde edilecek sonuçları etkilemeyeceğinin farkına varmaları beklenmektedir. L ö rencisinin açıklamalarına bakıldığında, ö rencinin uygun matematiksel muhakemede bulunduğu söylenemez. L ö rencisi bu soruyu matematiksel olmayan öznel düşünceleriyle cevaplamıştır. Bu tür sorularda genellikle iki tip yanlış cevapla karşılaşmaktadır. Birincisi, ilk beş çocuğun hepsi erkek olduğu için bu kez (altıncı çocuğun) kız olma olasılığının daha çok olduğunun (negatif yanılsama); ikincisi ise ilk beş çocuk erkek olduğu için sonraki çocukların cinsiyetinin de aynı olacağı yani erkek olmasının (pozitif yanılsama) düşünülmesidir. Halbuki, olasılıksal düşünün biri her çocuk için erkek ya da kız olma olasılığının eşit ve "1/2" olduğunu dolayısıyla önceki çocukların cinsiyetlerinin sonraki çocukların cinsiyetini etkilemediğini bilir. L ö rencisi bu soruda gerekçe olarak "be erkek çocuktan sonra muhtemelen yine bir erkek gelir" ifadesindeki matematiksel olmayan bir ifade kullanmıştır. Bu durum da L'nin kavram bilgisinin yetersiz olduğunu göstermektedir. L'nin MMBDBÖ'nden aldığı puanların ortalamasına (1.37) bakıldığında da MMB düzeyinin düşük düzeyde olduğu görülebilir. Çünkü bu ortalama "düşük beceri düzeyi" aralığına (1.00-1.99) düşmektedir. Dolayısıyla, L ö rencisinin MMB'sinin düşük düzeyde olduğu söylenebilir.

L'nin MMB düzeyi belirlendikten sonra OMB düzeyine de bakılarak, iki becerisi arasında nasıl bir ilişkinin olduğu daha açık bir şekilde ortaya konulabilir. Ayrıca L öğrencisinin OMBDBÖ'ndeki onuncu soruya ilişkin cevabı verilmiştir.

10



Yarıçap uzunlukları yukarıdaki gibi olan darta "m" mavi rengi, "y" yeşil rengi ve "s" sarı rengi temsil etmektedir. Yapılan her atış, sarı, yeşil veya mavi bölgelerden birine isabet ettiğine göre rastgele yapılan bir atışın hangi renk bölgeye isabet etme olasılığı en azdır? Açıklayınız.

**10. Sorunun Cevabı** *Mavi gelme olasılığı daha çoktur. Bir insan değil yanlara atma ortaya atma olasılığı daha çoktur.*

ekil 4.14. OMBDBÖ'ndeki Onuncu Soruya İlişkin L Öğrencisinin Yanıtı

ekil 4.14'te gösterilen soruda, yapılan bir atışın dart üzerindeki hangi renk bölgeye isabet etme olasılığının en az olduğu sorulmaktadır. Burada öğrencilerden her bir renkteki bölgenin alanını hesapladıktan sonra, yapılan atışın bu bölgelere isabet etme olasılıklarını ayrı ayrı bulmaları beklenmektedir. Yapılan açıklamalara bakıldığında, L öğrencisinin herhangi bir şekilde geometrik bilgiyi kullanmadığı görülmektedir. Dolayısıyla, L'nin geometrik kavramlarla ilgili kavram bilgisinin eksik olduğu söylenebilir. Bu bağlamda öğrencinin en azından yarıçaplar hakkında bazı ifadeler kullanması gerekirdi. Ancak bu kavram bilgisine sahip olmadan öğrenciden bu soruya ilişkin doğru çözümler sunması beklenemez. Bu bilgiye sahip olmakla birlikte olasılık kavramlarıyla ilgili kavram bilgisinin de geliştirilmesi gerekmektedir. Bu iki kavram bilgisine sahip olmakla ancak farklı renkteki bölgelerin olasılığının hesaplanabilir.

Yukarıdaki ifadelerden L'nin dü ündüklerini matematiksel dille aktaramadı ı da anla ılmaktadır. Buradan L'nin OMB'sinin dü ük düzeyde oldu u söylenebilir. Nitekim, L'nin OMBDBÖ'nden aldı ı puanların ortalaması 1.26 olarak hesaplanmı tır. Bu ortalama ise “dü ük beceri düzeyi” aralı ına (1.00-1.99) dü mektedir.

L'nin MMBDBÖ'nden aldı ı puan ortalaması ile OMBDBÖ'nden aldı ı puan ortalamasına bakıldı ında, ö rencinin iki ölçekte de beceri düzeyi olarak “dü ük beceri düzeyinde” oldu u görülmü tür. Bu durum, MMB ile OMB arasında bir ili kinin oldu una dair ikinci ipucunu sunmaktadır. Böyle bir ili kinin varlı ına, ba ka ö rencilerin her iki ölçekteki di er bazı sorulara ili kin sonuçları kar ıla tırılarak karar verilebilir.

4. Erdem, bir ekmek kuyruğunda baştan 17. ve sondan 12. olduğunu hesaplıyor. Yanlış hesaplamadığına göre kuyrukta kaç kişi vardır? Yazınız.

a) 26                      b) 27                      c) 28                      d) 29

.....  
.....  
.....

$17 + 12 = 29$

ekil 4.15. MMBDBÖ'ndeki Dördüncü Soruya li kin M Ö rencisinin Yanıtı

Yukarıda verilen soruda ö rencilerden Erdem'in ekmek kuyru unda iki kez sayıldı ını fark etmeleri beklenmektedir. Burada M ö rencisinin herhangi bir muhakemede bulunmadı ı söylenemez. Nitekim, M'nin  $17+12=29$  i lemini yapmasından, ba tan ve sondan itibaren sıra sayısını toplamak gerekti ini dü ünebildi i anla ılmaktadır. Bu dü ünçe M'nin muhakemede bulundu unu göstermektedir. Ancak M'nin Erdem'in kuyrukta iki kez sayıldı ını fark etmemesi eksik muhakemede bulundu unun bir göstergesi sayılabilir. Seçeneklerde “29” cevabı olmasaydı M

ö rencisi, belki de Erdem'in iki kez sayıldı nı fark ederek do ru sonucu "28" bulabilirdi. Ö rencilerin büyük bir kısmının Erdem'in iki kez sayıldı nı fark edemeyecekleri dü ünüldü ünden, bu soruda "29" cevabı çeldirici olarak yer almı tır. Bu durum, seçeneklerin özenle seçilmesinin MMB'sini ortaya çıkarmada ne kadar etkili oldu unu göstermektedir. Ayrıca sorular sadece çoktan seçmeli soru tipinden olsaydı, ö rencilerin ço u "29" cevabının yer aldı ı seçene i i aretler ve dolayısıyla yanlı sonuca ula mı olurlardı. Buradan, muhakeme becerisini ölçmede açık uçlu sorular ile çoktan seçmeli soruların birlikte kullanılmasının önemi bir kez daha ortaya çıkmaktadır. Ö rencinin bu soruda eksik muhakemede bulunmasından kesi im kavramıyla ilgili kavram bilgisinin yetersiz oldu u çıkarılabilir. Bunun yanı sıra M'nin yazdıklarına neden bulmaktan kaçındı ı yapılan çözümden anla ılmaktadır. Ö rencinin  $17+12=29$  ekindeki çözümünün nedenini yazması, bu soruda beklenen bir beceridir. Dolayısıyla, ö rencinin dü ündüklerini ifade etme noktasında yetersiz oldu u söylenebilir. Bu durumun dil geli imiyle de ilgili olabilece i dü ünülmektedir. M'nin MMBDBÖ'nden aldı ı puanların ortalaması 2.66 olarak hesaplanmı tır. Bu de er "orta beceri düzeyi" aralı na (2.00-2.99) dü mektedir. Dolayısıyla, M ö rencisinin MMB'sinin orta düzeyde oldu u söylenebilir.

M ö rencisinin OMB düzeyine de bakılarak ö rencinin iki becerisi arasındaki ili ki hakkında genel bir kana ya varılabilir. A a ıda M'nin OMBDBÖ'ndeki dokuzuncu soruya ili kin cevabı verilmi tır.

9

Geometrik şekillerin üzerindeki K, kırmızı, M, mavii ve S sarıyı temsil etmektedir.

Panodan rastgele seçilen bir geometrik şeklin kırmızı veya mavii olma olasılığı nedir? Açıklayınız.

**9. Sorunun Cevabı**

$\frac{S}{1S}$  Kırmızı  
 $\frac{S}{1S} = \text{Sarı}$   
 $\frac{S}{1S}$  Mavi

Yani kırmızı veya mavii yada Sarı gelebilir.

ekil 4.16. OMBDBÖ'ndeki Dokuzuncu Soruya li kin M Ö rencisinin Yanıtı

Bu soruda ö rencilerin ayırık olaylara ili kin olasılıksal dü ünmeleri ortaya çıkarılmak istenmi tir. Burada ö rencilerden geometrik ekillerin yer aldı ı panoyla ilgili istenen olasılı ı hesaplamaları beklenmektedir. M ö rencisinin yaptı ı açıklama ve i lemlerden, istenen olasılı ın ayırık olayların olasılı ı oldu unu fark etti iyle ilgili kesin bir ey söylemek mümkün de ildir. Ancak M'nin bir olayın olasılı ı ile ilgili kavram bilgisinin yeterli oldu u söylenebilir. M ö rencisi bir olayın olasılı ının istenen durumların sayısının örnek uzaydaki tüm durumların sayısına oranı oldu unu kavramı görmektedir. Çünkü, her bir renkteki geometrik ekin gelme olasılı ını do ru hesaplamı tır. Hatta soruda istenmemesine ra men sarı renkli geometrik ekillerin seçilme olasılı ını da do ru hesaplamı tır. M ö rencisinin ayırık olaylarla ilgili kavram bilgisinin eksikli inden dolayı istenen olasılı ı yazamadı ı söylenebilir. M ö rencisi soruyu ya tam anlamadı ndan ya da ayırık olayla ilgili kavram bilgisinin eksikli inden sadece her bir renkteki geometrik ekin gelme olasılıklarını kar ıla tırıp, soruda istenmeyen bir sonuca varmı tır. Bu durumun olu masında kavram bilgisinin eksik

olmasının daha etkili oldu u dü ünülmektedir. Bu ba lamda M'nin OMB'sinin orta düzeyde oldu u söylenebilir. Bu çıkarsama M'nin OMBDBÖ'nden aldı 1 puanların ortalamasından (2.73) anla ılabilir. Bu puan ortalaması “orta beceri düzeyi” aralı ma (2.00-2.99) dü mektedir. Dolayısıyla, M ö rencisinin OMB'sinin orta düzeyde oldu u söylenebilir.

M ö rencisinin MMBDBÖ'nden aldı 1 puan ortalaması ile OMBDBÖ'nden aldı 1 puan ortalamasından, ö rencinin iki ölçekte de beceri düzeyi olarak “orta beceri düzeyinde” oldu u anla ılmı tır. Bu noktadan itibaren, MMB ile OMB arasında bir ili kinin oldu unu söyleyebiliriz. Bu ili kinin varlı mı ba ka ö rencilerin sonuçlarını da kar ıla tırarak daha açık bir ekilde gösterebiliriz.

3. Bir okulda 1100 tane öğrenci olup her sene 5 öğrenci eksilmektedir. Diğer bir okulda ise 700 öğrenci olup her sene 15 öğrenci artmaktadır. Kaç sene sonra bu iki okuldaki öğrenci sayıları eşit olur? Yazınız.

a) 12      b) 15      c) 18      d) 20

$x = 90$  den yıl sayısı olsun

$1100 - 5x = 700 + 15x$

$400 = 20x$       20

$\begin{array}{r} 60 \\ + 15 \\ \hline 110 \\ \hline 220 \end{array}$


ekil 4.17. MMBDBÖ'ndeki Üçüncü Soruya li kin N Ö rencisinin Yanıtı

Burada ö rencilerden soruda verilen ö renci sayılarının kaç sene sonra e it olaca mını, “sene” için bilinmeyen bir ifade kullanıp gereken i lemleri yaparak bulmaları beklenmektedir. N ö rencisinin yaptı ı çözümlerden MMB'sinin iyi düzeyde oldu u söylenebilir. Nitekim, N ö rencisi beklendi i gibi “sene” için bir bilinmeyen ifade (x) kullanarak i lem yapmı tır. N'nin yaptı ı çözüme bakıldı nda, i lem bilgisinin de

yeterli oldu u anla ılmaktadır. N'nin sözel olan problem cümlesini matematiksel dil kullanarak ifade edebilmesinden ileti im becerisinin de iyi oldu u çıkarılmaktadır. N'nin MMBDBÖ'nden aldığı puanların ortalaması 3.62 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama "yüksek beceri düzeyi" aralığına (3.00-3.99) denk gelmektedir. Dolayısıyla, N öğrencisinin MMB'sinin yüksek düzeyde oldu u söylenebilir.

E öğrencisinin OMB'sine de bakılarak öğrencinin iki becerisi hakkında net bir şey söylenebilir. A a ıda E'nin OMBDBÖ'ndeki dokuzuncu soruya ilişkin cevabı verilmiştir.

9



Geometrik şekillerin üzerindeki K, kırmızı, M, mavims ve S sarıyı temsil etmektedir.

Panodan rastgele seçilen bir geometrik şeklin kırmızı veya mavims olma olasılığı nedir? Açıklayınız.

9. Sorunun Cevabı

$$\frac{5}{15} + \frac{5}{15} = \frac{10}{15}$$

Kırmızı veya mavims gelir ✓  
kesişimi yok

ekil 4.18. OMBDBÖ'ndeki Dokuzunca Soruya İlişkin N Öğrencisinin Yanıtı

ekil 4.18'deki soru öğrencilerin ayrık olay kavramı hakkındaki olasılıksal dü ünmeleriyle ilgilidir. Bu soruda öğrencilerden farklı renkteki geometrik şekillerin seçilmelerinin ayrık olaylar oldu unu fark ederek çözüm yapmaları beklenmektedir. Yapılan işlem ve kullanılan ifadelerden, N öğrencisinin panodan rastgele seçilen bir

geometrik eklin kırmızı veya mavi olmasının ayırık olaylar oldu unun farkına vardı ı anla ılmaktadır. N'nin bu iki olayın kesi imlerinin olmadı nı belirtmesi de ayırık olaylarla ilgili kavram bilgisinin yeterli oldu unu göstermektedir. Her bir olayın olasılı mı do ru hesaplaması ise bir olayın olasılı ı kavramıyla ilgili bilgisinin ve i lem bilgisinin yeterli düzeyde oldu unun bir göstergesi sayılabilir. Tüm bu yeterliliklerden N'nin OMB'sinin iyi düzeyde oldu u anla ılmaktadır. Nitekim, N'nin OMBDBÖ'nden aldı ı puan ortalaması 3.81 olarak bulunmu tur. Bu ortalama “yüksek beceri düzeyi” aralı ma (3.00-3.99) dü mektedir. Dolayısıyla, N ö rencisinin OMB'sinin yüksek düzeyde oldu u söylenebilir.

N ö rencisinin MMBDBÖ'nden aldı ı puan ortalaması ile OMBDBÖ'nden aldı ı puan ortalaması, ö rencinin iki ölçekte de beceri düzeyi olarak “yüksek beceri düzeyinde” oldu unu göstermi tir. Bu sonuç, MMB ile OMB arasında daha önceden saptanan ili kinin varlı nı güçlendirmi tir. Ba ka ö rencilerin sonuçları kar ıla tırılarak bu ili kinin varlı ı daha da güçlendirilebilir.

