T.C. ADIYAMAN ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ARİTMETİKTEN CEBİRE GEÇİŞİ SAĞLAYACAK ETKİNLİKLERİN TASARLANMASI, UYGULANMASI VE DEĞERLENDİRİLMESİ

ZEHRA TOPRAK

İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI

ADIYAMAN

2011

TEZ ONAYI

Zehra Toprak tarafından hazırlanan "Aritmetikten Cebire Geçişi Sağlayacak Etkinliklerin Tasarlanması, Uygulanması ve Değerlendirilmesi" adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından tarafından oy birliği / oy çokluğu ile Adıyaman Üniversitesi İlköğretim Anabilim Dalında Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Danışman : Doç. Dr. Ramazan GÜRBÜZ

Jüri Üyeleri :

Doç. Dr. Ramazan GÜRBÜZ

(Adıyaman Üniversitesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği A.B.D.)

Yrd. Doç. Dr. Tayfun SERVİ

(Adıyaman Üniversitesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği A.B.D.)

Yrd. Doç. Dr. Muhammed ALTUN

(Adıyaman Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü)

Yukarıdaki sonucu onaylarım.

Doç.Dr. Mustafa ÖZDEN

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

ARİTMETİKTEN CEBİRE GEÇİŞİ SAĞLAYACAK ETKİNLİKLERİN TASARLANMASI, UYGULANMASI VE DEĞERLENDİRİLMESİ[1]

Zehra TOPRAK

Adıyaman Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

İlköğretim Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Ramazan GÜRBÜZ

ADIYAMAN–2011 (xi+122 Sayfa)

İlköğretim seviyesinde eğitim gören öğrencilerin matematik dersinde öğrendikleri aritmetik konularının bir devamı olan cebir konusuna geçiş yaparken belli sorunlar yaşadıkları bilinen bir gerçektir. Araştırmanın amacı; ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin aritmetikten cebire geçişlerini sağlayacak ve bu geçişi kolaylaştıracak etkinlikleri tasarlamak, uygulamak ve bunların cebiri öğrenmeye etkisini değerlendirmektir. Araştırma, 2010–2011 eğitim-öğretim yılında Gaziantep ili merkez ilçesinde öğrenim yapan bir ilköğretim kurumunda gerçekleştirilmiştir. Araştırma kapsamında, bu ilköğretim kurumunda 7. sınıf seviyesinde öğrenim gören, deney ve kontrol grubu olmak üzere 2 grup seçilmiş ve bu gruplar araştırmanın örneklemini oluşturmuştur. Araştırma bulgularına göre, 1. dereceden denklemler konusunda etkinlik temelli öğretim aritmetikten cebire geçiş sürecinde öğrencilerin etkin öğrenmelerini sağlamaktadır. Etkinlik temelli öğretimle eğitim alan öğrencilerin, geleneksel yöntemle eğitim gören öğrencilere göre 1. dereceden denklemleri kavramada daha başarılı olmalarından hareketle, sınıfta öğretmen öğrencilerin derse aktif katılımlarını sağlamalı ve onlara sadece rehberlik edici bir rol üstlenmelidir.

<u>Anahtar Kelimeler:</u>, Aritmetikten Cebire Geçiş, Geçiş Düzeyi, Problem Çözme, İlköğretim 7. sınıf öğrencileri

---

[1]Bu çalışma, ADYÜBAP tarafından desteklenen EFYL2009/0002 nolu proje kapsamında hazırlanmıştır.

ABSTRACT

Master Thesis

DESIGNATION, IMPLEMENTATION AND EVALUATION OF ACTIVITIES TO ENSURE TRANSITION FROM ARITHMETIC TO ALGEBRA[1]

Zehra TOPRAK

University of Adıyaman

Institue of Science

Department of Primary School Teaching

Thesis Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Ramazan GÜRBÜZ

ADIYAMAN 2011 (xi+122 Pages)

It is a known fact that students in secondary school level face some certain difficulties when passing to algebra which is a continuation of aritmetic sucbjects they learn in maths. Designing and implementing activities that will help students concretize abstract concepts in maths during transition from aritmetic to algebra has been seen as factor contributing to students' effective learning of algebra subjects. The study aims to design and implement activities that will ease 7th grade students' transition from aritmetic to transition and to assess effects of these activities on learning of algebra. The study was conducted in 2010-2011 educational year in a state primary school located in Gaziantep province. Within the context of the study, 2 groups of students, one being control and the other experiment group, studying in 7th grade in the school mentioned took part in the study and these two groups constitute the sampling of the research. Considering that students who have received actvitity-based instruction were found to be more succesful than those who have learnt in traditional way, teachers are advised to ensure students' active participation in the class and act only as a facilitator.

__Key Words:__ Transition from Aritmetic to Algebra, Level of Transition, Problem-solving, 7th Grade Students.

---

[1]This study is prepared within the framework of a project numbered EFYL2009/0002 that is supported by ADYÜBAP.

ÖNSÖZ

İlköğretim 8. sınıftaydım. Matematiği çok seviyordum ve başarılı bir öğrenciydim. Hiç unutmam o günü. Konu üslü sayılar idi. Matematik öğretmenimiz sınıfa elinde oyuncak bir bebekle girmiş, ve hepmizin şaşkın bakışları arasında: "Bugün sizinle bebek giydirme oyunu oynayacağız" demişti. O zamanlar İngilizce dersinde oyun oyanamaya alışık olan bizler, matematik dersinde oyun oynayabileceğimizi hiç düşünmemiştik. Ama tabii ki büyük bir ilgi uyanmıştı bizde. Matematiği hayatlarının kabusu olarak gören arkadaşlar bile dikkatlerini o oyuncak bebeğe yoğunlaştırmışlardı. Öğretmenimiz: "Bu bebeğin ismi "Beşeriye" dedi. Sonra, bebeğin elbisesinin üzerine 2 sayısını yapıştırdı. Sonra etek kısmına, 4 sayısını yapıştırdı. Üslü sayılarda çarpma mantığında, taban aynı iken üslerin toplanacağına vurgu yaptı. Yani, bebek taban olmuş, bebeğin üzerine yapıştırılan sayılar da üs olmuştu. Öğretmen bebeğin üzerine toplam ne giydiğini sordu. Herkes 6 diye cevap verdi. Öğretmen tahtaya bu modellemenin matematiksel ifadesini: $5^2x5^4=5^6$ şeklinde yazdı. Sonra, bunu öğrencilere değişik örneklerle göstererek, üslü sayılarda çarpma yapabilme becerisini somuttan soyuta giderek kazandırdı. Aslında, çok basit birşeydi, ama o dersin hala farklı bir ders olduğunu hatırlarım.

Matematik, maalesef ülkemizde çoğu öğrencinin korktuğu, çekindiği ve "ben matematik yapamıyorum" diye baştan pes ettiği, bilinçaltımıza da böyle kazınmış bir ders olagelmiştir. Bunda, bu bilinçaltındaki 'yapamam' düşüncesinin yanında, öğretmenlerimiz tarafından kullanılan öğretim yöntem ve tekniklerinin de büyük payı vardır. x,y,z sembolleriyle, tamamen soyut bir alemde yapılan işlemler, öğrencilerle matematik arasına kalın duvarlar örmektedir. Diğer taraftan, etkinliklerle öğrencilerin etkileşimlerini ve derse aktif katılımlarını en üst düzeyde tutan matematik öğretimi, öğrencilerin matematiksel kavramları somutlaştırmalarını, kendi matematiksel bilgilerini kendilerinin oluşturmalarını mümkün kılmakta ve böylece öğrencilere daha kalıcı öğrenme tecrübeleri kazandırmaktadır.

Bir matematik öğretmeni olarak, yapılan bu araştırmanın aritmetikten cebire geçişte etkinlik temelli öğretimin etkililiği ile ilgili önemli bir boşluğu dolduracağı ve eğitim uygulamacılarına ışık tutacağı kanaatini taşıyorum.

Araştırmanın her aşamasında, hiçbir zaman desteğini esirgemeyen ve sürekli beni yönlendiren, değerli danışman hocam Sayın Doç. Dr. Ramazan GÜRBÜZ'e, yüksek öğrenimim boyunca sağladığı desteklerle bana katkıda bulunan TÜBİTAK BİDEB' ve ADYÜBAP'a, çalışmalarım sırasında özveride bulunan, bana her zaman destek olan çok değerli eşime ve aileme teşekkür ederim.

Adıyaman – 2011

Zehra TOPRAK

İÇİNDEKİLER

ÇİZELGELER DİZİNİ

BİRİNCİ BÖLÜM

GİRİŞ

Bu bölümde, araştırmanın problem durumu, amacı, önemi, sayıltıları, sınırlılıkları ve ilgili kavramları açıklanmaktadır.

1. Problem Durumu

Matematik biliminin iki önemli kavramı olan aritmetik ile cebir arasında anlamlı ilişki olduğuna dair birçok çalışma vardır: Wagner'e (1983) göre, öğrencilerin cebirsel işlemleri (yapıları) anlamakta zorlanmalarının nedeni, aritmetiğin temel kavramı olan sayı kavramını iyi bir şekilde kavrayamamalarından kaynaklanmaktadır. Booth (1988) ve Kieran (1992), öğrencilerin cebirle ilgili fikirlerini aritmetikle ilgili daha önceki deneyimlerinden yola çıkarak yapılandırdıklarını ifade etmişlerdir. Cooper vd. (1997) ise, aritmetikteki çeşitli yapısal ve ilişkisel gösterimleri anlamadaki eksikliklerin, öğrencileri cebirsel düşünmeyi destekleyen yapılandırmalardan uzaklaştırdığını ve onların cebirde zorluk çekmelerine neden olduğunu belirtmişlerdir.

Aritmetik ile cebir arasındaki geçişi içeren çalışmalar arasında sözel problemler ve lineer denklemler konusu önemli bir yere sahiptir. Sfard (1987), yaptığı araştırmada öğrencilerin, sözlü olarak verilen denklemleri yapılandırmada ve çözüm yolları üretmede, sembolik denklemleri yapılandırmaya ve bu yapıya bağlı olarak çözümler üretmeye kıyasla daha iyi olduklarını belirtmiştir. Kieran (1992) da, öğrencilerin verilen cebirsel bir denklemle ilgili işlemleri doğru bir şekilde çözdüklerini ancak aynı öğrencilerin sözel problemlerdeki ilişkilerden elde edilecek denklemi kurmada zorlandıklarını ifade etmiştir. Hersovics ve Linchevski (1994) yaptıkları araştırmayla, bir bilinmeyenli lineer denklemlerin çözümlerinde bilinmeyenle işlem yapan öğrencilerin yetersizlikleriyle ilgili bir bilişsel boşluğun varlığına işaret etmişlerdir. Bu çalışmalar dikkate alındığında, araştırmalara konu olan çalışma gruplarının her birinin bilgi yapılanmalarının farklılık arz ettiği anlaşılmaktadır. Bilginin yapılanma şekli, aynı kazanıma yönelik ancak farklı şekillerde ifade edilen problemlerin çözümünde ortaya çıkmaktadır.

Yeni matematik öğretim programına göre ilköğretim altıncı sınıf aritmetikten cebire geçiş aşaması olarak düşünülmektedir. Cebir için temel kavramlar bu sınıf aşamasında öğretilmeye başlanmaktadır. Bu yüzden, öğrencilerin ileriki cebir konularında başarılı olmaları için temel kavramların iyi öğrenilmesi gerekmektedir. Bu sınıf aşamasında, öğrencilerin aritmetikten getirdikleri bilgileri ve kavram yanılgılarının tespiti iyi bir öğretimin planlanması için önem kazanmaktadır.

İlköğretim ikinci kademe öğrencileri, somut ilköğretim birinci kademe matematik müfredatı ile soyut lise matematik müfredatı arasında yer almaktadır. Matematik burada somut yaşantılardan soyut yaşantılara uzanmaktadır. Öğrencilere sağlıklı bir geçiş süreci yaşatmak onların lisedeki soyut müfredatı anlayabilmeleri için bir ön koşul niteliğindedir. İşte bu geçiş sürecini rahatlatmak için matematik derslerinde etkinlik temelli yaklaşım vazgeçilmez bir unsur olarak göz önünde bulundurulmalıdır.

Öğrencilere sunulan etkinliklerle matematiğin ne işe yarayacağı kendilerine sezdirilebilir, bu sayede motivasyon artırılabilir, matematik hayatın bir parçası haline getirilebilir ardından öğrencinin küçük etkinlikleri kendine uyarlaması yolu ile değişik problem durumlarına genelleme yapması sağlanarak somutluğa bir adım daha yaklaşılabilir. Somut bilgiden, soyut bilgiye geçiş anında olamayan sancılı bir süreçtir. Hele herkes tarafından kolaylıkla anlaşılmasının beklendiği bir ders olan matematik dersinde, bu sancılı sürecin mümkün olduğunca sorunsuz atlatılması öğrencilerin ileriki matematik yaşamlarını olumlu etkileyecektir.

Son yıllarda, yurt içi ve yurtdışında çoğu öğrenci için kabus olarak değerlendirilen matematik eğitiminde etkinlik temelli yaklaşımlar üzerine çalışmalar yapılmaktadır. Öğrenciler için çok kritik bir süreç olan aritmetik öğreniminden sonra cebire geçme süreci, öğrencinin matematikle ilgili sonraki öğrenmelerini etkileyecek bir süreçtir. Türkiye'de 6. sınıftan itibaren başlatılan bu süreç öğrencinin psiko-sosyal gelişim çağları da hesaba katıldığında, eğitimciler ve eğitim yöneticileri tarafından çok dikkat edilmesi gereken bir öneme sahiptir. Öğrencilere aritmetikten cebire geçerken verilecek öğrenci temelli, eğlenceli ve bir o kadar da bilgilendirici, soyut kavramları soyutlaştırarak verebilecek nitelikte, grup çalışması endeksli etkinlikler sunmak etkili bir matematik eğitimi için olmazsa olmaz niteliktedir. Bu yaştan önce öğrenilen nispeten somut aritmetiğin daha iyi anlaşılması ve verilecek biraz daha soyut kavramlar içeren cebirsel ifadelerin ve olguların daha iyi anlaşılması için bu tür etkinliklerin hazırlanması, uygulanması ve değerlendirilmesi bir problem durumu olarak görülmektedir.

2. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı, i) aritmetikten cebire geçişte 1. dereceden denklemler konusunda uygulanabilecek etkinlikleri tasarlamak, uygulamak ve uygulama sonrasında matematik öğretimi ile ilgili sonuçlar ortaya koymak, ii) etkinlik temelli öğretimin aritmetikten cebire geçişi sağlamada 1. dereceden denklemler konusunda ne derece etkili olduğunu belirlemektir.

2.1 Alt amaçlar:

1. İlköğretim 7.sınıf öğrencilerinin, aritmetikten cebire geçişte, 1. dereceden denklemleri anlama konusunda etkinlik temelli öğretim ve geleneksel öğretim yaklaşımları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark var mıdır?
2. Etkinlik temelli öğretim ve geleneksel öğretim gören sınıflardaki kız ve erkek öğrencilerin 1. dereceden denklemleri çözme başarıları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark var mıdır?
3. Etkinlik temelli öğretim ve geleneksel öğretim gören sınıflardaki öğrencilerin, 1. dereceden denklemler konusundaki problemlerinin giderilme yüzdeleri nedir?

3. Araştırmanın Önemi

Dünyada bilginin önemi hızla artmakta, buna bağlı olarak "bilgi" kavramı ve "bilim" anlayışı da değişmekte, teknoloji ilerlemekte, tüm bu değişimlere ayak uydurabilmek için toplumların bireylerinden beklediği beceriler de değişmektedir (MEB 2005). Tüm alanlarda yaşanan değişimler matematik öğretiminin şeklinde de değişimleri gerekli kılmaktadır. Bu nedenle 21.yy toplumunun ihtiyaç duyduğu insan gücünü yetiştirebilmek için diğer eğitim alanlarında olduğu gibi matematik eğitimi alanında da reform niteliğinde değişimler yaşanmaktadır. Ernest (1991) matematiği, insanlar tarafından iyi bir kariyer elde etmek ve iyi bir yaşam sürmek için her zaman öğrenilmesi gereken önemli bir alan olarak tanımlamıştır. Bu değişim sürecinde işlemsel ağırlıklı matematik yaklaşımı yerini akıl yürütme, problem çözme, varsayımda bulunma, genelleme, ilişkilendirme, iletişim kurma gibi üst düzey zihinsel becerileri merkeze alan yaklaşımlara bırakmaktadır (NCTM 2000, MEB 2005). Matematik öğretiminin kalitesi, bu öğretim yapılırken izlenen metodoloji ve stratejiler öğrencilerin öğrenim hayatını ve gerçek yaşam tecrübelerini doğrudan ilgilendirecek bir konudur. Birçok mesleki alana veya o mesleki alanın gereklerini yerine getirebilme aritmetik ve cebirsel bilgi ve becerilerle mümkündür (Usiskin 1999b).Yıllardır, yurtdışındakinden daha çok Türkiye'de matematik, öğrencilerin korkulu rüyası, matematik öğretmeni bir türlü anlaşılamayan, sınıfta ayakları yere basmayan, ve öğrencilerin hayallerinde bir yere koyamadıkları sembolleri sunan bir branş öğretmeni ve matematiği iyi olan öğrenciler de en zeki çocuklar olarak algılanmaktadır. Tüm bu algılamalara karşın, ne matematik bir kabus olmalı, ne matematik öğretmeni bir türlü zihinde canladırılamayan bir öğretmen olmalı, ne de zeki öğrenci olarak algılanmanın kriteri sadece matemetikte başarılı olmaya bağlanmalıdır. Değişen koşullar, matematik eğitiminde de büyük değişimleri gerekli kılmıştır. Günümüz dünyasında, artık matematik öğretimi tahtaya bir üçgen çizmekten ziyade, öğrencilere kartonlar verip gruplar halinde kendi üçgensel bölgelerini kurmaları fikri üzerinde şekillenmektedir. Bu değişim sürecinde, öğretmen artık salt bilgiyi transfer eden değil, öğrencilere belli etkinlikler hazırlayarak öğrencilerin grup çalışmaları yapmaları, bir ürün ortaya koymaları, onu sunmaları ve tartışmalarını mümkün kılan bir rehber haline gelmiştir. Öğrenciler artık matematiğe adeta elleriyle dokunacak hale gelmişlerdir. Ülkemiz de, tüm bu değişimlere ayak uydurmak zorundadır. Aritmetikten cebire geçiş süreci eğitimciler tarafından ciddi bir itina ile ele alınması gereken bir süreçtir. Bu bağlamda Türkiye'de yeniden yapılandırılan ilköğretim matematik öğretimi programında öğrencilerin aritmetikten cebire geçişlerinin irdelenmesi öğrencilerin daha

sonraki lise ve üniversite öğrenimleri için önemlidir (Akkan 2009).Ülkemizde yedinci sınıf öğrencilerin, somut kavramlardan daha çok soyut kavramlarla yüz yüze geldiği bu süreci daha da kolaylaştırmak için hazırlanacak etkinliklerin uygulanması ve değerlendirilmesi bu safhada eğitimcilere ve öğretmenlere ışık tutacaktır.

4. Sayıltılar

1. Araştırmada kullanılan ölçme araçları, elde edilecek bilgileri ölçmek için yeterlidir.

2. Sorular yoluyla toplanan veriler, öğrencilerin seviyelerini tam olarak yansıtmaktadır.

5. Sınırlılıklar

Araştırma, 2010–2011 eğitim-öğretim yılında Gaziantep ili Dr. Cemil Karslıgil İlköğretim Okulu'nda öğrenim gören öğrencilerle sınırlıdır.

İKİNCİ BÖLÜM

LİTERATÜR VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Matematik konuları birbirinden bağımsız düşünülemeyecek konular olup, herhangi bir konudaki bir öğrenmenin etkililiği diğer konuların öğrenimini de doğrudan etkileyebilmektedir. Swadener ve Soedjadi' ye (1998) göre matematiksel kavramlar bir zincirin halkası gibi birbirleriyle bağlantılı olduğundan, bu halkada olabilecek kopmaların ileri matematiksel kavramların öğreniminde zorluklara yol açabilir. Öğrencilerin günlük hayatta karşılaşabileceği problemlerin çözümünde cebir ve aritmetikle ilgili teorik bilgiyi pratikte kullanabilmek için aritmetikten cebire geçiş sürecinin etkili bir şekilde gerçekleştirilmesi gerekmektedir. Bu geçişin sağanabilmesi için de, eğitim hayatının en önemli kademelerinden olan ilköğretim birinci kademede matematiksel kavramların soyutluktan kurtarılıp, somut bir şekilde öğretilmesi gerekmektedir.

Aritmetikte temel işlem olarak adlandırılan; toplama, çıkarma, çarpma ve bölme ile ilgili bilgiler, ilkel şekliyle, Eski Mısır ve Mezopotamya'da vardı. Bu bilgiler, uzun zaman aralığı içinde gelişerek, bugünkü kullanılabilir ve sistemleşmiş durumu almıştır (Baki vd. 2011). Literatürde, aritmetikle ilgili sayısız tanım yapılmıştır. Bazı araştırmacılar (Booth 1988, Kieran 1992, Hersovics ve Linchevski 1994, Cooper vd. 1997, Van Amerom 2002), sayı kavramının aritmetiğin temelini oluşturduğunu dile getirirken, NCTM (1991), aritmetiğin sayıları, sayılar arası ilişkileri, sayılarda dört işlemi ve dört işleme dayalı diğer hesaplamaları içerdiğini belirtmiştir. Kieran (1992) cebirin, genel sayı ilişkilerini ve özelliklerini gösteren, polinom ve denklem çözümleri gibi konuları sembolize eden matematiğin bir branşı olduğunu ve sadece harf sembolleriyle nicelikleri ve sayıları temsil eden değil aynı zamanda bu sembollerle hesap da yapabilen bir araç olduğunu belirtmiştir. Mason'a (1996) göre ise aritmetik, dört temel işlemi kullanarak bilinenden bilinmeyeni bulmak için yapılan işlemlerdir. Aritmetikten cebire geçiş sürecinde ara geçiş olarak cebir öncesi(pre-cebir) kavramı kullanılmaktadır. Aritmetikle cebir arasında köprü vazifesi gören cebir öncesi kavramı, öğrencilerin mevcut aritmetik ve geometrik bilgilerini kullanmalarına imkan tanıyarak cebirsel kavramları ve prosedürleri informal olarak anlamlandırmalarına fırsatlar sağlayabilmesi sürecidir (Akt.: Akkan 2009, Kieran ve Chaloug 1993). Cebir aritmetikten köklerini almakta ve güçlü bir aritmetik temele dayanmakta iken aritmetik de sembolleştirme, genelleştirme ve cebirsel düşünme için gerektiğinden fazla fırsatlar sunmaktadır. Bazı araştırmacılar öğrencilerin bu iki bilgi türü arasındaki farklılıkları- örneğin; sözdizimsel (Lodholz 1990), stenografi (alfabenin harfleri, noktalama işaretleri, kelimeleri yerine semboller ve kısaltmalar kullanma) olarak harfleri kullanımı (Booth 1988), manipülasyonlar (Booth 1984), bilinmeyenler (Filloy ve Rajono 1989) ve eşitlik (eşittir işareti) (Wagner ve Parker 1993) gibi farklılıkları- birleştirmede başarısız olduğunu belirtmişler ve bununda öğretimde bilişsel boşluğa veya öğretisel araya neden olduğunu iddia etmişlerdir (Booth 1988, Hersovics 1989, Wagner ve Kieran 1989, Kieran 1990, 1992, Sfard 1991, Hersovics ve Linchevski 1994, English ve Halford 1995, Rosnick 1999). Bir başka tanıma göre ise, cebir öncesi, aritmetik bir ortamda cebirsel akıl yürütmeyi, formal olmayan sembolleştirmeyi ve denklem çözümünde ihtiyaç duyulan aritmetiksel temelleri genişletmeyi ve güçlendirmeyi içermektedir (Van Amerom 2002).

Cebirle ilgili birçok araştırmacı değişik yorumlar getirmiştir: Sözlükte, cebir zaman içerisinde değişen olaylar arasındaki ilişkileri tanımlamak için matematiksel kavramları kullanan matematik dalı olarak karşımıza çıkmaktadır. Bir ilişkiyi tanımlamak için, matematiksel bir kavram kullandığımızda, değişen oran sabit bir oran olmadığı için onu temsil etmek için semboller veya harfler kullanırız. (http://cstl.syr.edu/fipse/algebra/unit1/algebra.htm.2009) Lee (1995)' e göre, eğer bir okul dersi olarak düşünülürse o zaman cebire, öğrencilerin denklemleri çözebilme ve sembolleri anlayabilme çabas› olarak bakılabilir. Lacampagne (1995)' e göre cebir matematiğin dilidir. O, tam manas›yla öğrenilmesi durumunda, ileri matematiksel konular için kap›lar açar. O, öğrenilememesi durumunda üniversite ve teknolojiye dayali kariyer kapilarını kapatır (s. 12).

Kısacası cebir, hayatın her alanında kendisini hissettirmektedir. Bu durum ise, cebirin kişiler (öğrenciler) taraf›ndan öğrenilmesinin bir ihtiyaç olduğunu gündeme getirmektedir. Ancak, öğrenciler cebiri, aritmetiksel işlemleri yapmak, okumak ve yazmak gibi öğrenilmesi gereken öncelikli bir ihtiyaç olarak görmeyebilirler. Bu durum, öğrenciler için, ileri matematik derslerinin anlaş›lmamas›na, üniversite ve bir çok kariyerli iş için kap›lar›n kapanmasına neden olabilir (Williams 1997). Choike (2000) cebiri yukarıda bahsedilen konular için "kapı açıcı" olarak görmektedir.

Sutherland ve Rojano'ya (1993) göre ise cebir, matematikteki veya başka disiplinlerdeki fikirleri açıklamak için kullanılan bir matematik dilidir. Sfard (1995), cebiri genel hesaplama bilimi olarak tanımlamıştır. Cebir için, Usiskin (1997) ise cebir matematiğin dilidir, bu dil bilinmeyenler, formüller, örüntüler, yer tutucular ve ilişkiler olmak üzere beş ana bileşenden oluşur demiştir. Vance (1998), cebiri, genelleştirilmiş aritmetik veya aritmetiği genelleştirmek için gerekli bir dil olarak tanımlamıştır.

Radford (2006)'a göre cebirsel düşünme matematiksel düşüncenin bir şeklidir. Arzello (1991), cebirsel düşünmenin öğrencilerin süreçsel ve ilişkisel düşüncelerini geliştirmektedir. NCTM (2000)'e göre, cebirsel düşünme; fonksiyonları anlamayı, cebirsel sembolleri kullanarak matematiksel yapı ve durumları farklı şekillerde temsil ve analiz etmeyi, nicel ilişkileri temsil etmek ve anlamak için matematiksel modeller kullanmayı, gerçek yaşamla ilgili çeşitli durumlardaki değişimi analiz etmeyi gerektirir. Kieran ve Chaloug, (1993), cebirsel düşünmeyi açıklarken, aritmetiksel bir dille cebirsel işlemlere ve sembollere anlam yükleyerek, zihinde varolan cebirsel bilginin sınırları doğrultusunda matematiksel muhakemenin gelişimini içerdiklerini belirtmişlerdir.

Akgün (2009)'a göre, matematikte önemli bir yere sahip olan cebir ve bundan ortaya çıkan cebirsel düşünce değişken kavramının üzerine inşa edilmiştir. Değişken kavramı olmadan cebir ve cebirsel düşünceden söz etmek bir hayli zordur. 1989 ve 1991 tarihleri arasında cebir ve cebir öğretimi üzerine yapılan araştırmalar sonunda NCTM iki önemli standart yayınlamıştır: Bu standartlarda cebir şöyle tanımlanmaktadır: "İlköğretim ikinci kademe matematik müfredatı, somut ilköğretim birinci kademe matematik müfredatı ile soyut lise matematik müfredatı arasındaki bir köprüdür. Burada en önemli geçişlerden biri aritmetik ile cebir arasındaki geçiştir. Bu nedenle 5-8 sınıflarda öğrenciler, daha sonra çalışacakları soyut cebir için bir temel oluşturabilecek cebirsel kavramları formal olmayan bir yolla alırlar..." (NCTM 1989, s.102).

Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı Eğitim Araştırma ve Geliştirme Daire Başkanlığı (EARGED) yaptığı değerlendirmede, bazı öğrencilerin birinci dereceden cebirsel sözel ifadeler içeren problemleri, aritmetik işlemler kullanarak çözdükleri ancak birinci dereceden denklemlerin çözümlerini bulamadıkları ve cebirsel ifadeleri anlamakta belirli zorluklara sahip oldukları ifade edilmiştir (EARGED 1996).

Akkan (2009)'a göre, aritmetikten cebire geçiş, öğrenim düzeyi arttıkça soyutlaşan matematiği anlamada önemli olmasına karşın, yabancı ülkelerin birçoğunda olduğu gibi ülkemizde de çeşitli nedenlerden dolayı etkin bir şekilde sağlanamamaktadır.

Özellikle denklem konusuyla ilgili bu geçişin sağlanamamasının birçok nedeni olabilir. Örneğin, sözel problemleri denklemlere dönüştürmedeki zorluklar (Filloy ve Rojano 1989, Bernardo ve Okagaki 1994, Linchevski ve Hersovics 1996), harfleri veya çeşitli gösterim şekillerini matematiksel anlamlandırmadaki zorluklar (Kieran 1989, 1992), aritmetiksel kurallardan cebirsel kurallara geçişteki zorluklar, eşitlik ve değişken kavramının anlaşılmasındaki zorluklar (Usiskin 1988, Falkner vd. 1999) bu sebeplerden bir kaçıdır.

2.1 Matematik Öğretimi İlkeleri

Bir düşünce biçimi ve evrensel bir dil olan matematik günümüzün gelişen dünyasında birey, toplum, bilim ve teknoloji için vazgeçilmez bir alandır. Günlük yaşamda gerekli olan iletişim kurabilme, genelleme yapabilme, yaratıcı ve eleştirel düşünebilme gibi üst düzey davranışları geliştiren bir alan olarak matematiğin öğrenilmesi kaçınılmazdır.

Mühendislik, mimarlık, sanayii üretimi gibi insan hayatının en pratik uzantıları olan alanların temelini oluşturan matematiğin etkili bir şekilde öğrenilmesi ve öğretilmesi bireyin ve insanlığın daha müreffeh ve gelişmiş bir yaşantıya sahip olması için çok büyük önem arz etmektedir.

Günümüz toplumları, sorunların üstesinden gelebilecek, problem çözebilecek bireylere gereksinim duymaktadır. Bireylerin problem çözme becerileri edinip bunları günlük yaşamdaki problemlerini çözmede kullanması için edindiği bir takım matematiksel becerileri geliştirmesi gerekmektedir. Hızla gelişen ve değişen dünyamızda, genellikle öğrencilere sıkıcı ve soyut bir disiplin olarak görülen matematiği öğrenmenin önemi giderek artmaktadır.

Ergöz (2000), matematiğin fonksiyonlarından bahsederken, matematiğin, yeni bilgilerin elde edilmesi, elde edilen bilgilerin açıklanması, denetlenmesi ve sonraki kuşaklara aktarılması için güvenilir bir araç olduğunu dile getirmiştir.

Matematik, pek çok yetişkin için edinilmesi gereken temel bilgileri ve becerileri içerir. Ayrıca, bireylerin günlük yaşamlarını sürdürmede önemli işlevleri vardır. Özellikle ilköğretim okullarındaki matematik derslerinde verilen kavramlar, kurallar ve işlem bilgileri her yetişkin için gerekli olan temel bilgilerdir (Ersoy 1997). Asıl önemli olan ise, bireyin sahip olduğu bu bilgileri günlük hayatta karşılaştıkları problemlere uyarlayarak problem çözme yeteneğini geliştirmesidir. Bu açıdan bakıldığında, okullardaki matematik öğretiminin önemi artmaktadır. Yani esas itibariyle, bireylerin matematiksel problemleri çözmede takip ettikleri yol, gerçek hayattaki problemlere uyguladıkları problem çözme stratejilerini etkilemektedir denebilir. Yapılan araştırmalar, okullarda matematiksel düşünmeden daha çok, algoritma becerilerini geliştirme üzerinde durulduğunu göstermektedir (Sierpinska 1994, Soro ve Pehkonen 1998). Ayrıca okullarda kavramsal bilgiden daha çok işlemsel bilginin üzerinde durulmaktadır (Hiebert ve Carpenter 1992, Sierpinska 1994). Yani, mevcut çoğu matematik öğretiminde kavramların nasıl yapılandırıldığı üzerine çok fazla yoğunlaşıldığı söylenemez.

Peki, matematik eğitimi neden bu kadar önemlidir? Neden öğretim kalitesini arttırmak için çok çeşitli çalışmalar yapılmaktadır?

Matematik, düşünmeyi geliştiren bir bilim dalıdır. İnsanın en yüce meziyeti kabul edilen düşünebilme yeteneği ona olaylar arasındaki bağlantı kurabilme, bu bağlantılardan çıkarımda bulunabilme bu sayede yaşadığı çevreye uyum sağlayabilme yeteneğini bahşetmiştir. Bu nedenledir ki matematik eğitimi temel eğitimin önemli yapı taşlarından birini, belki de en önemlisini oluşturur (Umay 2003). Özellikle zorunlu eğitimin ilk basamağı olan ilköğretim okullarındaki matematik derslerinde yer alan kavramlar, kurallar ve işlem bilgileri, demokratik ülkelerde her yurttaş için gerekli olduğundan bu konularda herkesin okuryazar olması; matematikte güçlenmesi gerekmektedir (Ersoy 1997). Söz konusu matematik okuryazarlığı, yalnızca aritmetik ve temel geometri bilgileri ile sınırlı olmayıp bunların diğer matematik bilgileriyle, örneğin cebir bilgileri ile tamamlanmasını ve her öğrencinin matematikte güçlenmesini gerektirmektedir (Ersoy ve Erbaş 2005). Bunun yanında matematik için çok farklı tanımlar yapılmıştır.

Matematik, en yalın anlatımla bir desenler ve düzen bilimi olarak tanımlanmaktadır (Goldenberg vd. 1998). Başka bir ifadeyle matematikle uğraşmak, bir desen ve düzen arayarak problem çözme sürecidir. Burada önemli olan, olguları içselleştirip onlara kendi anlamınızı yükleyerek ilişkileri, düzeni, deseni keşfedip problemi; "ben matematik yapabilirim" duygusunu geliştirdikten sonra çözebilmektir.