10. Alanı  $39 \text{ m}^2$  olan kare şeklindeki bir bahçenin bir kenarının uzunluğu, kaç metredir? Yazınız.

a) 4 m ile 5 m arasında                      b) 5 m ile 6 m arasında  
c) 6 m ile 7 m arasında                      d) 7 m ile 8 m arasında

$\sqrt{36} < \sqrt{39} < \sqrt{49}$   
6 - ile 7 arasında

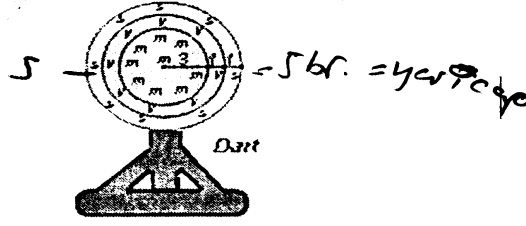
ekil 4.19. MMBDBÖ'ndeki Onuncu Soruya İlişkin P Ö rencisinin Yanıtı

ekil 4.19'daki soru ö rencilerin alı kın oldukları tam kare ifadelerden ziyade tam kare olmayan ifadeler hakkında nasıl muhakemede bulduklarıyla ilgilidir. Bu soruda ö rencilerden tam kare olmayan bir ifadeyi tam kare ifadelerle ili kilendirerek



bir sonuca varmaları beklenmektedir. Burada P ö rencisinin beklenen muhakemede bulundu u söylenebilir. P ö rencisi, öncelikle alanı verilen kare ekindeki bahçenin bir kenarının uzunlu unu bulmak için bu alan ölçüsünün karekökünü alması gerekti ine karar vermi tir. Aslında bu dü ünçe bu sorunun çözümünde yapılması gereken en önemli adımlardan biridir. Burada P'nin alan ölçüsünün karekökünü alması karenin alanı ile ilgili kavram bilgisinin iyi düzeyde oldu nu göstermektedir. Tam kare olmayan alan ölçüsünü ( $39 \text{ m}^2$ ) tam kare ifadelerle ili kilendirmesinden, P'nin MMB'sinin oldukça iyi düzeyde oldu u anla ılmaktadır. P'nin tam kare olmayan bu ifadeyi hangi tam kare ifadelerle ili kilendirece ine do ru olarak karar verebilmesi de muhakeme düzeyinin oldukça iyi oldu u fikrini güçlendirmektedir. Ayrıca P'nin “<” sembolünü do ru kullanması, ö rencinin “sıralama” ile ilgili kavram bilgisinin de iyi düzeyde olmasıyla açıklanabilir. P'nin MMBDBÖ'nden aldı ı puanların ortalaması 4.54 olarak hesaplanmı tir. Bu puan ortalaması “*oldukça yüksek beceri düzeyi*” aralı ına (4.00-5.00) dü mektedir. Dolayısıyla, P ö rencisinin MMB'sinin oldukça yüksek düzeyde oldu u söylenebilir.

Son olarak, P ö rencisinin OMB düzeyine de bakılarak MMB ile OMB hakkında genel bir de erlendirme yapılabilir. A a ıda P'nin OMBDBÖ'ndeki onuncu soruya ili kin cevabı verilmi tir.



Yarıçap uzunlukları yukarıdaki gibi olan dartta "m" mavi rengi, "y" yeşil rengi ve "s" sarı rengi temsil etmektedir. Yapılan her atış, sarı, yeşil veya mavi bölgelerden birine isabet ettiğine göre rastgele yapılan bir atışın hangi renk bölgeye isabet etme olasılığı en azdır? Açıklayınız.

#### 10. Sorunun Cevabı

$$\begin{aligned}
 \text{Hepsinin alanı} &= \pi r^2 & \pi &= 3 \text{ olsun} \\
 \pi \cdot 25 &= 75 = \text{hepsinin alanı} \\
 \text{Sarı'nın alanı} &= 75 - 48 = 27 \\
 \text{Mavi'nin alanı} &= 27 \\
 \text{Yeşil'in alanı} &= \frac{27}{54} = 75 - 54 = 21 \text{ dir.} \\
 & \text{Sarı} = 27 \\
 & \text{Mavi} = 27 \\
 & \text{Yeşil} = 21 \\
 & \boxed{\text{Cevap} = \text{Yeşil olur}}
 \end{aligned}$$

ekil 4.20. OMBDBÖ'ndeki Onuncu Soruya İlişkin P Ö rencisinin Yanıtı

Yukarıda verilen soru olasılık kavramlarıyla ilgili kavram bilgisinin yanı sıra iyi düzeyde geometrik bilgiye sahip olmayı gerektirdiğinden üst düzey düşünmeyi gerektiren bir sorudur. Ayrıca bu soruda öğrencilerin temel bilgilerinin de yeterli düzeyde olması gerekir. Burada P örencisi halka şeklindeki farklı renkte bölgelere ayrılmış darta, her bir rengin bulunduğu bölgenin alanını bulmak için öncelikle yarıçap uzunluklarının hesaplanması gerektiğini dönebilmiştir. Nitekim bu soruya ilişkin çözümlere baktığımızda, darta her bir bölgede bulunan "m", "y" ve "s" harflerini sayarak soruda istenen olasılığı karar veren öğrenciler bulunmaktadır. Bu bağlamda P'nin çözüme doğrudan olarak bağlı olduğu söylenebilir. Yapılan çözümlerden, P'nin dairesel bölgelerin alanları ile halkasal bölgelerin alanlarının farklı şekillerde ölçüleceğini bildiğini anlaşılmaktadır. Çünkü, P örencisi tüm dairenin alanını " $\pi r^2$ "

formülüyle hesaplarken; sarı renkli halkanın alanını, tüm dairenin alanından mavi ve ye il renkli bölgelerin alanları toplamını çıkararak bulmu tur. P'nin bu dü üncesi oldukça iyi muhakemede bulundu unu göstermektedir. P ö rencisi mavi bölgenin bir dairesel bölge oldu unu bilerek, bu bölgenin alanını da “ $\Pi r^2$ ” formülüyle hesaplamı tur. Ye il bölgenin alanını ise tüm alandan mavi ve sarı renkli bölgelerin alanları toplamını çıkararak do ru bir ekilde bulmu tur. P'nin soruda verilmeyen  $\Pi$ 'nin de erini 3 olarak almasına, bulundu u ö renim düzeyine ba lı olarak bu tür sembollerini kullanmaya pek alı kın olmayı ı neden olarak gösterilebilir. Bunun bir di er nedeni de ö renme ortamlarında  $\Pi$  için genellikle “3” de erinin kullanılmasının yol açtı ı bir alı kanlık olabilir. Birden fazla i lem gerektiren bu soruda, P'nin do ru muhakemelerde bulunup do ru sonuca ula ması esnasında i lem hatası yapmamasından i lem bilgisinin de oldukça iyi düzeyde oldu u anla ılmaktadır. Ayrıca P ö rencisinin de N ö rencisi gibi soru cümlesinin altını çizmesi, soruyu tam olarak anlayabilmek için u ra tı nı göstermektedir. P'nin OMBDBÖ'nden aldı ı puan ortalaması 4.66 olarak bulunmu tur. Bu ortalama “*oldukça yüksek beceri düzeyi*” aralı ına (4.00-5.00) dü mektedir. Dolayısıyla, P ö rencisinin olasılıksal muhakeme becerisinin oldukça yüksek düzeyde oldu u söylenebilir.

P'nin MMBDBÖ'nden aldı ı puan ortalaması ile OMBDBÖ'nden aldı ı puan ortalaması, ö rencinin iki ölçekte de beceri düzeyi olarak “*oldukça yüksek beceri düzeyinde*” oldu unu göstermi tir. Bu sonuç, MMB ile OMB arasında saptanan ili kinin varlı ı hakkında net bir ey söylememize imkan tanımı tur.

Aynı ö rencilerin her iki ölçe e (*MMBDBÖ ve OMBDBÖ*) ili kin birbirine oldukça yakın ortalamaları ve yapılan çözümlere ili kin de erlendirmeler, MMB ile OMB arasında pozitif yönde yüksek bir ili kinin oldu unu açıkça göstermektedir.

## BE NC BÖLÜM

### TARTI MA, SONUÇ VE ÖNER LER

Bu bölümde ara tırmadan elde edilen sonuçlar ve yapılan analizlerle ula ılan bulgular, literatürde ilgili alanlarda yapılan bazı çalı malarla ili kilendirilerek tartı ılmı tır. Ayrıca elde edilen sonuçlardan hareketle birtakım önerilerde bulunulmu tur.

#### 5.1. Tartı ma

Dü ünme, hakkında yeteri kadar bilgi sahibi olunmayan bir olay ya da durum kar ısında bilinçli olarak verilen bir karar olarak tanımlanmaktadır (Baron 1985). Matematik ise dü ünebilme yetene ini geli tiren en önemli araçlardan biridir. Dolayısıyla matematik, zihnin bir gere i olan dü ünme eylemini içermektedir. Bu dü ünme eyleminin belli bir amaca yönelik olarak planlı, programlı adımlar dâhilinde ve mantık çerçevesinde dü ünüp karar verilerek veya bir olay, problem ya da durumu “Neden” ve “Nasıl” soruları etrafında detaylandırıp anlamlandırarak gerçekte tirilen hali ise muhakeme ya da akıl yürütme olarak adlandırılabilir.

Muhakemenin temel göstergesi, matematik konuları arasındaki ili kiyi görme ve bunu kar ıla tı ı problem durumlarını çözümlenmede kullanabilme becerisini sergilemektir (Mandacı- ahin 2007). Bir konuda muhakemede bulunabilenler, o konuda yeterli düzeyde bilgi sahibidir ve yeni kar ıla tı ı durumu tüm boyutlarıyla inceler, ke feder; bunu önceki bilgileriyle ili kilendirir, mantıklı tahminlerde, varsayımlarda bulunur, dü üncelerini gerekçelendirir, bazı sonuçlara ula ır, ula tı ı sonuçları açıklayabilir ve savunabilir. (Lithner 2000; Briscoe ve Stout 2001).

Ö rencinin matematiksel dü ünebilmesi, matematiksel konu abilmesi, matemati e de er vermeyi ö renmesi ve iyi bir problem çözücü olması ekinde ifade edilen matematik e itiminin temel amaçları (Baki ve Bell 1997; Baki 2008), matematiksel dü ünmenin matematiksel ö renmede ne kadar önemli oldu unu

göstermektedir. Matematiksel düşünme eyleminin üst düzeyde gerçekleştirilmesi daha etkili öğrenmeler için gereklidir. Bu ise muhakeme becerisine sahip olmakla mümkündür. Günümüz matematik eğitiminde de farklı düşünme ve öğrenme biçimlerinin, farklı muhakeme yaklaşımlarının araştırılmasına büyük önem verilmektedir (NCTM 1989). Nitekim, matematiksel öğrenme ve matematiksel başarı düzeyi ile muhakemede bulunma becerisi arasında pozitif yönde bir ilişkinin olduğu yapılan birçok çalışmada tarafından desteklenmektedir (Schoenfeld 1992; White vd. 1998; English 1998; Sparkes 1999; Toole 2001; Diezmann ve English 2001; Curtis 2004; Kramarski vd. 2001; Kramarski ve Mizrachi 2004).

Holyoak ve Morrison (2005), muhakemeyi ‘problem çözme’ ve ‘karar verme’den ayırmanın zor olduğunu dile getirerek şu açıklamada bulunmuşlardır: “Bir problemi çözmek için birinin muhtemel durumların sonuçları hakkında muhakemede bulunması ve alternatif durumlar arasından seçim yapmak için karar vermesi gerekir. Karar verme ise genellikle muhakemeyi gerektiren bir durumdur.” (s. 2). Benzer şekilde Kahneman ve Tversky (1972), günlük hayatta aldığımız kararların ve ulaştığımız sonuçların, genellikle belirsiz olayların meydana gelme olasılıklarına karar verirken yaptığımız muhakemelere bağlı olduğunu dile getirmişlerdir. Bu bağlamda Schlottmann (2001) ise, olasılık konusunun, belirsizliklerle dolu bir dünyada insanların hedefleri ve arzularıyla ilgili etkili muhakemede bulunmaları için kullandıkları önemli bir bileşen olduğunu ifade etmiştir.

Olasılıksal muhakeme becerisinin mantıklı muhakemede bulunma açısından ne kadar önemli olduğunu Nickerson (2004) tarafından dile getirilmiştir. Nickerson’a göre bu becerinin eksikliği; a) insanların deistik ve mantıklı olmayan korkular içerisinde olmasına yol açar, b) riskleri mantıklı olarak değerlendirilmeyi engeller, c) önyargılara göre karar vermeye yol açar, d) belirsiz durumlarda karar vermeyi zayıflatır, e) istatistiksel bilgilerin yanlış yorumlanmasına neden olur, f) kritik olasılık fikirlerini değerlendirmeyi engeller, g) farklı yollardan mantıklı düşünmeyi engeller. Buradan hareketle, MMB ile OMB arasında bir ilişkinin olduğu anlaşılmaktadır.

Yukarıda da açıklandı ı gibi MMB ile OMB, okul içinde ve dı ında kar ıla ılan problemler kar ısında etkili çözümler sunabilmek açısından oldukça önemlidir. Dolayısıyla hayatın her anında kar ıla ılan durumlarda, bu iki beceri birlikte kullanılarak etkili kararlar verilebilir. Bu ba lamda literatürde MMB ile OMB arasındaki ili kiye odaklanan ara tırmaların eksikli i göz önünde bulundurularak bu çalı mada, ilkö retim 7. sınıf ö rencilerinin MMB ile OMB'lerinin ne düzeyde oldu u ve aralarında nasıl bir ili kinin oldu u incelenmi tir. Çalı madan elde edilen sonuçların, bu iki becerinin ölçülmesi ve de erlendirilmesine yönelik olarak yapılacak ara tırmalar için yol gösterici olaca ı dü ünülmektedir.

### 5.1.1. Birinci Alt Problemlerle ilgili Bulgulara Yönelik Tartı ma

Ara tırmanın birinci alt problemi “lkö retim 7. sınıf ö rencilerinin matematiksel muhakeme becerileri ne düzeydedir?” ekindeydi.

Ö rencilerin MMBDBÖ'nden aldıkları puanların ortalamasına bakıldı ında; ö rencilerin %7.2'sinin MMB düzeyi *oldukça dü ük*; %27.5'inin *dü ük*; %45.5'inin *orta*; %16.8'inin *yüksek* ve %3'nün *oldukça yüksek* düzeyde oldu u ortaya çıkmı tir. Bu de erler, ö rencilerin büyük bir ço unlu unun (%45.5) orta düzeyde MMB'ye sahip oldu unu göstermektedir.

*Oldukça dü ük beceri düzeyindeki* ö rencilerin çözümleri incelendi inde üç durumla kar ıla ılmaktadır. İlk durumda soruya herhangi bir müdahalede bulunulmamı tir. Bu ilk durum ö rencinin muhakemede bulunamadı ını göstermektedir. İkinci durumda, iki a amalı ve çoktan seçmeli sorularda herhangi bir açıklama yapılmadan sadece seçeneklerden biri rastgele i aretlenmi tir. Üçüncü durumda ise yanlış seçeneklerden biri i aretlenerek ya da herhangi bir seçenek i aretlenmeyerek çözüm için bazı matematiksel olmayan ifadeler yer verilmi tir. Örne in, MMBDBÖ'ndeki 7. soruya ili kin “*Bu kitap çok ince bir kitaptır*”, “*Rakamları sayan ki iye ba lıdır*” gibi çözümlerle herhangi bir ilgisi olmayan ifadelerin kullanıldı ı görülmü tür. Bu ekindeki matematiksel olmayan benzer ö renci cevaplarına bir çok çalı mada rastlanabilir (Fischbein vd. 1991; Lecoutre 1992; Pratt

1998; Amir ve Williams 1999; Batanero ve Serrano 1999; Nilsson 2007; 2009; Mandacı- ahin 2007; Çimen 2008; Pilten 2008). Bu tür ifadeler bu düzeydeki öğrencilerin matematiksel düşünemediklerini göstermektedir.