Günümüzde matematik dersi niçin öğrenciler için kabus olarak görülmektedir? Matematik dersinde öğrenciler kendilerini rahatsız hissetmektedirler. Matematik öğrenciler için günlük yaşamın bir parçası haline getirilirse, öğrencilerin matematik dersinde görmüş oldukları kuram ve teorilerin yansımaları gündelik hayatta kendilerini hissettirebilirse, matematik dersi öğrenciler için sadece sınavlarda aşılması gereken bir engel olmaktan çıkıp matematik dersi matematik öğretimi amacına hizmet etmiş olacaktır.

Altun (2008), matematik öğretiminin amacını genel olarak; kişiye günlük hayatın gerektirdiği matematiksel bilgi ve becerileri kazandırmak, ona problem çözmeyi öğretmek ve olayları problem çözme yaklaşımı içinde ele alan bir düşünme biçimi kazandırmak, şeklinde ifade ederek matematik öğretiminde amaca ulaşılabilmesi için uyulması gereken başlıca ilkeleri aşağıdaki gibi sıralamaktadır.

- Kavramsal temellerin oluşturulması
- Ön şartlılık ilişkisine önem verme
- Anahtar kavramlara önem verme
- Öğretimde öğretmen ve öğrencinin görevlerinin iyi belirlenmesi
- Öğretimde çevreden yararlanma
- Araştırma çalışmalarına yer verme
- Matematiğe karşı olumlu tutum geliştirme.

Yukarıdaki ilkelerde dile getirildiği gibi ilk yapılması gereken kavramsal temelleri oluşturmaktır. Matematiksel kavramlar bir zincirin halkası gibi birbirleriyle bağlantılı olduğundan, bu halkada olabilecek kopmaların ileri matematiksel kavramların öğreniminde zorluklara yol açabileceği bilinmektedir (Swadener ve Soedjadi 1988).

Matematiksel kavrama, eğitimin önemli bir hedefi olarak kabul edilir. Matematiksel kavramların özellikle ilköğretimin birinci kademesindeki öğrencilere olabildiğince somutlaştırılmış bir şekilde verilmesi, hem anlamlı öğrenmenin gerçekleşmesini hem de ileri matematiksel kavramların öğrenilmesini kolaylaştıracaktır. Birçok çalışma öğrencilerin matematiksel bilgiyi kendi beyinlerinin süzgecinden geçirip, içselleştirme sürecinde zorlandıklarını hatta bu süreci çoğu zaman başaramadıklarını ve bunun da matematik öğretimini sekteye uğrattığını ispatlar niteliktedir. Soyut kavramlar sadece öğrenciler tarafından değil çoğumuz tarafından zor kazanılmaktadır. Matematiğin soyut bir ders olması, elle dokunulur, gözle görülür olmaması, öğrencilere matematiği yaşama imkanı verilmemesi onu bu yüzden zor bir ders kılmaktadır. Ancak soyut olan matematik kavramları, öğretim sırasında somutlaştırılarak ve somut araçlar kullanılarak verilirse, bu zorluk giderilebilir veya azaltılabilir (Baykul 1999).

Matematik bireylerin bilişsel gelişimlerini sağlayan en etkili araçlardan biridir. Matematik öğretiminde, bireylerin hep aynı süreçlerden geçirerek gereksiz bilgilerle donatmak yerine günlük hayatta karşılaştıkları problemleri çözmede yardımcı olacak yöntem ve beceriler kazandırılması amaçlanmaktadır. Bu nedenle, bireylerin matematiksel kavram ve ilkeleri kavrayabilme, eleştirel ve yaratıcı düşünebilme, akıl yürütme, iletişim kurabilme becerilerine dayalı ezberden uzak bir matematik öğretimi istenen ve beklenen bir eğitimdir (Özdaş 1996:60). Ancak okullarda matematik öğretiminde kullanılan geleneksel öğretim yaklaşımıyla bunları gerçekleştirmek oldukça zordur.

Matematik konuları soyut ve karmaşık olduğundan öğrenciler matematiksel bilgileri daha çok ezberleme yoluna gitmektedirler. Oysaki, öğrencilerin aktif katılımıyla elde ettikleri bilgi ve beceriler ezberlenen bilgiye göre daha kalıcıdır. Bruner (1966), öğrenmeyi aktif bir süreç olarak tanımlamaktadır. Ona göre derslerdeki eğitim-öğretim faaliyetlerine öğrencilerin aktif katılımı sağlanmalıdır. O'na göre, öğrenci düşünerek, deneme-yanılma süreçlerinden geçerek bilgiye ulaşır.

2.2 Etkinlik Temelli Matematik

Son yıllarda matematik eğitimindeki gelişmeler, öğrencilere çok miktarda matematiksel formül ve kuralın ezberletilmesi veya hazır verilmesinden çok onların bu formül ve kuralları kendilerinin bulmasına ve temel kavramları kendilerinin oluşturabilmesine olanak sağlayacak etkinliklere vurgu yapmaktadır. Bu bağlamda, etkinlik temelli matematik öğretim kavramı öne çıkmaktadır.

Suydam (1977)'a göre, eğitimcilerin etkinlik-temelli eğitimin ne olduğu ile ilgili çok farklı görüşleri vardır. Bu görüşler içinde en yaygın bulunan özellik matematik öğretimi sürecinde öğrenci katılımıdır. Bu katılım zihinsel olmanın ötesindedir, öğrenci bir şeyi yapmada veya yapılırken görmede aktif bir katılım sergilemektedir. Daha geniş bir yelpazeden bakıldığında, etkinlik temelli eğitim öğretim stratejileri ile ilgilidir, sıklıkla somut materyallerin kullanımını içermektedir.

Başka bir deyişle, etkinlik temelli öğretim öğretmenin çok çeşitli etkinlikleri planladığı derse dahil etmesi demektir. Bu etkinlikler öğrencilere gerçek hayat tecrübeleri yaşatır ve onların gruplar halinde bir amacı gerçekleştirmelerine olanak sağlar. Bu etkinlikleri diğerlerinden ayıran önemli özellik, motive edici olmaları, öğrencilere başardıkları bir görev için pekiştireç sunması ve öğrencilerin matematiksel bir fikri gerçek dünyaya uygulama fırsatı vermesidir.

Ainsworth (2006) ise, en iyi öğretim stratejilerini seçmenin başarılı bir öğretim/öğrenme sürecinin en temel şartı olduğunu dile getirmektedir. Ona göre matematik öğretimi daha özel öğretim/öğrenme teknik ve stratejilerinin kullanımını gerektirir; çünkü belli kavram ve metotları öğrenmek değişik bilimsel temsilleri anlama ve kavramayı kapsamaktadır. Tytler (2003) bu öğretim/öğrenme tekniklerinin öğretmen tarafından verilecek olan açıklayıcı fikirler ve ipuçları ile öğrenciyi aktif tutacak özelliklere sahip olması gerektiğini dile getirmektedir. Böylece, bu teknikler öğrencilerin matematiksel kavramları yaşadıkları dünyadaki pratikler ve gerçek amaçlarla ilişkilendirmesi sağlamaktadır. Bu amacı gerçekleştirmek için en çok tercih edilen teknikler problem çözme, araştırma temelli öğretim, laboratuvar temelli etkinlikler ve proje temelli öğretim gibi tekniklerdir. Fakat maalesef, öğretmenler kendi öğrendikleri şekilde ders vermeye devam etmekte, yani dersi kendileri anlatmaktadırlar. Bu öğrencileri pasif, öğretmeni aktif bir duruma sokan, öğrenci çıktılarını aza indiren bir sistemdir. Sonuç olarak, öğrenciler matematiksel kavramları derinliğine anlamdan klasik ezberleme tekniğiyle öğrenmeye çalışmaktadırlar. (Mazur 2008)

Tüm bunlarla beraber, son zamanlarda tüm alanlarda hızlı bir değişim olagelmektedir. Tüm bu değişimlere ayak uydurabilmek için toplumların bireylerden beklentileri de değişmektedir. Her alanda olduğu gibi eğitim alanında da değişim gerekmektedir.

Değişen dünyamızda, matematiği anlayan ve kullananlar, geleceğine yön vermede daha iyi kararlar alabilmektedir. Değişimlerle birlikte matematiğin ve matematik eğitiminin belirlenen ihtiyaçlar doğrultusunda yeniden tanımlanması ve gözden geçirilmesi gerekmektedir (MEB 2005). Tüm bu bilgilerin ışığında, ülkemizde MEB Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı tarafından yapılan programı yenilemeye yönelik çalışma ile program değişikliğine gidilmiş ve ilköğretim ve ortaöğretim programları tekrar düzenlenmiştir.

İlköğretim 6–8. sınıf seviyesine bakıldığında programda önemli değişiklikler yapılmıştır. Matematikte beş farklı öğrenme alanı öngörülmüştür. Bunlar sayılar, geometri, cebir, ölçme, istatistik ve olasılık öğrenme alanlarıdır. Önceki program ile karşılaştırıldığında cebir konularında önemli değişiklikler olmuştur. Yeni programda, örüntülerin içerdiği ilişkileri keşfetme, örüntüdeki kuralı genelleme ve harflerle ifade etme, bilinmeyen veya değişken, denklem, denklem çözme, eşitlik ve eşitsizlik kavramları üzerinde durulmuştur.

İlköğretim 1-5. Sınıf Matematik Dersi Öğretim Programına bakıldığında ise, örüntüler alt öğrenme alanının içinde cebirsel ilişkilere giriş yapılmaktadır. 1.sınıftan 5.sınıfa kadar bütün sınıf seviyelerinde örüntüler konusu yer almaktadır. Bu şekilde öğrencilerin örüntüleri inceleyerek matematiğin bu örüntüleri inceleyen bir çalışma alanı olduğunu hissetmeleri amaçlanmıştır. Örüntülerin içerdiği ilişkileri keşfetmeleri ve bunları genellemeleri, öğrencilerin çevrelerindeki dünyayı daha iyi algılayabilme becerilerinin gelişmesine yardımcı olacaktır (MEB 2005:86).

Etkinlik temelli eğitimin yapılabileceği konulardan biri de örüntülerdir. Örüntüler, matematiğinin kalbidir. Lee (1996), cebir ve matematiğin hemen hemen tamamının örüntüleri genelleme ile ilgilendiklerini belirtmiştir. Bu yüzden birçok matematiksel konuda öğrenciler örüntüleri iyi anladıklarında matematiği de anlamaları kolaylaşmaktadır (Zaskıs ve Lıljedahl 2002).

English ve Warren' a (1998) göre değişken kavramına en iyi giriş örüntüleri genelleyip harflerle ifade etmesi ile gerçekleşmektedir. Değişken kavramına bu yolla giriş yapılması öğrencilere daha fazla gözlem yapma ve genellemelerini sözel olarak ifade etme becerileri kazandıracaktır. Ancak birçok uluslararası araştırma, çocukların örüntülerin içerdiği ilişkiyi keşfederek örüntüdeki ilişkiyi harflerle ifade etmede zorlandıklarını göstermektedir (TIMSS 1999). Oysaki, örüntülere dayalı genelleme becerisinin kazanılması ileriki düzeylerdeki iki değişken arasındaki ilişkiyi ifade etmede ve fonksiyon kavramının anlaşılmasına temel oluşturmaktadır. Bu açıdan, öğrencilerin örüntüler arasındaki ilişkiyi keşfederken ve ilişkiyi harflerle ifade ederken zorlandıkları noktaların belirlenmesi önemlidir.

Cebir ile ilgili kavramların gelişmesinde anahtar rol oynayan diğer bir unsur ise değişken kavramıdır. Değişkenler, ilköğretimden üniversite öğretimine kadar matematiğin en temel öğeleridir (Philipp 1992). Değişken kavramının anlaşılması aritmetikten cebire geçişi kolaylaştırmakla beraber formüllerde, denklemlerde, cebirsel ifadeleri anlamada büyük önem taşımaktadır. Öğrenciler değişkenleri kullanmaya başlayarak genellemeler yapacaklar ve bazı matematiksel durumların ifadesinde yeni bir dil kullanmaya başlamış olacaklardır (MEB 2005).

Yapılan araştırmalar, değişken kavramının cebir için bu kadar önemli olmasına rağmen öğrencilerin formüllerde, cebirsel ifadelerde, denklemlerde kullanılan değişkenleri algılamakta zorlandıklarını göstermektedirler (Rosnick 1981, Wagner 1983, Davidenko 1997, Macgregor ve Stacey 1997).

Ayrıca, değişkenlerin büyük bir çoğunluğu alfabedeki harflerden oluşmaktadır. Matematikte harflerin kullanımlarındaki belirsizlik öğrencilerin bu kavramı anlamalarını zorlaştırmaktadır. İleri düzeydeki matematik eğitimi için ve matematik dersindeki başarılarını arttırmak için öğrencilerin değişken kavramını iyi öğrenmesi büyük önem taşımaktadır. Bunun için öğrencilerin degişkenlerle ilgili zorlandıkları noktalar tespit edilip, bu güçlükleri ortadan kaldırılması için yapılan çalışmalar önem kazanmaktadır.

Yeni matematik öğretim programına göre ilköğretim altıncı sınıf aritmetikten cebire geçiş aşaması olarak düşünülmektedir. Cebir için temel kavramlar bu sınıf aşamasında öğretilmeye başlanmaktadır. Bu yüzden, öğrencilerin ileriki cebir konularında başarılı olmaları için temel kavramların iyi öğrenilmesi gerekmektedir. Bu sınıf aşamasında öğrencilerin aritmetikten getirdikleri bilgileri ve kavram yanılgılarının tespiti iyi bir öğretimin planlanması için önem kazanmaktadır.

Öğrencilerin cebirde başarılı olabilmeleri için kullanılan temel kavramları, sembolleri, ifadeleri iyi anlaması ve kullanabilmesi gerekmektedir (Kieran 1992). Bunun için sınıfta desen arama ve düzenleme etkinlikleri yapılması önerilmektedir. Bazı kural ve formülleri doğrudan öğrencilere vermek yerine öğrencilerin kural ve formülleri kendilerinin oluşturmaları istenebilir (Toluk 2003).

3. ARİTMETİK, CEBİR ÖNCESİ VE CEBİR

3.1 Aritmetik Nedir?

Literatürde aritmetikle ilgili çeşitli tanımlara rastlamak mümkündür.

Aritmetik; sayıları, sayılar arası ilişkileri, sayılarda dört işlemi ve dört işleme dayalı diğer hesaplamaları içermektedir (NCTM 1991). Literatürde, aritmetiğin temelini sayı kavramının oluşturduğuna ve cebirin ise kökünü aritmetikten aldığına dair birçok araştırmaya rastlamak mümkündür (Booth 1988, Kieran 1992, Hersovics ve Linchevski 1994, Cooper vd. 1997, Van Amerom 2002). Aritmetikte temel işlem olarak adlandırılan; toplama, çıkarma, çarpma ve bölme ile ilgili bilgiler, ilkel şekliyle, Eski Mısır ve Mezopotamya'da vardı. Bu bilgiler, uzun zaman aralığı içinde gelişerek, bugünkü kullanılabilir ve sistemleşmiş durumu almıştır (Göker 1997). Matematiğin; en geniş ve en iyi bilinen dalı olan aritmetikle ilgili günümüzde yapılan birçok tanım vardır. Mason (1996) aritmetiği, dört temel işlemi kullanarak bilinenden bilinmeyeni bulmak için yapılan işlemler olarak tanımlamıştır. Bir diğer tanıma göre ise aritmetik, matematik biliminin sayıları, bunların arasındaki bağıntıları ve işlemleri konu alan dalıdır. Ya da matematiğin, konusu sayılar, bunların özellikleri ve işlemler olan koludur. (http://www.tr.wikipedia.org/wiki/Aritmetik.2009)

3.2 Cebir Öncesi Dönem Nedir?

Aritmetikten cebire geçiş sürecinde ara geçiş olarak cebir öncesi(pre-cebir) kavramı kullanılmaktadır. Aritmetikle cebir arasında köprü vazifesi gören cebir öncesi kavramı, öğrencilerin mevcut aritmetik ve geometrik bilgilerini kullanmalarına imkan tanıyarak cebirsel kavramları ve prosedürleri informal olarak anlamlandırmalarına fırsatlar sağlayabilmesi sürecidir (Kieran ve Chaloug 1993). Van Amerom 'a (2002) göre ise cebir öncesi, aritmetik bir ortamda cebirsel akıl yürütmeyi, formal olmayan sembolleştirmeyi ve denklem çözümünde ihtiyaç duyulan aritmetiksel temelleri genişletmeyi ve güçlendirmeyi içermektedir.

3.3 Cebir Nedir?

Cebir, yalnızca matematikte değil hayatın her alanında ve her aşamasında çok önemli bir konuma sahiptir. Günlük olaylarda karşılaşabileceğimiz problemlerin çözümlerinden, başka bilimlerdeki problemlerin çözümlerine kadar her yerde cebir ve cebirsel düşünce kullanılmaktadır.

Cebir; yapı, bağıntı ve nicelik üzerine uğraşan bir matematik dalıdır. Bilinmeyen değerlerin, simge ve harflerle betimlenerek kurulan denklemlerle bulunması (ya da bilinmeyenlerin arasındaki bağıntının bulunması) temeline dayanır. Cebir, matematiğin önemli bir konu alanıdır. Cebir yapmak soyutlama yapabilme gücü gerektirir. Bu bakımdan, matematiğin bir soyutlama yapma bilimi oluşu cebirsel ifadelerde tam anlamını bulur (Altun 2005).

Cebir, bugün çok farklı işlevleri üstlenmektedir. Cebirin işlevlerinden bir kaçını şu şekilde sıralayabiliriz: Cebir bir dildir, cebir bir problem çözme aracıdır, cebir bir düşünme aracıdır, cebir bir okul dersidir (Dede ve Argün 2003).

Cebir nedir? sorusuna tarih boyunca cevap aranmaya çalışılmış ve bununla ilgili olarak birçok tanım yapılmıştır. Bunlardan ilki, cebirde ilk bilinen kitap olan yaklaşık 825 (M.S.) tarihinde Muhammad İbn Musa al-Khwarizmi nin yazmış olduğu Al-kitab al muhtasar fi hisab al-jabr w'al-muqabala (the Condensed Book on the calculation of al-Jabr and al-Muqabala) isimli kitapta yer almaktadır. Rosen (1831)'in de belirtildiğine göre, Al-Khwarizmi bu kitabında şöyle bir tanım yapmıştır: "cebir, aritmetikteki en kolay ve en yararlı şeye sınırlandırılabilen al-jabr ve al- muqabala nın kurallarıyla hesaplama yapabilen kısa bir çalışmadır " Al- Khwarizmi nin çalışması incelendiğinde "aljabr ve al-muqabala kurallarının" standart denklem çözme işlemlerini referans gösterdiği anlaşılmaktadır: Al-jabr bir denklemin bir tarafından bir niceliği çıkartırken (ya da eklerken) denklemin diğer tarafından da aynı niceliği çıkartmak (ya da eklemek) işlemi anlamına gelir. Al-muqabala ise bir denklemin her iki tarafından da eşit miktarlar çıkartarak pozitif bir terim azaltma anlamına geliyor. Örneğin; 3x +2=4−2x ifadesi 5x +2=4 ifadesine dönüşür, bu al-jabr'e bir örnektir. 5x=2 ye dönüşmesi de almuqabala'ya bir örnektir (Katz 1997).

Cebirle ilgili yapılan tanımlardan ikincisi adeta ilki ile aynı başlıklı diğer bir İslami çalışma olan Al-jabr w'al Muqabala of Omar Khayyam (M.S. 1100) dır. Kasır (1931)'a göre bu çalışma cebirle ilgili birazcık daha açık bir tanım verir. Matematik olarak bilinen felsefenin o bölümünde gereken bilginin branşlarından biri nümeriksel ve geometriksel bilinmeyenlerin belirlenmesini hedefleyen al-jabr ve al-muqabala bilimidir, diğer bir deyişle, 20 yy' deki Latin çevirmenlerin modern bir kelime olan "cebir" e çevirdikleri "al-jabr" biliminin hedefi denklemleri çözmektir. (Katz 1997, Akt.: Akkaya 2006).

Günümüzde de cebirle ilgili birçok tanım yapılmıştır. Harvey ve diğerleri (1995)' nin belirttiğine göre; Maclane ve Birkhoff (1967) şöyle bir tanım yapmışlardır: "Cebir sayıların toplamlarını, çarpımlarını ve kuvvetlerini manipüle etme sanatıdır". Bu manipülasyonlar için gereken kurallar tüm sayılar için geçerlidir, bu yüzden manipülasyonlar sayıların yerini tutan harflerle de sürdürülebilir. Ve sayılar için geçerli olan bu kurallar hiçbir şekilde sayı olmayan şeylere de uygulanabilir. Sfard (1995), cebiri genel hesaplama bilimi olarak tanımlamıştır. Witzel vd. (2003) ise, cebirin soyut düşünceye giriş kapısı olarak düşünülebileceğini söylemişlerdir. MacGregory ve Stacey (1997), cebrin sayılar arasındaki genel ilişkileri açıklamak için tasarlanan matematiksel dilin bir parçası olduğunu söylemişlerdir

Cebir bilim dalı, aritmetiğin çözemediği pek çok problemi çözebilmektedir (Karaçay 1985). Cebir geleneksel manada "genelleşmiş aritmetik" olarak tanımlanır ve o çoğunlukla aritmetiğin sembolik tarafı üzerinde yoğunlaşmıştır (örneğin, sembolik ifadelerin manipülasyonu, cebirsel denklemlerin çözümü, sembolik olarak gösterilen fonksiyonların araştırılması) (Tabach ve Friedlander 2003).

Kieran (1992)'a göre ise cebir; sadece harflerle nicelikleri temsil etmeyi değil, aynı zamanda bu sembollerle hesaplamaları yapmayı da mümkün kılmaktadır. Lacampagne (1995), cebiri matematiğin dili olarak tanımlamıştır. Ona göre, temel cebirsel kavramların tam öğrenilmesi halinde, ileri matematiksel konuların öğrenilmesi de kolaylaşacaktır. Başka bir ifadeyle, cebirin öğretilme etkililiği bunu takip eden matematiksel konuların öğretilme etkililiğini de belirleyici bir unsur olacaktır.

Matematik öğretiminde cebir ve cebirsel düşünme önemli bir yere sahiptir. İnsanlar günlük hayatta bilgileri analiz ederken cebir ve cebirsel düşünmeyi kullanmaktadırlar. Ama çoğu zaman bunun farkında değildirler (Davidenko 1997). Cebir ve cebirsel düşünme, matematik okuryazarlığı için oldukça önemlidir. Matematik ve öğretimi açısından bu kadar önemli olan cebir öğretimi üzerindeki çalışmalar son yıllarda büyük artış göstermiştir. Cebir öğretimi ile ilgili öğrenme ve öğretme güçlükleri yıllar boyunca fark edilmiş ancak tam anlamıyla anlaşılamamıştır. Bugün bile, öğrencilerin pek çoğunun yeterli düzeyde cebir bilgilerinin ve becerilerinin olmadığı görülmektedir (Ersoy ve Erbaş 2002).

Usiskin (1997)'e göre, cebir matematiğin dilidir. Bu dil bilinmeyenler, formüller, örüntüler, yer tutucular ve ilişkiler olmak üzere beş ana bileşenden oluşur. Vance (1998) cebiri, genelleştirilmiş aritmetik veya aritmetiği genelleştirmek için gerekli bir dil olarak tanımlamıştır. Baki (2008)'e göre cebir, aritmetiğin sayılardan küme ve grup kavramlarını kullanarak sembollere açılımıdır.

Sutherland ve Rojano'ya göre (Akt.: Lee 1995), matematikteki veya başka disiplinlerdeki fikirleri açıklamak için kullanılan matematiğin bir dili olarak görülebilir. Eğer bir okul dersi olarak düşünülürse o zaman cebire, öğrencilerin denklemleri çözebilme ve sembolleri anlayabilme çabası olarak bakılabilir. Kısacası cebir, hayatın her alanında kendisini hissettirmektedir. Bu durum ise, cebirin kişiler (öğrenciler) tarafından öğrenilmesinin bir ihtiyaç olduğunu gündeme getirmektedir. Ancak, öğrenciler cebiri, aritmetiksel işlemleri yapmak, okumak ve yazmak gibi öğrenilmesi gereken öncelikli bir ihtiyaç olarak görmeyebilirler. Bu durum, öğrenciler için, ileri matematik derslerinin anlaşılmamasına, üniversite ve bir çok kariyerli iş için kapıların kapanmasına neden olabilir (Williams 1997). Oysa cebir, yukarıda bahsedilen tüm bu işler için "kapı açıcı" konumundadır (Choike 2000, Maccini ve Hughes 2000).

1989 ve 1991 tarihleri arasında cebir ve cebir öğretimi üzerine yapılan araştırmalar sonunda NCTM iki önemli standart yayınlamıştır: Bu standartlarda cebir şöyle tanımlanmaktadır: "İlköğretim ikinci kademe matematik müfredatı, somut ilköğretim birinci kademe matematik müfredatı ile soyut lise matematik müfredatı arasındaki bir köprüdür. Burada en önemli geçişlerden biri, aritmetik ile cebir arasındaki geçiştir. Bu nedenle 5-8 sınıflarda öğrenciler, daha sonra çalışacakları soyut cebir için bir temel oluşturabilecek cebirsel kavramları formal olmayan bir yolla alırlar..." (NCTM 1989 s.102). Cebirin öğrenciler için zor bir ders olduğunu dile getirdikten sonra (Laborde 1982, Booth 1984, Sfard ve Linchevski 1984, Kieran 1985, 1989, Vergnaud vd. 1987, Resnick vd.1987, Filloy ve Rojano 1989, Steinberg vd. 1990, Da RochaFalcao 1992) cebirin tarihsel gelişimi üzerinde durmakta fayda vardır.

3.3.1 Cebirin Tarihsel Gelişimi

Cebir temellerini El Harezmi'den alır. *Cebir* sözcüğü de Harezmi'nin *"El'Kitab'ül-Muhtasar fi Hısab'il Cebri ve'l-Mukabele"* (Cebir ve Denklem Hesabı Üzerine Özet Kitap) adlı eserinden gelmektedir. Bu eser aynı zamanda doğu ve batının ilk müstakil cebir kitabı olma özelliğini taşımaktadır. El Harezmi'den bu yana cebir çok değişmiştir.Cebir ile ilgili en eski bilgiler M.Ö. 1700-1600 den kalan eski Mısır papirüsleri üzerine yazılmış olarak bulunmuştur. Kullanımı bazı basit denklemlerin çözümlerinden ibaret olduğu ortaya çıkmıştır. Sonradan eski Yunan matematikçileri cebir ile geometriyi ortak kullanmışlardır (Akkaya 2006) .

Yaklaşık 4000 yıllık bir geçmişle matematiğin en eski çalışma alanlarından biri olan cebir, denklemleri çözmek için genel yöntemler bulma çabalarının bir sonucu olarak doğmuştur (Göker 1997). Boyer ve Merzbach'a (1991) göre, bu kadar uzun bir geçmişe sahip olan cebir'in tarihsel gelişim süreci üç evrede incelenebilir: Söz (rhetorical) evresi, söz-sembol (syncopated) evresi, sembol (symbolic) evresi.

3.3.1.1 Söz (Rhetorical) Evresi

Cebir'in tarihsel gelişiminin ilk evresi söz (rhetorical) evresidir. Bu evre M.S. 250 yılı öncesi dönemi kapsamaktadır. Cebir ile ilgili en eski bilgiler M.Ö. 1700-1600 den kalan eski Mısır papirüsleri üzerinde yazılmış olarak bulunmuştur. Mısırlılarda cebirin varlığına dair kanıtlar olmamakla beraber, cebirin oldukça ilkel hali görülmektedir. (http://www.netmatematik.com/matematikvetarihi/sayfa7.html. 2009).

Mısırlılar ve Babilliler para, kâr-zarar veya arazi ölçümleri ile ilgili nicelikleri içeren problemlere çözüm getirmek amacıyla cebiri kullanmıştır (Kieran 1992). Sözel problemlerin çözümünde bilinmeyen nicelikleri temsil etmek için kullanılan "aha" kelimesi, grup ya da miktar anlamına gelmektedir. "Aha hesabı" adı verilen bu hesaplama türünde "yanlış ve deneme yoluyla yoklayarak çözüm" yöntemi kullanılmış olduğu görülmektedir (http:// www.netmatematik.com/matematikvetarihi/sayfa7.html, 2009).

Bu evrede, problem ile problemin çözüm süreci sadece kelimelerle yapılmaktaydı. Bununla birlikte bilinmeyeni göstermek için özel işaretler veya sembollerin kullanımı yoktu Ayrıca bu zaman periyodunda sözel problemlerinin çözüm yolları daha az karmaşıktı ve Mısırlılar ve Mezopotamyalılar tarafından kullanılan belirli kurallar (Üçlü Kural (Rule of Three)) problemlerin çözümlerinde kullanılmaktaydı. Ayrıca her bir uygarlığın sayı kavramına bağlı olarak bilinmeyeni de değişmekteydi. Bu süreç yaklaşık olarak 3000 yıl sürmüştür (Kieran 1992).

3.3.1.2 Söz-Sembol (Syncopated) Evresi

Cebirin söz-sembol karışımı evresi M.S.250 yıllarında Diophantus'un matematiksel bir problemi kısaltılmış notasyonlar kullanarak bir denklem olarak yeniden yazmasıyla başlayıp 16. yüzyıla kadar süren evredir. Diophantus'un "Aritmetika" adlı eserinde bazı cebir konuları ile birlikte, ikinci derece denklemlerin çözümü görülmektedir. Bu eserde ikinci derece denklemlerin çizim yoluyla (geometrik yolla) çözümlerini içeren bilgiler bulunmamaktadır. (http:// www.netmatematik.com/matematikvetarihi/sayfa7.html, 2009).

Çok sistematik bir eser olmamakla birlikte Diophantus'un bir problemde bilinmeyen nicelikleri temsil etmek için sembol kullanımı cebirin gelişimi açısından önemli bir dönüm noktasıdır Bu durum Diophantus'a Mısırlılar ve Babillilerin çözdüklerinden daha soyut problemlerle uğraşma fırsatı vermiştir. Milattan sonra 7. yüzyılda Hintli matematikçi Brahmagupta (680) bilinmeyenler için kelimelerin ilk iki harfini veya ilk harfini kullanmıştır(Kieran 1992, Baki 2008).

Benzer şekilde, 9.yüzyıldan itibaren Türk-İslam matematikçileri de kelimelerin sadece ilk harflerini bilinmeyen olarak kullanmışlardır. Bu dönemde Türk-İslam matematikçilerinden Hârezmi (780-850) cebirin tarihsel gelişimine çok büyük katkılar yapmıştır. Matematik tarihinde yazılan ilk cebir kitabı Hârezmî'nin (M.S. 825) "Al Kitab Fi Hesab Al Cabr wal Muqabalah" adlı eseridir. Matematiğin temel alanlarından biri olan cebir, adını bu kitaptan almıştır. Bu eser Rönesans dönemi çalışmaları için en önemli kaynak olmuştur. "Al Cabr"ifadesi Latince'ye algebra olarak geçmiştir (Baki 2008). Türkçe'de ise cebir olarak kullanılmaktadır. Hârezmî'nin, "Al Kitab Fi Hesab Al Cabr wal Muqabalah" adlı eseri Türkçeye "yerine koyma ve dengeleme kitabı" olarak çevrilebilir. Hârezmî'nin bu kitabı,matematik tarihinde, birinci ve ikinci dereceden denklemlerin sistematik çözümlerinin yer aldığı ilk eserdir. Nitekim Katz bu tür sistematik çözümü, cebirde ilk kullananın, Hârezmi olduğunun son yüzyıl içinde yapılan araştırmalarla ortaya konduğunu belirtmiştir. (http:// www.netmatematik.com/matematikvetarihi/sayfa7.html. 2009).

Hârezmi'nin kitabında kullandığı çözüm yolları ve işlem basamakları, Avrupalı matematikçiler tarafından Hârezmi'nin yöntemleri anlamına gelen "algoritm" terimi ile ifade edilmiştir. Bu terim, Hârezmi'nin isminin Arapça telaffuzundan (Al Khwarizm) gelmekte olup Türkçe'de algoritma olarak kullanılmaktadır (Baki 2008). Hârezmi kitabında bilinmeyen yerine "şey (bugün bizim kullandığımız x)", bunun ikinci kuvvetine"mal (x2)" ve karekökü yerine "ced" kelimelerini kullanarak birinci ve özellikle ikinci dereceden denklemlerin köklerini bulmak için sistematik kurallar ve çözümler sunmuştur (Baki 2008). Ayrıca Hârezmi kitabında dört işlem gerektiren problemlere de yer vermiştir. Bu açıdan Hârezmi'nin kitabı sözel problemlere cebirsel çözüm sunmanın ilk örneğidir (Katz 1997, Baki 2008). Bu bağlamda Hârezmi'nin Al-Cabr kitabı cebir için temel yapı taşı olarak kabul edilir. Abu Kamil, Al- Karhi, Ömer Hayyam, Yahya al-Maghribi gibi birçok İslam matematikçisi Hârezmi'nin çalışmalarını devam ettirmiş ve yeni cebirsel teknikler geliştirerek bu alana önemli katkılarda bulunmuştur. 16. y. ortalarına kadar batı Hârezmi'yi takip etmiştir. Katz bu eserin, batılı matematikçilerden Fibonacci, Passioli, Tartiaglie ve Cardon'un çalışmalarına temel eser olduğunu belirtmiştir. (http:// www.netmatematik.com/matematikvetarihi/sayfa7.html. 2009).

Hârezmi'nin bu çalışmaları cebir'in hem söz (rhetorical) basamağı hem de sembol (symbolic) basamağını içermektedir. 13.yüzyılda Avrupa matematikçileri arasında kelime kısaltmaları ön plandaydı. 16. yüzyılın ortalarına doğru Stifel bilinmeyenler için ard arda gelen harfleri kullanarak aritmetik kurallar oluşturdu. Bu dönemde Avrupa'daki birçok matematikçi bilinmeyenlerin kuvvetlerini sembolleştirmek ve denklemleri formülleştirmek için bir sistem geliştirmeye çalıştı. Bu evre, 3-16. yüzyıllar arasında devam etmiş ve 16. yüzyılın sonlarına kadar da çok büyük değişikliğe uğramamıştır. Bu dönem içerisinde, cebirciler bilinmeyen nicelikleri göstermek için kullanılan harfleri tanımlamak için çok fazla vakit harcamışlardır (Akkaya 2006).