*Düşük beceri düzeyindeki öğrenciler için de genel olarak üç durumdan bahsedilebilir. İlk durumda öğrenciler sadece seçeneklerden birini seçilebilirler. İkinci durumda yanlış gerekçeler sunarak yanlış cevaba ulaşmışlardır. Örneğin, MMBDBÖ'ndeki 11. soruya ilişkin “235 TL 23'e bölündü ü için cevap 23'tür” şeklindeki yanlış bir gerekçeden yanlış cevaba gidilmişdir. Üçüncü durumda ise yanlış gerekçeler sunarak doğru cevaba ulaşmışlardır. Örneğin, MMBDBÖ'ndeki 5. soruya ilişkin “Ö retmenimiz dünyanın çevresini  $2\pi r$  formülüyle hesaplayacağını söylemişti. Yarıçap ne kadar uzun olursa olsun, ipi  $2\pi$  kadar uzatmamız gerekir” şeklindeki yanlış bir gerekçeyle doğru cevaba ulaşmışlardır. Dolayısıyla, bu düzeydeki öğrencilerin düşündüklerini matematiksel dille aktarmada oldukça yetersiz oldukları söylenebilir. Bu bağlamda, literatürde de matematiksel dili kullanmanın etkili öğrenmelerin gerçekleştirilmesindeki rolünden bahsedilmektedir (NCTM 1989; Schroeder 1993; Gibbs ve Orton 1994; Moore 1994; Orton ve Frobisher 1996; Lansdell 1999; Raiker 2002; Çalıklı-Balı 2003).*

*Orta beceri düzeyindeki öğrencilerin sorulara ilişkin herhangi bir şekilde muhakemede bulunamadıkları söylenemez. Ancak bu düzeydeki öğrencilerin yaptıkları çözümlere bakıldığında, yeterli muhakemeyi sergileyemedikleri görülmektedir. Bu öğrenciler eksik muhakemede bulduklarından doğru cevaba ulaşamamışlardır. Örneğin, MMBDBÖ'ndeki 33. soruya ilişkin “Oluşan parça sayısı ile kesme sıra numarası arasında 2'nin katlarında bir ilişki var ancak...” şeklindeki ifadeden öğrencinin bu muhakemeden ileriye gidemediği anlaşılmaktadır. Böyle bir öğrencinin matematiksel başarısının da orta düzeyde olduğu söylenebilir. Nitekim, Schoenfeld (1992), White vd. (1998), English (1998), Sparkes (1999), Toole (2001), Diezmann ve English (2001), Kramarski vd. (2001), Curtis (2004), Kramarski ve Mizrachi (2004) yaptıkları çalışmalarında, matematiksel öğrenme ve matematiksel başarı düzeyi ile muhakemede bulunma arasında doğru orantının olduğunu dile getirmişlerdir.*

*Yüksek beceri düzeyindeki öğrenciler do ru muhakemelerde bulunup, do ru çözümler sunabilmelidir. Ayrıca yüksek beceri düzeyindeki öğrencilerin dü ündüklerini matematiksel dille aktarmada da iyi oldukları söylenebilir. Örne in, bu düzeydeki bir öğrencinin MMBDBÖ'ndeki 8. soruya ili kin “yunus 3 metre zıpladıktan sonra su seviyesine gelir, çünkü -3 metreden zıpladı tır. Yunus 5 metre daha zıplayarak su seviyesinin 5 metre üstüne çıkar” ekindeki ifadesinden iyi muhakemede bulundu u noktasında hem fikir olunmu tur. Bunun yanı sıra, bu düzeydeki öğrencilerin cevaplarına bakıldı ında, onların yazdıklarına gerekçe yazma noktasında da yeterli oldukları anla ılmı tır. Yazılanlara gerekçe sunabilmek ise ilgili konuya ili kin kavram bilgisinin yeterli olmasına ba lıdır. Bu ba lamda kavram bilgisinin matematiksel öğrenciler açısından önemine de inen birçok çalı maya rastlamak mümkündür (Mayer 1982; Charles ve Lester 1982; Dowker 1997; Baki 1998; Bernardo 1999; Rittle-Johnson ve Koedinger 2002; Baker ve Czarnocha 2002; Camacho 2002; andır vd. 2002; Ieyen ve I ık 2003; Karata ve Güven 2003; Olkun ve Toluk 2004; Soylu ve Soylu 2006; Mandacı- ahin 2007).*

*Oldukça yüksek beceri düzeyindeki öğrencilerin beklenen muhakemede buldukları ve do ru i lemlere karar verdikleri görülmü tür. Örne in, bu düzeydeki bir öğrencinin MMBDBÖ'ndeki 34. soruya ili kin “her defasında üçgen sayısı kenar sayısının 2 eksi i olarak çıkmaktadır. Dolayısıyla, en sonda kenar sayısı n ise üçgen sayısı n-2 olur” ekindeki ifadesi bu yargıyı do rulamaktadır. Yukarıdaki örnekte görüldü ü gibi öğrencinin kenar sayısının üçgen sayısının 2 eksi i olmasını “n-2” olarak ifade edebilmesi bu düzeydeki öğrencilerin dü ündüklerini matematiksel dille aktarmada oldukça yeterli olduklarını göstermektedir. Nitekim, yapılan birçok çalı mada (NCTM 1989; Schroeder 1993; Gibbs ve Orton 1994; Moore 1994; Orton ve Frobisher 1996; Lansdell 1999; Raiker 2002; Çalı ko lu-Bali 2003) matematiksel dilin etkili kullanımının matematiksel öğrenciler açısından önemli oldu u belirtilmi tir. Öğrencilerin matematiksel dili kullanabilmelerinde en önemli rol öğretmenlere dü mektedir. Öğretmenler matematiksel bilgi ve kavramları öğretirken matematiksel dili sıklıkla ve do ru bir ekinde kullanmaya özen göstermelidirler. Bu ba lamda Straker (1993), Hiebert vd. (2003) ve Çalı ko lu-Bali (2003) öğretmenlerin matematiksel dili*



ö renme ortamlarında etkili bir ekilde kullanmalarının matematiksel kavramların anlaşılmasındaki öneminden bahsetmişlerdir.

### 5.1.2. İkinci Alt Problemlerle İlgili Bulgulara Yönelik Tartışma

Araştırmanın ikinci alt problemi “İkinci sınıf öğrencilerinin olasılıksal muhakeme becerileri ne düzeydedir?” şeklindeydi.

Öğrencilerin OMBDBÖ’nden aldıkları puanların ortalamasına bakıldığında, öğrencilerin %2.4’ünün OMB düzeyinin *oldukça düşük*; %8.4’ünün *düşük*; %30.5’inin *orta*; %32.9’unun *yüksek* ve %25.7’sinin *oldukça yüksek* olduğu görülebilir. Bu değerler, öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun (%63.4) orta ve yüksek düzeyde OMB’ye sahip olduğunu göstermektedir.

*Oldukça düşük beceri düzeyindeki* öğrenciler genel olarak ya cevabı boş bırakmış ya da cevap olarak matematiksel olmayan ifadeler kullanmışlardır. Örneğin, OMBDBÖ’ndeki 10. soruya ilişkin “*atı vı yapan kişinin ansına balıdır*”, “*atıların sonunda belli olur. şimdi bir şey diyemeyiz*” şeklindeki ifadeler bu düzeydeki öğrencilerin bu soru karşısında olasılıksal düşünemediklerini göstermektedir. Benzer öğrenci cevaplarına Carpenter vd. (1981), Fischbein vd. (1991), Lecoutre (1992), Jones vd. (1997), Pratt (1998), Amir ve Williams (1999), Batanero ve Serrano (1999), Greer (2001), Gürbüz (2006; 2007; 2010), Baker ve Chick (2007), Nilsson (2007; 2009), Gürbüz vd. (2010) ve Gürbüz ve Birgin (2012)’in yaptıkları çalışmalarda rastlanabilir.

*Düşük beceri düzeyindeki* öğrenciler de genel olarak olasılıksal düşünememişlerdir. Örneğin, OMBDBÖ’ndeki 12. soruya ilişkin “*cevap B spinneridir. Çünkü bu spinnerde kırmızılar biti iki yerle tirilmi tir*” ifadesinde öğrenci kırmızı renkli dilimlerin sayısını karıştırmak yerine kırmızı renkteki dilimlerin spinnerler üzerindeki yerini göz önüne alarak bir karara varmıştır. Bu tür bir düşünce öğrencinin bir olayın olasılığı kavramıyla ilgili kavram bilgisinin eksik olduğunu göstermektedir. Bu bağlamda Tall (1993), matematiksel kavramların yetersiz bir şekilde kavranmasının öğrenme güçlüklerine yol açtığını ifade etmiştir. Aynı paralelde Mayer (1982), Charles

ve Lester (1982), Dowker 1997; Baki (1998), Bernardo (1999), Baker ve Czarnocha (2002), Rittle-Johnson ve Koedinger (2002), andır vd. (2002), Camacho (2002), Işık ve Işık (2003), Karata ve Güven (2003), Olkun ve Toluk (2004), Soylu ve Soylu, 2006; Mandacı- ahin (2007) yaptıkları çalı malarda kavram bilgisinin matematikte etkili öğrenmelerin gerçekleşmesindeki önemli rolünden bahsetmişlerdir. Benzer şekilde, öğrencilerin olasılık öğrenmelerinde küme, kesir, ondalık kesir, örnek uzay, yüzde hesabı kavramlarına ilişkin kavram bilgilerinin yeterli olmasının gerekliliğine vurgu yapan çalı malara rastlamak mümkündür (Carpenter vd. 1981; Carpenter vd. 1983; Bar-on ve Or-Bach 1988; Jones vd. 1997; Gürbüz 2006; 2007; 2010; Gürbüz vd. 2010; Gürbüz ve Birgin 2012).

*Orta beceri düzeyindeki öğrencilerin beklenen muhakeme yaklaşımını tam olarak sergileyemedikleri söylenebilir. Örneğin, OMBDBÖ'ndeki 3. soruya ilişkin "3+1=4 ve 2+2=4 olur. O halde istenen olasılık 2/6'dır"* ifadesinde öğrenci toplamı 4'ü veren bazı ikilileri bulabilmiştir. Ancak bu öğrenci toplamı 4'ü veren ikililerin hepsini yazamadığı gibi toplamı 10'u veren ikililerin hiçbirinden bahsetmemiştir. Bu öğrenci örnek uzayın eleman sayısından da bahsetmemiştir. Öğrencilerin bu tür eksik cevaplarında örnek uzay kavramına ilişkin bilgilerinin yetersiz olmasının etkili olduğu söylenebilir. Bu bağlamda Keren (1984), Fischbein vd. (1991), Polaki (2002), Baker ve Chick (2007), Nilsson (2007; 2009), Chernoff (2009), Gürbüz (2006; 2007; 2010), Gürbüz vd. (2010), ve Gürbüz ve Birgin (2012) yaptıkları çalı malarında, öğrencilerin örnek uzay kavramına ilişkin bilgilerinin olasılıksal düşünmeleri açısından oldukça önemli olduğunu dile getirmişlerdir.

*Yüksek beceri düzeyindeki öğrencilerin istenen açıklamaları yaptıkları görülmüştür. Örneğin, OMBDBÖ'ndeki 4. soruya ilişkin "önceki olayda gelen sonuç, bir sonraki olayın olasılığını etkilemez. Bu nedenle her durumda tura ve yazı gelme olasılıkları eşit ve 1/2'dir"* ifadesinden öğrencinin OMB'sinin yüksek ve yazdıklarına gerekçe yazma noktasında da yeterli olduğu anlaşılmaktadır. Bu durumun yeterli kavram bilgisiyle ve dil gelişimiyle ilgili olduğu söylenebilir. Nitekim, matematiksel kavramların anlaşılmasında dil gelişiminin önemine vurgu yapan birçok çalı mayaya rastlamak mümkündür (Ford ve Kuhs 1991, Gibbs ve Orton 1994; Meece 1996;

Papanastasiou 2002; Kazıma 2006; Tatsis vd. 2008; Gürbüz vd. 2010; Gürbüz ve Birgin 2012).

*Oldukça yüksek beceri düzeyindeki öğrenciler istenen açıklamaları yapabilmeleri ve matematiksel dili etkili bir şekilde kullanabilmeleridir. Örneğin, OMBDBÖ’ndeki 3. soruya ilişkin “toplamı 4 olan ikililer (1,3), (3,1) ve (2,2); toplamı 10 olan ikililer (4,6), (6,4) ve (5,5) dir. Her iki toplamı veren üç tane durum olduğu için toplamın 4 ve 10 olma olasılıkları eşittir” ifadesi bu düzeydeki öğrencilerin istenen yeterliliklere sahip olduklarını göstermektedir. Bu cevaba bakılarak, öğrencinin konu ile ilgili kavramlara hakim olduğu anlaşılmıştır. Nitekim, kavram bilgisinin etkili öğrenmelerin gerçekleştirilmesindeki önemli rolünden bahseden çalışmalara rastlamak mümkündür (Mayer 1982; Charles ve Lester 1982; Dowker 1997; Baki 1998; Bernardo 1999; Rittle-Johnson ve Koedinger 2002; Baker ve Czarnocha 2002; Camacho 2002; Anderson vd. 2002; İyeyen ve İlik 2003; Karata ve Güven 2003; Olkun ve Toluk 2004; Soylu ve Soylu 2006; Mandacı-Ahın 2007).*

### 5.1.3. Üçüncü Alt Problemle ilgili Bulgulara Yönelik Tartışma

Araştırmanın üçüncü alt problemi ise “İkinci sınıfta öğrenen öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerileri ile olasılıksal muhakeme becerileri arasında nasıl bir ilişki vardır?” şeklindedir.

Çizelge 5.1. Ölçeklerden Alınan Puanların Ortalamaları Arasındaki Pearson Korelasyon Sonuçları

		MMBDBÖ’ne li kin Ortalama ( $\bar{x}$ )	OMBDBÖ’ne li kin Ortalama ( $\bar{x}$ )
MMBDBÖ’ne li kin Ortalama ( $\bar{x}$ )	Pearson Korelasyon	1	<b>.685(**)</b>
	p		.000
	N	167	167

OMBDBÖ'ne li kin Ortalama ( $\bar{x}$ )	Pearson Korelasyon	<b>.685(**)</b>	1
	p	.000	
	N	167	167

\*\* Korelasyon .01 düzeyinde anlamlıdır.

Çizelge 5.1'de gösterildi i gibi ara tırmaya katılan ö rencilerin MMB'leri ile OMB'leri arasında pozitif yönde yüksek bir ili ki tespit edilmi tir (**r=.685, p=.000**). Cohen (1988) de bu korelasyon de erinin yüksek düzeyde bir ili kiyi ifade etti ini belirtmektedir. Buradan MMB'si yüksek olan bir ö rencinin OMB'sinin de yüksek oldu u sonucuna varılmı tir. Nitekim, ö rencilerin MMB'lerinin geli mi li inin olasılıksal muhakeme açısından oldukça önemli oldu u birçok ara tırma tarafından belirtilmi tir (Fischbein 1975; Kahneman vd. 1982; Green 1983; Baron 1988; Garfield ve delMas 1989; Konold 1989; Shaughnessy 1992; Gal ve Baron 1996; Batanero vd. 1996; Fischbein ve Schnarch 1997; Jones vd. 1999; Greer 2001; Gal 2002; Garfield ve Ben-Zvi 2007; Memnun 2008; Ashline ve Frantz 2009; Gürbüz 2010; Gürbüz vd. 2010; Gürbüz ve Birgin 2012).

Olasılıksal dü ünebilmek ve iyi muhakemede bulunabilmek için kavram bilgisinin ve i lem bilgisinin etkili bir ekilde i e ko ulması gerekmektedir. Nitekim literatürde de kavram bilgisi ile i lem bilgisinin etkili ö renmelerin gerçeikle mesindeki önemli rolünden bahseden birçok çalı maya rastlamak mümkündür (Mayer 1982; Charles ve Lester 1982; Dowker 1997; Baki 1998; Bernardo 1999; Rittle-Johnson ve Koedinger 2002; Baker ve Czarnocha 2002; Camacho 2002; andır vd. 2002; Ieyen ve I ık 2003; Karata ve Güven 2003; Olkun ve Toluk 2004; Soylu ve Soylu 2006; Mandacı- ahin 2007).

Birçok ara tırmacı tarafından, olasılık kavramlarının ö retiminde çe itli nedenlerle güçlükler ya andı ı ve ö rencilerin olasılıksal muhakemede bulunmada büyük zorluklar ya adıkları dile getirilmi tir (Carpenter vd. 1981; Carpenter vd. 1983; Behr vd. 1983; Kapadia 1985; Truran 1985; Hansen vd. 1985; Garfield ve Ahlgren 1988; Fischbein vd. 1991; Shaughnessy 1992; Bulut 1994; 2001; Batanero vd. 1996;

Fischbein ve Schnarch 1997; Barnes 1998; Munisamy ve Doraisamy 1998; Lawrence 1999; Beckmann 2002; Dooren vd. 2003; Bezzina 2004; Gürbüz 2006; Pijls vd. 2007; Memnun 2008).

Olasılık konusunun etkili bir şekilde öğretilmemesinde ve dolayısıyla öğrenilememesinde daha önce de belirtildiği gibi bir çok faktör rol oynamaktadır. Ancak, en önemli rol öğretmenlere düşmektedir. Çünkü, eğitim sürecinin her aşamasında, örnek olma, ders anlatma ve öğrenciyi yönlendirme açısından en büyük sorumluluk öğretmene aittir. Bu bağlamda, öğretmenin konu alan bilgisi öğrencilerin öğrenmeleri açısından oldukça önemli hale gelmektedir. Nitekim, öğretmenin konu alan bilgisinin öğrencilerin başarıları üzerinde oldukça etkili olduğu yapılan birçok çalışma tarafından desteklenmektedir (Ball 1988; Ball ve McDiarmi 1990; Ball 1990; Harbison ve Hanushek 1992; Mullens vd. 1996; Rowan vd. 1997; Hill vd. 2004; Rowland vd. 2005; Hill vd. 2005; Davis ve Simmt 2006; Tchoshanov 2011).

Öğretmenin öğrenme ortamlarında takındığı tavır da, olasılık konusunun öğrenilmesinde rol oynayan faktörlerden biridir. Öğretmenin takındığı tavır, öğrencilerin matematiğe karşı tutumlarını etkileyebilmektedir. Bu bağlamda, matematiğe yönelik olumlu tutumun öğrenci başarısı üzerindeki öneminden bahseden birçok çalışmaya rastlamak mümkündür (Aiken 1980; Aiken 1986; Baykul 1990; Morali ve Saracaloğlu 1995; Ma ve Kishor 1997; Arun 1998; Taş 2000; Çener 2001; Ekizolu ve Tezer 2007). Dolayısıyla, öğretmenin takındığı tavır öğrencilerin matematiğe yönelik olumlu tutum geliştirmelerini sağlayacak şekilde olmalıdır.

Öğretmenin konu alan bilgisiyle birlikte süreci etkili yürütmesinin de konunun anlaşılmasında oldukça etkili olduğu ifade edilmektedir (Shulman 1986; Wilson vd. 1987; Ball 1990). Bu noktada ise öğretmen yeterliliği faktörü önemli bir hale gelmektedir. Nitekim, literatürde de öğretmen yeterliliği faktörünün öğrenci başarısı üzerinde önemli bir role sahip olduğu belirten çalışmalara rastlamak mümkündür (Rosenholtz 1985; Seferoğlu 2001; Dursun ve Dede 2004; Çakan 2004; Turanlı vd. 2008). Ayrıca, öğretmenin matematiksel dili kullanabilmesinin de olasılıksal öğrenmeler açısından önemli olduğu belirtilmektedir (Jones vd. 1999).

Bu çalı mada tartı ılması gereken di er bir önemli husus ise, MMB ve OMB'yi de erlendirmede açık uçlu soruların a ırlıklı olarak kullanılması gerekti i dir. Açık uçlu sorular, çoktan seçmeli sorulara göre daha fazla emek gerektiren ve puanlaması zor sorular olabilir. Ancak ölçtü ü kavramsal alanın geni li i, i lemsel ve yöntemsel özellikleri ortaya çıkarmadaki gücü açısından da çoktan seçmeli sınavlara göre çok fazla avantaj sa lamaktadır (Henningsen ve Stein 1997; Yan 2005). Bu ba lamda, Suzuki (1997) muhakemenin do ru-yanlı ya da çoktan seçmeli sorulardan ziyade belli kriterler e li inde açık uçlu sorularla de erlendirilebilece ini belirtmektedir. Ancak, açık uçlu sorular hazırlanırken de erlendirilecek içerik sadece aritmetik i lemleri içeriyor olsa bile, ö renciden i lemleri yazılı olarak açıklamaları istenmelidir. Böyle sorular yardımıyla ö rencilerin genelleme, muhakeme, ili kilendirme, ileti im ve problem çözme becerilerinin hangi düzeyde oldu u ortaya çıkarılabilir (Clarke 1998). Ayrıca ö rencilerin muhakeme becerilerinin farkına varmak ve bunları geli tirmek için, ö renme ortamlarında ö rencilere dü üncelerini açıklamalarını sa layacak “Neden böyle dü ünüyorsunuz”, “Bu sonuca nasıl ula tınız” gibi sorular yöneltilmelidir.

## 5.2. Sonuçlar

İlkö retim 7. sınıf ö rencilerinin MMB ve OMB düzeylerini belirlemeyi ve bu beceriler arasında nasıl bir ili ki oldu unu ortaya koymayı amaçlayan bu çalı mada, a ırlıklı olarak açık uçlu soruların yer aldı ı de erlendirme ölçekleri kullanılarak ö rencilerin her bir beceriye ili kin ne düzeyde oldukları ve aralarındaki ili ki tespit edilmi tir. Elde edilen bulgular birbirleriyle ili kilendirilerek a a ıdaki sonuçlara ula ılmı tir.

### 5.2.1. Birinci Alt Probleme li kin Sonuçlar

Ara tırmanın birinci alt problemi ilkö retim 7. sınıf ö rencilerinin MMB düzeylerini belirleme ile ilgiliydi. MMBDBÖ'nden alınan puanların ortalamasına bakıldı nda; ara tırmaya katılan ö rencilerin (N=167) %7.2'sinin MMB düzeyi *oldukça dü ük*; %27.5'inin *dü ük*; %45.5'inin *orta*; %16.8'inin *yüksek* ve %3'nün *oldukça yüksek* düzeyde oldu u ortaya çıkmı tir. Bu sonuçlara göre, ö rencilerin büyük

bir kısmının (N=76) *orta düzeyde* MMB'ye sahip oldu u ortaya çıkmı tır. Oldukça dü ük (N=12) ve oldukça yüksek (N=5) beceri düzeyindeki ö rencilerin örneklemin çok az bir kısmını olu turdu u görülmü tür. Bu de erlere bakıldı ında, *oldukça dü ük beceri düzeyindeki* ö rencilerin az olması (% 7.2) ve *orta beceri düzeyindeki* ö rencilerin yüzdesinin %45.5 gibi bir rakam olması mevcut ö rencilerimizin MMB'lerinin çok da kötü olmadı ını göstermektedir.

### 5.2.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Sonuçlar

Ara tırmanın ikinci alt problemi ilkö retim 7. sınıf ö rencilerinin OMB düzeylerini belirleme ile ilgiliydi. OMBDBÖ'nden alınan puanların ortalamasına bakıldı ında; ara tırmaya katılan ö rencilerin (N=167) %2.4'ünün OMB düzeyi *oldukça dü ük*; %8.4'ünün *dü ük*; %30.5'inin *orta*; %32.9'unun *yüksek* ve %25.7'sinin *oldukça yüksek* oldu u görülebilir. Bu sonuç, ö rencilerin büyük bir ço unlu unun (%63.4) orta ve yüksek düzeyde OMB'ye sahip oldu unu göstermektedir. Örneklemin (N=167) evreni temsil etti i dü ünülürse, mevcut ö rencilerimizin OMB'lerinin *iyi düzeyde* oldu u söylenebilir.

Ara tırmaya katılan ö rencilerin MMB ve OMB düzeyleri "*oldukça dü ük*", "*dü ük*", "*orta*", "*yüksek*" ve "*oldukça yüksek*" olmak üzere be düzeyde incelenmi ti. Ara tırmanın birinci ve ikinci probleminde elde edilen bulgulara dayalı olarak, bu düzeylerin MMB ve OMB'ye ili kin belli ba lı karakteristik özellikleri birle tirilerek a a ıda sunulmu tur.

*Oldukça Dü ük Düzey:* Bu düzeydeki ö renciler soruları anlayamamakta, konuya ili kin kavram bilgisine sahip olmamakta ve herhangi bir i lem yapamamaktadırlar. Böylece ya soruyu bo bırakarak ya da sorunun aynısı cevap olarak yazmaktadırlar. Bu ö rencilerin bir di er özelli i de matematiksel dili kullanamamalarıdır. Ayrıca tamamıyla ilgisiz cevapların verilmesi ve matematiksel olmayan ifadelerin kullanılması da bu düzey ö rencilerinin bir di er özelli i olarak kar ımıza çıkmaktadır.

*Düük Düzey:* Bu düzeydeki ö renciler kısa ve anlaşılır olmayan açıklamalarda bulunmakta ve yanlış yöntemler kullanarak yanlış sonuca ulaşmaktadırlar. Bu ö renciler ço unlukla çözümlerini tamamlayamamakta ve sonucu de erlendirememektedirler. Ayrıca, bu düzeydeki ö rencilerin de kavram bilgileri ve i lem bilgileri sorunun çözümünde oldukça yetersiz kalmaktadır. Bunun yanı sıra bu ö renciler herhangi bir muhakemede bulunmadan ya da yanlış muhakemelerde bulunarak sorudaki seçeneklerden birini tercih etmeye çalı maktadırlar.

*Orta Düzey:* Bu düzeydeki ö rencilerin en belirgin özelli i beklenen çözümün bir kısmını sergilemeleridir. Bu ö renciler do ru dü ünmelerine ra men eksik muhakemede bulduklarından do al olarak do ru sonuca ulaşmamaktadırlar. Ayrıca bu ö rencilerin yazdıklarına gerekçe bulmada da yeterli oldukları söylenemez. Bununla birlikte kavram bilgilerinin ve i lem bilgilerinin kısmen yeterli oldu u söylenebilir.

*Yüksek Düzey:* Bu düzeydeki ö renciler beklenen çözüm yaklaşımını gösterebilmektedirler. Bu ö renciler dü ündüklerini matematiksel dille aktarabilmekte ve yazdıklarına gerekçe sunabilmektedirler. Bu düzeydeki ö renciler iyi düzeyde kavram bilgisine ve i lem bilgisine sahip olmaktadır. Ayrıca ula tıkları sonucu de erlendirebilmeleri de bu düzeydeki ö rencilerin özelliklerinden sayılabilir.

*Oldukça Yüksek Düzey:* Bu düzeydeki ö renciler birçok açıdan yeterli olduklarını göstermektedirler. Sahip oldukları yeterli düzeydeki kavram bilgisi ve i lem bilgisi etkili çözümler yapmalarını sa lamaktadır. Yaptıkları açıklamalardan, dü ündüklerini matematiksel dille aktarmada oldukça iyi oldukları anlaşılmalıdır. Ayrıca aynı soruya ili kin farklı çözüm yöntemleri kullanmaları da bu ö rencilerin MMB ve OMB düzeylerinin oldukça yüksek oldu unu göstermektedir.

### **5.2.3. Üçüncü Alt Probleme li kin Sonuçlar**

Yapılan analizler sonucunda, ara tırmaya katılan ö rencilerin MMB ve OMB'leri arasında pozitif yönde yüksek bir ili ki tespit edilmiştir ( $r=.685$ ,  $p=.000$ ). Ara tırmamızın temel amaçlarından biri de ö rencilerin nasıl muhakemede



bulduklarını ve nasıl olasılıksal dü ündüklerini elde etmek oldu undan, ö rencilerden sorular kar ısında ne dü ündüklerini yazmaları istenmi ti. Bu do rultuda, ö rencilerin MMBDBÖ ve OMBDBÖ'ndeki bazı sorulara ili kin yaptıkları açıklamaların detaylı bir ekilde incelenmesi sonucunda MMB ile OMB arasında pozitif yönde yüksek bir ili kinin oldu u do rulanmı tır.

### 5.3. Öneriler

Yapılan analizler sonucunda, ara tırmaya katılan ö rencilerin büyük bir ço unlu unun MMB ve OMB'lerinin orta düzeyde oldu u ve bu iki beceri arasında pozitif yönde yüksek bir ili kinin oldu u tespit edilmi tir.

Ara tırmadan elde edilen sonuçlara dayalı olarak a a ıda verilen önerilerde bulunulmu tur:

- ❖ Farklı sınıf seviyesindeki ilkö retim ikinci kademe ö rencilerinin MMB ve OMB'leri kar ıla tırılarak incelenebilir. Böylece, bu ara tırmanın amacı do rultusunda ilkö retim ikinci kademesine ili kin daha genel sonuçlar elde edilebilir.
- ❖ Az sayıda ö renciyle özel durum çalı maları gerçekleştirilerek, ö rencilerin nasıl matematiksel muhakemede bulduklarının ve olasılıksal dü ündüklerinin daha detaylı bir resmine ula ılabilir.
- ❖ Ö rencilerin ö renme ortamlarında alı ılagelmi kalıp problemlerden ziyade muhakemede bulunmalarını gerektiren türden problemlerle u ra maları sa lanarak matematiksel muhakeme becerileri geli tirilebilir.
- ❖ Okullarda de erlendirme amaçlı a ırlıklı olarak açık uçlu sorular kullanılarak ö rencilerin ezbere yöntemleri kullanmalarının önüne geçilebilir ve böylece farklı yöntemleri dü ünmeleri sa lanabilir.

- ❖ Eğitim Fakültelerinin ilgili bölümlerinde okuyan öğretmen adaylarının hem konu alan bilgisi hem de pedagojik alan bilgisi açısından yeterli bir şekilde mezun olmaları, olasılık konusunun etkili bir şekilde öğretilmesinde oldukça önem taşımaktadır.
- ❖ Olasılık konusunun öğretiminde farklı öğretim stratejilerinin (*Teknoloji Destekli Öğretim, Etkinlik ve Oyun Temelli Öğretim, Birlikli Gruplarla Öğretim vb.*) kullanılmasının hem daha etkili öğrenmeler sağlayacağı hem de matematiksel muhakeme becerisini geliştireceği düşünülmektedir.

## KAYNAKLAR

- Aiken, L. R. 1980. Attitudes toward mathematics. *Review of Educational Research*, 40, February.
- Akay, H., Soyba , D. ve Argün, Z. 2006. Problem kurma deneyimleri ve matematik ö retiminde açık-uçlu soruların kullanımı. *Kastamonu E itim Dergisi*, 14(1), 129-146.
- Alkan, H. ve Altun, M. 1998. Matematik ö retimi. Anadolu Üniversitesi Açık Ö retim Fakültesi Yayınları, Eski ehir.
- Alkove, L. D. and McCarty, B. J. 1992. Plain talk: Recognizing positivism and constructivism in practice. *Action in Teacher Education*, 14, 16-22.
- Altıparmak, K. ve Özi , T. 2005. Matematiksel ispat ve matematiksel muhakemenin geli imi üzerine bir inceleme. *Ege E itim Dergisi*, 6(1), 25-37.
- Altun, M. 2005. Matematik ö retimi. Erkan Matbaacılık, Bursa.
- Altun, M. 2008. İkö retim ikinci kademe (6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik ö retimi (5.Baskı). Aktüel Yayıncılık, Bursa.
- Amir, G. and Williams, J. (1999). Cultural influences on children's probabilistic thinking. *Journal of Mathematical Behavior*, 18, 85-107.
- Arslan, Ç. 2007. İkö retim ö rencilerinde muhakeme etme ve ispatlama dü üncesinin geli imi. Doktora Tezi. Uluda Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.
- Arun, Ö. T. 1998. Matematik ba arısını etkileyen faktörler. Yayınlanmamı Yüksek Lisans Tezi. Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Ashline, G. and Frantz, M. 2009. Proportional reasoning and probability. *Synergy Learning*, Nov/Dec, 8-10.
- Aspinwall, L. and Shaw, K. L. 2000. Enriching students' mathematical intuitions with probability games and tree diagrams. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 6(4), 214-220.
- Akar, P. 1986. Matematik dersine yönelik tutumu ölçen likert tipi bir ölçe in geli tirilmesi. *E itim ve Bilim*, 11(62), 31-36.
- Bahtiyari, Ö. A. 2010. 8. Sınıf matematik ö retiminde ispat ve muhakeme kavramlarının ve önemlerinin farkındalı ı. Yüksek Lisans Tezi. Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Bailin, S. 1987. Critical and creative thinking. *Informal Logic*, 9(1), 23-30.

- Baker, W. and Czarnocha, B. 2002. Written meta-cognition and procedural knowledge. Proceedings of the 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics. University of Crete, Hersonissos Crete, Greece, 1-6 July 2002.
- Baker, M. and Chick, H. L. 2007. Making the most of chance. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 12(1), 8-13.
- Baki, A. ve Bell, A. 1997. Ortaö retim matematik ö retimi. YÖK/Dünya Bankası Milli E itimi Geli tirme Projesi, Ankara.
- Baki, A. 1998. Matematik ö retiminde i lemsel ve kavramsal bilginin dengelenmesi. Atatürk Üniversitesi 40. Kurulu Yıldönümü Matematik Sempozyumu, Erzurum.
- Baki, A. 2008. Kuramdan Uygulamaya Matematik E itimi (4. Baskı). Harf E itim Yayıncılı 1, Ankara.
- Ball, D. L. 1988. Knowledge and reasoning in mathematical pedagogy: Examining what prospective teachers bring to teacher education. Unpublished doctoral dissertation. Michigan State University, East Lansing.
- Ball, D. L. and McDiarmid, G. W. 1990. The subject matter preparation of teachers. In W. R. Houston (Ed.), *Handbook for Research on Teacher Education*. New York: Macmillan.
- Ball, D. L. 1990. The mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education. *Elementary School Journal*, 90, 449-466.
- Ball, D. L., Hoyles, C., Jahnke, H. N. and Movshovitz-Hadar, N. 2002. The teaching of proof. In L. I. Tatsien (Ed.), *Proceedings of the international congress of mathematicians* (pp. 907-920). Beijing: Higher Education Press.
- Barker, J. A. 2003. The effects of motivational conditions on the mathematics performance of students on the National Assessment of Educational Progress Assessment. Unpublished doctoral dissertation. Georgia State University.
- Barnes, M. 1998. Dealing with misconceptions about probability. *Australian Mathematics Teacher*, 54(10), 17-20.
- Baron, J. 1985. *Rationality and intelligence*. New York: Cambridge University Press.
- Baron, J. 1988. *Thinking and deciding*. New York: Cambridge University Press.
- Bar-On, E. and Or-Bach, R. 1988. Programming mathematics: a new approach in introducing probability to less able pupils. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 19(2), 281-297.
- Batanero, C., Serrano, L. and Garfield, J. 1996. Heuristics and biases in secondary school students' reasoning about probability. In the Proceedings of the

International Meeting of the Psychology of Mathematics Education Meeting, Valencia, Spain.