3.3.1.3 Sembol (Symbolic) Evresi

Cebirin tarihsel gelişimindeki üçüncü evre ise sembol (symbolic) evresidir. Bu evre özellikle Avrupalı matematikçilerin Yunan, Hintli ve Türk-İslam matematikçilerinin eserlerini tercüme etmesiyle başlamıştır. 1591 de Viate büyük harflerle bilinen ve bilinmeyen sayıları gösteren bir sistem oluşturdu. Viate'nin bu gösterimi "cebirsel sayı kavramı" adında bir kavramın doğmasıyla sonuçlandı. İşaretler ve semboller temsil ettikleri nesnelerden ayrılmaya başladı ve sembolik cebir matematiksel bir nesne oldu. Mellilo (1999) Viate'nin sembolik cebrine kadar problemlerin doğal dilin ve özel karakterlerin bir karışımı olan sözel tanımlar yardımıyla çözülmekte olduğunu ve Viate'nin sembolik cebiri keşfi ile sembolik cebirin daha sonraki gelişimi ve fonksiyon kavramının açıklık kazanmasıyla bugün çalışılan cebirin temelinin oluştuğunu belirtmiştir (Akkaya 2006)..

Viate'den birkaç yıl sonra Descartes bilinen sayılar için alfabedeki ilk harflerin kullanılmasını, bilinmeyen sayılar için ise alfabedeki son harflerin kullanılmasını önerdi. 17. yüzyılın başlarında Descartes (1596-1650) parametreleri temsil için alfabenin baş tarafındaki harfleri, değişen nicelikleri temsil için alfabenin son tarafındaki harfleri kullanma geleneğini başlatmıştır (Kieran 1992). Yine bu dönemlerde Descartes'i koordinat düzlemi kavramı cebirde olduğu kadar matematikteki çalışmaları derinden etkilemiştir (Baki 2008). Descartes koordinat düzlemi ile birlikte geometrik kavram, nesne ve ilişkileri cebirsel olarak ifade edilebilmiştir (Baki 2008). Descartes "La Geometrie" adlı eserinde çeşitli türdeki cebir denklemlerine geometrik çözümler geliştirmiştir. Cebirin geometriye uygulanması üzerine çalışmıştır. Eğrileri onları üreten cebirsel yapılara göre sınıflandırmıştır (Kieran 1992).

Bundan sonraki süreçte ise bu alanda çok hızlı gelişmeler kaydedilmiştir. Bugün cebir çağdaş matematik ve onun birçok alandaki uygulamalarının önemli bir bileşenidir. Fizik kanunları, dağıtım ve iletişim ağları, nüfus modelleri, istatistiksel sonuçlar cebirin sembolik dili kullanılarak ifade edilebilmektedir (Göker 1997). Akkaya (2006)'ya göre, ilk amaç her zaman bilinmeyenleri ortaya çıkarmaktı, fakat bu yeni sembolik cebir içinde bilinmeyenler geneli belirtme gibi daha yüksek amaca hizmet etmeye başladı. Artık genelleştirilmiş aritmetik olarak cebir bir gerçek olmuştu ve cebir aritmetikten ayrılmıştı. Bununla birlikte fonksiyon kavramının ortaya çıkmasıyla sembolik evre hızlanmaya başlamıştır. Fonksiyon kavramı ilk başlarda işlemsel bir yapı arz ederken daha sonraları yapısal ilişkileri gösteren bir kavram olarak görüldü. Sonuç olarak bu evrede semboller, bilinmeyen nicelikler kadar bilinen nicelikleri göstermek için de kullanıldı ve cebir, sayılar arasında ilişkilerin görülmesi ve problemlerin genel çözümlerinin gösterimi için bir araç olarak görülmeye başlandı.

3.4 Cebirsel Düşünme

Cebir alanındaki bilgi ve becerilerin artması aynı zamanda cebirsel düşünme becerilerinin de gelişimini sağlar. Bu noktada cebirsel düşünmenin ne olduğu sorusu akıllara gelir. Cebirsel düşünmenin tanımı şu şekilde yapılabilir; "nicel durumları göstererek değişkenler arasındaki ilişkiyi açık hale getirebilme kapasitesi" (Driscoll 1999).

Cebirsel düşünme, aritmetiksel bir dille cebirsel işlemlere ve sembollere anlam yükleyerek zihinde varolan cebirsel bilginin sınırları doğrultusunda matematiksel muhakemenin gelişimini içerir (Kieran ve Chaloug 1993). Herbert ve Brown'a (1997) göre ise cebirsel düşünme, verilen durumdan gerekli bilgileri seçerek, sözel olarak ifade edilmiş matematiksel bilgiyi, şekil, tablo, grafik ve denklemlerle temsil etme, elde edilen matematiksel bulguları (bilinmeyeni bulmak, varsayımları test etmek ve fonksiyonel ilişkileri tanımlamak gibi) yorumlama ve farklı durumları analiz etmek için matematik sembol ve araçların kullanılmasıdır.

Herbert ve Brown'un cebirsel düşünme tanımı bir matematiksel bilginin farklı gösterim şekilleriyle ifade edilmesi ve yorumlanabilmesine odaklanmıştır. Bu süreçte birey cebirsel sembollerden doğru bir şekilde yararlanmalıdır. Bir başka çalışmada Greenes ve Findells (1998) cebirsel düşünmede değişken ve fonksiyon kavramına vurgu yapmış, farklı gösterim şekillerinden yararlanma ve akıl yürütme becerilerinin önemine değinmişlerdir. Onlara göre, cebirsel düşünme farklı gösterim şekilleri ile birlikte, değişken kavramını anlamayı, fonksiyonlarla çalışmayı, cebirsel ilişkileri tanımlamayı, tümevarım ve tümdengelimli çıkarımları içermektedir. NCTM'e (2000) göre ise cebirsel düşünme; fonksiyonları anlamayı, cebirsel sembolleri kullanarak matematiksel yapı ve durumları farklı şekillerde temsil ve analiz etmeyi, nicel ilişkileri temsil etmek ve anlamak için matematiksel modeller kullanmayı, gerçek yaşamla ilgili çeşitli durumlardaki değişimi analiz etmeyi gerektirir.

Cebir, yalnızca matematikte değil hayatın her alanında ve her aşamasında çok önemli bir konuma sahiptir. Günlük olaylarda karşılaşabileceğimiz problemlerin çözümlerinden, başka bilimlerdeki problemlerin çözümlerine kadar her yerde cebir ve cebirsel düşünce kullanılmaktadır. Cebirsel düşünme somut ve kolayca görselleştirilemeyen bilgiyle çalışmayı gerektirir (Hawker ve Cowley 1997). Cebirsel düşünce kendiliğinden gelişmez (Linchevski ve Herscovics 1994). Soyut yapısından dolayı, eğitimciler ilk cebir eğitimini verirken öğrencilerin anlamalarına yardım etmek için bir hayli gayret göstermelidir.

Kriegler (2004), cebirsel düşünmeyi iki ana bileşenden oluşan bir yapı olarak tanımlamıştır:

1) Matematiksel Düşünme Araçları:

- Problem Çözme Becerileri
- Problem çözme stratejilerinin kullanımı
- Çoklu yaklaşımların/çoklu çözümlerin keşfi
- Gösterim Becerileri
- İlişkileri görsel, sayısal, sembolik, sözel olarak ifade etme
- Farklı gösterimler arasındaki geçiş
- Gösterimlerdeki bilgiyi yorumlama
- Akıl Yürütme Becerileri
- Tümevarım
- Tümdengelim

2) İnformal Cebirsel Düşünme

- Soyut aritmetik olarak cebir
- Kavramsal olarak hesaplama stratejilerine odaklanma
- Oran ve orantı
- Matematiğin dili olarak cebir
- Değişkenlerin anlamı
- Çözümlerin anlamı
- Sayı sistemi ile ilgili özellikleri anlama ve kullanma
- Semboller ve sayıları okuma, yazma ve bunlarla işlem yapma
- Denklik sembolünün kullanımı
- Matematiksel modelleme ve fonksiyonlarla çalışmada bir alet olarak cebir

- Günlük hayattaki örüntüler ve kuralları araştırma, belirleme ve genelleştirme
- Denklemlerde, tablolarda, grafiklerde veya kelimelerde kullanılan matematiksel fikirleri gösterme
- Grafik becerilerini geliştirme.

Cebirsel düşünmenin gelişimi bireylerin cebir alt öğrenme alanında edinecekleri etkin deneyimlerle sağlanabilir. Cebirsel düşünmenin gelişimi doğrudan doğruya bireylerin cebir alt öğrenme alanında aldıkları eğitimle ilintilidir (Akt.: Akkan 2009).

Cebirsel düşünmenin başladığı ilk yer matematik derslerinin cebir alt öğrenme alanıdır. Matematik programı değişmeden önce cebire giriş konuları ilköğretim 7. sınıfta yer almaktaydı. Bu durum yeni matematik programında değişmiştir. Cebir öğrenme alanı, İlköğretim 1-5. Sınıf Matematik Dersi Öğretim Programı'ndaki örüntüler alt öğrenme alanının kısmi bir uzantısı olarak ele alınmaktadır. İlköğretimin 6-8. sınıflarında öğrencilerin örüntüdeki kuralı genellemesi ve harfle ifade etmesi, temel beceri olarak ele alınmaktadır. Bu genellemeler, daha sonra bir değişkenin diğer bir değişkene bağlı olarak değiştiği iki bilinmeyenli denklemlerle ilişkilendirilmekte ve kavramların daha anlamlı öğrenilmesine yardımcı olmaktadır (Akkan 2009).

EARGED'in (1996) önceki programa ilişkin araştırma sonuçları, öğrencilerden bazılarının cebirsel sözel ifadeler içeren problemleri, aritmetik işlemler kullanarak çözmelerine rağmen birinci dereceden denklemlerin çözümlerini bulamadıklarını ve cebirsel ifadeleri anlamakta belirli zorluklara sahip olduklarını ortaya çıkarırken yenilenen programla bu zorlukların aşılması amaçlanmıştır. Yenilenen programın içeriğinin cebirsel düşünmeyi geliştirmeyi hedeflediği söylenebilir (Akt.: Dede ve Argün 2003).

3.5 Aritmetikle Cebir Arasındaki İlişki

Aritmetik ile cebir arasında anlamlı ilişki olduğuna dair birçok çalışma vardır: Wagner'e (1983) göre, öğrencilerin cebirsel işlemleri (yapıları) anlamakta zorlanmalarının nedeni, aritmetiğin temel kavramı olan sayı kavramını iyi bir şekilde kavrayamamalarıdır. Booth (1988) ve Kieran (1992), öğrencilerin cebirle ilgili fikirlerini aritmetikle ilgili daha önceki deneyimlerinden yola çıkarak yapılandırdıklarını ifade etmişlerdir.

Cooper vd.'ine (1997) göre ise, aritmetikteki çeşitli yapısal ve ilişkisel gösterimleri anlamadaki eksikliklerin, öğrencileri cebirsel düşünmeyi destekleyen yapılandırmalardan uzaklaştırdığını ve onların cebirde zorluk çekmelerine neden olduğunu belirtmişlerdir. Herscovics ve Linhevski bilinmeyenle ve bilinmeyen üzerine yapılan işlemlerdeki öğrenci yeteneksizliğini öğrencilerin bilinmeyeni bir bilişsel boşluk olarak görememe başarısızlığına bağlamaktadır. Herscovics ve Linchevski (1994) öğrencilerin aritmetikle cebir arasında yaşadığı zorlukların bilişsel bir boşlukla, öğrencilerin bilinmeyenle yaptığı işlemdeki yeteneksizliğiyle bağlantılı olduğunu öngörmüştür.

Genellikle aritmetik düşünmeden cebirsel düşünmeye geçiş, aritmetik ve cebir öğretimi sırasında kendiliğinden gerçekleşmez. Öğrenciler cebirsel fikirleri ile daha önceki yaşantılarında (ilköğretim birinci kademe) geliştirdikleri aritmetik fikirleri ilişkilendirir (Herscovics ve Linchevski 1994).

Stacey ve Macgregor (1997) ortaokullar için gerekli olan cebirsel düşünmenin aritmetik özellikler boyunca geliştirilebileceğini ifade etmişlerdir(Akt.Akkan 2009). Carpenter ve Levi (2000) erken yaşlarda öğrencilerin aritmetiğin önde gelen yapı ve özellikleriyle ilgili genellemeleri doğrulamayı ve yapmayı öğrenmelerinin cebirle ilgili birçok temelin oluşmasına katkı sağlayacağına vurgu yapmışlardır. Bednarz vd. (1992, 1996) cebirsel düşünmede aritmetik deneyimlerin önemli olduğuna vurgu yapmış ve cebiri "ileri aritmetik" olarak tanımlamışlardır. French (2002), cebirsel süreçlerde doğru bir anlamaya sahip olmada aritmetik işlemlerin önemine vurgu yapmıştır ve basit sayılarla yapılan zihinsel hesaplamaların cebirsel ifadeleri basitleştirmeye katkı sağlayacağını belirtmiştir.

Linchevski ve Livneh'ye (1999) göre, öğrencilerin aritmetikteki yapısal gösterimlerle ilgili anlamaları cebirsel yapılarla ilgili anlamalarının temelini oluşturur. Gallordo ve Rojano (1987) ve Linchevski ve Hersovics (1996) parantez kullanımı ve işlem sırasıyla ilgili aritmetik bilginin daha sonraki cebirsel bilgi için önemli olduğuna vurgu yapmışlardır. Benzer şekilde, Bell (1996) ve Hersovics ve Linchevski' ye (1994) göre işlemsel kurallarla ilgili kavram yanılgıları, öğrencileri cebirsel anlamadaki kavramsal engellere sürükleyebilir. Sfard (1991) öğrencilerin aritmetik bakış açısından temel alarak farklı olan cebirle ilgili yapısal bir kavramı kazanmanın önemine değinmiştir. McNeil ve Alibali (2005), aritmetik düşünmenin öğrencilerde geliştirilmesinin öğrencilerin cebirsel düşünme ile ilgili kapasitelerini artıracağına vurgu yapmışlardır. Tall (1992), sayı örüntülerindeki aritmetik fikirleri genelleştirerek cebirsel fikirlere girmenin daha kolay olacağını ifade etmiştir. Armstong (1995), örüntüleri keşfetmenin erken yaşlardaki çocukların cebirsel olarak düşünme yeteneklerini geliştireceğine vurgu yaparak, örüntülerden yararlanarak genelleştirme yapmanın cebir için önemine dikkat çekmiştir.

NCTM'in Cebir Çalışma Grubu çocukların erken yaşlarda cebirsel kavramları geliştirebileceğini, sayılar ve örüntülerle çalışmanın daha sonraki sınıflarda ihtiyaç duyulan cebirsel düşünme için temel oluşturmaya yardım edebileceğini belirtmiştir (NCTM 1994). French (2002), Kindt (2000) ve Wijers (1995), birinci dereceden denklemlerin çözümlerinde cebirsel dilde çözümler yapmadan önce aritmetikte var olan formal öncesi yöntemlerin önemli olduğuna vurgu yapmışlardır. Onlar bu formal öncesi yöntemlerin daha formal yöntemlerin (yani bilinmeyenler için harflerin kullanımını, değişken kavramını) gelişimine katkı sağladığına işaret etmişlerdir.

Demana ve Leitzel (1988) ise, işlemsel kurallarla ilgili değişme, birleşme, dağılma, ters işlem ve işlem sırası gibi özelliklerin ve sayılar arasındaki örüntülerin tanınmasının ve genelleştirilmesinin cebirsel denklemlerin çözümü için önemli olduğunu vurgulamıştır. Ohlson'a (1993) göre cebirsel ifadeleri anlama aritmetik işlemler, eşittir işareti ve işlemsel özelliklerle ilgili soyut şemalarla değişkenleri içeren cebirsel gösterimleri birleştirmeyi gerektirir.

3.6 Aritmetikten Cebire Geçiş

Aritmetik ile cebir arasındaki geçişi içeren çalışmalar arasında sözel problemler ve lineer denklemler konusu önemli bir yere sahiptir. Sfard (1987) yaptığı araştırmada öğrencilerin, sözlü olarak verilen denklemleri yapılandırmada ve çözüm yolları üretmede, sembolik denklemleri yapılandırmaya ve bu yapıya bağlı olarak çözümler üretmeye kıyasla daha iyi olduklarını belirtmiştir. Kieran (1992) da öğrencilerin verilen cebirsel bir denklemle ilgili işlemleri doğru bir şekilde çözdüklerini ancak aynı öğrencilerin sözel problemlerdeki ilişkilerden elde edilecek denklemi kurmada zorlandıklarını ifade etmiştir. Hersovics ve Linchevski (1994) yaptıkları araştırmayla bir bilinmeyenli lineer denklemlerin çözümlerinde bilinmeyenle işlem yapan öğrencilerin yetersizlikleriyle ilgili bir bilişsel boşluğun varlığına işaret etmişlerdir. Bu çalışmalar dikkate alındığında araştırmalara konu olan çalışma gruplarının her birinin bilgi yapılanmalarının farklılık arz ettiği anlaşılmaktadır. Bilginin yapılanma şekli, aynı kazanıma yönelik ancak farklı şekillerde ifade edilen problemlerin çözümünde ortaya çıkmaktadır.

Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Daire Başkanlığı (EARGED) (1996) tarafından, içinde cebir müfredatının da bulunduğu bir araştırma raporu hazırlanmıştır. Araştırma raporu sonuçları, öğrencilerden bazılarının cebirsel sözel ifadeler içeren problemleri, aritmetik işlemler kullanarak çözmelerine rağmen birinci dereceden denklemlerin çözümlerini bulamadıklarını ve cebirsel ifadeleri anlamakta belirli zorluklara sahip olduklarını ortaya çıkarmıştır. Ersoy ve Erbaş (1998) tarafından yapılan araştırmanın sonuçları da, cebir öğretiminin ülkemizde oldukça problemli olduğunu göstermektedir. Bu çalışmaya göre, sosyo- ekonomik düzeyi düşük seviyede olan bir bölgede bulunan bir okuldaki ilköğretim 7.sınıf öğrencilerinin 26 sorudan oluşan cebir testi sorularına verdikleri doğru cevap sayılarının ortalaması 2,1 olarak bulunmuştur.

Yine Ersoy ve Erbaş (2002) tarafından yapılan başka bir çalışmada da, öğrencilerin temel cebir, özellikle de denklem (eşitlik) kurma ve çözmedeki başarısı ve buna bağlı olarak karşılaştıkları güçlükler araştırılmıştır. Araştırma sonuçları, öğrencilerin cebir öğrenimiyle ilgili zorluklara sahip olduklarını ve bu zorlukları giderici çalışmaların yapılması gerektiğini göstermektedir. Benzer şekilde, Dede, Yalın ve Argün (2002) tarafından yapılan çalışmanın sonuçları da, öğrencilerin cebirin temel kavramı olan değişken kavramının nasıl ve ne şekilde kullanılabileceğini anlamadıklarını göstermektedir. Yine bu araştırmanın sonucuna göre, öğrencilerin veri tabloları, örüntüler ve bunlar arasındaki ilişkileri, görmede ve anlamada oldukça zorlandıkları tespit edilmiştir. Bu durum ise, cebir öğretiminde karşı karşıya kalınan olumsuz durumun büyüklüğünü bütün açıklığıyla ortaya koymaktadır.

Aritmetikten cebire geçiş, öğrenim düzeyi arttıkça soyutlaşan matematiği anlamada önemli olmasına karşın, yabancı ülkelerin birçoğunda olduğu gibi ülkemizde de çeşitli nedenlerden dolayı etkin bir şekilde sağlanamamaktadır. Özellikle denklem konusuyla ilgili bu geçişin sağlanamamasının birçok nedeni olabilir. Örneğin, sözel problemleri denklemlere dönüştürmedeki zorluklar (Filloy ve Rojano 1989, Bernardo ve Okagaki 1994, Linchevski ve Hersovics 1996), harfleri veya çeşitli gösterim şekillerini matematiksel anlamlandırmadaki zorluklar (Kieran 1989, 1992), aritmetiksel kurallardan cebirsel kurallara geçişteki zorluklar, eşitlik ve değişken kavramının anlaşılmasındaki zorluklar (Usiskin 1988, Falkner vd. 1999) bu sebeplerden bir kaçıdır.

3.6.1 Aritmetikten Cebire Geçişte Karşılaşılan Zorluklar

Cebir'in öğrenciler tarafından anlaşılamamasının nedenleri 3 maddede toplanabilir. Bunlar:

i) Cebir'in yapısı (epistemological obstacle)

ii) Öğrencilerin zihinsel gelişimleri ve hazır bulunuşluk düzeyleri (psycho-genetic obstacle)

iii) Cebir'in öğretimindeki eksiklikler (didactical obstacles) (Philipp 1992)..

3.6.1.1 Cebir'in Yapısı

Cebir'in öğrencilere zor gelmesinin nedenlerinden birincisi, cebirin yapısıdır. Cebir'in yapısı ise iki boyutta ele alınabilir. Bunlar, cebirin dili ve cebirin içeriğidir (Philipp 1992).

3.6.1.1.1 Cebirin Dili

Cebir, söz dizimi (syntatic) yönüyle güçlü fakat anlam (semantic) yönüyle zayıf bir dile sahiptir. Cebir'in anlamsal yönü, bir içerikte kullanılan sembol ve onun temsil ettiği anlamı içermektedir. Cebir'in söz-dizimsel yönü ise, bir içerikte kullanılan sembolün yalnızca matematiksel rolünü göstermektedir. (Wagner 1981b). Cebir'in öğrencilere zor gelmesi,cebirin bu anlamsal yönünün zayıflığından kaynaklanabilir (Philipp 1992). Ayrıca, Herscovics ve Booth da, bu konuyla ilgili olarak, "öğrencilerin cebiri anlamakta zorlandıkları görülmektedir. Bu zorlukların bazıları, öğrencilerin cebirsel sembolleri ve kavramları anlamaktaki problemleri, bazıları ise cebirsel mantığa sahip olamayışları ve bu öğrencilerin çoğunun cebirin ne olduğu ve cebiri öğrenmedeki maksatlarının ne olabileceği hakkında fikirlerinin olmamasıdır" demişlerdir (Akt: Redden ve Pegg 1990).

3.6.1.1.2 Cebir'in İçeriği

Cebir'in içeriğinin ne olduğunun belirlenmesi için, cebirin tarihsel gelişim sürecinin ortaya konması gerekmektedir. Cebir'in tarihsel gelişim süreci üç basamakta incelenebilir.

Bunlar:

*Söz (Rhetorical) Basamağı: Bu aşamada,bilinmeyeni göstermek için özel işaret veya sembollerin kullanımı yoktur.

*Sembol-Söz Karışımı (Syncopated) Cebir Basamağı: Bu basamakta, bilinmeyen nicelikler için harfler kullanılmıştır. Bu süreç, 3-16. yüzyıllar arasında devam etmiş ve 17. yüzyılın başlarına kadar da çok büyük bir değişikliğe uğramamıştır. Bu süreç içinde, cebircilerin uğraşlarının çoğu genel ifadeleri göstermek (ispat) yerine,bilinmeyen nicelikleri göstermek için kullanılan bu harfleri tanımaya yönelik olmuştur (Kieran 1992). Bu süreçte cebir, ilk defa Harezmi tarafından bir bilim dalı olarak ortaya konmuş ve "El-Cebir" isimli kitabının adı, Avrupa dillerinde bu bilimin isminin algebre veya algebra olarak yerleşmesine neden olmuştur (Akın ve Desay 1994, Mankiewich 2000, Stallings 2000). Ancak, Harezmi'nin çalışmaları da, cebirin söz basamağına daha yakın olup, sembol basamağından uzaktır (Mankiewich 2000).

*Sembol (Sembolic) Basamağı: Bu basamak özellikle 17. yüzyıldan sonra müslüman matematikçilerin, Yunan ve Hintli matematikçilerin eserlerini incelemeleriyle başlamıştır. Ancak, bu aşamada da birkaç özel terimin (plus için p ve minus için m gibi) gösterimi dışında sembol kullanımında büyük bir değişiklik olmamıştır. Sembolik cebir aşamasıyla ilgili asıl büyük değişiklikler, Diophantus'un çalışmalarının Avrupalı matematikçiler tarafından dikkatli bir şekilde incelenmesiyle olmuş ve bilinmeyen nicelikler kadar bilinen nicelikleri göstermek için de semboller kullanılmaya başlanmıştır. Matematikçiler arasında, sembolik cebirin gelişimine katkıda bulunan en önemli kavramın fonksiyon kavramı olduğu kabul edilmektedir.

Bağımlı ve bağımsız değişken kavramlarını içeren fonksiyon kavramı, ilk önceleri Euler tarafından girdi çıktı bağlantılarını gösteren işlemsel bir yapı arz ederken, daha sonraları Dirichlet tarafından reel sayılar arasındaki bire-bir eşlemeyi temsil eden bir kavram ve yüzyıl sonra da Bourbaki tarafından iki küme arasındaki yapısal ilişkileri gösteren bir kavram olarak görülmüştür.

Cebirsel semboller bu şekilde, dereceli olarak işlemsellikten yapısallığa doğru bir değişim göstermiştir. (Kieran 1992, Stallings 2000) Bu süreç, cebirin içeriğinde bazı değişikliklerin yapılmasına yol açmış ve bu değişiklikler de, cebir kitaplarında ve cebir öğretiminde soyut bir dilin kullanılmasına neden olmuştur (Kieran 1992). Bu durum, öğrencilerin cebiri anlamakta zorlanmalarının nedenlerinden birisidir.

3.6.2 Öğrencilerin Zihinsel Gelişimleri ve Hazır Bulunuşluk Düzeyleri

Öğrencilere cebirin öğretilmesindeki amaç, yukarıda belirtildiği gibi cebirin işlemsel-yapısal gelişimindeki geçişi yapabilmelerine yardımcı olmaktır. Fakat öğrencilerin büyük çoğunluğu, cebirin yapısal boyutuna geçememektedirler. Dolayısıyla da, cebiri anlamakta zorlanmaktadırlar. Öğrencilerin cebirsel kavramları ve yapıları anlayabilmeleri için gerekli bazı ön bilgilere sahip olmaları gerekmektedir. Bunlar:

3.6.3 Eşitlik Kavramı

Araştırma sonuçları; öğrencilerin eşitlik kavramını bilmediklerini ortaya koymaktadır (Falkner vd. 1999, Dede vd. 2002, Ersoy ve Erbaş 2002). Öğrenciler eşittir işaretini gördükleri yerde bir işlem yapma zorunluluğu duyup hemen işlemin sonucunu bulmaya çalışmaktadırlar. Eşittir işaretinin her zaman sağına sonuç yazılması gibi bir yanlış anlamaya sahip olan öğrenciler zaman zaman 2+3=4+? Şeklindeki denklemlerde de bütün sayıları toplayıp ? işareti yerine yazma eğilimindedirler. Bundan hareketle öğrenciler bu soruya ?=9 yanıtını vereceklerdir. Denklem kavramının anlaşılması ve denklemlerin çözüm kümelerinin bulunması ileri matematik kavramlarının anlaşılmasına zemin hazırlar. Eşitlik kavramı denklem kurma için çok önemli bir kavram olup, denklemin bel kemiği konumundadır. Eşitlik kavramının öğretilmesindeki aksaklıklar öğrencilerin ileride bu kavramın üzerine inşa edecekleri denklem kavramını derinden etkileyecektir (Akkaya 2006).

Eşitlik kavramı ve eşittir işareti öğrencilerin cebirde yaşadıkları bir problemdir. Çünkü, eşittir işareti aritmetik ve cebirde farklı anlamlarda kullanılmaktadır. Yapılan birçok araştırmada çocukların eşit işaretini ilişkisel bir sembol değil de eylem belirten bir sembol olarak gördüklerini ortaya koymuştur (Kieran 1992, Falkner vd. 1999, Yaman vd. 2003). Bu araştırmalarda, değişik yaş grubundan öğrencilerle yapılmış ve her yaş düzeyinde çocukların eşittir işareti ile benzer kavram yanılgılarına sahip olduğu belirlenmiştir. Bu da eşittir işaretinin gelişiminin yaşa bağlı olmadığını göstermektedir.

Kieran (1992) çocukların eşittir işaretini nasıl algıladıklarına yönelik bir çalışma yapmıştır. Araştırmada ilk olarak eşittir işaretinin ne anlama geldiği örneklerle açıklamaları istenmiştir. Daha sonra eşitliğin her iki yanında sadece bir işlem içeren çeşitli aritmetiksel eşitlikler (örn; 3x6=9x3) ve her iki tarafta farklı işlem içeren eşitlikler (örn; 4x3=10+2) verilmiştir. Bir sonraki aşamada ise her iki tarafta da birden fazla işlemlerin yer aldığı işlemler (örn; 7x2+3-2=5x2-1+6) verilmiştir. Öğrenciler aritmetiksel özellikleri kullanarak her iki taraftaki değerlerin birbirine eşit olduklarını belirlemişlerdir. Araştırmanın sonunda öğrencilerin eşittir işaretinin ilişkisel boyutuna geçtikleri gözlemlenmiştir. Eşittir işaretinin sağ tarafının her zaman cevap olmadığı fakat sol tarafta aynı değere sahip bir ifadenin yer alabileceği vurgulanmalıdır.

Sharma (1987) birçok öğrencinin eşitlik kavramını ve eşittir işaretini anlamada zorlandığını belirtmiştir. Öğrenciler 3+4=7 veya 3 x 4=12 işlemlerini kolaylıkla yapabilirken 7=3+4 veya 12=3 x 4 işlemlerinde zorlanmaktadırlar.

Carpenter ve Moser (1983) okula yeni başlayan çocuklarla yapmış olduğu çalışmada sembolik problemlerin zorluk derecelerini incelemişlerdir. Bu zorluklar şunlardır:

1- a+ =c sorusu a+b= sorusundan daha zordur.

2- a-b = sorusu a+b= sorusundan daha zordur.

3- a+ = c, +b=c ve a- =c soruları aynı zorluktadır.

4- -b=c sorusu diğer beş durumdan daha zordur.

5- İşlemin eşit işaretinin sağından ve sonucun solda olduğu olduğu (c=a+) problemler diğerine (a+ = c) göre zordur (Akt.: Akkaya 2006).

= a+ b şeklindeki ifadelerle karşılaşan öğrencilerin bazıları bu ifadelerin yanlış olduğunu ve dolayısıyla da çözülemeyeceğini belirtmişlerdir. Levi ve Carpenter öğrencilerin bu ifadeleri a+b= şekline dönüştürerek çözmeye çalıştıklarını belirtmişlerdir.(http://www.wcer.wisc.edu/ncisla/publications/index.html.2008)
Çocukların bu tür yanlışlarının altında eşittir işaretini eylem belirten bir sembol olarak algılamaları yatmaktadır. Johnson ve Alibali (1999) yaptıkları çalışmada ileri sınıflarda eşittir işaretinin bir eylemsel sembol olarak görülüp görülmediğini araştırmışlardır. Araştırmanın sonucunda 5 ve 6. sınıftaki öğrencilerin çoğunun eşittir işaretinin anlamını ve eşitliklerin yapısını tam olarak kavrayamadıklarını bulmuşlardır. Benzer bir araştırma, Türkiye'de 9.sınıf öğrencileri üzerinde yapılmıştır. Erbaş ve Ersoy (2002)

dokuzuncu sınıf öğrencilerinin eşitliklerin çözümündeki başarıları ve olası kavram yanılgılarını belirlemişlerdir. Araştırmanın sonucunda, öğrencilerin eşitlik çözümünde bir takım kavram yanılgılarına ve yanlış kurallamalara sahip olduklarını göstermektedir. Bu araştırmaların sonuçlarına göre öğrencilerin eşittir işareti ile ilgili yanlış anlayışlarının ilköğretim 6-8 sınıflarda ve orta öğretim düzeyinde devam ettiğini göstermektedir.

Falkner vd. (1999) yaptıkları araştırmada öğrencilere 7+5= +4 gibi sorular yöneltmişlerdir. Falkner ve diğerleri öğrenciler bu tür probleme 4 değişik şekilde cevap verdiklerini bulmuşlardır.

1- Eşit işaretinden sonra her zaman cevap geleceğini düşünen öğrenciler yerine 12 yazmışlardır.

2- Bütün sayıların toplanacağını düşünen öğrenciler yerine 16 yazmışlardır.

3- Bazı öğrenciler ise işlemi 7+5=12+4=16 şeklinde yapmıştır.

4- Bazı öğrenciler ise her iki taraftaki sayıların toplamlarının eşit olacağını düşünerek yerine 8 gelmesi gerektiğini söylemiştir.

Yaman vd. (2003) yaptıkları benzer araştırmada ilk ve orta öğretim öğrencileri ile görüşmeler yaparak onların eşitlikleri nasıl algıladıklarını araştırmışlardır. Araştırmada sözel problemler, sembolik problemler ve doğru, yanlış eşitliklerden oluşan üç grup soru kullanılmıştır. Araştırma sonunda, öğrencilerin sembolik problemlerde zorlandıkları gözlemlenmiştir. Falkner vd. (1999) yaptığı araştırmada olduğu gibi, öğrenciler =a+b seklinde ifadelerin ters yazıldığını söyleyerek eşitliği yeniden yazmışlardır. Aynı şekilde, a+b= +c türündeki eşitliklerde ise yerine ya soldaki sayıların toplamını yazmışlar ya da eşitlikteki bütün sayıların toplamını yazmışlardır.

Knuth vd. (2005) 6–8. sınıf öğrencilerinin eşitlik kavramını nasıl algıladıkları üzerine bir çalışma yapmışlardır. Araştırmanın sonuçlarına göre, eşittir işaretini 6.sınıf öğrencilerinin %25'ı ilişkisel, % 60'ı işlemsel; 7.sınıf öğrencilerinin %30'u ilişkisel, % 58'i işlemsel; 8.sınıf öğrencilerinin %42'si ilişkisel, % 40'ı işlemsel olarak yorumlamaktadır. İşlemsel anlamda 6.sınıf öğrencilerinden bazıları eşittir işaretini sonuçtan bir önce yazılan işaret olarak düşünmektedir. 8.sınıf öğrencilerinin bir kısmı ise eşittir işaretinden sonra sonucun yazılması gerektiğini söylemişlerdir. İlişkisel anlamda ise 6.sınıf öğrencileri eşittir işaretinin sol tarafı ile sağ tarafındaki sayıların birbirine eşit olduklarını belirtmiştir. 7. sınıf öğrencileri ise eşittir işaretinin her iki yanında aynı değerler olduğunu söylemişlerdir.

3.6.4 Değişken Kavramı

Cebir ve cebir öğretiminin temelinde değişken kavramı yatmaktadır. Değişen bir niceliği temsil eden değişken fikri ilk olarak sonsuz küçük calculusu keşfeden Gottfried Wilheim Leibnitz (1646–1716) ve Sir Isaac Newton (1643–1727) tarafından keşfedilmiştir. Bu değişken kavramı fonksiyon kavramının gelişimi ile yakından ilişkilidir. Aslında, Kline (1972)' ye göre fonksiyon ve değişken terimlerine ilk kez değinen Leibnitz idi (Philipp 1992).