- Batanero, C. and Serrano, L. 1999. The meaning of randomness for secondary school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(5), 558-567.
- Batanero, C., Henry, M. and Parzysz, B. 2005. The nature of chance and probability. In Graham A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (chapter 1, pp.15-37). New York, Springer science.
- Battista, M. T. 1999. Fifth graders' enumeration of cubes of 3D arrays: Conceptual progress in an inquiry-based classroom. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30, 417-448.
- Bayazit, . ve Aksoy, Y. 2009. Matematiksel problemlerin öğrenim ve öğretimi. M. F. Özmantar, E. Bingölbali (Ed.), *İkinci sınıfta matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri*. PegemA Yayıncılık, Ankara.
- Baykul, Y. 1990. İlkokul beşinci sınıftan lise ve dengi okulların matematik ve fen derslerine karşı tutumda görülen değişimler ve öğrenci seçme sınavındaki başarı ile ilişkili olduğu düşünülen bazı faktörler. ÖSYM Yayınları, Ankara.
- Beckmann, S. 2002. Mathematics for elementary teachers: "Making sense by/explaining why". Department of Mathematics. University of Georgia, Georgia, USA.
- Behr, M., Lesh, R., Post, T. and Silver, E. 1983. Rational number concepts. In R. Lesh (Ed.), *Acquisition of mathematical concepts and processes* (pp. 91-226). New York: Academic Press.
- Bernardo, A. B. 1999. Overcoming obstacles in understanding and solving word problems in mathematics. *Educational Psychology*, 19(2), 149-163.
- Bezzina F. 2004. Pupils' understanding of probabilistic & statistics (14-15+) difficulties and insights for instruction. *Journal of Maltese Education Research*, 2(1), 53-67.
- Block, C., Rodgers, L. and Johnson, C. 2004. *Comprehension process instruction: Creating reading success in grades K-3*. New York: The Guilford Press.
- Bloom, B. S. 1998. İnsan nitelikleri ve okulda öğrenme. Çev. Durmuş Ali Özçelik, MEB Yayınları.
- Borovcnik, M. and Peard, R. 1996. Probability. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick and C. Laborde (Eds.), *International handbook in mathematics education* (Part 1, pp. 239-288). Dordrecht: Kluwer.
- Briscoe, C. and Stout, D. 2001. Prospective elementary teachers' use of mathematical reasoning in solving a lever mechanics problem. *School Science and Mathematics*, 101(5), 228-235.

- Buendia, G. and Cordero, F. 2005. Prediction and the periodical aspect as generators of knowledge in a social practice framework. *Educational Studies in Mathematics*, 58, 299-333.
- Bulut, S. 1994. The effects of different teaching methods and gender on probability achievement and attitudes toward probability. Doctoral Dissertation. Middle East Technical University, Ankara.
- Bulut, S. 2001. Matematik ö retmen adaylarının olasılık performanslarının incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi E itim Fakültesi Dergisi*, 20, 33-39.
- Büyüköztürk, . 2009. Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı: statistik, ara tırma deseni, SPSS uygulamaları ve yorum (10. Baskı). PegemA Yayınları, Ankara.
- Camacho, J. E. D. 2002. Comparing declarative and procedural learning strategies under a problem based learning approach. Unpublished Doctoral Dissertation. United States International University, San Diego.
- Carpenter, T. P., Corbitt, M. K. and Kepner, H. S., Jr. 1981. What are the chances of your students' knowing probability? *Mathematics Teacher*, 74, 342-345.
- Carpenter, T. P., Lindquist, M. M., Matthews, W. and Silver, E. 1983. Results of the third NAEP mathematics assessment: Secondary school. *Mathematics Teacher*, 76, 652-659.
- Chernoff, E. J. 2009. Sample space partitions: An investigative lens. *Journal of Mathematical Behavior*, 28, 19-29.
- Charles, R. and Lester, F. 1982. Teaching problem solving: What, why & how. Palo Alto, CA: Dale Seymour Publications.
- Clarke, D. 1998. Assessment alternatives in mathematics. Mathematics Curriculum and Teaching Project, Canberra, Australia.
- Cohen, J. 1988. Statistical power analysis for the behavioral sciences (2nd Ed.). New Jersey: Lawrance Erlbaum.
- Cox, W. 1994. Strategic learning in a-level mathematics? *Teaching Mathematics and its Applications*, 13, 11-21.
- Curtis, J. 2004. A comparative analysis of walled lake consolidated schools' mathematics assessment program and the state of michigan's educational assessment program. Unpublished Master's Thesis, Wayne State University.
- Çakan, M. 2004. Ö retmenlerin ölçme-de erlendirme uygulamaları ve yeterlik düzeyleri: İlk ve ortaö retim. *Ankara Üniversitesi E itim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 37(2), 99-114.
- Çaliko lu-Bali, G. 2003. Matematik ö retmen adaylarının matematik ö retiminde dile ilkin görü leri. *Hacettepe Üniversitesi E itim Fakültesi Dergisi*, 25, 19-25.

- Çelik, D. ve Güne , G. 2007. 7, 8 ve 9. sınıf ö rencilerinin olasılık ile ilgili anlama ve kavram yanlışlarının incelenmesi. *Milli E itim*, 173, 361-375.
- Çepni, S. 2009. Ara tırma ve Proje Çalı malarına Giri (4. Baskı), Trabzon.
- Çimen, E. E. 2008. Matematik ö retiminde, bireye “Matematiksel Güç” kazandırmaya yönelik ortam tasarımı ve buna uygun ö retmen Etkinlikleri geli tirilmesi. Doktora Tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi E itim Bilimleri Enstitüsü, zmir.
- Çilingir, D. ve Türnüklü, E. B. 2009. İkö retim 6–8. sınıf ö rencilerinin matematiksel tahmin becerileri ve tahmin stratejileri. *İkö retim Online*, 8(3), 637-650.
- Çubukçu, Z. 2004. Ö retmen adaylarının dü ünme stillerinin ö renme biçimlerini tercih etmelerindeki etkisi. XIII. Ulusal E itim Bilimleri Kurultayı, 6-9 Temmuz 2004, nönü Üniversitesi E itim Fakültesi, Malatya.
- Davis, P. J. and Hersh, R. 1981. The mathematical experience. Birkhäuser.
- Davis, B. and Simmt, E. 2006. Mathematics-for-teaching: An ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 293–319.
- Diezmann, C. and English, L. D. 2001. Developing young children’s mathematical power. *Roeper Review*, 24(1), 11-13.
- Dooren, W. V., Bock, D. D., Depaepe, F., Janssens, D. and Verschaffel, L. 2003. The illusion of linearity: Expanding the evidence towards probabilistic reasoning. *Educational Studies in Mathematic*, 53, 113-138.
- Dowker, A. 1997. Young children’s addition estimates. *Mathematical Cognition*, 3(2), 141–154.
- Dowker, A. 2003. Young children’s estimates for addition: The zone of partial knowledge and understanding. In A. J. Baroody & A. Dowker (Eds.), The development of arithmetic concepts and skills: Constructing adaptive expertise (pp. 35–74). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Duatepe, A., Akku -Çıkla, O. ve Kayhan, M. 2005. Orantısal akıl yürütme gerektiren sorularda ö rencilerin kullandıkları çözüm stratejilerinin soru türlerine göre de i iminin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi E itim Fakültesi Dergisi*, 28, 73-81.
- Dursun, . ve Dede Y. 2004. Ö rencilerin matematikte ba arısını etkileyen faktörler: Matematik ö retmenlerinin görü leri bakımından. *Gazi E itim Fakültesi Dergisi*, 24(2), 217-230.
- Ekizo lu, N. and Tezer, M. 2007. The relationship between the attitudes towards mathematics and the success marks of primary school student. *Cypriot Journal of Educational Sciences*, 2(1), 43-57.

- Ellis, H. C. and Hunt, R. R. 1993. Fundamentals of cognitive psychology. Mc Graw Hill.
- English, L. D. 1998. Reasoning by analogy in solving comparison problems, *Mathematical Cognition*, 4(2), 125-146.
- English, L. D. 2005. Combinatorics and the development of childrens' combinatorial reasoning. In Graham A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (chapter 5, pp. 121-141). Springer Science, New York.
- Fast, G. R. 1997. Using analogies to overcome student teachers' probability misconceptions. *Journal of Mathematical Behavior*, 16(4), 325-344.
- Fast, G. R. 2001. The stability of analogically reconstructed probability knowledge among secondary mathematics students. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 1(2), 193-210.
- Fischbein, E. 1975. *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel.
- Fischbein, E. 1987. *Intuition in mathematics and science. An educational approach*. Dordrecht: Reidel.
- Fischbein, E., Nello, M. S. and Marino, M. S. 1991. Factors affecting probabilistic judgments in children and adolescents. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 523-549.
- Fischbein, E. and Schnarch, D. 1997. The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions. *Journal of Research in Science Teaching*, 28(1), 96-105.
- Fong, G. T., Krantz, D. H. and Nisbett, R. E. 1986. The effects of statistical training on thinking about everyday problems. *Cognitive Psychology*, 18, 253-292.
- Ford, M. I. and Kuhs, T. 1991. The act of investigating: Learning mathematics in the primary grades. *Childhood Education*, 67(5), 313-316.
- Francisco, J. M. 2004. *Students' reflections on mathematical learning: results from a longitudinal study*. Unpublished Doctoral Dissertation. The State University of New Jersey, New Brunswick.
- Francisco, J. M. and Maher, C. A. 2005. Conditions for promoting reasoning in problem solving: Insights from a longitudinal study. *Journal of Mathematical Behavior*, 24, 361-372.
- Frederiksen, N. 1984. Implications of cognitive theory for instruction in problem solving. *Review of Educational Research*, 54, 363-407.
- Funke, J. and Frensch, P. A. 1995. Complex problem solving research in North America and Europe: an integrative review. *Foreign Psychology*, 5, 42-47.



- Gagne, R. 1980. Learnable aspects of problem solving. *Educational Psychologist*, 15, 84-92.
- Gal, I. and Baron, J. 1996. Understanding repeated simple choices. *Thinking and Reasoning*, 2(1), 1-18.
- Gal, I. 2002. Adults' Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.
- Garfield, J. and Ahlgren, A. 1988. Difficulties in learning basic concepts in probability and statistics: Implications for research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(1), 44-63.
- Garfield, J. and delMas, R. 1989. Reasoning about chance events: Assessing and changing students' conceptions of probability. Proceedings of the 11th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Volume 2, pp. 189-195). Rutgers University Press.
- Garfield, J. and Gal, I. 1999. Teaching and assessing statistical reasoning. In L. V. Stiff and F. R. Curcio (Eds.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12. 1999 Yearbook* (pp. 207-219). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Garfield, J. and Ben-Zvi, D. 2007. How students learn statistics revisited: a current review of research on teaching and learning statistics. *International Statistical Review* 75(3), 372-396.
- Garfield, J. and Ben-Zvi, D. 2009. Helping students develop statistical reasoning: implementing a statistical reasoning learning environment. *Teaching Statistics*, 31(3), 72-77.
- Gay, L. R. and Airasian, P. 2000. *Educational research: Competencies for analysis and application*. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, Inc.
- Gibbs, W. and Orton, J. 1994. Language and mathematics. In A. Orton and G. Wain (Eds.), *Issues in Teaching Mathematics* (pp. 95-116). Cassell, London.
- Graham, A. 1994. *Statistics: An introduction*. London: Hodder & Stoughton.
- Green, D. R. 1983. A survey of probability concepts in 3000 pupils aged 11-16 years. In D. R. Grey, P. Holmes, V. Barnett and G.M. Constable (Eds.), *Proceedings of the First International Conference on Teaching Statistics* (pp. 766-783). Sheffield, UK: Teaching Statistics Trust.
- Greer, B. 2001. Understanding probabilistic thinking: The legacy of Efrahim Fischbein. *Educational Studies in Mathematics*, 45, 15-33.
- Gruen, G. E. and Weir, M. W. 1964. Effect of instructions, penalty and age on probability learning. *Child Development*, 35, 265-273.

- Gürbüz, R. 2006. Olasılık kavramlarının öğretimi için örnek çalışma yapıtlarının geliştirilmesi. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31(1), 111-123.
- Gürbüz, R. 2007. Bilgisayar destekli öğretimin öğrencilerin kavramsal gelişmelerine etkisi: Olasılık örneği. *Eurasian Journal of Educational Research*, 28, 75-87.
- Gürbüz, R. 2010. The effect of activity based instruction on conceptual development of seventh grade students in probability. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41(6), 743-767.
- Gürbüz, R., Çatlıoğlu, H. Birgin, O. and Erdem, E. 2010. An investigation of fifth grade students' conceptual development of probability through activity based instruction: a quasi-experimental study. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 10(2), 1021-1069.
- Gürbüz, R. and Birgin, O. 2012. The effect of computer-assisted teaching on remedying misconceptions: The case of the subject "probability". *Computers and Education*, 58(3), 931-941.
- Hacking, I. 1975. The emergence of probability. Cambridge University Press.
- Hançerlioğlu, O. 1989. Felsefe sözlüğü. Remzi Kitabevi, İstanbul.
- Hansen, R. S, McCann, J. and Myers, J. L. 1985. Rote versus conceptual emphases in teaching elementary probability. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16, 364-374.
- Harbison, R. W. and Hanushek, E. A. 1992. Educational performance for the poor: Lessons from rural northeast Brazil. Oxford University Press, Oxford, England.
- Harms, T. J. 2003. Analysis of Minnesota students' mathematical literacy on TIMSS, NAEP, and MN BST, Unpublished Doctoral Dissertation. University of North Dakota.
- Henningsen, M. and Stein, M. K. 1997. Mathematical tasks and student cognition: classroom based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 524-549.
- Hiebert, J. 2003. What research says about the NCTM standards. In J. Kilpatrick, G. Martin and D. Schifter (Eds.), A research companion to principles and standards for school mathematics (pp. 5-23). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Hiebert, J., Morris, A. K. and Glass, B. 2003. Learning to learn to teach: An experiment model for teaching and teacher preparation in mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 6, 201-222.
- Hill, H., Schilling, S. and Ball, D. 2004. Developing measures of teachers' mathematics knowledge for teaching. *Elementary School Journal*, 105, 11-30.

- Hill, H. C., Rowan, B and Ball, D. L. 2005. Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371–406.
- Holyoak, K. J. and Morrison, R. G. (2005). Thinking and reasoning: A reader's guide. In K. J. Holyoak & R. G. Morrison (Eds.), *The Cambridge handbook of thinking and reasoning* (pp. 1–9). New York, NY: Cambridge University Press.
- Howe, A.C. and Jones, L. 1993. *Engaging children in science*. MacMillan, New York.
- Ifrah, G. 1998. *Rakamların evrensel tarihi 1: Bir gölgenin pe inde* (8.Baskı). Tübitak Popüler Bilim Kitapları, Ankara.
- Işık, T. and Işık, A. (2003). Conceptual and procedural learning in mathematics. *Journal of The Korea Society of Mathematical Education Series D: Research in Mathematical Education*, 7(2), 91–99.
- Johnson-Laird, P.N., Legrenzi, P. and Sonino-Legrenzi, M. 1972. Reasoning and a sense of reality. *British Journal of Psychology*, 63, 395-400.
- Jones, G. A., Langrall, C. W., Thornton, C. A. and Mogill, A. T. 1997. A framework for assessing and nurturing young children's thinking in probability. *Educational Studies in Mathematics*, 32, 101-125.
- Jones, G. A., Langrall, C. W., Thornton, C. A. and Mogill, A. T. 1999. Students' probabilistic thinking in instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30, 487–519.
- Kahneman, D. and Tversky, A. 1972. Subjective probability: A judgment of representativeness. *Cognitive Psychology*, 3, 430-454.
- Kahneman, D., Slovic, P. and Tversky, A. (Eds.). 1982. *Judgment under uncertainty: Heuristics and biases*. Cambridge University Press.
- Kalaycı, . 2009. *SPSS uygulamalı çok de i kenli istatistik teknikleri* (4. Baskı). Asil Yayın Da ıtım, Ankara.
- Kamii, C. and Dominck, A. 1998. The harmful effects of algorithms in grades 1-4. In L. J. Morrow and M. J. Kenney (Eds.), *The teaching and learning of algorithms in school mathematics: 1998 yearbook* (pp. 130–140). Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Kapadia, R. 1985. A brief survey of research on probabilistic notions. In A. Bell, B. Low and J. Killpatrick (Eds), *Theory, research and practice in mathematical education*. (pp. 261-265). Nottingham, UK: Shell Centre for Mathematical Education.
- Karaçay, T. 2006. Olasılı ın matematiksel temelleri ve yeni arayıl ar. IV. Ulusal Mantık, Matematik ve Felsefe Sempozyumu, Foça, 5-8 Eylül 2006.

- Karasar, N. 2009. Bilimsel araştırma yöntemi (19. Baskı). Nobel Yayın Dağıtım, Ankara.
- Karata, . ve Güven, B. 2003. 8. Sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde kullandıkları bilgi türlerinin analizi. Matematikçiler Derneği Bilim Köresi. www.matder.org.tr.
- Kasmer, L. and Kim, O. K. 2011. Using prediction to promote mathematical understanding and reasoning. *School Science and Mathematics*, 111(1), 20-33.
- Kazak, S. and Konfrey, J. 2007. Elementary school students' intuitive conceptions of random distribution. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 2(3), 227-244.
- Kazak, S. 2009. Olasılık konusu öğrencilere neden zor gelmektedir? M. F. Özmantar, E. Bingölbali (Ed.), İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri. PegemA Yayıncılık, Ankara.
- Kazıma, M. 2006. Malawian students' meanings for probability vocabulary. *Educational Studies in Mathematics*, 64, 169-189.
- Keren, G. 1984. On the importance of identifying the correct sample space. *Cognition*, 16, 121-128.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. and Findell, B. 2001. Adding it up: helping children learn mathematics. National Academy Press, Washington.
- Kim, O. K. and Kasmer, L. 2007. Using prediction to promote mathematical reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 12, 294-299.
- King, J. P. 2003. Matematik sanatı (14. Baskı). Tübitak Popüler Bilim Kitapları, Ankara.
- Klein, A. S. 1984. The early development of arithmetic reasoning: numerative activities and logical operations (number, counting, representation). Unpublished Doctoral Dissertation. City University of New York, USA.
- Konold, C. E. 1989. Informal conceptions of probability. *Cognition and Instruction*, 6, 59-98.
- Korkmaz, H. 2002. Fen eğitiminde proje tabanlı öğrenmenin yaratıcı düşünme, problem çözme ve akademik risk alma düzeylerine etkisi. Yayımlanmamış Doktora Tezi. Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Korkmaz, A. 2005. Olasılık kuramının doğuşu. *Ankara Üniversitesi SBF Dergisi*, 60(2), 171-193.
- Kosonen, P. O. 1992. Effects of teaching statistical laws on reasoning about problems. Thesis submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of doctor of philosophy. Faculty of Education, Simon Fraser University.

- Kramarski, B. A., Mevarech, Z. R. and Lieberman A. 2001. Effects of multilevel versus unilevel metacognitive training on mathematical reasoning. *Journal of Educational Research*, 94(5), 292-300.
- Kramarski, B. and Mizrachi, N. 2004. Enhancing mathematical literacy with the use of metacognitive guidance in forum discussion. Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3, 12.
- Krulik, S. and Rudnick, J. A. 1993. Reasoning and problem solving. A handbook for elementary school teachers. Needham Heights, Mass: Allyn And Bacon, Inc.
- Lamprianou, I. and Lamprianou T. A. 2003. The nature of pupils' probabilistic thinking in primary schools in Cyprus. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 173-180.
- Lannin, J. K. 2004. Developing MP by using explicit and recursive reasoning. *Mathematics Teacher*, 98(4), 216-253.
- Lansdell, J. M. 1999. Introducing young children to mathematical concepts: Problems with new terminology. *Educational Studies*, 25(3), 327-333.
- Lavigne, N. C. and Lajoie, S. P. 2007. Statistical reasoning of middle school children engaged in survey inquiry. *Contemporary Educational Psychology*, 32, 630-666.
- Lawrence, A. 1999. From the giver to twenty-one balloons: Explorations with probability. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 4(8), 504-509.
- Lecoutre, M. P. 1992. Cognitive models and problem spaces in "purely random" situations. *Educational Studies in Mathematics*, 23, 557-568.
- Lithner, J. 2000. Mathematical reasoning in task solving, *Educational Studies in Mathematics*, 41, 165-190.
- Lithner, J. 2006. A framework for analysing creative and imitative mathematical reasoning. Research reports, No 2, in Mathematics Education. Umeå University.
- Lithner, J. 2008. A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67, 255-276.
- Ma, X. and N. Kishor. 1997. Assessing the relationship between attitude towards mathematics and achievement in mathematics: A meta-analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*. 28(1), 26-47.
- Maher, C. A. and Davis, R. B. 1995. Children's explorations leading to proof. In C. Hoyles and L. Healy (Eds.), *Justifying and proving in school mathematics* (pp. 87-105). Mathematical Sciences Group, Institute of Education, University of London, London.

- Mandacı- ahin, S. 2007. 8. Sınıf ö rencilerinin matematik gücünün belirlenmesi. Doktora tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Mayer, R. E. 1982. The psychology of mathematical problem solving. In F. K. Lester and Garofalo (Eds), *Mathematical problem solving: Issues in research* (1-13). Franklin Institute Pres, Philadelphia.
- MEB. 2009. İlkö retim matematik dersi 6-8. sınıflar ö retim programı. T.C. Milli E itim Bakanlığı 1. Talim ve Terbiye Kurulu Ba kanlığı 1, Ankara.
- Meece, J. 1996. Gender differences in mathematics achievement: the role of motivation. In M. Carr (Ed.), *Motivation in Mathematics*. Hampton Press, Inc. (pp. 113-130). Cresskill, New Jersey.
- Memnun, D. S. 2008. Olasılık kavramlarının ö renilmesinde kar ıla ılan zorluklar, bu kavramların ö renilememe nedenleri ve çözüm önerileri. *nönü Üniversitesi E itim Fakültesi Dergisi*, 9(15), 89–101.
- Mishlove, J. 1995. Intuition: A link between psi and spirituality. *ReVision*, 18(1), 33-35.
- Moore, R. C. 1994. Making the transition to formal proof. *Educational Studies in Mathematics*, 27, 249-266.
- Moralı, S. L. and Saracalo lu, A. S. 1995. The relationship between mathematical attitude and achievement among turkish high-school athletes and non-athletes. International Conference on Physical Education and Sports of Children and Youth. Conference Proceedings (pp. 199-202). August 13-16, 1995, Bratislava.
- Morsanyi, K., Primi, C., Chiesi, F. and Handley S. 2009. The effects and side-effects of statistics education: psychology students' (mis)conceptions of probability. *Contemporary Educational Psychology*, 34, 210- 220.
- Mottram, D. R.1995. A comparative study of computational estimation ability and strategies used in estimation problems. Unpublished Doctoral Dissertation, Colorado Üniversitesi.
- Munisamy, S. and Doraisamy, L. 1998. Levels of understanding of probability concepts among secondary school pupils. *International Journal for Mathematical Education in Science and Technology*, 29 (1), 39-45.
- Mullens, J. E., Murnane, R. J. and Willett, J. B. 1996. The contribution of training and subject matter knowledge to teaching effectiveness: A multilevel analysis of longitudinal evidence from Belize. *Comparative Education Review*, 40, 139–157.
- National Science Foundation [NSF]. 1995. Mathematical power for all students: the rhode island mathematics framework. K-12. C.I.A.I. Curriculum, Instruction, Assessment, Improvement, Pinellas County Schools Division of Curriculum and Instruction Secondary Mathematics. Washington. DC. Arlington.

- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. 1989. Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston: Virginia.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. 2000. Principles and standards for school mathematics. Reston, VA.
- National Assessment of Educational Progress [NAEP]. 2003. Mathematics framework for the 2003 NAEP. National Assessment Governing Board.
- Neilens, H. L., Handley, S. J. and Newstead, S. E. 2009. Effects of training and instruction on analytic and belief-based reasoning processes. *Thinking and Reasoning*, 15(1), 37-68.
- Nesin, A. 2002. Matematik ve do a. stanbul Bilgi Üniversitesi Yayınları Popüler Bilim 2.
- Newell, A. 1980. One final word. In D.T. Tuma and F.Reif (Eds). Problem solving and education: Issues in teaching and research. Hillsdale, N.J.: Erlbaum.
- Nickerson, R. S. 2004. Cognition and chance: the psychology of probabilistic reasoning. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers Mahwah, New Jersey, London.
- Nilsson, P. 2007. Different ways in which students handle chance encounters in the explorative setting of a dice game. *Educational Studies in Mathematics*, 66, 293-315.
- Nilsson. P. 2009. Conceptual variation and coordination in probability reasoning. *Journal of Mathematical Behavior*, 28, 247-261.
- Offenbach, S. I. 1964. Studies of children's probability learning behavior: I. effect of reward and punishment at two age levels. *Child Development*, 35, 709-715.
- Offenbach, S. I. 1965. Studies of children's probability learning behavior: II. effect of method event frequency at two age levels. *Child Development*, 36, 951-962.
- Olkun, S. ve Toluk, Z. 2003. Matematik Ö retimi. Anı Yayıncılık, Ankara.
- Olkun, S. ve Toluk, Z. 2004. İkö retimde etkinlik temelli matematik ö retimi. Anı Yayıncılık, Ertem Matbaacılık, Ankara.
- Olson, J. 2007. Developing students' mathematical reasoning through games. *Teaching Children Mathematics*, 13(9), 464-471.
- Orton, A. ve Frobisher, L. 1996. Insights into teaching mathematics. Cassell, London.
- Otte, M. 1994. Intuition and logic in mathematics. In Selected lectures from the 7th international congress on mathematical education 1992 (pp. 271-284). Sainte-Foy: Les Presses de l'Université Laval.

- Özer, N. 2002. Kritik Düşünme. *Atatürk Üniversitesi Hemirelik Yüksekokulu Dergisi*, 5(2), 63-67.
- Palm, T. 2008. Impact of authenticity on sense making in word problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 67(1), 37-58.
- Papanastasiou, C. 2002. Effects of background and school factors on the mathematics achievement. *Educational Research and Evaluation*, 8(1), 55-70.
- Peresini, D. and Webb, N. 1999. Analyzing mathematical reasoning in students' responses across multiple performance assessment tasks. *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12 / Lee V. Stiff, 1999 Yearbook Editor, National Council Of Teachers Of Mathematics, Reston, Virginia.*
- Pijls, M., Dekker, R. and Van Hout-Wolters, B. 2007. Reconstruction of a collaborative mathematical learning process, *Educational Studies in Mathematics*, 65, 309-329.
- Pilten, P. 2008. Üstbili stratejileri öğretiminin ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerilerine etkisi. Doktora Tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Polaki, M. V. 2002. Using instruction to identify key features of basotho elementary students' growth in probabilistic thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 4(4), 285-313.
- Polya, G. 1997. Nasıl Çözmeli. Çev.: Feryal Halatçı, Sistem Yayıncılık, İstanbul.
- Polya, G. 1981. *Mathematical discovery*. New York: Wiley.
- Popper, K. R. 1998. *Bilimsel Araştırmanın Mantığı*. 1. YKY, İstanbul.
- Pratt, D. 1998. The construction of meanings in and for a stochastic domain of abstraction. Unpublished Doctoral Dissertation, Institute of Education, University of London.
- Pratt, D. 2000. Making sense of the total of two dice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(5), 602-625.
- Presseisen, B. Z. 1985. Thinking skills: Meanings, models, materials. In A. Costa (Ed.), *Developing Minds* (pp. 43-48). Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.
- Quinn, R. J. 2004. Investigating probabilistic intuitions. *Teaching Statistics*, 26(3), 86-88.
- Raiker, A. 2002. Spoken language and mathematics. *Cambridge Journal of Education*, 32(1), 45-60.



- Rittle-Johnson, B. and Koedinger, K. R. 2002. Comparing instructional strategies for integrating conceptual and procedural knowledge. Proceedings of the Annual Meeting of the North Psychology of Mathematics Education, 1-4.
- Rowan, B., Chiang, F. and Miller, R. J. 1997. Using research on employees' performance to study the effects of teachers on students' achievement. *Sociology of Education*, 70, 256–284.
- Rowland, T., Huckstep, P. and Thwaites, A. 2005. Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8, 255–281.
- Rosenholtz, S. J. 1985. Political myth about education reform: Lessons from research on teaching. *PhiDelta Kappan*, 66(5), 349-355.
- Russell, S. J. 1999. Mathematical reasoning in the middle grades. In L. V. Stiff and F. R. Curcio (Eds.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12* (pp. 1–12). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Salan, M. ve Gencil, S. 1998. Liseler için matematik ders kitabı 3, Salan Yayınları, İstanbul.
- Savant, M. 1997. *The power of logical thinking*. St. Martin's Press, New York.
- Schoenfeld, A. H. 1985. *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press.
- Schoenfeld, A. H. 1992. Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). New York: Macmillan.
- Schlottmann, A. 2001. Children's probability intuitions: understanding the expected value of complex gambles. *Child Development*, 72(1), 103–122.
- Schroeder, T. L. 1993. Mathematical connections: two cases from an evaluation of students' mathematical problem solving, Annual Meeting of NCTM, Seattle, Mart.
- Sefero lu, S. S. 2001. Sınıf ö retmenlerinin kendi meslekî geli imleriyle ilgili görü leri, beklentileri ve önerileri. *Milli E itim Dergisi*, 149.
- Sefero lu, S. S. ve Akbıyık, C. 2006. Ele tirel dü ünme ve ö retimi. *Hacettepe Üniversitesi E itim Fakültesi Dergisi*, 30, 193-200.
- Selçuk, Z. 2001. *Geli im ve ö renme*. Nobel Yayın Da ıtım, Ankara.
- Semadeni, Z. 2008. Deep intuition as a level in the development of the concept image. *Educational Studies in Mathematics*, 68, 1-17.