Değişken kavramı, ilkokuldan üniversiteye kadar matematiğin en önemli kavramlarından birisidir (Hircsh ve Lappan 1989, Philipp 1992). Aritmetiğin temel kavramı sayı kavramı iken, cebir ve bütün yüksek matematiğin temeli değişken kavramıdır. Sayılar, kümeler üzerindeki işlemlerin tanımlarını özetleme imkanı verirken, değişkenler kümeler arasındaki ilişkileri tanımlama imkanı verirler. Değişkenler, çok geniş bir içeriğe sahip yüksek matematiğin, temel fonksiyonları, denklemleri ve kompleks örnekleriyle çalışma imkanı verirler (Wagner 1981). Değişken kavramının anlaşılması, aritmetikten cebire geçiş ve ileri matematiğin anlamlı kullanımı için bir temel sağlar (Arcavi ve Schoenfeld 1988, Ursini ve Trigueros 2001). Rajaratnam, değişken kavramının bulunmasını, matematik tarihinin dönüm noktası olacak kadar önemli bir olay olarak nitelemektedir (Akt.: Philipp 1992). Yine bununla ilgili olarak, Percy Nunn (1919), değişkenlerin keşfinin belki de insanlık tarihinin en önemli olayı olduğunu ve onların kullanım egemenliğinin insanlık tarihinin en önemli başarılardan biri olarak kalacağını söylemiştir.

Betz ise "Cebir sembolleri, cebir için övünç kaynağıdır. Fakat aynı zamanda semboller, cebirin beddua kaynağıdır da" (Akt.: Şaşman, Linchevski ve Olivier 1997) diyerek bu konuya farklı bir açıdan dikkat çekmek istemiştir.

Wheatley (1995)'e göre cebirde kullandığımız değişkenler bir cümlede kullandığımız zamirler gibidir. Nasıl bir cümlede kişilerin yerine zamirleri kullanabiliyorsak, cebirde de sayıların yerine değişkenler kullanılmaktadır.

Değişken kavramı, cebirin temel kavramıdır (Wagner 1981a). Bu nedenle, değişken kavramının öğrenciler tarafından anlaşılması, cebirsel kavramların ve konuların anlaşılması için zorunludur. Fakat, yapılan araştırmalar değişken kavramının öğrenciler tarafından anlaşılmasında büyük zorlukların olduğunu ortaya koymaktadır (Rosnick 1981, Wagner 1983, Philipp 1992, Macgregor ve Stacey 1997).

Araştırmalar, değişken kavramının bu kadar önemli olmasına rağmen öğrencilerin özellikle de cebirsel ifadelerde kullanılan sembolleri anlamakta zorlandıklarını göstermektedir (Küchemann 1981, Rosnick 1981, Wagner 1983, Demana 1990, Philipp 1992, Macgregor ve Stacey 1997, Davidenko 1997, English ve Warren 1998). Değişken kavramı, sınıflarda çok nadir olarak tartışılmaktadır. Bu durum da, öğrencilerin bu kavramı yeterli düzeyde öğrenmelerine engel olmaktadır. Arcavi ve Schoenfeld (1988) bu konuyla ilgili olarak, "Değişken kavramı, aritmetikten cebire geçiş için temeldir. Kavram, bu önemine rağmen çoğu matematik müfredatında basit bir terim olarak görülür ve birkaç örnekle geçiştirilir." demişlerdir. Ayrıca, harf ve sembollerin kullanımındaki belirsizlikler de, öğrencilerin bu kavramı anlamalarında zorluğa neden olmaktadır. Cebirde, farklı durumlardaki farklı nicelikleri temsil için aynı harfler kullanıldığı gibi, aynı durumlardaki aynı nicelikler farklı harflerle temsil edilebilir. Bu durum ise öğrencilerin bu kavramı algılamalarında karışıklığa neden olmaktadır. Ayrıca, öğrencilerin değişken kavramını anlamadaki zorluklarının çoğunun cebirsel bilgi eksikliğinden ziyade aritmetik işlem bilgisi eksikliğinden kaynaklandığını ortaya koyan birçok araştırma da mevcuttur. (Gray ve Tall 1994, Linchevski ve Livneh 1999, Philipp ve Schappelle 1999, Slavit 1999).

Her düzeydeki öğrencilerin cebirsel denklemleri çözerken zorlandıkları görülmektedir. Bu zorluklar, cebirsel ifadelerin sadeleştirilememesi, aritmetikten cebire geçişteki zorluklar, denklemlerin doğru bir şekilde yorumlanamaması ve cebirsel sözel problemlerin denklem olarak yazılamaması gibi nedenlerden kaynaklanmaktadır (Dede 2004) .

Daha önce değişken kavramı ile ilgili yapılan çalışmalarda öğrencileri tanıma testleri, öğrencilerle yapılan video kayıtları ve bu görüşmelerin analizleri üzerinde yoğunlaşılmış farklı bölümlerdeki öğrencilerin sözel ifadeleri değişkene, değişkenleri de sözel ifadelere dönüştürmede zorluk yaşadıkları gösterilmiştir. Buna paralel olarak Rosnick'in yaptığı araştırmada öğrencilerin bu zorluklarının denklemlerde kullanılan harflerin yanlış anlaşılmasından kaynaklandığı görülmektedir (Rosnick 1981).

"Üniversitedeki öğrencilerin sayısı profesörlerin sayısının altı katıdır" ifadesinde öğrencilerin sayısını S ve profesörlerin sayısını da P değişkeni ile göstererek bu ifadeyi bir denkleme dönüştürünüz, örneğine Massachusetts Üniversitesinde mühendislik fakültesine yeni başlayan 150 öğrencinin %37 sinin tamamı S=6P doğru denklemin yerine 6S=P denklemini yazdığı görülmektedir (Clement vd. 1981). Öğrenci-Profesör sorusunda 6S=P yanlış cevabı yazan öğrenciler yapılan röportajlardan S yi öğrencilerin sayısına karşılık gelen değişkenden ziyade öğrencileri temsil eden bir harf olarak S yi düşünmüşlerdir. Öğrenciler 6S=P denkleminde, P yi profesörler ve S yi de öğrenciler olarak düşünerek her bir profesör için altı öğrenci vardır şeklinde ifade etmişlerdir (Rosnick 1981). Bu örnekte de görüldüğü gibi, denklemlerdeki değişkenlerin anlamları öğrenciler tarafından tam olarak anlaşılamamaktadır.

Yapılan araştırmalar, çoğu 13-14 ve 15 yaşlarındaki öğrencilerin harfli sembolleri bir varlığın kendisi ve bu varlığı temsil eden etiket olarak düşündüklerini göstermiştir (Küchemann 1978). Ayrıca 15 yaşına kadar öğrencilerin çoğunluğunun, genelleştirilmiş sayılar veya bilinmeyen cebirsel harflerin yorumlanmasında zorluklar yaşadıkları görülmüştür (Macgragor ve Stacey 1997).

Küchemann (1981), öğrencilerin cebirsel harfleri yorumlamadaki hatalarını iki ana sebebe dayandırarak sınıflandırmıştır:

- Öğrencilerin harfleri ihmal etmeleri, harflere keyfi değerler vermeleri veya harfleri bir varlığın isminin yerine kullanmaları
- Denklemlerde harfleri genelleştirilmiş sayılar gibi veya özel bilinmeyen sayılar olarak kullanmaları

Öğrencilerin değişken kavramının öğreniminde yaptıkları hata ve yanlış anlamaları aşağıdaki şekilde sınıflandırmak mümkündür (Dede,Yalın ve Argün 2002).

- Değişkenin farklı kullanımlarını bilememe,
- Değişkenin genellerne yapmadaki rolünün ve öneminin farkında olamama,
- Değişkenin matematiğin alt bilim dallarındaki temsil yeteneğini bilememe ve yorumlayamama,
- Matematikte daha önceden öğrenilen bilgilerin yanlış transferi,
- Değişken kavramıyla ilgili işlem yapabilme yetersizliği.

Öğretmenlerin tecrübelerinden ve yapılan birçok deneysel araştırmadan, çocukların genelleşmiş aritmetik cebrini anlamada büyük zorluklar çektikleri ortaya çıkarılmıştır (Haspekian 2003). Cebirde ilerlemek için birçok kavramsal engel vardır (Linchevski ve Hercovics 1996). Ve bu engellerin en önemlilerinden biri değişken kavramını anlamaktaki başarısızlıktır. Bu kavram cebir dersinin verildiği çoğu sınıflarda çok nadiren ele alınıyor. Hâlbuki bu kavram öğrencilerin öğrendiği her şeyin temelini oluşturmaktadır.

Çoğu temel seviyedeki ders kitapları değişken kavramını açıklamamasına ve hatta ondan bahsetmemesine rağmen, Skemp (1971 s.227) "Bir değişkenin gerçekte cebirde anahtar bir kavram olduğu fikrini" ortaya atmıştır. Kavramın önemine rağmen, yine de çoğu matematik müfredatı değişkenleri basit terimler gibi ele almaya devam etmektedir. (Kieran 1981) Bundan dolayı araştırmalar öğrencilerin değişken kavramıyla ilgili zorlu deneyimler geçirdiklerini söylemektedirler (Schoenfeld ve Arcavi 1988). Tabii ki, birkaç uygulamadan sonra bu kavram çoğu öğrenci tarafından anlaşılacak ve düz bir şekilde kullanılacaktır.

Değişken kavramı bizim bildiğimizden daha karmaşık ve öğrencilerin cebirdeki başarısını engelleyen bir kavram gibi göründüğünden dolayı, şayet öğrenciler temel işlemlerin ötesine geçmek istiyorlarsa diğer cebirsel kavramlara başlamadan önce değişken kavramını iyice anlamaları gerekir. Aslında zor olmasının bir nedeni de "harfler" in veya "sözel semboller" in yaygın olarak kullanılmasıdır. Cebirde kullanılan "harfler" veya "sözel semboller" karmaşıktırlar ve değişken kavramının çoklu gösterimleridirler (Schoenfeld ve Arcavi 1988). Değişken gibi soyut bir kavramı kelimelere dönüştürme işi oldukça zordur.

Skemp (1971) değişkeni "verilen bir kümenin belirtilmemiş bir üyesi" olarak tanımlamıştır (Kieran 1981). Değişken ve fonksiyon kavramı arasındaki yakın ilişki 20.yy' in ilk yarısı boyunca devam etmiştir. Bu durum aşağıdaki tanımdan da kolaylıkla anlaşılabilir: "x ve y gibi birlikte değişen ilişkili sayılara değişkenler adı verilir. Upton'a (1936) göre bir değişkenin değeri bir başka değişkene bağlı olduğu zaman, biz o değişkene diğerinin fonksiyonu deriz" çoğu ders kitabı tek değeri temsil eden nicelikler (sabitler) ile birçok değeri temsil eden nicelikleri (değişkenler) birbirinden ayırmışlardır (Philipp 1992). Osborne (1909) ise değişkeni "sınırsız sayı değerleri alabilen bir nicelik" olarak tanımlamıştır. Değeri değişmeyen bir niceliğe sabit adı verilir. Örneğin, $x^2+y^2=a^2$ çember denkleminde x ve y değişkenlerdir, a ise sabittir (Philipp 1992). 1950'lerin sonlarında ve 1960'ların başlarındaki matematik reform hareketi değişkenin tanımında önemli bir değişim getirmiştir ki bu değişim günümüzde de etkisini halen sürdürmektedir.

Matematik müfredatındaki birleştirilmiş kavramlara karşılık, değişken kavramı başlangıçtan beri genel şekliyle öğretilmiş ve tüm harfli sembollere değişken adı verilmiştir (Kieran 1989). Değişken artık fonksiyon kavramı ile ilişkilendirilmemiş ve bunun yerine küme ile ilişkilendirilmiştir. 1950'lerin başları ile 1980'lerin sonları arasında yayınlanan matematik ders kitaplarındaki bir çalışmada, Tonnessen (1981) hemen hemen her ders kitabının ya direkt ya da dolaylı olarak bir değişken tanımı yaptıklarını ortaya atmıştır ki bu değişken en az iki elemanlı bir kümenin herhangi elemanlarından birini gösteren bir semboldür (Philipp 1992).

Yani, neredeyse harfli sembollerin tüm kullanımları değişkenlerdir. Hatta x +3=7 ifadesindeki x harfli ifadesi bir değişkendir, çünkü x tanım kümesi belirtilmemiş fakat tahmin edilebilen bir kümenin elemanlarından herhangi birini temsil eder. x reel, rasyonel, tam, doğal v.s. sayılar olabilir. Tanım kümesi en az iki elemanlı olmak şartıyla x bir değişkendir.

Değişken olmayan tek örnek ya rakamlar ya da özel sayıların yerini tutan semboller olacaktır. Örneğin; doğal logaritmanın tabanı e, ışığın hızı c ve π gibi (Philipp 1992). Son yirmi yılda yazılan ders kitaplarındaki değişkenin tanımıyla alakalı tipik bir örneği Dolciani vd. (1967) tarafından bulunmuştur. Değişken onun kitabında şöyle tanımlanır: "belirlenmiş bir kümenin (yer değişim kümesi veya değişkenin tanım kümesi) üyelerinden herhangi birini gösterebilen bir sembol".

Değişken kavramının anlaşılması öğrencilerin daha ileri cebir konularını anlamalarında temeldir (Graham ve Thomas 2000). Buna paralel olarak NCTM (1998), bir değişkeni kavramsal olarak anlamanın değişkenle alakalı diğer cebirsel kavramlar için sağlam bir temel oluşturmada hayati öneme sahip olduğunu kabul etmektedir (Balyta 1999).

Graham ve Thomas'a (2000) göre matematikte değişkeni anlama tüm ileri çalışmaların temelini oluşturur ve bu yüzden öğrencilerin değişkenleri kullanmada kendine olan öz güvenlerini kazanmaları son derece önemlidir. Değişken kapsamlı concept-image gerektiren bir kavram olduğundan (Tall ve Vinner 1981), öğrencilerin değişkeni tam olarak anlamaları hiçbir zaman beklenmez.

Değişken manipülasyonu, sadeleştirme ve bilinmeyenleri çözme gibi tekniklerle veya lineer denklemler ve kuadratikler gibi ortaokul kitaplarındaki konularla cebri eşitlemek (aynı tutmak) artık yeterli değildir (Lewis et. al 1997). Cebirsel kavramlar ve düşünceler yalnızca okullarda öğrenilmesi gereken matematiksel bir alan bilgisi olmaktan öte, günümüz anlayışında matematik okur-yazarlığının vazgeçilmez ve ayrılmaz bir parçası olarak değerlendirilmektedir (Erbaş ve Ersoy 2002).

Değişkenlerin kullanılmaya başlamasıyla öğrenciler yapacakları genellemelerde ve bazı matematiksel durumların ifadesinde yeni bir dil kullanmaya başlamış olacaklardır. Formüllerde, cebirsel ifadelerde, denklemlerde, özdeşliklerde ve benzeri durumlarda değişkenin yüklendiği anlamın, öğrenciler tarafından kavranması büyük önem taşımaktadır (MEB 2006). Öğrencilerde yavaş yavaş kullanılmaya başlanan bu değişken kavramı aynı zamanda cebirsel düşünmenin başladığını gösterir. Cebirsel düşünmenin gelişimi ise öncelikli olarak okuldaki cebir derslerinin nasıl işlendiğine bağlıdır.

3.6.5 Öğrencilerin Harfli İfadeleri ve Değişken Kavramını Algılamaları

Cebire giriş konularında görülen problemlerin merkezinde harfli ifadeler ve değişken kavramı yer almaktadır. Harflerin cebirde farklı anlamları ve işlevleri vardır. Sembolik cebiri öğrenme sürecinde öğrenciler, genellikle harfleri cebirsel ifadelerde, denklemlerde, denklem çözümlerinde ve formüllerde kullanmaktadırlar.

Küchemann'ın (1978) yaptığı araştırmalarda öğrencilerin harflerin farklı kullanımlarını anlayamadıkları için cebirde zorlandıklarını ortaya koymuştur. Küchemann Concept in Secondary Mathematics and Science (CSMS) projesinin bir bölümü olarak yaptığı çalışmada 3000 İngiliz lise öğrencisine 51 maddelik bir test uygulamıştır. Araştırmanın sonucunda çocukların harfleri algılamaları ile ilgili 6 farklı düşüncelerinin olduğunu belirlemiştir.

1- Harflerin sayı değerleri vardır.

2- Matematikte harflerin bir anlamı yoktur.

3- Harfler somut nesnelerin kısaltılmasıdır.

4- Harfler bilinmeyen sayılardır ve bir tek değeri vardır.

5- Harfler genelleştirilmiş sayılardır.

6- Harfler değişkenlerdir.

Wagner (1983)'a göre, öğrenciler harfleri kullanmada zorluk çekmezken anlamada zorlanmaktadırlar. Wagner (1983) sayılar ile harflerin bazen aynı amaç için kullanıldığını belirtmiştir. Örneğin a+3=14 ifadesinde a, 11 sayısının yerine kullanılmıştır. Burada sayı da, harf de aynı amaç için kullanılmaktadır. Bazen ise harfli ifadeler sadece bir sayıyı gösterirken bazen de birden çok sayıyı ifade edebilir. Örnegin (2<x<5) gibi bir ifade de x birden fazla sayının yerine gelebilmektedir. Wagner'in araştırmasının bir diğer sonucu ise öğrencilerin harfleri sayılarda olduğu gibi yan yana koyma eğiliminde olduklarıdır. Yani 2mn cebirde 2 x m x n çarpım anlamına gelirken 245 veya 209 sayıları anlamına gelmez.

Wagner (1983) harflerle kelimeler arasındaki benzerlikleri ve farklılıkları da ortaya koymuştur. Harfler çoğunlukla kelimelerin kısaltması olarak kullanılmaktadır. Ancak bu durum çoğu zaman yanlış algılamalara neden olmaktadır. Çünkü öğretmen "e" dediği zaman öğrencilerin aklına elma, erik ya da "e" ile başlayan başka bir nesne gelebilir. Oysaki "e" elmaların veya eriklerin sayısını göstermektedir. Bu iki durum arasındaki farklılık öğrencilerin harfleri yanlış algılamalarına neden olmaktadır.

Herscovics ve Kieran (1980) kullanılan sembollere dair bazı kavramsal güçlükler belirlemişlerdir. Bu güçlüklerden biri denklemlerde kullanılan sembolik dil ve notasyondur. Öğretmen ve öğrenciler denklemlerde kullanılan notasyon ve sembolik dili her zaman aynı şekilde yorumlayamamaktadırlar. Örneğin öğrenciler bilinmeyen değerlerin yerine harflerin kullanılmasını algılayamamaktadırlar.

Stacey ve MacGregor (1996) tarafından yapılan "Öğrencilerin Cebirsel Notasyonu Algılamaları" adlı çalışmada basit cebirsel ifadeleri nasıl anladıklarına ve öğrencilerin yaptıkları belli hataların ve yanlış anlamaların neler olduğu incelenmiştir. Araştırma üç yıl boyunca aynı öğrencilerle gerçekleştirilmiştir. Araştırmada ilk olarak hiç cebir görmemiş 7.sınıf öğrencilerinin harfleri ve cebirsel ifadeleri nasıl algıladıkları belirlenmiştir. Daha sonra aynı öğrenciler 10.sınıfa gelene kadar izlenerek harfleri ve cebirsel ifadeleri algılamalarının nasıl değiştiğine bakılmıştır. Her sene 8 hafta süren cebir konuları ile ilgili ön test ve son test çalışması ve öğrencilerle görüşmeler yapılmıştır. Araştırma sonuçlarına göre öğrenciler cebir konularını öğrenmeden önce harfleri bildikleri sembollerle benzeşim kurarak anlamlandırmaya çalışmışlardır. Bu araştırmanın bir diğer sonucu ise öğretme yaklaşımlarının bir kısmının öğrencilerde yanlış anlamalara neden olmasıdır.

Hilling (1976) öğrencilerin cebire giriş konularında karşılaştığı güçlükleri incelemiştir. Araştırmada aritmetiksel dili, cebirsel formülleri ve kullanılan sembolleri anlayıp anlamama ve genelleme becerilerini ortaya çıkaracak sorular sormuştur. Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin aritmetiksel terimlerle ifade edilen durumları anlayabilirken diğer taraftan cebirsel ifadelerle ifade edilen durumları anlayamamışlardır. Sonuçlara göre olası güçlüklerin nedeni olarak değişken kavramı görülmektedir. Öğrenciler harfleri nesnelerin etiketi olarak düşünmektedirler. "e" harfinin elmayı, "m" harfi muz ya da metreyi ifade ettiğini düşünmektedirler. Ayrıca "x" harfinin ise herhangi bir nesne ile eşleştiremediklerinden harflere bir anlam yükleyememektedirler. (Akt.: Ergöz 2000)

Öğrencilerin harfleri algılamada zorlanmalarının nedenlerinden bir aritmetikten getirdikleri bir takım alışkanlıklardır. Aritmetikte harfler genellikle nesnelerin kısaltması olarak kullanılmaktadır. Öğrenciler harflerin bu kullanımını cebire giriş konularında da kullanmaya devam etmektedir. Bu konu ile ilgili çeşitli araştırmalar yapılmıştır (Clement vd. 1981, Rosnick 1981, Clement, 1982). Bu çalışmalar da birkaç üniversitenin mühendislik bölümü öğrencileri üzerinde yapılmıştır. Araştırmada "Bir üniversitedeki öğrencilerin sayısı profesörlerin sayısının 6 katıdır. S ve P değişkenlerini kullanarak uygun denklemi yazınız" şeklinde sözel problemler kullanılmıştır. Bu probleme uygun denklemi öğrencilerin %37 yazamamıştır. Yanlış cevaplayanların %68 ise 6S=P seklinde cevaplamıştır (Akkaya 2006).

Clement ve diğerleri öğrencilerin değişkenlerle ilgili eğilimlerinin iki farklı kaynağının olduğunu belirtmişlerdir. Bunlardan birincisi sözel dönüşümler, ikincisi ise karşılaştırma metotlarıdır. Sözel dönüşüm modelinde öğrenciler cebirde kullanılan sembolleri kelimelerle ilişkilendirmektedirler. Örneğin "bir okuldaki kız öğrencilerin sayısı erkek öğrencilerin sayısının 4 katıdır" öğrenciler probleme uygun denklemi yazarken genellikle K: Kızların sayısını E: Erkeklerin sayısını göstermek için kullanmaktadır. Oysaki öğrenciler istediği şekilde bütün harfleri veya herhangi bir değişkeni kullanabilirler. Karşılaştırma metodunda ise öğrenciler parçaları bütünden daha büyükmüş gibi algılamaktadırlar. Yani, yukarıdaki probleme baktığımızda öğrenciler kızların sayısını okuldaki toplam öğrenci sayısından fazlaymış gibi düşünmektedirler. Ayrıca öğrenciler denklemi yazarken katsayısı büyük olan ifadeyi daha büyük olduğunu düşünmektedirler.

English ve Halford (1995) harflerin farklı yorumları ve kullanımları olduğundan dolayı değişken kavramı ile bilinmeyen kavramı arasındaki farklılıkların bilinmesinin önemli olduğunu belirtmişlerdir. English ve Halford'a (1995) göre aynı harf hem bilinmeyen hem de değişken olarak kullanıldığı için öğrenciler iki kavramı karıştırmaktadır. Örneğin; x+5=8 ifadesinde "x" bilinmeyen olarak kullanılırken y=4x+8 ifadesinde değişken olarak kullanılmaktadır.

Herscovics ve Linchevski (1994) yaptıkları çalışmada öğrencilerin harfleri algılamalarının yaşa bağlı olarak değişik aşamaların olduğunu belirlemişlerdir. En düşük aşamada (10-11 yaşlar) öğrenciler harfleri somut nesnelerin kısaltması olarak görmektedirler, orta aşamada (12-13 yaşlar) harfleri bilinmeyen anlamında kullanmaya başlamaktadırlar ve en üst düzeyde (14-15) ise öğrenciler harfleri değişken olarak kullanmaya başlar.

Öğrencilerin harflerle ve değişken kavramı ile ilgili bir diğer zorlandıkları nokta ise sözel problem durumlarının cebirsel ifadelere dönüştürmektir. Stacey ve MacGregor (1997) yaptıkları araştırmada öğrencilerin sözel problemleri cebirsel ifadelere dönüştürme başarılarının beklenenin oldukça altında olduklarını tespit etmişlerdir. Bu araştırmaya göre öğrencilerin cebirde harflerin kullanımını algılamada zorlandıkları ortaya çıkmıştır.

Kieran (1992) göre öğrenciler aritmetikte problem çözerken sadece işlem yaparak çözüme ulaşırken, cebirde problem durumuna uygun cebirsel ifadeyi yani denklemi yazarak problemin çözümüne ulaşmaktadırlar (English ve Halford 1995, Ergöz 2000).

3.7 Cebir Öğretimi

Cebir öğretimi öğrencilerin matematiksel gelişimi için oldukça önemlidir. Cebir, öğrencilere soyut düşünmenin ve mantıksal çıkarım yapmanın kapılarını açmaktadır (Stacey ve MacGregor 1996). Cebirdeki sembolik notasyona giriş temel matematik kavramlarının gelişimi için önemli bir yer oluşturmaktadır. Cebir; genel olarak, sayı ve semboller kullanarak eldeki incelenen ilişki veya ilişkileri genelleştirilmiş denklemlere dönüştüren bir matematik dalıdır. Sfard (1995) cebiri hesaplama bilimi olarak tanımlamaktadır. Kieran' a (1992) göre ise cebir; sadece harflerle nicelikleri temsil etmemekte aynı zamanda bu sembollerle hesaplamaları yapmayı da mümkün kılmaktadır.

Sharma (1987) cebiri, reel sayıların sembolik dili olarak tanımlamıştır. Cebiri anlamanın bu dilin öğeleri arasındaki ilişkiyi anlayabilmek anlamına geldiğini vurgulamıştır. Cebirin konusu; aritmetik işlemlerde sayılar yerine semboller kullanarak değişik ve basit çözüm yolları ortaya koymaktır. Matematik alanındaki yeni gelişmelerle birlikte cebire karşı bakış açısı değişmiş ve cebir, düşünceleri ilişkileri ifade etmek için bir metot olarak görülmeye başlanmıştır. Bu açıdan bakıldığında cebir, problem çözme aracı olarak düşünülebilir. Karşılaşılan problem için; problemi anlama, matematiksel ifadesini oluşturma ve uygun işlemleri yaparak çözüp, çözümün problemde verilenlerle uyumlu olup olmadığının kontrol edilmesi problem çözmenin aşamalarıdır (Polya 1945). Problem çözmenin bu aşamalarının ifadesinde cebirdeki sembolik notasyon kullanılabilir. Günlük hayatta karşılaşılan problemlerin değişkenleri arasındaki ilişkileri belirlemek ve probleme farklı çözüm yolları üretmek cebirle mümkündür.

Her öğrenci bir probleme farklı çözüm yolları geliştirebilir. Cebir, öğrencilere değişik çözüm yolları ortaya koymasında bir araç olarak işlev görür. Bu da problem çözme becerisinin gelişmesinde önemli olanaklar sunar.

Cebir ve cebir öğretimi matematik için kapsamlı ve çok yönlü bir konudur. Literatür incelendiğinde cebir öğretiminde farklı yaklaşımlar yer almaktadır (Usiskin 1988, Bednarz vd. 1996, NCTM 1997, Kaput 1998).

Usiskin'e (1988) göre cebir dört ana kategoriden oluşmaktadır. Bunlar

i. genelleştirilmiş aritmetik
ii. problem çözme çalışmaları
iii. nicelikler arası ilişkiler
iv. yapısal çalışmalardır.

NCTM (1997) cebiri,

i. işlev ve ilişki,
ii. modelleme,
iii. yapı ,
iv. dil ve gösterim gibi dört temaya ayırmıştır.

Kaput (1998) ise cebiri,

i. genelleme ve formülleştirme,
ii. belli kuralları olan bir sistem,
iii. yapısal çalışma alanı,
iv. işlevsel olarak cebir ,
v. modelleme dili olarak beş ana kategoriye ayırmıştır.

Genel olarak cebir ve cebir öğretimi için dört farklı yaklaşım vardır. Bunlar

1- Genelleştirilmiş aritmetik

2- Cebir ve somutlaştırma

3- Genelleştirme

4- Dil olarak cebir (Akt.: Akkan 2009).

1- Genelleştirilmiş Aritmetik Olarak Cebir: Öğrencilerin matematiksel bilgilerini geliştirmeleri için farklı deneyimler yaşamaları gerekmektedir. Bu deneyimlerin ilk başında sayılarla ilgili deneyimler gelmektedir. Çocuklar sayıları kullanma, sayılarla işlem yapma, sayıları kullanarak çeşitli yapılar inşa etme gibi birçok deneyimlerden geçerler. Bu deneyimlerle öğrenciler cebiri anlamaları için gerekli temelleri almış olurlar. Öğrenciler aritmetiksel bilgilerini geliştirerek cebirsel bilgiye dönüştürürler. Bu açıdan aritmetik cebirin bir parçasıdır(Akt.: Akkan 2009).

Hewitt (1998) cebirin içeriğini dört aşamada ele almıştır.

a) Cebirin konuları; denklem, eşitlik, eşitsizlik, cebirsel ifadelerdir.

b) Cebiri sayısal ilişkilerin mükemmel uyumu olarak tanımlayabiliriz.

c) Cebirsel etkinlikler; terimleri kullanarak genelleme yapmadır.

d) Sembolik dil olarak tablolar ve harfler kullanılır.

Slavit'e (1999) göre cebir bilişsel bir süreçtir ve çalışma alanı soyut hesaplamalardır. Bu bilişsel süreç, cebirsel sembollerle manipule edilerek gösterilebilir.

2- Cebir ve Somutlaştırma: Sfard (1995), cebirin genelleştirilmiş aritmetik yaklaşımından farklı boyutları olduğunu belirtmiştir. Sfard'a (1995) göre matematiksel kavramların gelişimi için üç aşama vardır. Bunlar; içselleştirme, yoğunlaşma ve somutlaştırmaktır. İçselleştirme aşaması; öğrencilerin matematik konularındaki işlem yapma becerilerinin olduğu aşamadır. Yoğunlaşma da; temel kavramlar üzerine düşünerek, yoğunlaşarak geliştirme aşamasıdır. Bu aşamadaki öğrenciler karşılaştırma ve genelleme yapmaktadırlar. Somutlaştırma aşamasında ise öğrenciler bilişsel süreçlerle geliştirdikleri matematiksel kavramları kendi cümleleriyle ifade ederek zihinlerinde somutlaştırırlar. Somutlaştırılan kavramlar incelenerek var olan kategorilerin içine yerleştirilir. Diğer kategorilerle karşılaştırılarak ilişkiler belirlenir. Bu açıdan bakıldığında aritmetik işlemler içselleştirme aşamasında kalmaktadır. Cebir ve cebirsel kavramların oluşması için yoğunlaşma aşaması, cebir için temel kavramların gelişmesi için ise somutlaştırma aşaması gerekmektedir.

3- Problem Çözme Aracı Olarak Cebir: Cebir ilk bakışta problem çözme denklem oluşturma ve oluşturulan denklemin sonucunu bulma olarak görülebilir. Sözel problemleri denklem haline dönüştürmek ve çözümlerini bulmak aritmetikten cebire geçişin en temel konusudur. Bell' e (1996) göre, cebir, problemleri daha iyi anlamayı ve onlara farklı çözüm yolları bulmada bir araçtır. Bu yaklaşımda değişkenler bilinmeyen değerler olarak kullanılmaktadır.

4- Dil Olarak Cebir: Bu yaklaşıma göre cebir matematiksel düşünceleri sembollerle ifade eden bir dildir. Navarra ve Malara (2003)' ya göre cebir öğrenme süreci ile dil öğrenme süreci birbirine benzemektedir. Bir çocuk dilini öğrenmeye başladığında anlam ve kuralları kavrayamaz. Anlam ve kurallar adım adım gelişerek birbirini destekler. Çocuk okul çağına gelene kadar dil öğrenme konusunda deneyimsizdir. Dili çevresindekilerden öğrenir. Bu süreçte, çeşitli hatalar yapar ve çevrelerindekileri taklit eder. Çocuk okumaya başladığında gramer kurallarını ögrenerek kurallı cümleler kurmaya baslar. Cebir de dile benzemektedir. Bir çocuk, nasıl okul çağına gelene kadar çevrelerindekileri taklit edip bir seyler öğrenmeye çalısıyorsa aritmetikte de amaç sadece problemin sonucuna ulaşmaktır. Bu yapılırken, istediği gibi hareket edebilir. Arkadaşının ya da öğretmeninin gösterdiği yolu kullanarak sonuca ulaşabilir. Oysa cebirde, bir problemle karşılaşıldığında ilk adım problemin anlaşılmasıdır. Daha sonra probleme farklı çözüm yolları üreterek sonuca ulaşılır. Bu süreçte de taklit etme önemli bir süreçtir (Navarra ve Malara 2003).

Okullardaki matematik derslerindeki cebir konuları incelendiğinde genellikle cebir aritmetiğin devamı olarak ele alınmaktadır. Ayrıca aritmetik ile cebir arasındaki ilişkinin belirlenmesi cebir öğrenmedeki bazı güçlükleri belirlemeye ışık tutmaktadır.

Hem geçmişte hem de günümüzde cebir okul matematiği içerisinde en zor bölüm olarak bilinir. Cebir genelde cebir'in cazibesinden hoşlanan ve anlayan öğrencilerin tercih ettiği bir branştır. Araştırmacılar, öğrencilerin genelde okul cebir'i konusunda yetersiz olduklarını ortaya koymuşlar ve birçok öğrencinin de onun anlamını çözemediğini vurgulamışlardır. Ayrıca cebir alanının sevilmemesini, doğasını tam olarak anlamamaya, cebirin çok katı kurallara sahip olmasına, soyut bir branş olmasına ve gerçek dünya ile ilişkisinin anlaşılmamasına bağlamaktadır (Kieran 1992, Sfard ve Linchevski 1994, Usiskin 1999b, Van Amerom 2002).

Cebirin öğretiminde birçok farklı metot kullanılmasına rağmen hala en yaygın olanı geleneksel metottur. Cebir, yaşamda gerekli olmasına rağmen öğrencilerin çoğu tarafından ezberlenerek öğrenilmeye çalışılmakta ve öğretmenlerin çoğu da kullandıkları öğretim metotlarıyla öğrencileri ezbere öğrenmeye yönlendirmektedirler. Öğretmenlerin, cebiri öğrencilerine anlama ve hatırda tutma düzeylerini en üst düzeye çıkaracak şekilde öğretmeleri gerekmektedir (Kitt ve Leitze 1992).