- Shaughnessy, J. M. 1977. Misconceptions of probability: an experiment with a small-group, activity-based, model building approach to introductory probability at the college level. *Educational Studies in Mathematics*, 8, 295-316.
- Shaughnessy, J. M. 1992. Research in probability and statistics: Reflections and directions. In, D.A. Grouws (Ed.) Handbook on research on mathematics teaching and learning (pp. 465-494). New York: Macmillan.
- Shulman, L. S. 1986. Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Sirotic, N. and Zazkis, R. 2007. Irrational numbers: the gap between formal and intuitive knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 65, 49-76.
- Soylu, Y. ve Soylu, C. 2006. Matematik derslerinde ba arıya giden yolda problem çözümlerinin rolü. *nönü Üniversitesi E itim Fakültesi Dergisi*, 7(11), 97-111.
- Sowder, J., Sowder, L. and Nickerson, S. 2009. Reconceptualizing mathematics for elementary school teachers. New York, NY: W. H. Freeman.
- Sparkes, J. J. 1999. NCTM's vision of mathematics assessment in the secondary school: Issues and challenges. Unpublished Master's Thesis. Memorial University of Newfoundland.
- Straker, A. 1993. Talking points in mathematics. Cambridge: Cambridge University Press.
- Struik, D. J. 2002. Kısa matematik tarihi (2. Baskı). Doruk Yayıncılık, stanbul.
- Stylanides, A. J. 2007. Proof and proving in school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(3), 289-321.
- Suzuki, K. 1997. Cognitive constructs measured in word problems: a comparison of students' responses in performance-based tasks and multiple choice tasks for reasoning. Annual Meeting of the American Educational Research Association, Chicago, Mart.
- andır, H., Ubuz, B. ve Argün, Z. 2002. Ortaö retim 9. sınıf ö rencilerinin mutlak de er kavramındaki ö renme hataları ve kavram yanılgıları. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik E itimi Kongresi, ODTÜ, Ankara.
- ener, K. 2001. İkö retim ö rencilerinin çalı ma alı kanlıklarının matematikteki ba arılarına etkisi. Yayınlanmamı Yüksek Lisans Tezi. Fırat Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Elazı .
- Ta , . 2000. Matemati e yönelik tutum ile matematik ba arısı arasındaki kar ılıklı ili ki. Yayınlanmamı Yüksek Lisans Tezi. O.D.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

- Tall, D. 1993. Students' difficulties in calculus, proceedings of working group 3 on students' difficulties in calculus. *ICME-7*, Quebec, Canada, 13–28.
- Tall, D. 1996. Functions and calculus. In A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick and C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp. 289–325). Dordrecht: Kluwer.
- Tatsis, K., Kafoussi, S. and Skoumpourdi, C. 2008. Kindergarten children discussing the fairness of probabilistic games: The creation of a primary discursive community. *Early Childhood Education Journal*, 36, 221-226.
- Tavancıl, E. 2010. *Tutumların ölçülmesi ve SPSS ile veri analizi (4. Baskı)*. Nobel Yayın Daıtım, İstanbul.
- Tchoshanov, M. A. 2011. Relationship between teacher knowledge of concepts and connections, teaching practice, and student achievement in middle grades mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 76, 141-164.
- TDK: Büyük Türkçe Sözlük (BTS) / E itim Terimleri Sözlü ü, 1974.
- Tezbaran, A. A. 2008. Likert tipi ölçek geli tirme kılavuzu (3. Baskı). Türk Psikologlar Derne i Yayınları, Ankara.
- TIMSS. 2003. IEA's TIMSS 2003 International Report on Achievement in the Mathematics Cognitive Domains: Findings from a developmental project international association for the evaluation of educational achievement. TIMSS & PIRLS International Study Lynch School of Education, Boston College.
- Toole, C. M. 2001. Explaining math achievement by examining its relationships to ethnic background, gender, and level of formal reasoning. Unpublished Doctoral Dissertation. The University of North Carolina, Greensboro.
- Toulmin, S., Rieke, R. and Janik, A. 1984. *An introduction to reasoning* (Second Edition). Macmillan Publishing Co., Inc. New York.
- Truran, J. 1985. Children's understanding of symmetry. *Teaching Statistics*, 7(3), 69–74.
- Turanlı, N., Türker, N. K. ve Keçeli, V. 2008. Matematik alan derslerine yönelik tutum ölçe i geli tirilmesi. *Hacettepe Üniversitesi E itim Fakültesi Dergisi*, 34, 254-262.
- Umay, A. 2003. Matematiksel muhakeme yetene i. *Hacettepe Üniversitesi E itim Fakültesi Dergisi*, 24, 234-243.
- Umay, A. ve Kaf, Y. 2005. Matematikte kusurlu akıl yürütme üzerine bir çalı ma. *Hacettepe Üniversitesi E itim Fakültesi Dergisi*, 28, 188-195.
- Vaninsky, A. Y. 2009. Intuition-based teaching mathematics for engineers. *International Journal of Recent Trends in Engineering*, 1(1), 30-35.

- Verschaffel, L., Greer, B. and DeCorte, E. 2000. Making sense of word problems. Lisse: Swets and Zeitlinger.
- Vygotsky, L. S. 1978. Mind in society: The development of higher psychological processes (M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner, E. Souberman, Trans.). Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Yackel, E. and Hanna, G. 2003. Reasoning and proof. In J. Kilpatrick, G. Martin and D. Schifter (Eds.), A research companion to principles and standards for school mathematics (pp. 227–236). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Yan, S. 2005. Gender-related differential item functioning in mathematics assessment on the third international mathematics and science study-repeat (TIMSSR). Unpublished Doctoral Dissertation. The University of Toledo.
- Yankelewitz, D., Mueller, M. and Maher, C. A.2010. A task that elicits reasoning: A dual analysis. *The Journal of Mathematical Behavior*, 29, 76-85.
- Yenilmez, K. ve Uysal, E. 2007. İköretim örencilerinin matematiksel kavram ve sembolleri günlük hayatla ili kilendirebilme düzeyi. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi E itim Fakültesi Dergisi*, 24, 89-98.
- Yeildere, S. ve Türnüklü, E. 2008. İköretim sekizinci sınıf örencilerin bilgi olu turma süreçlerinin matematiksel güçlerine göre incelenmesi. *Uluda Üniversitesi E itim Fakültesi Dergisi*, 21 (2), 485-510.
- Yıldırım, C. 2004. Matematiksel dü ünme (4. Baskı), Remzi Kitabevi, stanbul.
- Watson, J. M. and Moritz, J. B. 2002. School students' reasoning about conjunction and conditional events. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 33, 59-84.
- Watson, J. M. and Kelly, B. A. 2004. Statistical variation in a chance setting: A two-year study. *Educational Studies in Mathematics*, 57, 121-144.
- Watson, J., Kelly, B. and Izard J. 2006. A longitudinal study of student understanding of chance and data. *Mathematics Education Research Journal*, 18(2), 40–55.
- Way, J. 2003. The development of young children's notions of probability. Proceedings Of Cerme-3.
- Webster. 1986. Webster's third new international dictionary of the English language. Chicago: Encyclopaedia Britannica, Inc.
- Weir, M. W. 1962. Effects of age and instructions on children's probability learning. *Child Development*, 33, 729-735.

- White, C., S., Alexander, P., A. and Daugherty, M. 1998. The relationship between young children's analogical reasoning and mathematical learning. *Mathematical Cognition*, 4(2), 103-123.
- Wilson, S. M., Shulman, L. S. and Richert, A. 1987. 150 different ways of knowing: Representations of knowledge in teaching. In J. Calderhead (Ed.), *Exploring teachers' thinking* (pp. 104–124). Sussex, England: Holt, Rinehart & Winston.
- Woolfolk, A. E. 1998. *Educational psychology* (7. Baskı). Boston: Allyn ve Bacon.

## **EKLER**

**EK 1. MATEMATİKSEL MUHAKEME BECERİ DÜZEYİ BELİRLEME ÖLÇEĞİ**

**EK-2. OLASILIKSAL MUHAKEME BECERİ DÜZEYİ BELİRLEME ÖLÇEĞİ**

**EK 1. MATEMATİKSEL MUHAKEME BECERİ DÜZEYİ BELİRLEME ÖLÇÜSÜ**

Adı ve Soyadı:.....Sınıfı:..... Okulu.....

**1**

Herkesin birbiriyle arkadaş olduğu bir sınıfta Cihan erkek arkadaşlarının sayısının kız arkadaşlarının sayısının 2 katı olduğunu söylüyor. Aynı sınıftaki Dilara da erkek arkadaşları sayısının kız arkadaşları sayısının  $\frac{7}{3}$  katı olduğunu söylüyor. Bu sınıfta toplam kaç kişi vardır? Yazınız.

- a) 30                      b) 31                      c) 32                      d) 33

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**2**

Bir sporcu ilk gün belirli bir mesafeyi koşuyor. Sonraki her gün bir önceki gün koştuğu mesafenin 2 katından 200 metre daha az koşuyor. Sporcu üç gün sonunda toplam 8300 metre koştuğuna göre, ilk gün kaç metre koşmuştur? Yazınız.

- a) 1000 m    b) 1100 m    c) 1200 m    d) 1300 m

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

---

3

Bir okulda 1100 tane ö renci olup her sene 5 ö renci eksilmektedir. Di er bir okulda ise 700 ö renci olup her sene 15 ö renci artmaktadır. Kaç sene sonra bu iki okuldaki ö renci sayıları e it olur? Yazınız.

- a) 12      b) 15      c) 18      d) 20

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

---

4

Erdem, bir ekmek kuyru unda ba tan 17. ve sondan 12. oldu unu hesaplıyor. Yanlı hesaplamadı na göre kuyrukta kaç ki i vardır? Yazınız.

- a) 26      b) 27      c) 28      d) 29

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

---

5

Dünyanın çevresini ekvatordan sımsıkı saran bir ip oldu unu hayal edin. E er dünyanın yarıçapı 1 metre daha uzun olsaydı, ipin yine dünyayı sımsıkı sarabilmesi için ipi kaç metre uzatmamız gerekirdi? Yazınız.

- a)  $\pi$       b)  $2\pi$       c)  $3\pi$       d) Bilinemez

.....  
.....  
.....  
.....  
.....



---

6

Bir ehirde a tane okul, her okulda b tane sınıf, her sınıfta da c tane ö renci vardır. Bu ö rencileri ba ka bir ehirdeki d tane okula e it olarak payla tırırsak, her okulda kaç ki i bulunur? Yazınız.

- a)  $\frac{abc}{d+1}$       b)  $\frac{acd}{b}$       c)  $\frac{d}{abc}$       d)  $\frac{abc}{d}$

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

---

7

25 sayfalık bir kitabın sayfaları 1'den ba lamak üzere numaralandırılmak isteniyor. Bu i lem bitti inde toplam kaç rakam kullanılmı olur? Yazınız.

- a) 40      b) 41      c) 42      d) 43

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

---

8

Bir yunus, 3 metre derinlikten 8 metre zıplamı tır. Yunus deniz seviyesinin kaç metre üzerine çıkmı tır? Yazınız.

- a) 11 m      b) 5 m      c) 24 m      d) 10 m

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

---

**9**

Bir sepetteki yumurtaların  $\frac{1}{6}$  sı kırılıyor. Kalan yumurtaların  $\frac{2}{5}$ 'i satılıyor. Sepette 30 yumurta kaldığına göre, kaç yumurta satılmıştır? Yazınız.

- a) 10                      b) 20                      c) 30                      d) 40

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

---

**10**

Alanı  $39 \text{ m}^2$  olan kare şeklindeki bir bahçenin bir kenarının uzunluğu kaç metredir? Yazınız.

- a) 4 m ile 5 m arasında                      b) 5 m ile 6 m arasında  
c) 6 m ile 7 m arasında                      d) 7 m ile 8 m arasında

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

---

**11**

Ahmet, tanesini 5 TL ve 10 TL den aldığı kitapların tamamına 235 TL ödemiştir. Buna göre, Ahmet en az kaç tane kitap almıştır? Yazınız.

- a) 23                      b) 24                      c) 45                      d) 46

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

---

12

Koyun ve tavukların bulunduğu bir çiftlikte ayak sayısı 314, baş sayısı 100'dür. Buna göre çiftlikteki koyunların sayısı kaçtır? Yazınız.

- a) 57      b) 60      c) 63      d) 66

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

---

13

Bir asansör, en fazla 600 kg yük taşıyabilmektedir. 40 kilogramlık kutuları üst kata çıkaracak olan bir işçinin, kendisi de 80 kg olduğuna göre, beraberinde taşıyabileceği kutuların sayısı  $a$  aşağıdaki eşitsizliklerden hangisi ile bulunabilir? Yazınız.

- a)  $80x + 40 \leq 600$       b)  $80 + 40x \leq 600$   
c)  $600 - 40x \leq 80$       d)  $600 - 80x \leq 40$

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

---

14

Dünyanın suyla kaplı alanı karayla kaplı alanından daha fazladır. Zaman zaman dünyanın herhangi bir yerine gök taşları düşmektedir. Sizce bu göktaşlarının karaya mı yoksa suya mı düşme ihtimali daha fazladır? Neden?

- a) Karaya düşme ihtimali daha fazladır
- b) Suya düşme ihtimali daha fazladır
- c) Karaya ya da suya düşme ihtimalleri eşittir

.....

.....

.....

.....

.....

.....

---

15

Gençler genel olarak arabayı hızlı kullanırlar. Yaşlılar ise arabayı yavaş kullanırken, onlarda dikkat eksikliği daha fazladır. Adıyaman'da son bir ayda meydana gelen 35 trafik kazasının 25'inde sürücünün genç olduğu belirlenmiştir. Muhtemelen 36. trafik kazasının sürücüsü genç midir yoksa yaşlı mıdır? Neden?

- a) Sürücü muhtemelen gençtir.
- b) Sürücü muhtemelen yaşlıdır.
- c) Sürücünün genç ya da yaşlı olma ihtimalleri eşittir.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

---

16 (Fast 1997)

Yılmaz ailesi altıncı çocuklarını beklemektedir. İlk beş çocukları erkektir.

Altıncı çocuk için aşağıdakilerden hangisi doğrudur? Neden?

- a) Altıncı çocuk muhtemelen kız olur.
- b) Altıncı çocuk muhtemelen erkek olur.
- c) Altıncı çocuğun erkek ya da kız olma ihtimalleri eşittir.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

---

17-19. sorularda verilen sayılar arasındaki örüntüyü belirleyiniz. “?” yerine gelecek sayının bulunduğu seçeneği işaretleyiniz.

---

17

**$\frac{1}{16}, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, ?, 1, 2$**

- a)  $\frac{1}{5}$       b)  $\frac{1}{2}$       c)  $\frac{1}{3}$       d)  $\frac{1}{6}$

---

18

**1, 1, 2, 3, ?, 8**

- a) 4      b) 5      c) 6      d) 7
-

---

19

**1/2, 1, 1/2, -1/2, -1, ?**

- a) 1                      b) -1/2                      c) 1/2                      d) -1

---

20

1/4	1/4	1/4
-----	-----	-----

Kesir takımındaki 1/4'lük çubuklardan üç tanesinin uç uca getirilmesiyle yukarıdaki ekil elde edilmiştir. Bu eklin büyüklüğü kaç tane 1/12'lik çubuğun uç uca getirilmesiyle elde edilir? Açıklayınız.

- a) 3                      b) 6                      c) 9                      d) 12

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$\blacksquare \times \blacktriangle + \bullet = ?$$

-8, +3, -2 sayıları yukarıdaki semboller yerine hangisindeki gibi yerle tirilirse elde edilen i lemin sonucu en büyük olur? Açıklayınız.

$$\blacksquare \quad \blacktriangle \quad \bullet$$

- a)    -8    +3    -2  
b)    +3    -8    -2  
c)    -2    +3    -8  
d)    -8    -2    +3

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....



Yandaki saatin farklı ma azalardaki etiket fiyatları-indirim yüzdeleri aşağıda verilmiştir. Bu saat, yapılacak indirimler sonrasında hangi ma azadan en ucuza satın alınır? Açıklayınız.

- a) Papatya Ma azası/ 100 TL - % 25 indirim
- b) Sevgi Ma azası/ 90 TL - % 10 indirim
- c) Güler Ma azası/ 90 TL - % 20 indirim
- d) Bereket Ma azası/ 100 TL - % 30 indirim

.....

.....

.....

.....

.....

.....


Yandaki sihirli kareye 1'den 9'a kadar olan rakamları yalnızca bir kez kullanmak üzere öyle bir yerleştirin ki, her bir satır, sütun ve köşegendeki sayıların toplamı 15 olsun.

.....

.....

.....

.....

.....

.....



24

		8								
30		16	9	2				27		
		24						22		
								17		
47	40	33	26	19						

Yandaki ekilde sayılar arasındaki örüntüleri bularak boş kareleri doldurunuz. Açıklayınız.

.....

.....

.....

.....

.....

25 (Sowder vd 2009)

	Toplam
2 3 4 5 6 7 8 9 10	
10 12 14 16 18 20	
5 7 9 11 13 15	
3 6 9 12 15 18 21	

Yukarıda verilen ekleit aralıklı ardışık sayılardan hangilerinin toplamı 90'dır. Kısa yoldan bularak, nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

.....

.....

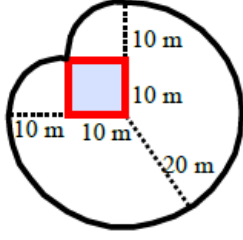
.....

.....

.....

.....

26 (MEB 2009)



Yanda görüldü ü gibi tabanı karesel bölge (10 m×10 m) ekinde olan bir bahçenin kö esine, bir koyun 20 metre uzunlu undaki bir iple ba lıdır. p gergin oldu unda bu koyunun otlayabilece i alan en fazla kaç metrekare olur? Açıklayınız.

.....

.....

.....

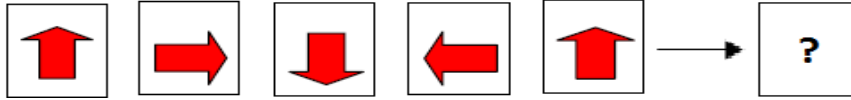
.....

.....

.....

27-29. sorularda verilen ekil dizilerinden sonra gelmesi gereken eklin bulundu u seçene i i aretleyiniz.