Cebir konularının ne şekilde işleneceği öğrencide oluşacak şemaları doğrudan etkiler. Seçilen öğretim yöntemleri cebirsel düşünmenin anlamlı olarak ve yaşam boyu gelişimini sağlar. Ayrıca cebir öğrenme alanının içinde yer alan, cebirsel ifadeler ile denklemler alt öğrenme alanları işlenirken çoklu temsil yaklaşımından yararlanılması, anlamlı öğrenmeye önemli katkılar sağlamaktadır. Çoklu temsil yaklaşımı, bir durumun veya kavramın farklı biçimlerde ifade edilmesine dayanır. Öğretim sırasında, öğrencilerin matematiksel fikirlerini sembol, grafik, tablo, günlük yaşam durumları ve somut modellerle ifade etmeleri daha nitelikli öğrenmeye olanak sağlayacaktır (MEB 2006).

Geleneksel cebir öğretimini incelediğimizde cebirin dizimsel (syntatic) kurallarıyla başladığını ve öğrencilerin kendilerine verilen sembolik dille bağlantılar kuramadıklarını görebiliriz (Kieran 1990). Yani cebirin uygulama alanları olan problem çözme ve genelleştirme bağıntıları ikinci plandadır. Geleneksel anlayışta öğrencilere kendi kendilerine cebir'in imkânlarını ve güçlerini keşfetme imkânı verilmemektedir. Okul cebir'i cebirsel ifadelerin tamamlandırıldığı hesaplamalar veya prosedürlerden ziyade nesneler olarak düşündürüldüğü yüksek derecede bir yapısal özelliğe sahiptir. Erken cebir öğrenenlerin sahip olduğu aritmetik geçmişle benzer olan cebir'in işlemsel yönü girişten kısa bir zaman sonra kenara itilmektedir. Bununla birlikte cebir'in çekirdek aktivitelerinin çoğunda cebirsel düşünmenin (bilinmeyenlerle akıl yürütme gibi zihinsel süreçler, büyüklükler arasındaki ilişkileri genelleştirme, biçimlendirme ve değişken kavramının gelişimi) ve cebirsel sembolleştirmenin (kâğıt üzerinde sembol manipülasyonu) yönlerini keşfedebiliriz. Öğrencilerin genelde tam bir cebirsel anlamaya sahip olabilmeleri için her iki bileşenin de elde edilmesi gerekmektedir (Kieran 1992).

Bu bağlamda cebir'in öğretilmeye başlanacağı yaş ve sınıf düzeyi, ülkelere göre farklılık göstermektedir. Ülkemizde ise yeni müfredatla birlikte cebir öğrenme alanı, ilköğretim 1-5. sınıf matematik dersi öğretim programındaki örüntüler alt öğrenme alanının kısmi bir uzantısı olarak ele alınmaktadır. 1-5. sınıftaki öğrenciler, ilk olarak tekrarlı örüntüler ile deneyim kazanmakta, daha sonra genişleyen örüntülerle çalışmalarını sürdürmektedir. İlköğretim 6-8. sınıflarında ise öğrencilerin örüntüdeki kuralları genellemesi ve harfle ifade etmesi, temel beceri olarak ele alınmaktadır. Bu genellemeler daha sonra bir değişkenin diğer bir değişkene bağlı olarak değiştiği iki bilinmeyenli denklemlerle ilişkilendirilmekte ve kavramların daha anlamlı öğrenilmesine yardımcı olmaktadır. NCTM'e göre ise öğrenciler daha erken yaşlarda cebir öğrenmeye başlamalı ve 6-8. sınıftaki öğrenciler, problemleri çözmek için sembol kullanabilme yeteneğine sahip olmalıdırlar. 3-5. sınıftaki öğrenciler ise genel kuralları tanımlamak için, kutular, harfler veya başka semboller kullanabilme yeteneğine sahip olmalıdırlar (NCTM 2000).

Bazı araştırmacılar, öğrencilerin cebir ile ilgili düşüncelerinin yapılandırma süreçlerinin aritmetik temelli veya matematiğin tarihsel gelişimi sırasındaki evrelere benzer olduğunu iddia etmiştir. Kieran (1990) öğrencilerin cebir ile ilgili düşüncelerinin gerçekte matematiğin tarihsel gelişimi sırasındaki evrelere benzer olduğunu söylemiştir. Öğrencilerin cebir ile ilgili düşüncelerine ait evreler Kieran(1990) tarafından aşağıda belirtilmiştir.

<u>1.Evre:</u> Semboller kullanılmıyor, tanımlama için sıradan bir dil kullanılıyor.

<u>2.Evre:</u> Bilinmeyen nicelikler için kısaltmalar kullanılıyor ve bu bilinmeyenleri belirleme amaçlanıyor.

<u>3.Evre:</u> Bilinen ve bilinmeyen nicelikler için harfler kullanılıyor ve sembollerle yapılan işlemler problemlerin çözümünü sağlıyor.

Kieran cebir anlamayı geliştirmek için şu yaklaşımı önerdi: Öncelikle öğrencilere sayılar arasındaki ilişkileri incelemesi için zaman verilmeli. Daha sonra öğrencilere bu ilişkileri kendi ifadeleriyle tanımlamaları için fırsat verilmelidir ve son olarak bu tanımlamaları semboller ile göstermeleri sağlanmalıdır (Kieran 1990). Benzer şekilde Sfard ve Linchevski (1994) ve Melilo (1999) öğrencilerin cebirle ilgili düşüncelerinin gerçekte matematiğin tarihsel gelişimi sırasındaki evrelere benzer olduğunu söylemişlerdir.

Battista (1995), Kieran'a benzer bir yaklaşımı ele alarak cebir'e mantıklı bir bakış açısı kazandırmıştır. O öğretimin sırasını belirlemek için kavramların diziliş sırasını (cluster) kullanmayı önermiştir.

Battista (1995) cebir öğretiminde aşağıdaki diziliş sırasını önermiştir:

1) Aritmetik işlemleri yapılandırmak, kullanmak ve tanımlamak için teşvik edecek etkinliklere yer verilir.

2) Öğrenciler etkinliği tamamlamak için işlem yolları tanımlar ve kullanır.

3) Etkinliği başarmak için bu işlem yollarını genelleştirir.

Bununla birlikte, cebir öğretimiyle ilgili olarak Boulton-Lewis vd. (1997) tarafından iki-yol öğretim modeli önerilmiştir. Aritmetik temelli olan bu modele göre, cebirsel kavramların öğretimi şu sıralamaya göre yapılmalıdır: (1) İkili aritmetik, (2) Karmaşık aritmetik, (3) İkili cebir, (4) Karmaşık cebir.

3.8 Okullardaki Matematik Programında Cebir

Cebir birçok ülkenin matematik programında çok önemli bir yere sahiptir. Öyle ki cebire matematik ve diğer derslerde başarılı olmak için anahtar bir rol verilmiştir. İleri matematik öğretimi ve yüksek öğretime devam edebilmek için cebir öğrenmek şarttır (Ersoy 1997). Ayrıca günlük yaşamda birçok etkinliklerde cebir ve cebirsel düşünme kullanılmaktadır. Bazı ülkelerin matematik programlarına bakıldığında cebir ve cebir öğretimi matematik programlarında birkaç yıla yayılmıştır. Fakat yapılan araştırma bulguları temel cebirsel düşünmenin gelişiminde öğrencilerin zorlandıklarını göstermiştir (Hersovics ve Kieran 1980, MacGregor ve Stacey 1997, Silver 1997, Baki ve Kartal 1998, Erbaş 1999, Ergöz 2000, Ersoy ve Erbas 2002, Dede 2004). Bu yüzden cebirdeki zorlukları tespit etmek ve bunlara çözüm yolları aramak önem kazanmaktadır.

Matematik programlarına bakıldığında cebir konularının öğretilmeye başladığı sınıf düzeyi ve öğrencilerin yaşları ülkelere göre değişmektedir. Bazı ülkelerde cebir konularından bir kısmının öğretilmeye başlandığı öğrenci yaş grupları tablo 1'de verilmiştir (Erbaş ve Ersoy 2003).

Tablo 1- Bazı Ülkelerde Cebir Kavram ve Konularının Öğrenci Yaşlarına Göre Düzenlenmesi

Ülkeler / **Cebir Konuları**	**Belçika**	**Fransa**	**Almanya**	**İtalya**	**Türkiye**
Küme Sembolü	12	-	11	8-11	9-12
Harfli İfadeler	12-13	11-12	12	11-14	13-14
Doğrusal Denklemler	12	12-13	12	11-14	13-14
Doğrusal Grafikler	14	14-15	13	14-16	13-14
Formül Dönüşümleri	-	-	15	11-14	13-14
Çarpanlara Ayırma	13	14-15	14	-	14
İkinci Dereceden İfadeler	15	14-15	14	14-16	14-16

(Akt.: Akkaya, 2006)

Tablo 1 incelendiğinde, ülkemizde öğrenciler harfli ifadeler konusunu öğrenmeye 13–14 yaşlarında başlarken küme kavramı ve sembolü ile daha önceki sınıflarda karşılaşmaktadırlar. Oysa aynı konuları, Japon öğrencileri daha küçük yaşlarda öğrenirken Avrupa ülkeleri ile benzerlikler bulunmaktadır. Ancak her konuya verilen önem derecesi, ayrılacağı ders saati, kullanılan yöntemler, öğrenme ve öğretme süreci ülkelerdeki okulların olanaklarına ve öğretmenlerin yeterlilik düzeylerine göre değişmektedir.

Ülkemizde matematik programı incelendiğinde cebir konuları 7 ve 8. sınıf matematik konularının içinde yer almaktadır. Program ve ders kitapları incelendiğinde cebire ayrı bir bölüm ayrılmamıştır. Sınıflara göre cebir konularının dağılımı Tablo 2' de verilmiştir.

Tablo 2- Sınıflara Göre Cebir Konuları ve Hedeflenen Kazanımlar

Sınıf	Konular	Hedefler
7	Harfli İfadeler ve Denklemler	✓ Matematiksel ifadeleri anlayabilme. ✓ Önerme, açık önerme ve denklemleri anlayabilme. ✓ Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözebilme. ✓ Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri çözebilme. ✓ Kartezyen koordinat sistemini anlayabilme. ✓ Grafik çizebilme.

Tablo 2'nin devamı

8	Harfli İfadeler ve Denklemler	✓ Harfli ifadelerle işlem yapabilme. ✓ Binom açılımını anlayabilme. ✓ Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözebilme. ✓ Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemleri çözebilme. ✓ Birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlikleri anlayabilme ve çözebilme.

(Akkan 2009).

Tablo 2 incelendiğinde, cebir konularının daha çok denklem ve denklem çözme üzerine odaklandığı görülmektedir. Bu tabloda belirtilen konu ve hedefler bir önceki programda da yer almaktadır. Ülkemizde 2005 yılında MEB tarafından program değişikliğine gidilerek matematik programı çağın gerek ve değişikliklerine ayak uydurmak için yeniden düzenlenmiştir. Bu program değişikliği ile cebir konuları da yeniden düzenlenmiştir. Aşağıdaki bölümde yeni matematik programının cebire yaklaşımı ile yeni programdaki cebir konularının neler olduğu ele alınmıştır(Akkan 2009).

.

3.9 Yeni Matematik Programındaki Cebir ve Konuları

2004 yılında ilköğretimde program değişikliğine gidilmiştir. Bu değişimle birlikte matematik dersinin kapsamı ve konularında önemli değişiklikler olmuştur. Matematik dersi 6–8.sınıf öğretim programı, yaklaşım, vizyon, temel öğeleri ve öğrenme alanları açısından çok farklı bir boyut kazanmıştır. Yeni matematik programının temel ilkesi her çocuk matematik ögrenebilirdir. Yeni matematik programı, öğrenciyi ve ihtiyaçlarını merkeze alarak öğrencinin zihinsel ve fiziksel olarak aktif olduğu bir öğrenme ortamı yaratmayı amaçlamıştır. Programda matematikle ilgili kavramlar somut ve günlük hayatta sıklıkla karşılaşılan modellerden yola çıkılarak ele alınmaktadır. İşlemsel bilgilerin öğretiminin yanı sıra, kavramsal öğrenmeye önem verilmiştir. Yeni matematik programıyla öğrencilerin bağımsız düşünebilme ve karar verme gibi bireysel yetenek ve becerilerinin geliştirilmesi hedeflenmektedir (MEB 2005 : 9).

Yeni matematik öğretim programı incelendiğinde birçok yeniliğin olduğu göze çarpmaktadır. Programın merkezinde kavram ve ilişkilerin oluşturduğu öğrenme alanları bulunmaktadır. Her öğrenme alanı alt öğrenme alanlarına ayrılmıştır. Bu öğrenme alanlarının içinde eski programdaki hedef ve davranışların yerini kazanımlar almıştır. Kazanımların sayısı hedef ve davranışların sayısına göre daha az sayıdadır. Kazanımlarla sadece öğrencinin o sınıf düzeyinde gerekli olacak temel matematiksel bilgiye ulaşması amaçlanmıştır. Bu kapsamda, konular azaltılarak programın yoğunluğu hafifletilmeye çalışılmıştır. Programda ilköğretim ikinci kademesinde matematikle ilgili kavram ve konular beş öğrenme alanı içerisinde verilmektedir. Bu öğrenme alanlarında öğrencilerin problem çözme, akıl yürütme, iletişim, ilişkilendirme becerilerinin kazandırılması ve sistemli, sabırlı, dikkatli ve sorumluluk sahibi olma özelliklerinin geliştirilmesi amaçlanmaktadır (Akkan 2009).

Öğrenme alanları; aynı konunun ardışık eğitim basamaklarında genişletilerek verilmesini amaçlayan; sınıf seviyelerine göre değişiklik ve aşamalılık gösteren ilgili konuların bir arada verildiği bir yapı özelliği göstermektedir. (Bulut 2004, Özdaş vd. 2005: 240-241, Baki ve Gökçek 2005, MEB 2005).

lköğretim 6–8. sınıf matematik programında 5 temel öğrenme alanı vardır. Bunlar; sayılar, geometri, ölçme, istatistik ve olasılık ve cebir öğrenme alanlarıdır. İlköğretim I. kademesi ile karşılaştırıldığında yeni öğrenme alanı olarak istatistik ve olasılık ile cebir öğrenme alanlarını görmekteyiz. İlköğretimin I. kademesinde veri öğrenme alanının yerine istatistik ve olasılık öğrenme alanı alırken; cebir öğrenme alanı, ilköğretim 1–5.sınıf matematik programındaki örüntüler alt öğrenme alanının uzantısı olarak ele alınmaktadır (MEB 2005). İlköğretim 1–5. sınıflardaki öğrencilere örüntülerdeki boş bırakılan yerleri doldurarak, örüntüleri devam ettirerek yeni örüntüler oluşturmaları istenmektedir. Ayrıca örüntülerdeki ilişkiler inceletilerek kuralın bulunmasına yönelik çalışmalar yaptırılmaktadır. Örüntülerdeki ilişkilerin belirlenerek genellenmesi, öğrencilerin çevrelerini tanıma becerilerinin gelişmesinde yardımcı olacaktır. Ayrıca örüntülerdeki ilişkilerin farklı biçimde temsili ve sembolik olarak ifade edilmesi cebirdeki temel kavramların oluşmasında önemli rol oynamaktadır.

İlköğretimin 6–8. sınıflar yeni matematik öğretim programına bakıldığında ise öğrencilerden örüntüdeki kuralı genellemesi ve harflerle ifade etmesi temel beceri olarak kabul edilmiştir. Bu genellemeler daha sonra iki bilinmeyenli denklemlerle ilişkilendirilmekte ve cebir ile ilgili kavramların daha anlamlı öğrenilmesine yardımcı olmaktadır. Ayrıca daha ileriki düzeylerde işlenecek olan fonksiyon kavramının gelişimi için temel becerilerin geliştirilmesi amaçlanmaktadır (MEB 2005:86)

İlköğretim 6–8. sınıflar matematik programında cebir öğrenme alanında üzerinde durulan bir diğer kavram ise değişken kavramıdır. Programında değişken kavramı diğer cebir kavramların oluşumunda anahtar rol oynamaktadır. Değişkenlerin kullanılmaya başlamasıyla öğrenciler yapacakları genellemelerde ve bazı matematiksel durumların ifadesinde yeni bir dil kullanmaya başlamış olacaklardır. Formüllerde, cebirsel ifadelerde, denklemlerde, özdeşliklerde ve benzeri durumlarda değişkenin yüklendiği anlamın, öğrenciler tarafından kavranması büyük önem taşımaktadır.

İlköğretim 6–8 matematik programında sınıf düzeyinde işlenen konular incelendiğinde aşamalı bir ilişkinin olduğunu söyleyebiliriz. 6.sınıf cebir öğrenme alanında örüntüler ve ilişkiler, cebirsel ifadeler, eşitlik ve denklemler alt öğrenme alanları yer almaktadır. Örüntüler ve ilişkiler alt öğrenme alanında yer alan kazanımlarda öğrencilerden örüntüleri inceleyip, örüntüdeki ilişkileri harflerle ifade etmeleri istenmektedir. İlişkilerin harflerle ifade edilmesi ile birlikte cebirsel dile geçiş yapılmaktadır. Cebirsel ifadeler alt öğrenme alanında ise belirli ifadelere uygun cebirsel ifadeler yazmaları beklenmektedir. Bu alt öğrenme alanında bilinmeyen ve değişken kavramlarına giriş yapılmaktadır. Bu bölümde kullanılan harflerin sayıların yerine kullanıldığı vurgulanır. Eşitlik ve denklemler alt öğrenme alanında ise eşitlik ve eşittir işaretinin anlamı üzerinde durulmaktadır. Eşittir işaretinin işlemsel yönünden daha çok ilişkisel yönü ön plandadır. Eşitliğin korunumu denge kavramı ile ilişkilendirilmektedir. Ayrıca denklem ve denklem çözme ile ilgili etkinliklere yer verilmektedir(Akkan 2009).

3.10 Cebir'in Öğretimindeki Eksiklikler

Öğrenciler cebirsel kavramların bazılarına sahip olmalarına rağmen, bu bilgilerini problem çözümlerinde kullanamamaktadırlar. Bu noktada, cebirin öğretimindeki eksiklikler ön plana çıkmaktadır. Cebir öğretimindeki eksikliklerin giderilmesi için aşağıdaki hususların göz önüne alınması gerekmektedir (Kieran 1992)

3.10.1 Cebir'in İşlemsel-Yapısal Yönü

Soyut matematiksel kavramlar, temel olarak işlemsel ve yapısal kavramlar olmak üzere iki farklı şekilde sınıflandırılabilir. İşlemsel kavramlar, daha soyut matematiksel kavramların öğrenimindeki ilk başamaktır. İşlemsel kavramlardan yapısal kavramlara geçiş her zaman hızlı ve kolay bir şekilde olmamaktadır. Bu geçişin sağlıklı olabilmesi durumunda ancak öğrencilerin matematiksel başarıları artabilir (Kieran 1992).

3.10.2 Öğrencilerin Bilişsel Gelişimleri ve Davranışları

Cebir'in öğretilmeye başlanacağı yaş ve sınıf düzeyi, ülkelere göre farklılıklar göstermektedir. Cebir öğretimine örneğin; Almanya'da 11 yaşında, İtalya'da 8-11 yaşlarında, Belçika'da ise 12 yaşında küme sembolünün öğretilmesiyle başlanmaktadır Ülkemizde ise cebir öğretimine, 9 yaşında (3.sınıf) küme sembolünün öğretimiyle başlanmaktadır (Ersoy ve Erbaş 2000). Cebir kavramlarının ve konularının öğretimi Amerika'da ise, 7.sınıftan başlayarak üniversiteye kadar süren bir silsilede öğretilmektedir (Akkan 2009).

Fakat, genellikle 9.sınıf düzeyinde öğretilmeye başlanmaktadır. Ancak, öğrencilerin çoğu daha erken yaşlarda cebir öğrenmeye başlamaktadırlar. NCTM'nin (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi) de tavsiyeleri bu yöndedir.

NCTM'ye göre, 6-8. sınıftaki öğrenciler, "problemleri çözmek için sembol kullanabilme yeteneğine" sahip olmalıdırlar. 3-5. sınıftaki öğrenciler ise, genel kuralları tanımlamak için "kutular, harfler veya başka semboller" kullanabilme yeteneğine sahip olmalıdırlar (Edwards 2000). Ayrıca, başka araştırma sonuçları da, NCTM'nin bu görüşünü destekler niteliktedir. Bu araştırmaların sonuçları, 7.sınıf öğrencilerinin denklemlerdeki nicelikleri anladıkları zaman denklemlerin temel mantığını anladıklarını, ilkokul öğrencilerinin ise öğretmenlerinin gözetiminde açık uçlu sorular ve nispeten daha zor problemlerin çözümü için cebirsel mantığı kullandıklarını ortaya çıkarmıştır. (Carraher, Schliemann ve Brizuela 1999). Usiskin (1987) ise, NCTM'nin ve yukarıda bahsedilen araştırma sonuçlarının belirttiği, cebir öğretiminin daha erken yaşlarda (7-8. sınıf) yapılabileceği görüşünün yanlış olduğunu savunmuş ve bu konuya ilişkin "bu dönemdeki öğrenciler ne yapacaklarını gerçekten anlamazlar, problemleri çözseler bile onu ezbere yaparlar. Ayrıca, 9. sınıf öğrencileri sanki problemleri anlayarak çözüyorlar!" demiştir (Akt.:Akkan 2009).

3.11 Cebir Öğretim Boyutları

Cebir öğretimini şu 4 boyutta inceleyebiliriz:

1. Parametre ve cebirsel ifade kavramı
2. Cebirsel ifadelerde öğrencinin karşılaşabileceği durumlar

3. Cebirsel düşünmenin gelişminin dört düzeyi
4. Denklemler ve eşitsizliklerin öğretimi

3.11.1. Parametre ve Cebirsel İfade Kavramı

Aritmetiğin temeli sayılara, cebrin temeli değişken(parametre) kavramına dayanır. Öğrenciler parametre kavramıyla karşılaştıklarında ve kullanmaya başladıklarında bunu kısmen itici bulurlar. Bunun nedeni aynı işi sayılarla yapabiliyor olmalarıdır, parametre ile yaptıkları işlemlerde öğrencilerde bir işi yarım bırakma hissi uyanmaktadır. Yetişkinlerde ise bunun tersi bir durum söz konusudur. Onlar cebirle tanıştıkları ve parametre kullanmaya alıştıkları için sayısal işlemlerle çözülebilecek problemleri de cebirsel yollarla çözmeyi tercih ederler. Sayıdan parametreye geçişi kolaylaştırma ve parametre kullnmayı anlamlı kılabilme için öğrenciler tarafından iyi bilinen şekiller ve bağıntılar üzerinde çalışılmalı ve parametre kullanmanın getirisi üzerinde durulmalıdır.

3.11.2 Cebirsel İfadelerde Öğrecilerin Karşılaşabileceği Durumlar

Öğrencilerin karşılaştıkları cebirsel ifadelerdeki harfleri değerlendirmeleri çeşitli şekillerde olur. Bunların başlıcaları aşağıda özetlenmektedir (Hart vd. 1998) :

- Harfin tek bir sayısal değeri temsil etmesi: Bu tür ifadelerin her biri birer eşitliktir. Öğrenciden beklenen eşitliğin sağlanması için harfin yerine geçebilecek uygun değeri bulmasıdır. Bu tür soruların sade olanları sezgisel yolla çözülebilir.

a+5=8 sorusunun hangi sayıya 5 eklersem 8 eder şeklinde yöneltilmesi Karmaşık olanların çözümü ise harflerle işlem yapmayı gerektirir.

- Harfin değerinin önemli olmadığı durumlar: Harf içermesine rağmen bu harflerin ne tür değerler alacağının bilinmesine ihtiyaç duyulmayan cebirsel ifadeler bu türden durumlara örnek ifadelerdir.

a+b=25 ise a+b+3=?

- Harfin bir nesne olarak kullanılması: Harfin bir nesne bir kısaltma şekli, bir notasyon olarak kulanılmasıdır.
- Harfin özel bir bilinmeyen olarak kullanımı: Harfin belirsiz bir değeri temsil ettiği durumdur.

a+5'e 4 ekleyiniz.

- Harfin bir aralıktaki sayıları temsil etmesi: Bu durumda, harf birden çok bilinmeyeni temsil eder.

a+b=10 ve a<7 ise b'nin değeri nedir?

- Harfin bir değişken olarak algılanması. Bu durum harfin bir bağıntının ifade edilmesinde kullanılmasıdır. Çoğu kez bir eşitlik, birden çok harf vardır.

x+y=12 x=? y=?

Bir cebirsel ifadenin anlaşılırlığını etkileyen iki ana faktör vardır. Bunlardan biri, cebirsel ifadenin karmaşıklığı, diğeri ifadede geçen harflerin üstlendikleri görevlerin soyutluk derecesidir.

3.11.3 Cebirsel Düşünmenin Gelişminin Düzeyleri

İngiltere'de "Concepts in Secondary Mathematics and Science"(CSMS) tarafından öğencilerin cebirsel ifadeleri anlama düzeylerini ortaya koymak amacıyla yapılan bir projenin bulgularına göre öğrencilerin cebirsel ifadeleri almalarının gelişimi sıralı dört ana safhada incelenebilir (Hart vd. 1998):

Düzey 1: Bu safha tümüyle aritmetik işlemlerin sonucunda bir harfin değerini bulma, harfleri birer nesne adı olarak almak suretiyle bir problemi sonuçlandırma veya içerdiği harflere rağmen bu harflere değer vermeden bir işlemi sonuçlandırma şeklindeki soruların çözülebildiği safhadır.

a+2=5 a=?

x+y=9 ise x+y+2=?

Düzey 2: Bu düzey birinci düzeyde soyutluluk bakımından aynı olup, farklılık soruların daha karmaşık olmasıdır.

İkinci düzeye çıkan öğrenciler, cebirsel ifadelere alışık olmalarından dolayı daha karmaşık soruları çözebilirler.

a=3b+2 b=1 ise a=?

Düzey 3: Bu safha harflerin bir bilinmeyen olarak algılandığı ve kullanılabildiği safhadır. Sorularda harfler bir bilinmeyen olarak temsil edilir, bunları bir nesne olarak anlayan bir çocuğun doğru sonuca gitmesi imkansızdır.

e+f=10 ise d+e+f=?

3a-b+a=?

Düzey 4: Bu safhadaki çocuklar 3. safhadaki ifadelere benzer fakat daha karmaşık ifadelere anlam yükleyebilir ve işlemleri sonuçlandırabilirler.

(a-b)+b=?

(n+5)'i 4 ile çarpın.

Bu araştırmanın ortaya koyduğu basamaklar dizisi dikkate alınarak öğretimde acele edilmemelidir. Aksi halde, öğrencilerde ezberleme eğilimi belirir ve bu durum onların cebirden yararlanma fırsatlarını kaybetmelerine yol açar.

Cebirsel ifade kurmada, başka bir ifadeyle düşüncelerini anlatırken harflerden (sembollerden) yararlanmayı geliştirmek, öncelikli hedef olmalıdır. Bu amaçla, öğrencilerle konusuna yabancı kalmadıkları problem durumları üzerinde çalışılmalıdır.

3.11.4 Denklemler ve Eşitsizliklerin Öğretimi

Günlük hayatta, bilimsel çalışmalarda ve bazı meslek alanlarında karşılaşılabilen problemlerin bazıları bir denkleme veya bir denklem takımına indirgenebilmektedir. Bazen de bu problemlerin çözümü bir denklem yerine eşitsizlik çözümüne bağlı kalabilmektedir. Bu bakımdan matematikte denklem ve eşitsizlik kavramlarının öğretiminin büyük önemi vardır. Denklem kavramı ilköğretimin altıncı sınıfından itibaren verilmeye başlanır. Bunun nedeni şöyle açıklanabilir. Denklem, bilginin ve bilgilerin arasındaki ilişkilerin sembollerle gösterilmesini gerektirir. Bu durum ise, Piaget'in insan zihninin gelişmesi ile ilgili olarak verdiği aşamalardan "soyut işlemler dönemi"nde mümkün olabilmektedir. Soyut işlemler döneminin başlangıcı 11-12 civarları olduğundan bu yaşların tekabül ettiği 6. sınıf programları denklem kavramının verilmesi için uygun bulunmaktadır (Altun 2005)

"Denklem kurma ve çözme" esas itibariyle bir problem çözme stratejisidir. Yani problem çözme ihtiyacının bir sonucu olarak denklem kavramı ve onun çözülmesi süreci icat edilmiş ve öğretim programlarına girmiştir. Bu bakımdan denklemlerle ilgili bilginin uygulama düzeyine yükseltilebilmesi için bilginin problem çözmede kullanılması gerekir. Burada öğretmene düşen iş, öğrencilere anlamlı gelecek sosyal değer taşıyan problemler sunmaktır. Problemleri çözerken öğrencilerin birbirleriyle etkileşimine imkan verilmelidir.

Öğretim sırasında üzerinde durulması gereken iki önemli nokta

(1) Denklemin kurulması,

(2) Denklemin çözülmesidir.

Bir denklemin çözümü, aksiyom olarak bilinen;

"Bir eşitliğin her iki tarafına aynı şeyler eklenir veya çıkarılırsa eşitlik bozulmaz", "Bir eşitliğin her iki tarafı sıfırdan farklı aynı bir sayı ile çarpılır veya bölünürse eşitlik bozulmaz" şeklindeki iki temel ifadeden yararlanılarak yapılır. Denklem kavramının ve onun çözümünün kazandırılmasında bu düşüncelerin önemi büyüktür ve öncelikle bunlar sezdirilmelidir.

Eşitsizliklerin uygulamaları onların problem çözmede kullanılmasıdır. Eşitsizliklerin uygulamalarının öğretimi de aynı denklem çözmenin uygulamalarının öğretimi gibidir. Öncelikle öğretime uygun bir problem durumla başlamak gerekir.

Altun'a (2005) göre, denklem ve eşitsizlik kurma ve çözme önemli bir problem çözme stratejisidir. Hayatta bazı meslek alanlarında ve bilimsel çalışmalarda karşılaşılan problemlerin bir çoğu bir denklem, denklem sistemi, eşitsizlik veya eşitsizlik sistemine indirgenebilir.

Denklem bilinmeyen içeren bir eşitliktir ve bu eşitlik bilinmeyenlerin aldığı bazı özel değerler için sağlanır veya hiç sağlanamaz. Böyle bir eşitlik bilinmeyenlerin her değeri için sağlanıyorsa bu eşitliğe özdeşlik denir.

Bir denklemi çözmek, bilinmeyen veya bilinmeyenlerin eşitliği sağlayan değerlerini bulmaktır. Denklem çözmenin dayandığı temel prensipler vardır. Bunlar matematikte aksiyom olarak bilinirler. Aksiyomlar doğruluğu herkesçe kabul edilen önermeler olsa da doğrulukları çocuklar için apaçık olmayabilir ve bundan ötürü öğretimleri gerekir. Bunlarla ilgili olarak, terazi ve küçük ağırlıklar veya farklı boylarda çubuklar kullanılarak öğretici etkinlikler düzenlenebilir. Öğretmenin asıl sorumluluğu, denklemlerin problem çözmede nasıl kullanılacağının öğretimidir. Bunun için öğretmen denklem kurmayı öğretmeli ve öğrencilere anlamlı gelecek, sosyal değer taşıyan problemler seçmeli ve öğretimde bunları kullanmalıdır. Eşitsizlik yazma ve eşitsizlik çözmenin öğretimi de biçim olarak denklem kurma ve çözmenin öğretimine benzer. Çözüm kümeleri çoğu kez çok elemanlı veya sonsuz olduğu için çözümlerin grafikle gösterilmesi uygundur (Altun 2005)

4. Cebir ve Aritmetikle İlgili Kuramsal Çalışmalar

4.1 Yurtiçinde Yapılan Çalışmalar

Ülkemizde yapılan çalışmalara bakıldığında aritmetik düşünmeden cebirsel düşünmeye geçiş konusunda yapılan çalışmaların cebirin belli konularındaki öğrenme zorluklarına neden olarak gösterildiğini görmekteyiz (Dede vd. 2002, Dede 2004, 2005, Ersoy ve Erbaş 2005, Şandır vd. 2007, Baki 2008, Akkan ve Gürbüz 2008, Yenilmez ve Avcu 2009, Özarslan 2010). Aritmetik düşünmeden cebirsel düşünmeye geçiş üzerine ülkemizde çok az çalışmaya rastlanmaktadır. Bu nedenle, yapılacak çalışmanın öğrencilerin aritmetik düşünceden cebirsel düşünmeye geçişlerinde, etkinlik temelli öğretimin etkisinin ortaya çıkarılmasında ve ilköğretim matematik müfredatına bu bağlamda ışık tutması açısından önemlidir.

Ülkemizde yapılan çalışmalar genellikle öğrencilerin cebirsel kavramlara ilişkin olan hatalarını ve yanılgılarını içermektedir. Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı Eğitim Araştırma ve Geliştirme Daire Başkanlığı (EARGED) (1996) tarafından, içinde cebir müfredatının da bulunduğu bir araştırma raporu hazırlanmıştır. Araştırma raporu sonuçları, öğrencilerden bazılarının cebirsel sözel ifadeler içeren problemleri, aritmetik işlemler kullanarak çözmelerine rağmen birinci dereceden denklemlerin çözümlerini bulamadıklarını ve cebirsel ifadeleri anlamakta belirli zorluklara sahip olduklarını ortaya çıkarmıştır.

Ersoy ve Erbaş'ın (1998) yaptıkları araştırma sonuçları, cebir öğretiminin ülkemizde oldukça problemli olduğunu göstermektedir. Bu çalışmaya göre, sosyoekonomik düzeyi düşük seviyede olan bir bölgede bulunan bir ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin 26 sorudan oluşan cebir test sorularına verdikleri doğru cevap sayılarının ortalaması 2,1 olarak bulunmuştur.

Ersoy ve Erbaş (2002) Öğrencilerin temel cebir özellikle de denklem (eşitlik) kurma ve çözmedeki başarısı ve buna bağlı olarak karşılaştıkları güçlükleri araştırmıştır. Çalışmanın örneklemini dört okuldaki (iki genel lise, bir meslek lisesi ve bir özel okul) hazırlık veya lise 1 sınıflarından belirlenen ikişer sınıftan toplam 217 öğrenciden (80 kız, 137 erkek) oluşturmuştur. Payne ve Squibb (1990) tarafından kullanılan testten yararlanarak Türkçeye "Doğrusal Eşitlikler Testi" olarak uyarlanan bir başarı/ yanılgı testi öğrencilere uygulanmıştır. Düşük başarı seviyesindeki öğrencilerde ve okullarda yapılan hatalar daha çok yanlış kurallamalar odaklı iken, orta ve yüksek başarı seviyesinde hataların daha çok aritmetiksel veya işlemsel olduğu ortaya çıkmıştır. Ayrıca ortalama başarı düzeyinin göreceli olarak daha yüksek olduğu okullarda öğrenci hataları daha iyi teşhis edilebilmiştir.