27 (MEB 2009)

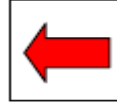
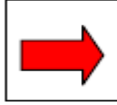
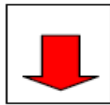


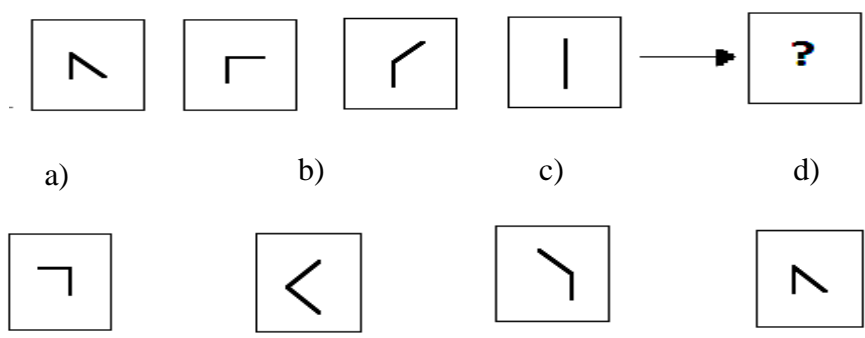
a)

b)

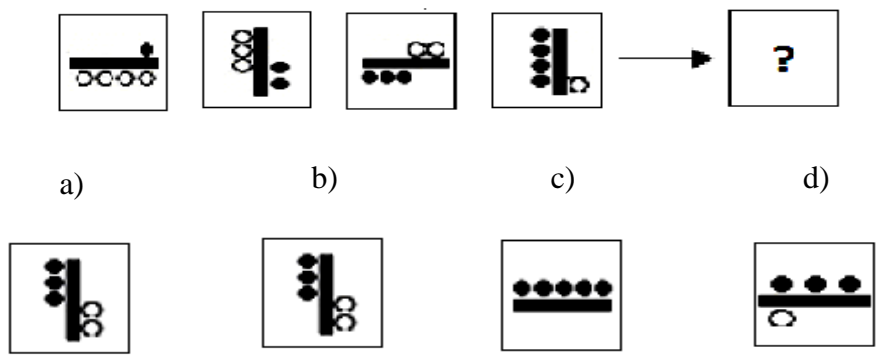
c)

d)





29 (Pilten 2008)



---

**30-32. sorularda verilen problemlere ait çözüm yollarının doğru olup olmadığını inceleyiniz. Yanlış ise nerede hata yapıldığını bularak doğru çözüm yolunu yazınız.**

---

**30**

Ali ile babasının yaşları toplamı 70'dir. Ali'nin yaşı babasının yaşının  $\frac{2}{5}$ 'i olduğuna göre, babasının yaşı kaçtır?

Çözüm Yolu:

1. adım: Ali'nin yaşı + babasının yaşı = 70
2. adım:  $70 : 5 = 14$  ve Ali'nin yaşı =  $14 \times 2 = 28$
3. adım: Babasının yaşı =  $70 - 28 = 42$

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

---

**31**

5 usta  $100 \text{ m}^2$  lik bir evin inaatını 10 günde bitirdiklerine göre aynı nitelikteki 10 usta  $150 \text{ m}^2$  lik bir evin inaatını kaç günde bitirirler?

Çözüm Yolu:

1. adım:  $100 \text{ m}^2$  lik evi 5 usta 10 günde bitirirse 10 usta 20 günde bitirir
2. adım: 10 usta  $100 \text{ m}^2$  lik evi 20 günde bitirirlerse  $150 \text{ m}^2$  lik ev  $(150 \times 20) / 100 = 30$  günde bitirirler.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

Aralarında 240 km yol bulunan iki ehirden kar ılıklı iki araç aynı anda yola çıkıyor. Birinin saatteki hızı 50 km, di erinin saatteki hızı ise 70 km oldu una göre, bu iki araç hareket ettikten kaç saat sonra kar ıla ırlar?

Çözüm Yolu:

1. adım: ki araç arasındaki mesafe 240 km dir.
2. adım: Kaç saat sonra kar ıla tıklarını bulmak için ikisinin hızları farkını hesaplamak gerekir. Yani  $70-50=20$
3. adım:  $240/20=12$  saat sonra kar ıla ırlar.

.....

.....

.....

.....

.....

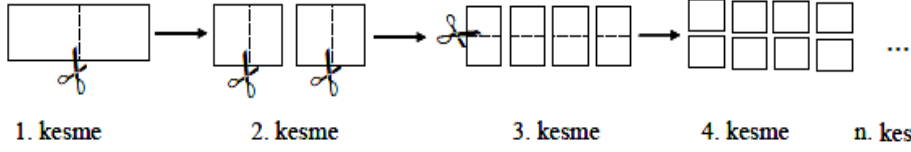
.....

.....

.....

.....

33 (MEB 2009)



Ö retmeni Ali'den makas ile kâ it eridi yukarıdaki gibi ortadan ikiye kesmesini, olu an e parçaların her birini tekrar ikiye kesmesini ve bu i lemi devam ettirmesi ister.

Kesme Sıra Numarası	Olu an Parça Sayısı	Sayının Üslü Gösterimi
1	2	$2^1$
2	4	$2^2$
3	8	$2^3$
4	16	$2^4$
.	.	.
.	.	.
.	.	.
<b>n</b>	<b>? tane</b>	<b>?</b>

Ali, genellemenin yapıldı ı “?” yerine ne yazaca ını bilememektedir. Sizce Ali ? yerine ne yazmalıdır? Açıklayınız.

.....

.....

.....

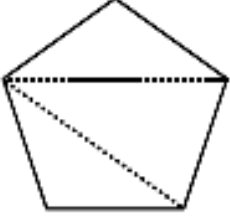
.....

.....

.....

34 (MEB 2009)

Kenar sayısı verilen bir çokgende üçgen sayısı ve bu çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı bulunur.

	Kenar Sayısı	Üçgen Sayısı	İç Açıların Ölçüleri Toplamı
	3	1	$1 \times 180^0$
	4	2	$2 \times 180^0$
	5	3	$3 \times 180^0$
	.	.	.
	.	.	.
.	.	.	
<b>n</b>	<b>?</b>	<b>? x 180</b>	

Kenar sayısının “n” olarak genellendi i yukarıdaki tabloda verilenlere göre “?” yerine ne yazılmalıdır? Açıklayınız.

.....

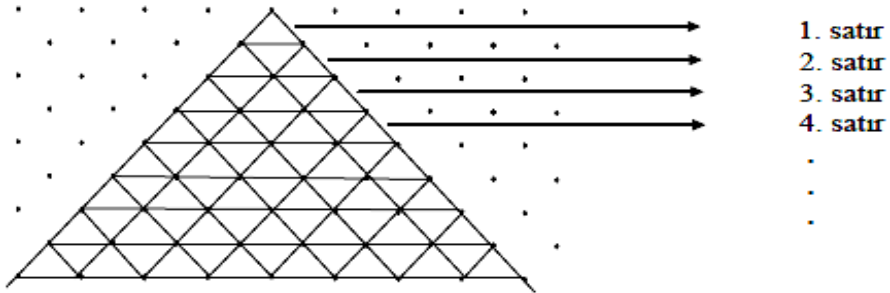
.....

.....

.....

.....

.....



Yukarıdaki şekilde her bir satırda kaç tane e kenar üçgen olduğu gösterilmiştir. Aşağıdaki tabloda ise satır numarası ile e kenar üçgen sayısı arasındaki ilişki belirtilmiştir ve bu ilişki genelleştirilmiştir.

Satır Numarası	E kenar Üçgen Sayısı	Satır Numarası ile E kenar Üçgen Sayısı Arasındaki İlişki	
		1. Seçenek	2. Seçenek
1	1	$1 + (1-1)=1$	$2 \cdot 1 - 1 = 1$
2	3	$2 + (2-1)=3$	$3 \cdot 1 - 1 = 3$
3	5	$3 + (3-1)=5$	$4 \cdot 1 - 1 = 5$
4	7	$4 + (4-1)=7$	$5 \cdot 1 - 1 = 7$
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
n	?	$n + (n-1)=2n-1$	?

Buna göre, genelleme için yapıldığı “?” yerine nasıl bir ifade yazılmalıdır? Açıklayınız.

.....

.....

.....

.....

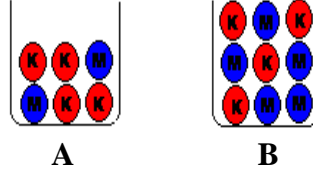
.....



## EK-2. OLASILIKSAL MUHAKEME BECER DÜZEY BEL RLEME ÖLÇE

Adı ve Soyadı:.....Sınıfı:..... Okulu.....

1



Yukarıdaki A ve B sepetleri kullanılarak oynanan bir oyunda seçti iniz sepetten çikti iniz topun kırmızı olması halinde siz bir ödül alacaksınız aksi takdirde arkadaşınız bir ödül alacaktır. Sizce hangi sepeti seçmek ödülü kazanmak için daha avantajlıdır? Açıklayınız.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

---

2 (Gürbüz 2010)



Toplar üzerindeki  
"K" Kırmızıyı,  
"M" maviyi  
ve "Y" ye ili  
temsil etmektedir.

Bu sepette 4'ü ye il, 3'ü kırmızı ve 2'si mavi olmak üzere toplam 9 top vardır. Gözlerinizi kapatıp sepetteki topları karı tırdıktan sonra seçece iniz topun hangi renk olma olasılı 1 daha fazladır? Açıklayınız.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

---

3

ki klasik zar aynı anda atıldı nda üst yüze gelen sayıların toplamının 4 olma olasılı 1 mı, yoksa 10 olma olasılı 1 mı daha fazladır? Açıklayınız.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

---

**4** (Fast 1997)

Bir para dört kez atılıyor ve sonuç TTTT oluyor. Bir sonraki atı ta yazının mı yoksa turanın mı gelme olasılığı daha fazladır? Açıklayınız (T = Tura, Y= Yazı).

.....

.....

.....

.....

.....

.....

---

**5** (Nilsson 2007; 2009)

iki zarın yüzleri (22 4444) ve (33 5555) şeklinde i aretlenmiştir. Bu zarlar birlikte atıldığında üst yüze gelen sayıların toplamının 7 olma olasılığı kaçtır? Açıklayınız.

.....

.....

.....

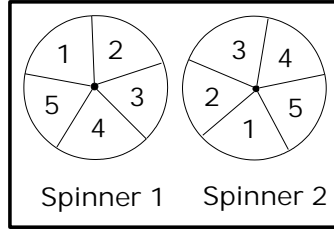
.....

.....

.....

---

6 (Baker ve Chick 2007)



Yukarıdaki spinnerleri birlikte döndürme deneyinde aynı sayıların gelme olasılı ı mı yoksa farklı sayıların gelme olasılı ı mı daha fazladır? Açıklayınız.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

---

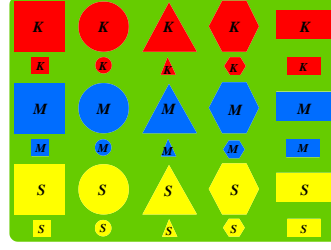
7

Klasik bir zarın atılması deneyinde a a ıdaki olayları parantez içerisinde “imkansız”, “kesin” veya “muhtemel” diye belirtiniz.

- Çift sayı gelmesi (.....)
- 7’den küçük bir sayma sayısının gelmesi (.....)
- 6’dan büyük bir sayının gelmesi (.....)
- 0’dan büyük bir sayının gelmesi (.....)
- 3 gelmesi (.....)

---

8 (Gürbüz 2006)



*(Geometrik ekillerin üzerindeki K, kırmızıyı; M, maviyi ve S sarıyı temsil etmektedir)*

Panodan rastgele seçilen bir geometrik eklin mavi veya dikdörtgen olma olasılı ı nedir? Açıklayınız.

.....

.....

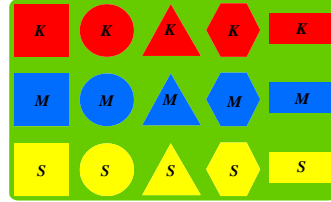
.....

.....

.....

---

9 (Gürbüz 2006)



*(Geometrik ekillerin üzerindeki K, kırmızıyı; M, maviyi ve S sarıyı temsil etmektedir)*

Panodan rastgele seçilen bir geometrik eklin kırmızı veya mavi olma olasılı ı nedir? Açıklayınız.

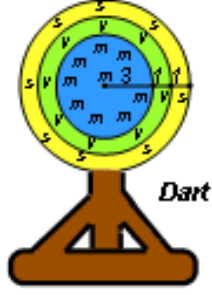
.....

.....

.....

.....

.....



Yarıçap uzunlukları yukarıdaki gibi olan dartta “m” mavi rengi, “y” ye il rengi ve “s” sarı rengi temsil etmektedir. Yapılan her atı , sarı, ye il veya mavi bölgelerden birine isabet etti ine göre rastgele yapılan bir atı ın hangi renk bölgeye isabet etme olasılı ı en azdır? Açıklayınız.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

---

**11.**

9. sorudaki panoyu kullanarak “imkansız olay”, “kesin olay” ve “muhtemel olay” çe itlerini a a ıdaki bo luklara do ru bir ekilde yerle tiriniz.

**a.** Panodan rastgele seçilen bir geometrik eklin siyah renkte olması.....’a örnektir.

**b.** Panodan rastgele seçilen bir geometrik eklin mavi renkte olması .....’a örnektir.

**c.** Panodan rastgele seçilen bir geometrik eklin mavi, sarı veya kırmızı renkte olması.....’a örnektir.

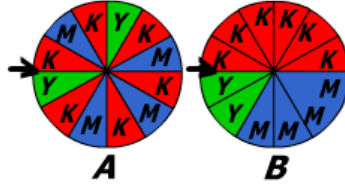
**d.** Panodan rastgele seçilen bir geometrik eklin sarı renkte olması.....’a örnektir.

**e.** Panodan rastgele seçilen bir geometrik eklin ye il renkte olması.....’a örnektir.

**f.** Panodan rastgele seçilen bir geometrik eklin kare, daire, üçgen, altıgen veya dikdörtgen ekinde olması.....’a örnektir.

---

12 (Gürbüz 2010)



A ve B iki adet spinnerdir. Bu spinnerler aynı anda döndürüldü ünde hangisinin kırmızı renkte durma olasılı ı daha fazladır? Açıklayınız.

.....

.....

.....

.....

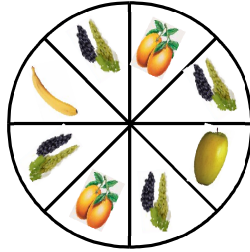
.....

.....

.....

---

13 (Gürbüz vd. 2010)



Bu çark dönme özelli i olan bir çarktır. Bu çark döndürüldü ünde hangi meyvede durma olasılı ı en fazladır? Açıklayınız.

.....

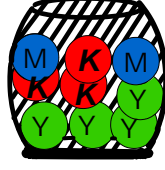
.....

.....

.....

.....





Yukarıdaki sepetten yerine koymamak  $\frac{1}{2}$  artı ile bir kırmızı ve bir mavi top seçilmi tir. Bu durumda hangi renk topları seçme olasılı mız de i mi tir? Açıklayınız.

.....

.....

.....

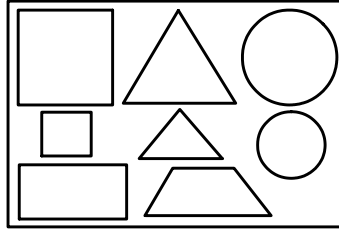
.....

.....

.....

.....

15 (Gürbüz vd. 2010)



Panodan rastgele seçilen bir geometrik ekin üçgen olma olasılı ı nedir? Açıklayınız.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## ÖZGEÇM

Adı Soyadı: Emrullah ERDEM

Do um Yeri: Adıyaman

Yabancı Dili: İngilizce

E itim Durumu: Lisans

İkö retim: Atakent İkö retim Okulu 1994-2001

Ortaö retim: Adıyaman Anadolu Ö retmen Lisesi 2001-2005

Lisans: Gaziantep Üniversitesi Adıyaman E itim Fakültesi İkö retim Matematik

Ö retmenliği 2005-2009

Yüksek Lisans: Adıyaman Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İkö retim Ana Bilim

Dalı Matematik E itimi 2009-2011

Çalı tı ı Kurum/Kurumlar ve Yıl:

- Adıyaman Üniversitesi E itim Fakültesi Ara tırma Görevlisi 2009-...
- Adıyaman Üniversitesi İdari Personeli 2007-2009