Dede, Yalın ve Argün'ün (2002) yaptıkları çalışmanın sonuçları da, öğrencilerin cebirin temel kavramı olan değişken kavramının nasıl ve ne şekilde kullanılabileceğini anlamadıklarını göstermektedir. Yine bu araştırmanın sonucuna göre, öğrencilerin veri tabloları, örüntüler ve bunlar arasındaki ilişkileri görmede ve anlamada oldukça zorlandıkları tespit edilmiştir.

Dede ve Argün (2003) tarafından yapılan araştırmanın sonuçları ise, gerek ülkemizde gerekse yurtdışında öğrencilerin cebiri anlama konusunda büyük zorluklar yaşadığını bir kez daha ortaya koymuştur. Çalışmanın sonunda ise öğretmenlere, cebir öğretiminde yaşanan zorluklara neden olan faktörlerin ve getirilen çözüm önerilerinin takip edilerek ders ortamına aktarılması önerilmiştir.

Dede'nin (2005) yaptığı çalışmada, öğrencilerin denklemleri cebirsel sözel problemler yardımıyla yorumlarken kullandıkları stratejiler belirlenmeye çalışılmıştır. Öğrencilerin 1. dereceden denklemleri yorumlarken, doğru betimleme, ters anlama, sayı ilişkisi, mekanik denklem kullanımı, doğrudan ilişki, fiyat-ağırlık vs. ilişkisi ekleme, özelleştirme ve direkt yazma stratejilerini kullandıkları tespit edilmiştir.

Ersoy ve Erbaş'ın (2005) Kassel Projesi Cebir Testinde bir grup Türk öğrencinin genel başarısı ve öğrenme güçlükleri araştırılmıştır. Araştırmanın çalışma grubunu Ankara'nın sosyo-ekonomik gelişmişlik bakımından orta-alt gelir grubunun yerleştiği bir bölgedeki ilköğretim okulundaki sekizinci sınıf öğrencileri oluşturmuştur. Türkçe'ye çevrilen ve uyarlanan başarı/yanılgı testinde öğrencilerin yaptıkları işlemleri yazarak ve kısa açıklama yaparak güçlük derecesi giderek artan 31 soru bulunmaktadır. Soruların bir kısmının birden çok şıkkı olup bunlar gözönünde bulundurulursa soru sayısı 50'dir. Öğrencilerin genel başarı puan ortalamasının, bazı Avrupa ülkelerle karşılaştırıldığında, yüzdelerinin daha yüksek; Doğu Avrupa ve uzak doğu ülkelerinden ise daha düşük olduğu görülmektedir. Aynı okulda kız ve erkek öğrencilerin başarı puanları arasında belirgin bir fark olmadığı; bireysel bazda ise öğrencilerin başarı düzeyinin çok farklı olduğu anlaşılmaktadır. Öğrencilerin cebir öğrenmelerinde güçlük yaşadığı, özellikle eşitlik ve değişken kavramlarında kavram yanılgılarının olabileceği belirtilmiştir.

Akkaya (2006), İlköğretim Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanında Karşılaşılan Kavram Yanılgılarının Giderilmesinde Etkinlik Temelli Yaklaşımın Etkililiği çalışmasında "Kontrol Gruplu Ön Test-Son Test Deney Modeli"ni kullanmıştır. Bolu il merkezinde 2005-2006 eğitim-öğretim yılında pilot uygulama yapan bir ilköğretim okulunun altıncı sınıfında okuyan 49 öğrenci araştırmanın çalışma grubunu oluşturmaktadır. Araştırmacı tarafından, Thelma Perso 'nun hazırlamış olduğu " Diagnostic Test- Conceptions in Algebra" testindeki sorulardan yararlanılarak hazırlanan 20 soruluk cebir testi öğrencilere uygulanmıştır. Etkinlik temelli öğretimin kavram yanılgılarını azaltmada etkili olduğu, geleneksel öğretimin ise kavram yanılgılarını azaltmada etkili olmadığı, öğrencilerin bu kavramları daha kolay algılamaları için önce somut materyaller kullanılarak ve sınıflarda tartışma ortamları yaratılarak etkinlikler hazırlanması gerektiği ortaya çıkmıştır.

Akgün (2006) ise "Cebir ve Değişken Kavramı Üzerine" isimli çalışmasında cebir ve değişkenin matematikteki önemi üzerinde durarak değişken kavramının matematikte, özellikle de cebirde oynadığı anahtar rolden bahsetmiştir. 'Matematikte çözülemeyen ya da aritmetiksel işlemlerle sonuca ulaşılamayan pek çok problem, değişkenler yardımıyla yani cebirsel işlemlerle çözülebilirdir' gerçeğinden yola çıkarak; değişken kavramının, bununla birlikte de cebirin daha iyi anlaşılması ve öğretiminin çok iyi yapılması gerektiği sonucuna varmıştır.

Bayar (2007), 1.dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusundaki öğrenci hatalarının analizini yapmıştır. Çalışma grubunu Balıkesir ilindeki 3 ilköğretim okulundaki 110 tane 7. sınıf, 54 tane 8. sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Araştırmacı tarafından hazırlanan tanı testi veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Öğrencilerin denklem çözümünde sayıları diğer tarafa geçirirken, işaret değiştirme ve eşitliğin her iki tarafına da aynı işlem yapma kuralını yeterince uygulamadıkları görülmüştür.

Dede ve Peker'in (2007) yaptıkları çalışmada, matematik öğretmen adaylarının, ilköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel işlem ve ifadelere yönelik yapabilecekleri hata ve yanlış anlamaları tahmin edebilme becerileri ve bunların giderilmesine yönelik çözüm önerileri belirlenmeye çalışılmıştır. Verilerin analizi sonucunda, öğrencilerin cebirsel işlem ve ifadelere yönelik hata ve yanlış anlamalarının olduğu ve öğretmen adaylarının, öğrencilerin yaptıkları hata ve yanlış anlamaları tahmin etmeye yönelik cevaplarının ise eşleme, görünmeyen cevap ve tahmin edememe şeklinde üç ana kategoride toplandığı belirlenmiştir.

Akgün (2007) Değişken kavramına ilişkin yeterlilikler ve değişken kavramının öğretimi adlı çalışmasında yöntem olarak durum çalışması desenini kullanmıştır. Erzurum il merkezindeki ilköğretim okullarında öğrenim gören 158 tane 8. sınıf öğrencisi çalışma grubunu oluşturmuştur. Değişken kavramları ile ilgili hazırlanan Bilgi Testi-I, Bilgi Testi-II, öğrencilerin dönem içerisindeki sınav dokümanları ve mülakatlar veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Öğrencilerin değişken kavramı veya harfli ifadelerle işlem yapmada ve değişkenle kelime problemleri arasında ilişki kurmada zorlandıkları tespit edilmiştir. Bu durum, değişken kavramına ve bu kavramın farklı kullanımlarına önyargılı olarak yaklaşılmasından ve bu kavramın ders kitaplarında yeteri kadar ayrıntılı bir şekilde ele alınmamasından kaynaklandığı sonucuna varılmıştır.

Chappell ve Strutchens'in "Ortaokulda Matematik Eğitimi" adlı çalışmasını derleyen Duatepe (2008), cebir kavramlarının somutlaştırılmasında cebir fayanslarını kullanmıştır. Bu çalışmada, cebir fayansları kullanılarak elde edilen kare ve dikdörtgenlerin alanlarını bulurken cebirsel ifadelerin kullanıldığı öğrencilere fark ettirilmiştir.

Çıkla'nın (2008) Türkçe derlemesini yaptığı Slavit'in "İki Kare Farkı" isimli çalışmasında ise, cebirsel düşünmeyi geliştirmek için bir çarpanlara ayırma metodunun kullanıldığı sınıf etkinliği tartışılmıştır. Bu araştırmanın sonucuna göre; öğretmenler, öğrencilere cebir kullanabilecekleri ortamlar yaratarak öğrencilerin aritmetiksel işlemleri cebirsel işlemlere tercih etme eğilimlerini ortadan kaldırabilirler.

Yenilmez ve Avcu (2009), Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanındaki Başarı Düzeyleri adlı çalışmalarında yarı-yapılandırılmış görüşme tekniğini kullanmışlardır. Eskişehir merkezinde bulunan bir ilköğretim okulunda altıncı sınıfta okuyan 6 öğrenci, çalışmanın örneklemini oluşturmaktadır. Biri eşleştirme üçü açık uçlu olmak üzere toplam 4 sorudan oluşan bir test öğrencilere uygulanmıştır. Öğrencilerin eşitliğin gösterimi ve korunumu sorularında problem yaşamadığı ancak denklem kurma ve kurulan denklemi çözme problemlerinde zorluk çektikleri gözlenmiştir. Elde edilen sonuçlara göre altıncı sınıf cebir konularının öğretimine ilişkin öneriler getirilmiştir.

Aşağıda Tablo 3'te cebir ve aritmetikle ilgili yurtiçinde yapılan çalışmalar ve bu çalışmaların detayları verilmiştir:

Tablo 3- Cebir ve Aritmetik Öğretimi ile ilgili Yurtiçinde Yapılan Bazı Kuramsal Çalışmalar

Yazar(lar)	Araştırılan Konu/Yöntem	Çalışma Grubu	Veri Toplama Araçları	Çalışmanın Sonuçları
Ersoy ve Erbaş (2002)	Öğrencilerin denklem kurma ve çözmedeki başarısı ve buna bağlı olarak karşılaştıkları güçlükler.	Dört lisedeki toplam 217 öğrenci	Doğrusal Eşitlikler Testi	Hataların kaynaklarının yanlış kurallamalar ve aritmetiksel veya işlemsel olduğu ortaya çıkmıştır.
Ersoy ve Erbaş (2005)	Bir Grup Türk Öğrencinin Genel Başarısı ve Öğrenme Güçlükleri	Orta-alt gelir grubunun yerleştiği bir bölgedeki ilköğretim okulundaki sekizinci sınıf öğrencileri	Güçlük derecesi giderek artan 31 soru bulunan başarı/yanılgı testi	Öğrencilerin cebir öğrenmelerinde güçlük yaşadığı, özellikle eşitlik ve değişken kavramlarında kavram yanılgılarının olabileceği belirtilmiştir.
Akkaya (2006)	Cebir Öğrenme Alanında Karşılaşılan Kavram Yanılgılarının Giderilmesinde Etkinlik Temelli Yaklaşımın Etkililiği	Altıncı sınıfta okuyan 49 öğrenci	20 soruluk cebir testi.	Etkinlik temelli öğretimin kavram yanılgılarını azaltmada etkili olduğu, geleneksel öğretimin ise kavram yanılgılarını azaltmada etkili olmadığı tespit edilmiştir.
Bayar (2007)	1.dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusundaki öğrenci hatalarının analizi.	Balıkesir ilindeki 3 ilköğretim okulundaki 110 tane 7. sınıf, 54 tane 8. sınıf öğrencisi.	Araştırmacı tarafından hazırlanan tanı testi.	Öğrencilerin denklem çözümünde sayıları diğer tarafa geçirirken işaret değiştirme ve eşitliğin her iki tarafına da aynı işlem yapma kuralını yeterince uygulamadıkları görülmüştür.

Tablo 3'ün devamı

Yazar(lar)	Araştırılan Konu/Yöntem	Çalışma Grubu	Veri Toplama Araçları	Çalışmanın Sonuçları
Dede ve Peker (2007)	Matematik öğretmen adaylarının, öğrencilerin yapabilecekleri hata ve yanlış anlamaları tahmin edebilme becerileri	Sivas il merkezinde bulunan toplam 99 tane 7. ve 8. sınıf öğrencisi.	10 maddelik "Cebir'e yönelik hata ve yanlış anlamaları belirleme testi.	Öğretmen adaylarının araştırılan becerilere yönelik cevaplarının eşleme, görünmeyen cevap ve tahmin edememe şeklinde üç ana kategoride toplandığı belirlenmiştir.
Akgün (2007)	Değişken kavramına ilişkin yeterlilikler ve değişken kavramının öğretimi/ Durum çalışması deseni.	Erzurum il merkezindeki ilköğretim okullarında öğrenim gören 158, 8. sınıf öğrencisi.	Bilgi Testi-I, Bilgi Testi-II, öğrencilerin sınav dökümanları ve mülakatlar.	Öğrencilerin değisken kavramı veya harfli ifadelerle işlem yapmada ve değişkenle kelime problemleri arasında ilişki kurmada zorlandıkları tespit edilmiştir.
Gürbüz ve Akkan (2008)	Farklı Öğrenim Seviyesindeki Öğrencilerin Aritmetikten Cebire Geçiş Düzeylerinin Karşılaştırılması: Denklem Örneği/örnek olay metodolojisi	Her biri 60 öğrenciden oluşan 5., 6., 7. ve 8. sınıfta öğrenim gören toplam 240 öğrenci	Van Amerom (2002)'dan 1. problem alınarak ve araştırmacılar tarafından hazirlanan aynı paralelde 2. problem .	Öğrencilerin öğrenim seviyesi arttıkça aritmetikten cebire geçişin olumlu yönde geliştiği ancak hiçbir öğrenim seviyesinde beklenen geçişin gerçekleşmediği saptanmıştır.
Yenilmez, ve Avcu (2009)	Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanındaki Başarı Düzeyleri / Yarı-Yapılandırılmış Görüşme Tekniği	Eskişehir merkezinde bulunan bir ilköğretim okulunda altıncı sınıfta okuyan 6 öğrenci oluşturmaktadır.	Biri eşleştirme üçü açık uçlu olmak üzere toplam 4 sorudan oluşan bir test.	Öğrencilerin eşitliğin gösterimi ve korunumu sorularında problem yaşamadığı ancak denklem kurma ve kurulan denklemi çözme problemlerinde zorluk çektikleri gözlenmiştir.

4.2 Yurtdışında Yapılan Çalışmalar

Lee (1996), cebirin matematiğin geniş bir kültürünü içine alan bir mini kültür olduğunu belirterek, öğrencilerin eski kültürden (aritmetik) bu yeni kültüre (cebir) geçerken zorlandıklarını söylemektedir. O'na göre, kendisini bu yabancı kültürün (cebir) içinde bulan öğrenciler "kültürel şok" olarak adlandırılabilecek bir ortama girmektedirler. Bu durum ise, matematik müfredatı içinde oldukça fazla öneme sahip olan cebirin, öğrenciler tarafından ortaokuldan başlayarak üniversiteye kadar endişe ve korkuya neden olan ve anlaşılmasında büyük zorlukların çekildiği bir ders olarak görülmesine neden olmaktadır (Filloy ve Rojano 1989, Graham ve Thomas 2000, Herscovics ve Linchevski 1994, Kieran 1996, Macgregor ve Stacey 1997a, b, Wagner 1981a, b).

Yine, öğrencilerin çoğunun, aritmetik işlem bilgilerinde eksiklerinin olduğunu ve bu öğrencilerin cebiri anlamaktaki zorluklarının çoğunun da, aritmetik işlem bilgisi eksikliğinden kaynaklandığını ortaya koyan birçok araştırma mevcuttur. (Gray ve Tall 1994, Livneh ve Linchevski 1999, Schappelle ve Philipp 1999, Slavit 1999). Bu araştırmalara göre, öğrencilerin cebirsel işlemleri (yapılar) anlamakta zorlanmalarının nedeni, aritmetiğin temel kavramı olan sayı kavramını iyi bir şekilde kavrayamadıklarından kaynaklanmaktadır (Wagner 1983). Öğrencilerin, aritmetikten cebire geçişteki zorluklarının giderilmesi kolay değildir. Bu geçişin sağlanabilmesi, aritmetik kavram bilgisinin sürekliliğinden ziyade yeniden yapılandırılması ile mümkün olabilecektir. ("Reconceptualising School Algebra," 1997).

NCTM'in Cebir Çalışma Grubu cebirin geleceği hakkında yapmış olduğu araştırmada, lisedeki cebir alanının cebirsel düşünmenin gelişimi için yetersiz olduğunu belirlemiş, yetersizliğin ise ilköğretim birinci ve ikinci kademedeki eğitimden kaynaklandığı belirtilmiştir. Ayrıca, cebirsel akıl yürütmelerin erken yaştaki öğrencilerin şekiller, niceliklerle, formüllerle uğraşırken ve bunlar üzerine araştırma yaparkenki tutumları incelenerek fark edilebileceğini de belirtmiştir (Akt.:Akkan 2009). Bu bağlamda, Türkiye'de yeniden yapılandırılan ilköğretim matematik öğretimi programında öğrencilerin aritmetikten cebire geçişlerinin irdelenmesi öğrencilerin daha sonraki lise ve üniversite öğrenimleri için önemlidir.

Yurtdışı literatürü incelendiğinde, aritmetikten cebire geçişin tam olarak sağlanması durumunda, değişken kavramının anlaşılmasında (Arcavi ve Schaenfeld 1988, Ursini ve Trigueros 2001), cebirsel sözel problemlerin öğreniminde (Kieran 1991, Lodholz 1993, Linchevski 1995), denklem kavramının anlaşılmasında ve denklemlerin çözüm kümelerinin bulunabilmesinde (Hersovics ve Linchevski 1994, MacGragor ve Stacey 1997) öğrencilerin hata yapma oranının azaldığını göstermiştir. O halde, bu geçişin sağlıklı gerçekleştirilmesi cebir öğrenme alanının değişken kavramı, cebirsel sözel problemler, denklem kurma ve çözme gibi temel bileşenlerin anlaşılması için hayati bir öneme sahiptir.

Diğer taraftan, öğrencilerin belirli cebirsel kavramları örneğin harflerin kullanımı, değişkenler, eşittir işareti, denklemler ve fonksiyonlar gibi anlamaları üzerine yapılan çalışmalar vardır (Kieran 1992, Perso 1992, Hersovics ve Linchevski 1994, Baki 1999, Knuth vd. 2008, Akkan vd. 2008b). Aynı zamanda, öğrencilerin cebirle birlikte ilk kez karşılaştıkları kavramlarla ilgili sahip oldukları zorluklara yönelik çalışmalar mevcuttur (Kuchemann 1981, Booth 1984, Kieran 1989, Verngnaud 1990, Bednarz ve Janvier 1996, Bednarz 2001). Bu çalışmalara rağmen, bir konu olarak aritmetikten cebire geçiş ile ilgili öğrenci anlamaları üzerine yapılan çalışmalar çok azdır.

Aritmetik bilgi ile cebirsel bilgiyi birleştirme konusunda öğrencilerin yaşadıkları zorluklarından birisi, matematiğin iki alanına hükmeden matematiksel bilginin doğasındaki farklılıklardır (Booth 1984, Hersovics 1989, Kieran 1990, 1992, Sfard 1991, Saenz-Ludlow ve Walgumuth 1998, Stacey ve MacGregor 2000).

Yurtdışında, bu iki alan arasındaki farklılıkları ve bu farklılıkların neden olduğu engelleri belirlemeye ve gidermeye yönelik öneride bulunan birçok çalışma mevcuttur (Kieran 1992, Lodholz 1993, Hersovics ve Linchevski 1994, Van Amerom 2002).

Ulusal Eğitim Süreçlerini Değerlendirme (NAEP) projesi altında, Amerika'daki 7-11. sınıflardaki öğrencilerin matematiksel bilgi düzeylerini belirlemek üzere yapılan araştırmanın sonuçları, ortaokul öğrencilerinin temel cebir ve geometri kavramlarının bazılarına sahip olduklarını fakat bu bilgilerini, kavramlar arasındaki ilişkileri kavrayamadıkları için problem çözümlerinde kullanamadıklarını ortaya çıkarmıştır (Brown vd. 1988). Bu sonuçlar, yalnızca bu çalışmayla sınırlı değildir. Bir çok ülkede yapılan benzer çalışmalarda da benzer sonuçlar elde edilmiştir (Kieran 1992).

Steele ve Johanning'in (2004) yaptıkları çalışmada cebirsel düşünmenin oluşumunun ve gelişiminin teorik alt yapısı açıklanmaktadır. Bu teorik yapıya uygun olarak yürüttükleri çalışmada, sekiz tane 7. sınıf öğrencisinin çeşitli cebir problemlerinin çözümünde oluşturdukları ve kullandıkları şemaları analiz etmişlerdir.

Çalışma sonucunda, öğrencilere verilen problem durumları, öğrencilerin oluşturdukları şemaları kullanarak cebirsel düşünmelerini geliştirmelerini sağlamıştır.

Hallagan'ın (2004) sunduğu araştırma raporu; öğretmenlerin öğrencilerinin eşitlikler konusundaki sorulara verdikleri cevapları değerlendirme yollarını içeren bir çalışmayı anlatmaktadır. Çalışmada, öğretmenler öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini geliştirici nitelikte etkinlikler kullanmışlardır. Bu rapor özellikle bir öğretmenin cebir anlatımı üzerine yoğunlaşmıştır. Raporun sonucunda öğretmenin zamanın büyük bir kısmını cebir ünitesinin uygulamalarına ayırdığı gözlemlenmiştir. Öğretmenin ilk defa görsel yöntemleri kullandığı ve cebirsel eşitliklerin öğretiminde görsel yöntemlerin kullanışlılığının önemi gözlemlenmiştir.

Lannin'in (2005) çalışmasında, 25 tane 6. sınıf öğrencisinin verilen problem durumlarına ilişkin oluşturdukları örüntü temelli genellemeler ve ispatlamalar incelenmiştir. Çalışma sonucunda, örüntü kullanımının cebirsel düşünmenin oluşumunda önemli bir rolü olduğu gözlenmiştir.

Schmittau'nun (2005) yaptığı çalışmada, Vygotsky'nin bakış açısıyla cebirsel düşünmenin gelişimi açıklanmıştır. Buna göre cebirsel düşünmenin gelişiminin alt sınıflardaki aritmetik konularının kavranmasından farklı olduğu belirtilmiştir. Cebirsel düşünmenin gelişiminin ancak psikolojik araçların özel tasarlanmış şemalar şeklinde temin edilmesiyle mümkün olabileceği söylenmiştir.

Cai vd. (2005) çalışmalarında Çin, Güney Kore, Singapur, Rusya ve Amerika'da seçilen ilköğretim programları cebir konularının nasıl işlenip, geliştirildiğini analiz etmektedir. Bu beş programda da, temel amacın öğrencilerin nicel gösterimleri derinlemesine anlayarak cebiri öğrenmeleri olduğu gözlenmiştir.Ancak önem verilen noktalar ve yöntemler faklılıklar göstermiştir. Çalışmada; programların öğrencilerin cebirsel düşünmelerini ne kadar desteklediği ve aritmetikten cebirsel düşünmeye geçişi nasıl sağladıkları gibi konular tartışılmıştır.

Borko ve diğerlerinin (2005) yaptığı çalışma, bir öğretmen yetiştirme programının verilerinin analizi kullanılarak hazırlanmıştır. Bu yetiştirme programı, öğretmenlerin cebirsel düşünmeyi anlamalarının, öğrenmelerinin ve öğretmelerinin geliştirilmesine odaklanmıştır. Bu çalışmada, yetiştirme programının hazırlanışı ve kullanılacak yöntemler açıklanmıştır.

Gallardo ve Hernandez (2005) Aritmetikten Cebire Geçişte Sıfır (0)'ın İki Yüzü adlı deneysel çalışmalarında, 12-13 yaş arası 35 öğrenci ile çalışmışlar ve veri toplama aracı olarak grafiksel gösterimleri sayı, işaret ve cebirsel ifadelerle destekleyen cebirsel blok modellerini kullanmışlardır. Araştırmanın sonucunda, aritmetikten cebire geçişte öğrencilerin sahip olduğu bilişsel eğilimlerin bu geçişi zorlaştırdığı ama sayısal anlayışa doğru başarı ihtimallerinin de ortaya çıktığı görüşüne varılmıştır.

Bills ve Wilson (2010), Cebirsel Düşünce ile Aritmetik Arasında Bağlar Kurmak adlı deneysel çalışmalarında, bir ilköğretim okulundaki 7. sınıf öğrencileri ile çalışmışlardır. Amaçlı Cebirsel Düşünce projesi kapsamında, excell tabloları temelli aktiviteler ve mülakatlar veri toplama araçlarını oluşturmuştur. Araştırmanın sonucunda, öğrencilerin kendilerine verilen işlemleri yapıp yapamamalarının onların hem okuma hem yazmada sembolik dili etkin kullanmalarıyla ilgili olduğu ortaya konulmuştur.

Çalışmaların tamamında cebir konularının kavranmasında ve cebirsel düşünmenin gelişiminde öğretim yönteminin etkisinden bahsedilmektedir. Bu bağlamda yeni matematik programında yer alan etkinliklerle cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine etkisi önemli bir tartışma ve araştırma konusu olmaktadır.

Aşağıda Tablo 4'te cebir ve aritmetikle ilgili yurtdışında yapılan çalışmalar ve bu çalışmaların detayları verilmiştir.

Tablo 4- Cebir ve Aritmetik Öğretimi ile ilgili Yurtdışında Yapılan Bazı Kuramsal Çalışmalar

Yazar(lar)	**Araştırılan Konu/Yöntem**	**Çalışma Grubu**	**Veri Toplama Araçları**	**Çalışmanın Sonuçları**
Hallagan (2004)	Bir öğretmenin öğrencilerin cebirsel düşünmesini sağlayıcı eşitlik ifadelerini modellemesi / Betimsel	Bir ilköğretim okulunda Bruce adlı bir öğrenci.	Öğretmen tarafından uygulanan cebir etkinlikleri	Öğretmenin ilk defa görsel yöntemleri kullandığı ve cebirsel eşitliklerin öğretiminde görsel yöntemlerin kullanışlılığının önemi gözlemlenmiştir.
Lannin (2005)	Genellemeler: Öğrencilere Cebirsel akıl yürütmeyi aktivitelerle tanıtma	25 altıncı sınıf öğrencisi	Araştırmacı tarafından derlenen örüntü temelli etkinlikler	Örüntü kullanımının cebirsel düşünmenin oluşumunda önemli bir rolü olduğu gözlenmiştir.

Tablo 4'ün Devamı

Yazar(lar)	**Araştırılan Konu/Yöntem**	**Çalışma Grubu**	**Veri Toplama Araçları**	**Çalışmanın Sonuçları**
Schmittau (2005)	Cebirsel Düşüncenin Gelişiminde Vigotski Bakış Açısı / Betimsel			Cebirsel düşünmenin gelişiminin ancak psikolojik araçların özel tasarlanmış şemalar şeklinde temin edilmesiyle mümkün olabileceği söylenmiştir.
Cai vd (2005)	Erken kademelerde cebirsel düşünceyi geliştirme: Uluslararası karşılaştırmalı çalışmalardan çıkarımlar/Betimsel	Singapur, Amerika, Rusya, Güney Kore ve Çin'deki ilköğretim öğrencileri.		Bahsi geçen ülkelerdeki eğitimin Amerika'daki öğrencilerin de aritmetikten cebire geçişlerini kolaylaştıracağı savunulmaktadır.
Borko vd (2005)	Öğretmenleri cebirsel düşünmeyi geliştirmelerine hazırlamak /betimsel			Öğretmenlerin cebirsel düşünmeyi anlamalarının, öğrenmelerinin ve öğretmelerinin geliştirilmesine odaklanmıştır.
Gallardo ve Hernandez (2005)	Aritmetikten Cebire Geçişte Sıfır (0)'ın İki Yüzü / Deneysel Çalışması	12-13 yaş arası 35 öğrenci	Grafiksel gösterimleri sayı,işaret ve cebirsel ifadelerle destekleyen cebirsel blok modelleri	Aritmetikten cebire geçişte öğrencilerin sahip olduğu bilişsel eğilimlerin bu geçişi zorlaştırdığı ama sayısal anlayışa doğru başarı ihtimallerinin de ortaya çıktığı görüşüne varılmıştır.
Bills ve Wilson (2010)	Cebirsel Düşünce ile Aritmetik arasında Bağlar Kurmak / Deneysel	Bir İlköğretim okulundaki 7. sınıf öğrencileri	Amaçlı Cebirsel Düşünce projesi kapsamında excell tabloları temelli aktiviteler ve mülakatlar	Öğrencilerin kendilerine verilen işlemleri yapıp yapamamaları onların hem okuma hem yazmada sembolik dili etkin kullanmalarıyla ilgilidir.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

YÖNTEM

3.1 Araştırmanın Modeli

Bu araştırmada nicel bir yöntem kullanılmıştır. Araştırmada, yarı deneysel desenle nicel veri toplanarak istatistiksel analiz yapılmıştır.

Araştırmada, yarı deneysel kontrol-deney gruplu ön test/son test modeli kullanılmıştır. Araştırma iki grup üzerinden gerçekleştirilmiştir. Bu gruplardan biri deney, diğeri kontrol grubu olarak belirlenmiştir. Deney gruplarına 7.sınıf öğrencilerinin aritmetikten cebire geçişlerini sağlamak için hazırlanan etkinlik temelli matematik öğretimi yapılırken, kontrol grubunda ise geleneksel öğretim yapılmıştır. Öğretim her iki grupta da araştırmacı tarafından yürütülmüştür. Aşağıdaki tabloda (Tablo 5), araştırmanın nicel deney modeline yer verilmiştir.

Tablo 5- Araştırmanın Nicel Deney Modeli

Gruplar	Ön-Test	Deneysel Desen	Son-test
G1	CT1	Etkinlik Temelli Öğretim	CT2
G2	CT1	Geleneksel Öğretim	CT2

Araştırma, aritmetikten cebire geçişi kolaylaştırmak amacıyla hazırlanan 9 etkinliğin, ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş sürecinde denklemler konusundaki öğrenmelerine etkisini belirlemek için yapılmıştır.

3.2 Araştırmada Kullanılacak Soruların Hazırlanması

Bu çalışma kapsamında, aritmetikten cebire geçiş sürecini incelemek için seçilmiş olan "denklem kurma ve çözme, eşittir işaretinin anlamı, harflerin anlamı" konularını irdelemek amacıyla öğretim programı ve literatür desteğinde sorular hazırlanmıştır. Hazırlanacak bu soruların belli kriterlere sahip olması gerekmektedir. Bu bağlamda sorular hazırlanırken sırasıyla şu kriterler göz önüne alınmıştır:

- ✓ Birinci olarak, problemler öğrenciyi denklem kurmaya teşvik edici olmalıdır.
- ✓ İkinci olarak, problemler öğrencinin aritmetikten ziyade cebirsel ifadeleri kullanmasını sağlamalıdır.

- ✓ Üçüncü olarak, öğrencinin ezbere işlem yapmasının önüne geçmek için sorular standardın dışında seçilmelidir.
- ✓ Dördüncü olarak, öğrencinin şans başarısını engellemek için sorular test yerine açık uçlu olmalıdır. Bununla birlikte ölçme aracında bulunan soruların ölçme amacına uygun olup olmadığı, ölçülmek istenen alanı temsil edip etmediği sorunu ile ilgili olup, "uzman görüşüne" göre saptanmıştır. Bunun için, önce bir grup "uzman" tarafından ölçme amaçları ve bu amaçların gerektirdiği içerik çözümlemeleri yapılarak hazırlanmış, soruların bu amaçları ve içeriği temsil edip edemeyeceği tartışılmıştır.

Hazırlanan testin geçerlilik ve güvenirliği konusunda bir problem olmaması için, bu konu ile ilgili yapılan araştırmalarla ilgili literatür taramasından elde edilen soruların aynısı veya benzerleri kullanılmıştır.

Ayrıca, 7. sınıf öğrencilerinin kazanımlarını ortaya çıkarmak için "MEB Matematik Öğretmen Kılavuz Kitabı İlköğretim 7" kitabı incelenmiş ve şu kazanımlar bulunmuştur:

1) Tam sayılarda dört işlemi yapar ve özelliklerini uygular.
2) Tam sayılarla ilgili problemleri çözer ve kurar.
3) Rasyonel sayılarda dört işlemi yapar ve özelliklerini uygular.
4) Sayı örüntülerini modelleyerek bu örüntülerdeki ilişkiyi harflerle ifade eder.
5) Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemlerini yapar ve iki cebirsel ifadeyi çarpar.
6) Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.
7) Denklemleri problem çözmede kullanır.

3.3 Evren ve Örneklem

Araştırmanın evrenini, 2010-2011 öğretim yılında, Gaziantep ili Şahinbey ilçesindeki Dr. Cemil Karslıgil ilköğretim okulunda okuyan 108 7. sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırmanın örneklemini ise, Dr. Cemil Karslıgil ilköğretim okulunda 7-A ve 7-B şubelerinde okuyan 30 deney grubu, 28 kontrol grubu olmak üzere 58 öğrenci oluşturmaktadır.

Tablo 6- Araştırmanın Örneklemi

Gruplar	Toplam	Cinsiyet	
		Kız	Erkek
Deney Grubu	30	16	14
Kontrol Grubu	28	16	12
Toplam	58	32	26

Araştırmanın yapıldığı okulda, üç tane yedinci sınıf bulunmaktadır. Çalışmanın örneklemini aynı öğretmenin girdiği iki sınıf oluşturmuştur. Sınıflardan rastgele yöntemle kontrol ve deney grupları oluşturulmuştur. Araştırmaya katılan deney ve kontrol gruplarının cinsiyete göre dağılımı ile ilgili veriler Tablo 6'da verilmiştir. Tablo 6 incelendiğinde, deney ve kontrol gruplarındaki toplam öğrenci sayısı 58 olduğu görülmektedir. Deney grubundaki toplam 30 öğrenciden 16'si kız öğrenci, 14'ü ise erkek öğrencidir. Kontrol grubundaki toplam 28 öğrenciden 16'sı kız öğrenci, 12'si ise erkek öğrencidir.

Araştırmacı aynı okulda aynı sınıflara ders verdiği için, uygulamayı kendi okulunda yapmayı uygun görmüştür. Bu sayede, öğrencilerle ilgili bireysel farklılıkları ve detaylı bilgileri de araştırmada kullanma fırsatı bulmuştur.

3.4 Veri Toplama Aracı

Hazırlanan etkinlikler haftada 4 saat olmak üzere 4 haftada 16 ders saatini kapsayacak şekilde tasarlanmıştır. Araştırmada, İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin denklemler konusundaki seviyelerini tespit etmek için Akkan (2009) tarafından geliştirilen denklemler testinden 1. dereceden bilinmeyenli denklemleri kapsayan test kullanılmıştır (Bkz Ek 3). Bu test, uygulama yapılmadan önce öğrencilerin denklemlerle ilgili hazırbulunmuşluk seviyelerini tespit etmek amacıyla ön-test olarak verilmiştir. Testteki sorular uzmanlarla yapılan görüşmelerden elde edilen bilgilerden yararlanılarak hazırlanmıştır. Testteki bazı sorular Akkan (2009)'dan alınmıştır, 8. soru MEB'in yaptığı merkezi bir sınavdan alınmıştır, 9. ve 10 soruları araştırmacı uzman görüşünden yararlanarak hazırlamıştır. Testte, toplam 10 açık uçlu soru yer almaktadır. Uygulama sonuçları SPSS programıyla analiz edilmiştir.

3.5 Uygulama

Araştırmada, aritmetikten cebire geçişi kolaylaştırmak için etkinlik temelli öğretim uygulanmıştır. Bu eğitim için, aritmetikten cebire geçiş konularıyla ilgili çeşitli etkinlikler hazırlanmıştır (Bkz. Ek 2). Bu etkinlikler, deney grubuna 4 hafta boyunca 16 ders saatinde araştırmacı tarafından uygulanmıştır. Bu etkinlikler sırasında, grup çalışması, işbirlikli öğrenme, yaparak yaşayarak öğrenme, grup tartışması gibi yaklaşımlar kullanılmıştır. Kontrol gruplarında ise, öğretmen merkezli ve öğrencinin daha çok pasif olduğu bir öğretim yapılmıştır.

Etkinliklerde öğrenmeyi kolaylaştıracak somut materyaller (birim kareler, kibrit çöpleri, hassas terazi) kullanılmıştır. Özellikle eşitlik kavramı ve eşittir işaretinin daha iyi anlaşılabilmesi için sınıfa eşit kollu terazi getirilmiş ve dengenin, eşitliğin bir modeli olduğu sezdirilmeye çalışılmıştır. Somut materyallerden sonra etkinlikler kullanılarak öğrencilerin cebirin temel kavramlarını içselleştirmelerine yardım edilmiştir. En son aşamada ise, tamamen cebirsel dil kullanılarak kavramları soyutlamaları amaçlanmıştır.

Uygulamada kullanılan etkinliklerin detaylı uygulanması aşağıdaki gibidir. (Bkz. Ek 2).

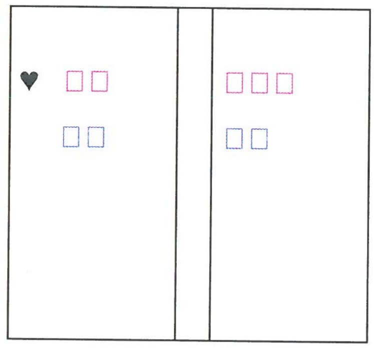
✓ **Etkinlik 1:**

Sınıfa terazi getirilir. Pazardaki satıcıların teraziyi niçin kullandıkları sorulur. Öğrencinin dikkati çekilir. Satıcının tarttığı sebze meyveyle konulan ağırlıkların birbirine denkliği sağlandığı öğrencilere sezdirilir. Sınıfa getirilen terazinin sol kefesine paket sütler konur. Sağ tarafına da bunu dengeleyecek ağırlık konur. Denklem yazdırılır. Denklemde kullanılan eşittir işaretinin dengeyi belirttiği vurgulanır. Denge kurulduktan sonra bir paket süt sol kefeden alınır. Dengenin korunup korunmadığı sorulur. Dengeyi korumak için ne yapılması gerektiği sorulur. Bu şekilde, öğrencilerin eşittir işaretinin sol tarafında çıkarma işlemi yapılıyorsa sağ tarafında da aynı işlem yaparak bu şekilde dengeyi koruyabilecekleri sezdirilir(Toplama işlemi de aynı şekilde vurgulanır).

Sol kefeye önceden hazırladığımız bir ağırlığı ikiye bölüp koyarız. Sağ kefeye de bunu dengeleyecek bir ağırlık koyarız. Sol kefeye koyduğumuz cismin bölünmeden önceki ağırlığını bulmalarını isteriz. Böylece eşittir işaretinin solunda çarpma işlemi gerçekleştiriliyorsa sağında da aynı işlemin gerçekleştirilmesi gerektiği sezdirilir (Bölme işlemi de aynı şekilde vurgulanır).

✓ **Etkinlik 2:**

Köpükten 50x100 cm ebatında dikdörtgen bir pano oluşturulur. Pano tam ortasından bir çizgiyle ikiye ayrılır. Öğrencilere bunun temsili bir terazi olduğu söylenir. Önceden oluşturduğumuz 5cmx5cm ebatında mavi ve pembe sayma pullarından pembe olanların + mavi olanların – olduğu belirtilir. Bilinmeyen olarak sarı kartondan bir kalp şekli kesilir.



X+2=3 denkleminin çözümü için bir öğrenci tahtaya kaldırılır. Öğrenci hazırladığımız pembe sayma pullarını ve kalbi denklemi oluşturacak şekilde yerlerine toplu iğneyle yerleştirir. Denklemi çözmek için her iki tarafa da iki mavi pul eklenir. Bir mavi pul bir pembe pulu etkisizleştirir (sıfır çifti). Böylece sol kefede sadece kalp varken, sağ kefede bir pembe pul kalmış olur. Yani, bilinmeyen olarak koyduğumuz kalp 1 değerini alır. Denklem çözüme kavuşmuş olur.

Sonra, X-3=9,

3x-3=12 denklemleri aynı metotla çözdürülür.

Öğrenci bu denklemle bilinmeyenin yanındaki ifadeleri yok etmek için 2. kefeye bu ifadenin tersini uygular. Yani, diyelim ki bilinmeyenin yanında +3 ifadesi var. +3 ifadesini yok etmek için, panoda her iki tarafa + 3'ün toplamaya göre tersi olan -3'ü ekler.

Bilinmeyenin katsayısını yok etmek için ise, katsayının çarpmaya göre tersini her iki tarafa da uygular. Diyelim ki katsayı 3 olsun, her iki taraf 3'ün çarpmaya göre tersi olan $\frac{1}{3}$ ile çarpar.

✓ **Etkinlik 3:**

Bu etkinlikte rasyonel katsayılı bilinmeyen kullanılmıştır. Önceden hazırladığımız pano yine kullanılmıştır. Bu defa bilinmeyen olarak bir elmanın yarım halini gösteren bir resim çizilmiş ve kartondan kesilmiştir. Diyelim ki sol kefeye 3 yarım elma ve 3 birim ağırlık eklendi. Sağ kefeye de 12 birim ağırlık konulmuş olsun. Bir öğrenci kaldırılır, her iki kefeden de fazlalıkları aynı anda iki eliyle birer birer indirir. Yani, örneğe göre sol kefeden 3 birim sağ kefeden 3 birim ağırlık indirilir. Geride 3 tane yarım elma kalır ve sağ kefede 9 birim ağırlık kalır. O halde 1 yarım elmayı bulmak için ne yapmamız gerektiği öğrenciye sorulur. Ve yarım elma 3 birim ağırlık geliyorsa, 1 tam elmanın kaç birim ağırlık geleceği sorulur. Denklem sezdirme yöntemiyle çözülmüş olur. Pano ilk haline getirilir. Elmaya X denmesi söylenir. Böylece yarım elmanın $\frac{X}{2}$ olduğunu öğrenci söyler. 3 yarım elmanın da $\frac{3X}{2}$ olacağını bilir. Denklem yazdırılır: $\frac{3X}{2}$ + 3= 12. Az önce uygulama yoluyla bulduğu şeyleri işleme dökmesi istenir. Yani, her iki taraftan da 3 birim çıkarması beklenir. $\frac{3X}{2}+3-3=12-3$.

Şimdi sıra 3 yarım elmanın 9 edeceği fikrine gelmiştir. $\frac{3X}{2}=9$;

1 yarım elma $\frac{1}{3}.\frac{3X}{2}=\frac{1}{3}.9$

$\frac{x}{2}=3$ şimdi 1 elmanın ağırlığını bulmak için iki tarafı da $\frac{1}{2}$'nin çarpmaya göre tersi olan 2 ile çarpar.

$\frac{x}{2}.2=3.2$ X=6. Böylece elmanın ağırlığını 6 bulur.

Not: $\frac{3X}{2} = 9$ denkleminin çözümü için iki yolun da öğrencilere gösterilmesi gerekir.

1. yol: $\frac{3X}{2}.\frac{2}{3} = 9.\frac{2}{3}$ iki taraf da $\frac{3}{2}$'nin çarpmaya göre tersi ile çarpılır.

$\frac{6x}{6} = \frac{18}{3}$ ve x = 6.

2. yol: $\frac{3X}{2} = \frac{9}{1}$ orantıdan yararlanarak içler dışlar çarpımı yapılır.

3x.1 = 9.2

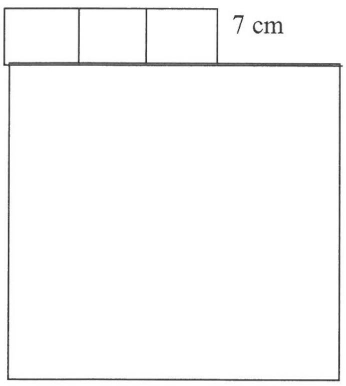
3x= 18

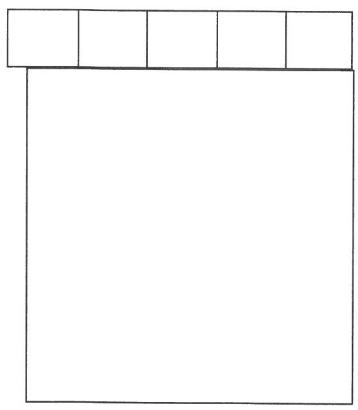
X= 6

✓ **Etkinlik 4:**

Şimdiye kadar bir tarafında bilinmeyen bir tarafında bilinen olan denklemler çözüme kavuşturulmuştur. Bu etkinlikte, iki tarafında dà bilinmeyen olan denklemlerin çözümleri problem çözerek uygulamaya konacaktır:

Problem: Yiğit dikdörtgen şeklindeki kitabının kısa kenarını silgisiyle ölçer, ölçümde silgisini uç uca üç kez eklediğinde 7 cm daha kaldığını, 5 kez eklediğinde ise 1 cm fazla geldiğini görür. Kitabın kısa kenarının uzunluğunu modellyerek bulalım.





$3x + 7 = 5x - 1$ -1'in toplamaya göre tersi,

$3x + 7 + 1 = 5x - 1 + 1$

$3x + 8 = 5x$

$3x - 3x + 8 = 5x - 3x$

$8 = 2x$ 2'nin çarpmaya göre tersi

$$8.\frac{1}{2} = 2x.\frac{1}{2}$$

$4 = x$

Not: Bilinmeyen terimler aynı tarafa toplanır, katsayısı küçük olan bilinmeyenli terimin katsayısı büyük olanın tarafına geçmesiyle bilinmeyenli terimin katsayısı pozitif olur. Denklemin bu şekilde daha kolay çözüleceği öğrencilere sezdirilir.

✓ **Etkinlik 5:**

Öğrencilerden pembe, mavi, sarı renkte kartonlar ve makas istenir. Sınıf sıra düzeninde 2'şerli oturtulur. Her 2 kişi bir grup oluşturur. Gruptakiler pembe ve mavi kartonları 5cm X 5cm ebatında, sarı kartonu istedikleri bir bilinmeyen biçiminde keserler. Öğretmen tahtaya denklemler yazar, öğrenciler 2'li gruplar halinde bu denklemleri kendileri sanki terazinin kefeleriymiş gibi davranarak yaparak ve yaşayarak çözerler. Burda dikkat edilmesi gereken grubun üyelerinin anlaşarak aynı anda hareket etmeleri, 1. neyi yapıyorsa 2.nin de aynı aktiviteyi yapmasıdır. Etkinlik yarışma biçiminde düzenlenebilir. Denklemleri en kısa zamanda ellerindeki kartonlar yardımıyla çözüp, gösteren grup ödüllendirilir.

✓ **Etkinlik 6:**

Sınıfa kapaklı bir kutu ve bir kutu kesme şeker getirilir. Arkamızı öğrencilere dönerek kutunun içine istediğimiz miktar kesme şekeri atarız. Bir öğrenciyi kaldırırız ve soru sorarız.

Örnek: Kutunun içinde belirli bir miktar şeker var. Bu şekere 2 kesme şeker daha eklediğimde toplam 3 kesme şekerim oluyor. Kutunun içinde kaç tane kesme şeker var? Öğrenci denklemi yazar. Cevabı bulur. Cevabın doğruluğunu kontrol etmek için, kutunun kapağını açar ve kutunun içindekini arkadaşlarına gösterir.

Buna benzer problemler de çözdürülür.

✓ **Etkinlik 7:**

Öğrencilerin bu etkinlikle sözel problemleri denkleme dönüştürmesi ve denklemi çözmesi amaçlanmaktadır. Öğrencilere problem sorulur, bir öğrenci tahtaya kaldırılır. Öğrencinin ilk önce problemi temsil eden şekillerle (modelleme) eşitlik kurması sağlanır. Daha sonra bu temsili şekilleri bilinmeyen adı altında bir harfle göstermesi istenir. Denklem bu şekilde cebirsel özelliğe bürünmüş olur ve denklem çözülür.

✓ **Etkinlik 8:**

Bu etkinlik yarışma formatında uygulanır. Sınıf sıra düzeninde 2'şer 2'şer oturtulur. Her gruba bir yarısında denklemler ,diğer yarısında denklemlerin karşılığı olan sözel ifadeler olan çalışma yaprakları dağıtılır.Denklemleri sözel ifadeleri ile en kısa zamanda eşleştiren grup ödüllendirilir.

Etkinlik 9:

Etkinlik tarışma formatında uygılanır. Sınıf sıra düzeninde 2'şer 2'şer oturtulur.Öğrencilere üzerinde denklemler bulunan çalışma yaprakları dağıtılır ve bu denklemlere uygun sözel problem geliştirmeleri istenir. En kısa zamanda yapan grup ödüllendirilir.

Deney Grubuna Yönelik Bir Ders Örneği:

Etkinlik 1:

Dersin Adı: Matematik

Sınıf:İlköğretim 7

Ünitenin Adı: Cebir Öğrenme Alanı

Konu: Bir Bilinmeyenli Denklemler

Önerilen Süre: 2 ders saati

Öğrenci Kazanımları:

1. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer
2. Denklemi problem çözmede kullanır.

Kullanılan Araç-Gereçler: Eşit kollu terazi, çeşitli ağırlıkta gramajlar, tartılacak olan elma, portakal, dolu ayran kutuları, çubuk krakerler, çikolatalar.

İşleniş: Derse "Hiç annenizle veya babanızla pazara gittiniz mi? Pazarda satıcıların istenen meyve ve sebzeleri nasıl verdiklerine dikkat ettiniz mi? Pazardan dönüşte anne-babanızın aldıklarını nasıl taşıdıklarına dikkat ettiniz mi?" şeklindeki sorularla başlanır, öğrencilerin dikkati çekilir. Denklemin denge konumundaki bir teraziye benzediği ifade edilir. Bir öğrenci tahtaya kaldırılır, iki elinde hemen hemen aynı ağırlıkta yükler bulunduğunu düşünmesi istenir, ve tahtada bunu canladırması istenir. Aynı öğrencinin, sağ elinde daha ağır, daha sonra da sol elinde daha ağır yükün bulunduğu durumları da canlandırması sağlanır. Yapılan canlandırmanın doğruluğunu araştırmak için başka bir öğrenci tahtaya kaldırılır, öğrenciye bu üç durum okul çantalarıyla yaptırılır.

Sınıfa eşit kollu terazi, çikolatalar, çubuk krakerler, dolu ayran kutuları, elmalar, portakallar ve çeşitli ağırlıkta gramajlar getirilir. Öncelikle, elimizdeki gramajlarla denge durumu oluşturulup öğrencilerin gözlem yapmaları sağlanır. Sonra, bir öğrenci tahtaya kaldırılarak, her iki kefeye aynı ağırlıkta gramajlar konması istenir, dengeyi denklem halinde yazmasına rehberlik edilir. Denge durumu sorulur. Daha sonra, her iki kefeden de herhangi iki aynı gramajı alması istenir, dengenin matematiksel ifadesini yazması istenir, ve denge durumunu sorgulamasına yardımcı olunur. Böylece, öğrencilere dengede eşitliğin bozulmaması için her iki tarafta da aynı işlemin yapılması gerektiği sezdirilir.

Terazinin bir kefesine çubuk kraker koyulur ve tartılır. Çubuk krakeri iki katına çıkardığımızda dengenin bozulmaması için ne yapılması gerektiği öğrencilere sorulur, öğrencilerin cevabını doğrulamak için, diğer kefedeki ağırlık da iki katına çıkarılır. Sonuç olarak, eşitliğe ulaşılır. Eşitlik tahtaya yazılır, terazi mantığı denkleme dönüştürülür. Denklemde bir taraf ne ile çarpılıyorsa, diğer tarafın da o sayı ile çarpılması durumunda eşitliğin bozulmadığı gösterilmiş olur.

Terazinin bir kefesine bir elma konur tartılır, sonra elma tam ortadan ikiye bölünür ve elmanın yarısı kefenin dışına alınır. Kalan yarım elmanın terazide dengeyi sağlaması için diğer kefeye nasıl bir işlem yapılması gerektiği öğrencilere sorulur. Öğrencilerin cevapları doğrultusunda diğer kefeden ağırlığın yarısı alınır. Terazideki son durum matematiksel olarak ifade edilir. Böylece denklemde, bir taraf ne ile bölünüyorsa, dengenin bozulmaması için diğer tarafın da aynı sayıya bölünmesi gerektiği vurgulanır.

Terazinin bir kefesine aynı ağırlıkta üç elma, diğer kefesine bu elmaları dengeleyecek gramajlar konur, öğrencilerin bu durumu ifade etmeleri istenir. Söylenen cebirsel ifadenin çözümünün nasıl olması gerektiği tartışılır, sonra terazinin bir kefesine bir paket çikolata ve 100 gram konulur. Diğer kefesine 125 gram konularak oluşturulan denge durumunun öğrencilerin cebirsel olarak ifade etmeleri istenir. Oluşturulan cebirsel ifadede bir paket çikolatanın ağırlığının nasıl bulunacağı tartışılır. Daha sonra, terazinin bir kefesine dört çubuk kraker ve 50 gram, diğer kefesine ise üç çubuk kraker ve 75 gram konularak öğrencilerden denklemi kurmaları istenir. Yani, matematik öğretimi ilkelerinden basitten karmaşığa ilkesiyle hareket edilerek, önce tek tarafında bilinmeyen olan denklemler, ardından iki tarafında da bilinmeyen olam denklemler çözüme kavuşturulmuş olur. Denklemleri çözerken, stratejimizin ne olması gerektiği sınıfça tartışılmıştır. Tartışma sonunda denklem çözmenin bilinmeyeni yalnız bırakmak için denklemin her iki tarafına aynı sayılarla aynı işlemi yapmak sonucuna varılmıştır. Rasyonel katsayılı denklemler de terazi mantığıyla sınıfta çözülmüştür.

<u>Kontrol Grubuna Yönelik Bir Ders Örneği:</u>

Etkinlik 1:

Dersin Adı: Matematik

Sınıf:İlköğretim 7

Ünitenin Adı: Cebir Öğrenme Alanı

Konu: Bir Bilinmeyenli Denklemler

Önerilen Süre: 1 ders saati

Öğrenci Kazanımları:

1.Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer

2.Denklemi problem çözmede kullanır.

İşleniş:

Derse "Hiç annenizle veya babanızla pazara gittiniz mi? Pazarda satıcıların istenen meyve ve sebzeleri nasıl verdiklerine dikkat ettiniz mi? Pazardan dönüşte anne-babanızın aldıklarını nasıl taşıdıklarına dikkat ettiniz mi?" şeklindeki sorularla başlanır. Öğrencilere anne-babalarının sağ ellerinde ağır yük taşıma şekilleri ile aynı ağır yük sol ellerinde olduğunda taşıma şekilleri arasındaki farklar sorulur. Dengenin eşitliğin bir modeli olduğu söylenir ve eşitliğin korunumu için sol tarafa ne yapılmışsa, sağ tarafa da aynı işlemin uygulanması gerektiği vurgulanır. Öğrencilere, denge ile ilgili sorular sorulmuş, bu sorular tahtaya çizilen terazi modellemesiyle somutlaştırmaya çalışılmış ve çözümler yapılmıştır. = işaretinin işlemsel anlamına odaklanan öğrencilere, = işaretinin kavramsal anlamının da olduğu sezdirilmiştir.

Öğrencilere, bir tarafında bilinmeyen olan ve daha sonra da iki tarafında bilinmeyen olan denklem soruları tahtada öğretmen tarafından çözülmüştür. Aynı şekilde, birkaç denklem sorusu tahtaya yazılıp, öğrecilerin çözmeleri için süre verildikten sonra, bazı öğrenciler tahtaya kaldırılıp, sorular çözdürülmüştür.

3.6 Araştırmadaki Değişkenler

3.6.1 Bağımlı Değişken:

Bu araştırmada kullanılan bağımlı değişken öğrencilerin Cebir Testinden (CT) aldıkları puanlardır.

3.6.2 Bağımsız Değişken:

Bu araştırmada kullanılan öğretim yaklaşımları çalışmanın bağımsız değişkenleridir. Bu öğretim yaklaşımları etkinlik temelli öğretim ve geleneksel öğretim yaklaşımlarıdır.

3.7 Verilerin Analizi

Uygulama sonucunda elde edilen veriler paket programı kullanarak analiz edilmiştir. Çalışmada grupların kullanılan testten aldıkları puanların ortalama değerleri, standart sapmaları, grupların, gruplardaki kız ve erkek sayıları betimlemeli istatistikle test edilmiştir. Veri analizinde, t-testi kullanılarak grupların ön test son test ortalama puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığı belirlenmiştir. Bu analizler yapılırken, öğrencilerin ön ve son-CT'inde başarı puanlarını bulurken, her soru için verdikleri doğru cevaplar 1, yanlış cevaplar için ise 0 olarak paket programa girilmiştir.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

BULGULAR VE YORUM

Araştırmanın bu bölümünde, araştırmadan elde edilen verilerin analizleri sonucunda ortaya çıkan bulgulara yer verilmiştir. Araştırmadan elde edilen veriler uygun istatistiksel teknikler kullanarak analiz edilmiş ve tablolar halinde düzenlenmiştir.

4.1. Birinci Araştırma Problemine Ait Bilgiler

Araştırmanın birinci problemi ilkögretim 7.sınıf ögrencilerinin 1. dereceden denklemler konusunda etkinlik temelli öğretim ve geleneksel öğretim yaklaşımları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark var olup olmadığı ile ilgiliydi. Bu problemi test etmek için, öğrencilerin ön ve son-CT'inde her soruya verdikleri doğru cevaplar 1, yanlış cevaplar ise 0 olarak paket programa girilmiştir. Daha sonra, deney ve kontrol gruplarının ön ve son test puanlarının ortalama ve standart sapmaları hesaplanmış, deney ve kontrol gruplarının ön ve son test puanları arasındaki fark, bağımsız t-testi ile karşılaştırılmıştır. Bu veriler, deney ve kontrol grupların ön test puanları için Tablo 7' de, deney ve kontrol gruplarının son test puanları için Tablo 8' de verilmiştir.

4.1.1 Deney ve Kontrol Gruplarının Ön Test Puanlarına ait t-testi Sonuçları

Tablo 7- Deney ve Kontrol Gruplarının Ön Test Puanları

Gruplar	n	$\bar{X}$	Ss	t	p
Deney	30	2,37	1,14	1,06	,987
Kontrol	28	2,25	1,07		

Tablo 7' de görüldüğü gibi deney grubunun ön test puanlarına ait ortalaması ile kontrol grubunun ön test puanlarına ait ortalaması arasındaki fark, t-testiyle karşılaştırılmış $p<.05$ düzeyinde anlamlı bir fark bulunmamıştır. Bu verilere göre araştırmanın başında deney ve kontrol gruplarının başarıları arasında anlamlı bir farkın olmadığı söylenebilir.

4.1.2 Deney ve Kontrol Gruplarının Son Test Puanlarına ait t-testi Sonuçları

Tablo 8- Deney ve Kontrol Gruplarının Son-Test Puanları

Gruplar	n	$\bar{X}$	Ss	t	p
Deney	30	5,27	0,91	1,46	
Kontrol	28	3,11	1,22		0,006

Tablo 8'de görüldüğü gibi deney grubunun son test puanlarına ait ortalamaları ile kontrol grubunun son test puanlarına ait ortalamaları arasındaki fark, t-testiyle karşılaştırılmış p<.05 düzeyinde anlamlı bir fark bulunmuştur. Bu verilere dayanarak, deney ve kontrol gruplarının son test başarıları karşılaştırıldığında deney grubunun daha başarılı olduğu bulunmuştur.

4.2 İkinci Araştırma Problemine Ait Bilgiler

Araştırmanın ikinci problemi, etkinlik temelli öğretim ve geleneksel öğretim gören sınıflardaki kız ve erkek öğrencilerin 1. dereceden denklemleri çözme başarıları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark var mıdır? şeklindeydi. Bu problemi test etmek için, deney ve kontrol gruplarındaki kız ve erkek öğrencilerin ön ve son test puanlarının ortalaması ve standart sapmaları hesaplanmıştır. Deney grubundaki kız ve erkek öğrencilerin ön test ve son test puanları arasındaki fark, bağımsız gruplar t-testi ile karşılaştırılmıştır. Deney gruplarındaki kız ve erkek öğrencilerin ön test puanları Tablo 9' da, deney grubundaki kız ve erkek öğrencilerin son test puanları Tablo 10' da gösterilmiştir.

4.2.1 Deney Grubundaki Öğrencilerin Cinsiyet Değişkenine Göre Ön-Test Puanlarına ait t-testi Sonuçları

Tablo 9- Deney Grubundaki Kız ve Erkek Öğrencilerin Ön Test Puanları

Gruplar	N	$\bar{X}$	Ss	t	p
Kız	16	2,44	1,54		
Erkek	14	2,29	1,15	-,146	,885

Tablo 9' da görüldüğü gibi deney grubundaki kız ve erkek öğrencilerin ön test puanlarına ait ortalamaları ile deney grubundaki ön test puanlarına ait ortalamaları arasındaki fark, t-testiyle karşılaştırılmış p<.05 düzeyinde anlamlı bir fark bulunmamıştır. Bu verilerden yola çıkarak, deney grubundaki kız ve erkek öğrencilerin ön test başarıları arasında anlamlı bir fark olmadığını göstermektedir.

4.2.2 Deney Grubundaki Öğrencilerin Cinsiyet Değişkenine Göre Son-Test, T-test Sonuçları

Tablo 10- Deney Grubundaki Kız ve Erkek Öğrencilerin Son Test Puanları

Gruplar	n	$\bar{X}$	Ss	t	p
Kız	16	5,37	1,10	,467	,644
Erkek	14	5,14	1,30		

Tablo 10' da görüldüğü gibi, deney grubundaki kız öğrencilerinin son test puanlarına ait ortalamaları ile deney grubundaki son test puanlarına ait ortalamalar arasındaki fark, t-testiyle karşılaştırılmış p<.05 düzeyinde anlamlı bir fark bulunmamıştır.

4.2.3 Kontrol Grubundaki Öğrencilerin Cinsiyet Değişkenine Göre Ön-Test, T-test Sonuçları

Tablo 11- Kontrol Grubundaki Kız ve Erkek Öğrencilerin Ön Test Puanları

Gruplar	n	$\bar{X}$	Ss	t	p
Kız	16	2,19	1,21	,337	,738
Erkek	12	2,33	1,06		

Tablo 11' de görüldüğü gibi kontrol grubundaki kız öğrencilerin ön test puanlarına ait ortalaması ile kontrol grubundaki erkek öğrencilerin ön test puanlarına ait ortalaması arasındaki fark, t-testiyle karşılaştırılmış p>.05 düzeyinde anlamlı bir fark bulunmamıştır. Bu verilere dayanarak, kontrol grubundaki kız ve erkek ögrencilerin ön test başarıları arasında anlamlı bir fark olmadığı söylenebilir.

4.2.4 Kontrol Grubundaki Öğrencilerin Cinsiyet Değişkenine Göre Son-Test, T-test Sonuçları

Tablo 12- Kontrol Grubundaki Kız ve Erkek Öğrencilerin Son Test Puanları

Gruplar	n	$\overline{X}$	Ss	t	p
Kız	16	3,12	1,08	,966	,338
Erkek	12	3,08	1,01		

Tablo 12' de görüldügü gibi kontrol grubundaki kız öğrencilerin son test puanlarına ait ortalaması ile kontrol grubundaki erkek öğrencilerin son test puanlarına ait ortalaması arasındaki fark, t-testiyle karşılaştırılmış p<.05 düzeyinde anlamlı bir fark bulunmamıştır. Bu verilere dayanarak, kontrol grubundaki kız ve erkek ögrencilerin ön test başarıları arasında anlamlı bir fark olmadığı söylenebilir.

4.3. Üçüncü Araştırma Problemine Ait Bilgiler

Araştırmanın üçüncü problemi etkinlik temelli öğretim ve geleneksel öğretim gören sınıflardaki öğrencilerin 1.dereceden denklemler konusundaki problemlerinin giderilme yüzdeleri nedir? şeklindeydi. Öğrencilerin 1. dereceden denklemler konusundaki problemlerini tespit etmek için geliştirilen cebir testinin ön ve son test sonuçlarının karşılaştırılması sonucunda deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin hatalarını düzeltme oranları ortaya çıkmıştır.

Tablo 13' te deney grubundaki öğrencilerin ön testte 1. dereceden denklem konusunda hem deney hem de kontrol gruplarında problem yaşayan ve soruları yanlış yapan öğrenci sayısı verilmiştir. Aynı şekilde, bu problemlerin ön testten son teste giderilme oranlarını deney ve kontrol grupları arasında karşılaştırmak için soruları yanlış yapan öğrenci sayısı gösterilmiştir. Böylece, deney ve kontrol gruplarında son testte bu hataların giderilme giderilme yüzdeleri karşılaştırılmıştır.

Tablo 13– Deney Grubundaki Öğrencilerin Ön Testten Son Teste Hata Değiştirme Oranları

Soru	Ön Test		Son Test		Hataların düzeltilme oranları	
	Deney Grubu Hata Yapan Sayısı (n=30)	Kontrol Grubu Hata Yapan Sayısı (n=28)	Deney Grubu Hata Yapan Sayısı (n=30)	Kontrol Grubu Hata Yapan Sayısı (n=28)	Deney	Kontrol
1	26	23	21	22	% 19.2	% 4.3
2	23	22	19	21	% 17.4	% 4.5
3	28	25	25	24	% 10.7	% 4
4	25	24	20	21	% 20	% 12.5
5	25	24	7	19	% 72	% 20.8
6	18	19	10	17	% 44.4	% 10.5
7	18	18	5	16	% 72.2	% 11.1
8	24	20	15	18	% 37.5	% 10
9	14	16	8	13	% 42.9	% 18.8
10	28	26	12	22	% 57.14	% 15.4

Tablo 13 incelendiğinde, ön testte deney grubundaki 30 öğrencinin 26'sı 1. soruya, 23'u 2 .soruya, 28'i 3. soruya , 25'i 4. soruya, 25'i 5. soruya, 18'i 6. soruya, 18'i 7.soruya, 18'i 8. soruya, 14'ü 9. soruya ve 28'si 10. soruya yanlış cevap vermişlerdir. Aynı şekilde, kontrol grubundaki 28 öğrencinin 23'ü 1. soruya, 22'si 2.soruya, 25'i 3.soruya , 24'ü 4. soruya, 24'ü 5. soruya, 19'ü 6. soruya, 18'i 7.soruya, 20'si 8. soruya, 16'sı 9. soruya ve 26'sı 10. soruya yanlış cevap vermişlerdir. Bu sonuçlar, deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin 1. dereceden denklemler konusundaki ön bilgilerinin birbirine yakın olduğunu göstermektedir.

Tablo 13 incelendiğinde, deney grubuna etkinlik temelli bir eğitim ve kontrol grubuna geleneksel öğretim teknikleriyle bir eğitim verildikten sonra her iki gruba uygulanan son testte, deney grubundaki 30 öğrencinin 21'i 1. soruya, 19'u 2. soruya, 25'i 3.soruya , 20'si 4. soruya, 7'si 5. soruya, 10'u 6. soruya, 5'i 7. soruya, 15'i 8. soruya, 8'i 9. soruya ve 12'si 10. soruya yanlış cevap vermişlerdir. Aynı test sonucuna göre, kontrol grubundaki 28 öğrencinin 22'si 1. soruya, 21'i 2.soruya, 24'ü 3.soruya , 21'i 4. soruya, 19'u 5. soruya, 17'si 6. soruya, 16'sı 7.soruya, 18'i 8. soruya, 13'ü 9. soruya ve 22'si 10. soruya yanlış cevap vermişlerdir.

Aynı tabloya göre, hem deney grubu, hem de kontrol grubundaki öğrencilerin son-testte hatalarını düzeltme oranları karşılaştırıldığında, deney grubundaki öğrencilerin 1. soruda hatalarını düzeltme oranları % 19.2 iken, kontrol grubunda aynı oranın % 4.3 olduğu, deney grubundaki öğrencilerin 2. soruda hatalarını düzeltme oranları % 17.4 iken, kontrol grubunda aynı oranın % 4.5 olduğu, deney grubundaki öğrencilerin 3. soruda hatalarını düzeltme oranları % 10.7 iken, kontrol grubunda aynı oranın % 4 olduğu, deney grubundaki öğrencilerin 4. soruda hatalarını düzeltme oranları % 20 iken, kontrol grubunda aynı oranın % 12.5 olduğu, deney grubundaki öğrencilerin 5. soruda hatalarını düzeltme oranları % 72 iken, kontrol grubunda aynı oranın % 20.8 olduğu, deney grubundaki öğrencilerin 6. soruda hatalarını düzeltme oranları % 44.4 iken, kontrol grubunda aynı oranın % 10.5 olduğu, deney grubundaki öğrencilerin 7. soruda hatalarını düzeltme oranları % 72.2 iken, kontrol grubunda aynı oranın % 11.1 olduğu, deney grubundaki öğrencilerin 8. soruda hatalarını düzeltme oranları % 37.5 iken, kontrol grubunda aynı oranın % 10 olduğu, deney grubundaki öğrencilerin 9. soruda hatalarını düzeltme oranları % 42.9 iken, kontrol grubunda aynı oranın % 18.8 olduğu, deney grubundaki öğrencilerin 10. soruda hatalarını düzeltme oranları % 57.14 iken, kontrol grubunda aynı oranın % 15.4 olduğu görülmektedir.

BEŞİNCİ BÖLÜM

5. TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmanın bulguları, literatürde bu alanlarla ilgili yapılan çalışmalar ile karşılaştırmalı olarak tartışılacaktır. Daha sonra araştırma sonucunda elde edilen bulguların cebir öğretiminde nasıl kullanılacağı tartışılacak ve öneriler sunulacaktır.

5.1 Tartışma

Teknolojinin gelişmesiyle kitle iletişim araçlarında meydana gelen büyük ilerlemeler, araştırmacılar ve uygulamacıların, öğrencilere verilen eğitimin kalitesini ve bu eğitimin veriliş tarzını sorgulamalarını gerekli kılmıştır. Küreselleşmenin büyük bir hızla tüm toplumlara nüfuz ettiği bu çağda, katılımcılığı, özerkliği ve bireyselleşmeyi temel alan eğitim ve öğretim teknikleri çok daha önemli hale gelmiştir. Özden'in (2002) dile getirdiği, yeni eğitim yöntem ve teknikleri:

• Bilgiyi temel alan,

• Çocuklara daha fazla düşünme, tartışma ve araştırma ortamı hazırlayan; böylece, serbest düşünen, tartışan, araştıran ve bulduklarını değerlendirebilen bir öğrenci çıktısına odaklanan,

• Dersler ansiklopedik bilgileri yüklemek yerine, konuları ve olayları derinliğine anlamayı ve eleştirel düşünmeyi esas alan bir hal almıştır. (s.17).

Yeni dönemde, matematik eğitiminde beceri düzeyinin yükselmesi, bireyin kendini yetiştirmesi, geliştirmesi ve bireysel yeteneklerini sonuna kadar kullanması ön plana çıkacaktır. Bireyin bilgiye odaklı bir yaşamı öğrenme, analitik düşünme, sentez yapabilme, sorunları çözme ve etkili iletişim kurma gibi becerilere sahip olması beklenmektedir. Geleneksel matematik eğitimi ilkeleri, matematiği öğrenci tarafından somut yaşantılarla desteklemeyen, salt soyut kavramlarla öğrencinin ilgisinin sönük kalmasına katkıda bulunmaktan öteye gidememiştir. Bu çalışmada araştırılan etkinlik temelli matematik eğitimi, öğrenciyi matematiğin semboller ve harflerle ifade edilen soyutluğundan kurtararak, somut objeler ve yaşantılar yoluyla zihninde şekillendirmesini sağlamaktadır.

Bu düşüncelerin ışığında, araştırmada hazırlanan etkinliklerin aritmetikten cebire geçiş sürecinde etkililiği araştırılmıştır. Bu çalışmada, öğrencinin aktif katılımının sağlandığı etkinlik temelli öğretim metodu uygulanmıştır. Araştırmanın bulguları, aritmetikten cebire geçiş sürecinde etkinlik temelli öğretim yaklaşımının geleneksel öğretim yaklaşımına göre daha etkili olduğu sonucunu göstermektedir.

Araştırma sürecinde ön-test öğrencilere uygulandığında, öğrencilerin çoğunun problemleri aritmetiksel yolla çözmeye çalıştığı gözlemlenmiştir. Oysa ki, ülkemizdeki ilköğretim matematik müfredatında formal olarak bilinmeyen kavramı ve bilinmeyenleri içeren işlemlerin kullanımı 6. sınıftan itibaren gösterilmektedir (MEB 2005). Bu durum, 7. sınıf öğrencilerinin ilköğretim birinci kademedeki aritmetiksel işlem yapma alışkanlıklarını sürdürdüğünü ve 6. sınfta tanıştıkları bilinmeyen içeren işlemleri kullanmayı halen içselleştirmediklerini ortaya koymaktadır. Benzer şekilde, Akkan (2009) yaptığı çalışmada 7 .sınıf öğrencilerinin aritmetik özellikleri içeren çözümlerinin yüksek yüzde değerine sahip olmasını düşündürücü bulmuştur.

Bulgular sonucunda, bazı öğrencilerin problemlerin çözümünde aritmetiksel yolları tercih etmekte ısrar ettikleri görülmüştür. Bu durum, öğrencilerin cebirdeki bilinmeyen kavramını bir belirsizlik olarak gördüklerinden, bilinmeyen veya değişken kavramını kullanmadaki yetersizliklerden veya sözel problemleri denklemlere dönüştürememekten kaynaklanıyor olabilir. Aynı şekilde, Kieran (1992), Linchevski ve Hersovics (1996) ilköğretim 1. kademe öğrencilerinin problem çözümlerinin genel olarak aritmetik özellikleri içerdiğini belirtmişlerdir.

Elde edilen verilere bakıldığında, öğrencilerin ön-testten son-testte gelişimlerinde, 7. sınıf öğrencilerinin aritmetik çözüm stratejilerinden cebirsel çözüm stratejilerine geçişi kolaylaştıran cebir öncesi (aritmetik cebir arası) özellikleri içeren çözümleri kullanmalarının payı olduğu söylenebilir. Benzer şekilde, Linchevski (1995) de 7. sınıf öğrencilerinin bu çözüm stratejilerini kullandıklarını dile getirmektedir. Akkan (2009) aynı paralelde sonuçlar elde etmiştir.

Bazı öğrencilerin sorulara, aritmetik yolla cevap vermeleri veya cevabı boş bırakmaları göz önüne alındığında, bu öğrencilerin aritmetikten cebire geçiş sürecinde zorluklar yaşadıkları dile getirilebilir. Birçok araştırmacı, aritmetiksel düşünmeden cebirsel düşünmeye olan geçişin gelişememesini öğrencilerin sayılarla akıl yürütmeden bilinmeyenlerle akıl yürütmeye olan değişimi başaramamalarına bağlamıştır(Kieran 1992, Berdnarz vd. 1992, Linchevski ve Hersovics 1994, Van Amerom 2002, Stacey 2008).

Bazı öğrencilerin verdikleri cevapların sadece sorudaki sayıların gelişigüzel dört işleme tabi tutulmasıyla elde edildiği görülmüş, bazılarının ise dört işlemde bile hatalar yaptıkları gözlenmiştir. Problemde anlatılmak isteneni anlamayan öğrencilerin sağlıklı bir çözüm gerçekleştiremeyeceği açıktır. Yapılan araştırmalar, problemi anlamayan ve işlem bilgisi eksikliği olan öğrencilerin aritmetikten cebire geçiş sürecinde diğer öğrencilere göre daha başarısız oldukları tespit edilmiştir (Gray ve Tall 1994; Linchevski ve Livne 1999, Philipp ve Schapella 1999, Slavit 1999).

Bulgulara göre, bazı öğrencilerin problemlerin denklemlerini yanlış kurdukları için çözüme ulaşamdıkları görülmüştür. Bu durum, bazı araştırmacıların, öğrencinin sözel problemleri denkleme dönüştürmede zorluk yaşadığı ve bu zorluğun aritmetikten cebire geçişte engel oluşturduğu sonucunu desteklemektedir. (Kieran 1992, Kieran ve Chaloug 1993, Bernardo ve Okagaki 1994, French 2002, Stacey 2008, Akkan 2009).

Araştırmadan elden edilen diğer bir sonuç ise, öğrencilerin çoğunun eşittir işaretinin kullanımı, bir çokluğun katı, fazlası, eksiği gibi nitelemeleri yanlış konumlandırdıkları ve denklem kurarken parantez kullanımındaki yetersizlikleri sayıların işaretlerinin göz önüne alınması konularında hatalar yaptıkları gözlenmiştir. Bazı araştırmalar, bunu destekler niteliktedir (Baki 1998, Linchevski ve Hersovics 1996, French 2002, Akkan 2009). Bazı araştırmacılar da, bu çeşit hataların aritmetikten cebire geçişte zorluklar yaratacağını ifade etmişlerdir (Gallardo ve Rojano 1987, Kieran 1992, Linchevski ve Hersovics 1996).

Araştırmadan elde edilen bir başka bulgu, bazı öğrencilerin eşittir işaretini işlemsel bir sembol olarak algıladıkları görülmüştür. Birçok araştırmacı, ilköğretim öğrencilerinin eşittir işaretini ilişkisel bir sembol olarak değil, soldan sağa eylem belirten bir sembol olarak görmelerinden kaynaklanan hatalar yaptıkları görülmüştür (Kieran 1992, Falkner 1999, Mcneill 2006, Akkan 2009).

Bir diğer bulgu ise, Cooper vd. (1999)'inin toplam 51 7. sınıf öğrencisi ile yürüttüğü çalışmasında, öğrencilerin neredeyse tamamının eşittir işaretini cevabı yaz sinyali olarak algıladıkları bulgusundan farklı olarak, çalışma yaptığımız 7. sınıf öğrencilerinin sadece bazılarının bu hataya düşmüş olmasıdır.

Bununla beraber, bazı öğrencilerin, bu çalışmada uyguladığımız cebir testindeki 7. soruda "n" harfini bilinmeyen olarak adlandırdıkları gözlenmiştir. Bazı öğrencilerin ise, "n" harfini hem bilinmeyen, hem de çoklu temsil değeri olduğunu düşündükleri ortaya çıkmıştır. Birçok araştırmacı, çoklu anlamı temsil etmeyen bilinmeyen kavramının değişken için uygun bir kavram olmadığını ifade etmişlerdir (Usiskin 1988, Challoug ve Hersovics 1988, Sfard ve Linchevski 1994, Cooper vd. 1999, Van Amerom 2002). Bu öğrencilerin değişken kavramı ile sorun yaşadıkları açıktır (MacGregor ve Stacey 1997, Rosnick 1999). Bazı araştırmalar bilinmeyenin denklemde var olduğunu, değişkenin ise bir genellemede olduğu fikrini desteklemektedir (Philipp 1992, Van Ameron 2002, Akkan 2009).

Bazı öğrencilerin, "n" harfini bir nesnenin kısaltılmışı ve o nesnenin çokluğu veya miktarı olarak düşündüğü görülmüştür. Akkan (2009)'ın çalışmasında, 7. sınıf seviyesinde olan öğrencilerin, harfleri ölçüm etiketleri olarak düşünen öğrenci olmamakla beraber, somut bir objenin kısaltılmışı veya kendisi olarak düşünen öğrenciler mevcuttu görüşünü destekler niteliktedir. Cooper (1999)'da aynı sonucu ortaya koymuştur.

5.2 Sonuçlar

Bu bölümde, araştırmadan elde edilen sonuçlar ve bu sonuçara dayalı olarak geliştirilen öneriler yer almaktadır.

5.2.1 Birinci Alt Amaca İlişkin Sonuçlar

Araştırmanın birinci problemi ilköğretim 7.sınıf öğrencilerinin aritmetikten cebire geçişte, 1. dereceden denklemler konusunda etkinlik temelli öğretim ve geleneksel öğretim yaklaşımları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark var olup olmadığı ile ilgiliydi. Araştırmada, hem deney hem de kontrol grubunun 1. dereceden denklemler konusuyla ilgili ön kazanımlarını ölçmek için uygulanan ön-test sonuçlarına göre, deney grubu ve kontrol grubunu oluşturan öğrencilerin bu konudaki ön kazanımları arasında anlamlı bir fark olmadığı bulunmuştur. Her iki grubu oluşturan öğrencilerin ön kazanımlarının birbirine yakın olduğu göz önüne alınarak, deney grubuna verilen etkinlik temelli öğretim ve kontrol grubuna verilen geleneksel öğretim sonrasında, her iki gruba son test uygulanmıştır. Son test sonucunda göre, deney grubu ve kontrol grubunu oluşturan öğrencilerin başarıları arasında anlamlı bir fark bulunmuştur.

Etkinlik temelli öğretimde, öğrenciler derse aktif katılım göstermiş, birbirleri ve öğretmenleriyle somut materyaller vasıtasıyla sürekli etkileşimde bulunmuşlardır. Etkinlik temelli eğitim derslerin eğitim-öğretim araçlarıyla, somut materyallerle işlenmesini gerektirir. Bu tür materyaller, öğrencinin ilgisini aktif tutması, yeterince soyut olan matemetiği somutlaştırması, öğrencilerin matematiğin gerçek hayatta yansımalarının ve kullanım alanlarının olduğu fikrinin benimsemelerini sağlaması açısından büyük önem taşımaktadır. Öğretmen açısından daha fazla ön hazırlık ve araştırma gerektirse de, etkinlik temelli öğretim ülkemizde çoğu öğrencinin kabusu olan matematiğin öğrenciler tarafından sevilmesi ve öğrenilmesi bakımından önemlidir. Yapılan bu araştırmada, etkinlik temelli öğretimin akademik başarıyı arttırdığı ortaya çıkmıştır. Ayrıca, sınıf içi katılımı ve öğretmenin derse hakimiyetini de arttırmıştır.

5.2.2 İkinci Alt Amaca İlişkin Sonuçlar

Araştırmanın ikinci problemi ilköğretim 7.sınıf ögrencilerinin 1. dereceden denklemler konusunda etkinlik temelli öğretim ve geleneksel öğretim yaklaşımları açısından cinsiyet değişkenine göre anlamlı bir fark olup olmadığıydı. Araştırmada, deney ve kontrol grubuna uygulanan hem ön-testte, hem son testte cinsiyet değişkenine göre anlamlı bir fark bulunamamıştır. Kız ve erkek öğrencilerin hem ön-testteki hem de son testteki başarıları birbirine yakındır. Öğrenciler arasındaki başarı farklılıklarının cinsiyete değil verilen öğretimin niteliğine bağlı olduğu söylenebilir. Sonuçlar, deney grubundaki hem kız hem erkek öğrencilerin etkinlik temelli eğitimin etkililiğinden etkilenmiş olduklarını ortaya çıkarmıştır.

5.2.3 Üçüncü Alt Amaca İlişkin Sonuçlar

Araştırmanın üçüncü problemi, araştırmaya katılan deney ve kontrol grubunu oluşturan öğrencilerin 1. dereceden denklemlerle ilgili hatalarını ön-testten son teste değiştirme oranlarının ne olduğu ile ilgiliydi. Hem kontrol grubundaki öğrencilerin, hem deney grubundaki öğrencilerin ön-testte yaptıkları hata sayıları birbirine yakın çıkmıştır. Her iki grubu oluşturan öğrenciler bu araştırmaya kadar aynı müfredatı takip etmekte ve aynı öğretim yöntemleriyle eğitim görmektedirler. Ön-test sonuçlarına göre her iki grubun başarıları birbirine yakın, homojen gruplardır. Matematik dersinde 1. dereceden denklemler konusunu öğretme metot ve tekniği değiştirilerek, belli bir süre farklı eğitimler uıygulanan bu iki grubun son teste göre öğrenim çıktılarının farklılaştığı görülmektedir. Kontrol grubunda geleneksel öğretim metoduyla verilen eğitim sonunda en yüksek % 20.8, en düşük % 4 oranlarında hata düzeltmeleri görülürken, deney grubunda etkinlik temelli öğretim metoduyla verilen eğitim sonunda en yüksek % 72.2, en düşük % 10.7 oranlarında hata düzeltmeleri ortaya çıkmıştır.

Böylece, etkinlik temelli öğretimle eğitim alan öğrencilerin, geleneksel öğretimle eğitim alan öğrencilere göre 1. dereceden denklemleri kavramada daha başarılı oldukları söylenebilir. Etkinlik temelli öğretim yaklaşımıyla yapılan eğitimin, öğrencilerin akademik çıktılarını daha fazla zenginleştirdiği ifade edilebilir.

5.3 Öneriler

5.3.1 Uygulamacılar İçin Öneriler

Araştırma bulguları ışığında uygulamacılar için;

- Sınıfta öğretmen öğrencilerin derse aktif katılımını sağlamalı ve onlara sadece rehberlik eden, yönlendiren bir rol üstlenmelidir. Öğrencilerin düşüncelerini rahatlıkla ifade edebileceği, arkadaşlarıyla paylaşabileceği ve birbirleriyle etkileşimde bulunabileceği bir ortam sağlanabilir.
- Matematikte cebir öğretimi, öğrencilerin sadece bilgileri ezberlemeyip, aktif katılımlarla bilgiyi içselleştirdikleri bir ortamda yapılabilir.
- Her öğrencinin biricik olduğu gerçeği göz önüne alınarak, bireye özgü, bireysel farklılıklarının hesaba katıldığı öğrenme-öğretme ortamları dizayn edilebilir.
- Öğretmenler öğrencilerin matematiği algılayış biçimlerini ve tutumlarını olumlu yönde değiştirmek için, daha fazla duysal-görsel materyal hazırlayıp, öğrencilerin bu materyalleri kullanarak cebir öğrenmesini sağlayabilir.
- Eğitim fakülteleri müfredatları, öğretmenlerin daha fazla etkinlik ve öğretim metotlarını öğrenecekleri, teoriden çok pratikte kullabilecekleri teknikleri öğrenmelerini ve bunları uygulabilecekleri şekilde düzenlenebilir.

5.3.2 Araştırmacılar İçin Öneriler

Araştırma bulguları ışığında araştırmacılar için;

- İlköğretim ve liselerdeki öğrencilerin etkinlik temelli öğrenmelerini karşılaştırmaya yönelik çalışmalar yapılabilir.

- Herhangi başka bir ülkede aritmetikten cebire geçişte uygulanan metotlar ile ülkemizdeki öğretime yönelik çalışmalar yapılabilir.
- Deney grubu için yapılan araştırmanın araştırmacı, kontrol grubunda yapılan araştırmanın ise başka bir araştırmacı veya bir öğretmen tarafından yapılması daha sağlıklı sonuçlar ortaya çıkarabilir.

KAYNAKÇA

Ainsworth, S. (2006). Deft: a conceptual framework for considering learning with multiple representations. learning and instruction. 16 (3), 183-198.

Akgün, L. (2007). Değişken kavramına ilişkin yeterlilikler ve değişken kavramının öğretimi. Doktora Tezi. Atatürk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.

Akın, Ö. ve Dosay, M. (1994). Beş büyük cebir bilgini, İstanbul: MEB. Basımevi.

Akkan, Y. (2009). İlköğretim öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin incelenmesi. Doktora tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.

Akkaya, R.(2006). İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında karşılaşılan kavram yanılgılarının giderilmesinde etkinlik temelli yaklaşımın etkililiği. Yüksek Lisans Tezi. Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Altun, M. (2005). İlköğretim ikinci kademede matematik öğretimi. Bursa: Aktüel.

Altun, M. (2008). İlköğretim ikinci kademe (6,7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi. 5. Baskı, Bursa: Aktüel Yayınları.

Arcavi, A. ve Schoenfeld, A.(1988). On the meaning of variable. Mathematics Teacher. Sept. 420-427.

Arcavi, A. (2003). A role of visual representations in the learning of mathematics. Educational Studies in Mathematics, 52(3), 215-241.

Armstrong, B., E. 1995. Teaching patterns, relationships and multiplication as worthwhile mathematical tasks. Teaching Children Mathematics, 1, 446-450.

Baki, A. 2008. Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi. Harf Eğitim Yayıncılığı, Ankara.

Baki, A. ve Kartal, T., 2004. kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise oğrencilerinin cebir bilgilerinin karekterizasyonu. Türk Eğitim Bilimleri Dergisi, 2, 1, 27-46.

Balyta, P., 1999. The effects of using motion detector techonology to develop conceptual understanding of functions through dynamic representation in grade 6 students. A Thesis in the department of mathematics and statistics, presented in partial fulfilment of the requirements for the degree of master in the teaching of mathematics at Concordia University, Montreal, Quebec, Kanada.

Battista, M., T., 1995. Considerations for developing a first course in algebraic thinking. Unpublished Manuscript, Kent State University, Kent, OH.

Bayar, H. (2007). '1.dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusundaki öğrenci hatalarının analizi. Yüksek lisans tezi. Balıkesir Üniversitesi, Fen Bilimler Enstitüsü

Baykul, Y. (1999). İlköğretimde matematik öğretimi. Öğretmen El Kitabı: Modül 6, Ankara: Milli Eğitim Yayınları.

Bernardo, A. & Okagaki, L. (1994). Roles of symbolic knowledge and problem-information context in solving word problems. Journal of educational psychology, 86, 212-220.

Bednarz, N., 2001. A problem solving approach to algebra: accounting for reasonings and notations developed by students. In H. Chick, K. Stacey, J. Vincent, J. Vincent (Eds) Proceedings of the 12th ICMI Study Conference: The Future of the Teaching and Learning of Algebra,1, 69-78. The University of Melbourne.

Bell, A., 1996. Problem solving approaches to algebra: two aspects. In N. Bernardz, C. Kieran & L. Lee (Eds.), Approaches to Algebra. Perspectives to Research and Teaching, 167-187. Dordretch, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Bills, L. & Wilson, K. (2010). Cebirsel düşünce ile aritmetik arasında bağlar kurmak. Research into Maths Education Journal, 7: 1, 67 — 81

Bodner, G. M., 1990. Why good teaching fails and hard-working students don't always succeed. Spectrum, 28, 1, 27-32.

Booth, L. (1984). Algebra: children's strategies and errors. Windsor, UK, NFER-Nelson.

Booth, L. (1988). Children's difficulties in beginning algebra. In A. F. Coxford (Eds.). The Ideas of Algebra, K-12 (pp. 20–32). Reston, VA: NCTM.

Borko, H., Frykholm, J., Pittman, M., Eiteljorg, E., Nelson, M., Jacobs, J., Koellner Clark, K. & Schneider,C. (2005). Preparing teachers to foster algebraic thinking. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, Vol. 37 (1), 43-52.

Boulton-Lewis, G., M., Cooper, T., J., Athew, B., Pillay, H., Wilss, L. ve Mutch, S., (1997). The transition from arithmetic to algebra: a cognitive perspective. International Group for the Psychology of Mathematics Education, 21, 2,185-192.

Boyer, C. ve Merzbach, U.,(1991). A history of mathematics. New York, NY: John Wiley.

Bruner, J. (1966). Towards a theory of instruction. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Bulut, S. (2004). İlkögretim programı yeni yaklaşımlar. Matematik (1-5 sınıf)", Milli Eğitim.

Cai, J., Lew, H.C., Morris, A., Moyer, J.C., Fong, S. & Schmittau, J. (2005). The development of students' algebraic thinking in earlier grades: a cross- cultural comparative perspective. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, Vol. 37 (1), 5-15.

Carpenter, T., P. ve Levi, L. Developing conceptions of algebraic reasoning in the primary grades. Research Report Madison, WI: National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science. www.wcer.wisc.edu/ncisla /publications/index.html, 11 Aralık 2008.

Carraher, D., Schliemann, A. ve Brizuela, B. (1999). Bringing out the algebraic character of arithmetic. Paper presented at the ERA Meeting. Montreal, Canada.

Choike, J. (2000). Teaching strategies for algebra for all. Mathematics Teacher. 93(7), 556-560.

Cooper, T. J., Boulton-Lewis, G., Athew, B., Willss, L. & Mutch, S. (1997). The transition arithmetic to algebra: initial understandings of equals, operations and variable. International Group for the Psychology of Mathematics Education, 21(2), 89-96.

Çıkla, O.A.(2008). İki kare farkı. (Slavit, D. (1998)) çalışmasından derleme.

Da Rocha Falcao, J.T., Brito Lima, A.P., Araújo, C.R., Lins Lessa, M.M., & Osório, M.O. (2000). A didactic sequence for the introduction of algebraic activitiy in early elementary school. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) Proceedings of the XXIV Conference of the International group for the Psychology of Mathematics Education. Hiroshima, Japan, Vol. 2, 209-216.

Davidenko, S. (1997). Building the concept of function from students' everday activities. The Mathematics Teacher. February, 90 (2), 144-149.

Dede, Y., Yalın, H. İ. ve Argün, Z. (2002). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğrenimindeki hataları ve kavram yanılgıları. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, 16-18 Eylül, ODTÜ. Ankara.

Dede, Y. ve Argün, Z. (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir?. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi 24, 180-185.

Dede, Y. (2005). I. dereceden denklemlerin yorumlanması: eğitim fakültesi 1. sınıf öğrencileri üzerine bir çalışma. C.Ü. Sosyal Bilimler Dergisi, 29(2), 197- 205.

Dede, Y. & Peker, M. (2007). Öğrencilerin cebire yönelik hata ve yanlış anlamaları: matematik öğretmen adayları'nın bunları tahmin becerileri ve çözüm önerileri. İlköğretim Online, 6(1), 35-49. VA: NCTM.

Demana, F. ve Leitzel, J., 1988. Establishing fundamental concepts through numerical problem solving. In A.F. Coxford(Ed.), The ideas of algebra, K-12,61-68, Reston,

Driscoll, M. (1999). Fostering algebraic thinking: a guide for teachers grades 6. Portsmouth: Heinemann.

Duatepe, A. (2008). Ortaokulda matematik eğitimi. (Chappell M.F., Strutchens M.E. (Ekim 2001)) çalışmasından derleme.

EARGED. (1996). İlköğretim (5+3) matematik programı. Değ. raporu: Ankara.

English, L. & Warren, E.(1998). Introducing the variable through pattern exploration. The Mathematics Teacher, cilt:2, sayı:91, ss.166-170.

English, L., D. ve Halford, G., S., 1995. Mathematics education: models and processes. Mahwah, NJ: Erlbaum.

Erbaş, A.K, Ersoy,Y.(2002). Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin eşitliklerin çözümündeki başarıları ve olası kavram yanılgıları. UFBMEK-5 Bildiri Kitabı.

Ergöz, N.(2000). Aritmetikten cebire kademeli geçişi vurgulayan eğitimin etkileri. Yüksek Lisans Tezi, Boğaziçi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Ersoy, Y. 1997. Okullardaki matematik eğitimi: matematikte okur-yazarlık. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, sayı:13, ss. 107-112.

Ersoy, Y. & Erbaş, K. (2005). Kassel projesi cebir testinde bir grup türk öğrencinin genel başarısı ve öğrenme güçlükleri. İlköğretim Online, 4(1), 18-39.

Edwards, T.G. (2000). 'Some Big Ideas Of Algebra In The Middle Grades'. Mathematics Teaching in The Middle School. September, 6(1), 29-35.

Ersoy, Y. ve Erbaş, K. (1998). İlköğretim okullarında cebir öğretimi: öğrenmede güçlükler ve öğrenci başarıları. Cumhuriyetin 75. Yılında İlköğretim, I. Ulusal Sempozyumu, 27-28 Kasım. Ankara.

Ersoy, Y. ve Erbaş, K.. (2000). Cebir öğretiminde öğrencilerin güçlükleri, yanlışlarla ilgili öğretmen görüşleri. IV. Ulusal Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi, 6-8 Eylül, Hacettepe Ün. Ankara.

Ersoy, Y. ve Erbaş, K (2002). Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin eşitliklerin çözümündeki başarıları ve olası kavram yanılgıları. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, 16-18 Eylül, ODTÜ. Ankara.

Falkner, K., Levi, L. & Carpenter, T. (1999). Children's understanding of equality: a foundation for algebra'. Teaching Children Mathematics, December, 232-236.

Filloy, E. & Rojano, T. (1989). Solving equations: the transition from arithmetic to algebra. For the Learning of Mathematics, 9,(2) June, 19-25.

Gallardo, S. ve Rojano, T., 1987. Common difficulties in the learning of algebra by children displaying low and medium pre-algebraic proficiency levels. In L.Bergeron, N. Herscovics, & C. Kieran (Eds.), Proceedings of the 11th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2, 301-307. Montreal, Canada: Program Committee.

Garofalo, J., Sharp, B., (2003). Teaching fractions using simulated sharing activity. Learning And Learning With Technology'. 30, 41, 36-39.

Graham, A.ve Thomas, J. (2000). 'Building Versatile Understanding Of Algebraic Variables With A Graphic Calculator'. Educational Studies in Mathematics 41, 265-282.

Gray, E.ve Tall, D.(1994). Duality, ambiguity and flexibility: a proceptual view of simple arithmetic. Journal For Research in Mathematics Education, 26(2), 115-141.

Greenes, C. ve Findell, C., 1998. Algebra puzzles and problems (grade 7), Mountain View, CA: Creative Publications.

Goldenberg, E.P., Cuoco, A.A. ve Mark, J. (1998). A role for geometry in general education. In Filloy, E.ve Rojana, T. (1989). Solving equations: The transition from arithmetic to algebra. For The Learning Of Mathematics, 9(2), 19 - 25.

Göker, L., 1997. Matematik Tarihi ve Türk-İslam Matematikçilerinin Yeri, Milli Eğitim Basımevi, İstanbul.

Gürbüz, R., Akkan, Y. (2008). Farklı öğrenim seviyesindeki öğrencilerin aritmetikten cebire geçiş düzeylerinin karşılaştırılması: denklem örneği. Eğitim ve Bilim, 2008, Cilt 33, Sayı 148.

Hallagan, J.E. (2004). A Teacher's model of students' algebraic thinking about equivalent expressions. Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol 3, pp 1–8.

Hart, K.(Ed.). (1981). Algebra. children's understanding mathematics: 11-16. London: Dietmar Küchemann.

Hart, Brown, Küchemann, Kerslake, Ruddock, Mc Cartney .1998. Concepts in secondary mathematics and science.

Harvey, J. G., Waits, B. K., and Demana, F. D., 1995. The influence of technology on the teaching andlearning of algebra. Journal of Mathematical Behavior, 14(1), 75-109.

Haspekian, M., 2003. Between arithmetic and algebra: a space for the spreadsheet? contribution to an instrumental approach. tools and technologies in mathematical didactics. Proceedings of the 3rd Conference of the European Society for Research in Mathematics Education, CERME3, Bellaria , Italy, 27 Feb - 2 Mar,

Hawker,S. & Cowley,C.(Eds).(1997). Oxford dictionary and thesaurus. Oxford University Press

Herbert, K., & Brown, R. (1997). Patterns as tools for algebraic reasoning. Teaching Children Mathematics, 3, 340-344.

Herscovics, N. ve Linchevski, L. (1994). Cognitive Gap between arithmetic and algebra. Educational Studies in Mathematics 27, 59 - 78.

Hewitt, D. (1998). Approaching aritmetics algebraically. Mathematical Teacher, sayı:169, ss. 19-29.

Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1982). Piagetian tasks as readiness measures in mathematics instruction: A critical review. Educational Studies in Mathematics, 13, 329-345.

Hiling, T. (1976). Elementery algebra and elementary mistakes. Mathematics Teaching, cilt:88, ss. 20-22.

Hirsch, C. ve Lappan, G. (1989). Transition to high school mathematics. Mathematics Teacher 82, November, 614-618.

Kaput, J., (1998). Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by "algebrafying" the k-12 curriculum, in nctm, the nature and role of algebra in the k-14 curriculum. Washington, DC: National Academy Press.

Karaçay, T.(1985). Orta öğretim kurumlarında matematik öğretimi ve sorunları, Türk Eğitim Derneği.

Katz, V. J. (1997). Algebra and its Teaching: An historical survey. Journal of Mathematical Behavior, 16(1), 25-38.

Kieran, C., (1981). 'Concepts associated with the equality symbol. Educational Studies in Mathematics, vol.12.

Kieran, C., (1985). The Equation-solving errors of novices and intermediate algebra students. Proceedings: IX International Conference Psychology of Mathematics Education. Montreal, Canada.

Kieran, C., (1989). The early learning of algebra: a structural perspective. In S. Wagner & C. Kieran (Eds.) Research Issues in the Learning and Teaching of Algebra, vol. 4. Reston, VA, NCTM/Erlbaum, pp. 33-56.

Kieran, C., (1990). Cognitive processes involved in learning school algebra. In P. Nesher & J. Kilpatrick (Eds.), Mathematics and Cognition, 96-112. Cambridge: Cambridge University Press.

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D.A. Grouws (Eds.). Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (pp. 390-419). New York: Macmillan.

Kieran, C. (1992). Handbook of research on mathematics teaching and learning. New York: Macmillan.

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. handbook of research on mathematics teaching and learning. Macmillan Library Reference, New York, 390-419. Grouws,

Kieran, C. (1996). The changing face of school algebra. 7th International Congress On Mathematical Education.

Kieran, C. & Chaloug, L. (1993). Prealgebra: the transitions from arithmetic to algebra. In D.T. Owens (Eds.). Research İdeas for the Classroom: Middle Grades Mathematics, (pp 179-198) .New York: Macmillan.

Kindt, M., (2000). Patterns and symbols, In National Center for Research in Mathematical Science Education and Freudenthal Institute (Eds), Mathematics in Context, a connected Curriculum for grades 5-8. Chicago: Encyclopedia Brittanica Educational Corporation.

Kitt, N. & Leitze, R. (1992). 'Using homemade algebra tiles to develop algebra and prealgebra concepts. Mathematics Teacher, 93(6), 462-466, 520.

Kriegler, S. Just what is algebraic thinking?. http://www.math.ucla.edu/%7Ekriegler/pub/ algebrat.html. 10 Temmuz 2008.

Lacampagne, C., Blair, W. ve Kaput, J. (Ed.). (1995). Conceptual framework for the algebra initiative of the national instutute on student achievement, curriculun and assesment. The algebra initiative colloquium. 2, 237-242: C. Lacampagne.

Lannin, J.K. (2005). Generalization and justification: the challenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. Mathematical Thinking and Learning, 7(3), 231–258.

Lee, L. (Ed.). (1995). What is algebra?.<http://www.simcalc. umassd.edu/NewWeb site/ EAdownloads/ Lee.pdf.> ;10.09.2009.

Lee, L. (Ed.). (1996). An initiation into algebraic culture through generalization activities:approaches to algebra. Kluwer Academic Pub., Netherlands, 87- 106. N. Bernardz.

Linchevski, L. & Herscovics, N. (1996). Crossing the cognitive gap between arithmetic and algebra: operating on the unknown in the context of equations. Educational Studies in Mathematics, 30, 38–65.

Livneh, D. ve Kinchevski, L. (1999). Structure sense: the relationship between algebraic and numerical contexts. Educational Studies in Mathematics. 40:173-196.

Lodholz, R., D.,(1993). The Transition from arithmetic to algebra. E.L. Edwards (Ed.), Algebra for everyone, 24-33. Reston, VA: NCTM.

Maccini, P. ve Hughes, C. (2000). Effects of a problem solving strategy on the introductory algebra performance of secondary students with learning disabilities. Learning Disabilities Research & Practice,. 15(1), 10-21.

MacGregor, M. ve Stacey, K. (1997a). Students' understanding of algebraic notation. 11-15. Educational Studies in Mathematics 33: 1-19.

MacGregor, M. ve Stacey, K. (1997). Ideas about symbolism that students bring to algebra. The Mathematics Teacher, 90 (2), 110 -113.

MacGregor, M. ve Stacey, K. (1999). A flying start to algebra. Teaching Children Mathematics, Vol:6,Iss:2, p.78-85.

Mac Lane, S; Birkhoff ,G. (1967). Algebra. American Mathematical Society.

Mankiewich, R. (2000). Matematiğin tarihi. (çev. Gökçen Ezber). İstanbul: Güncel Yayınevi.

Mason, J. (1996). 'Expressing generality and roots of algebra. In N. Bednarz, C. Kieran, & L. Lee (Eds.). Approaches to Algebra (pp.65-111). London: Kluwer Academic Publishers.

Mayer, R.W., (1989). Models for understanding. Review of Educational Research, 59(1), 43-64.

Mazur, E. 2008. Farewell, lecture?. Science Education, 323:50-51.

McNeil, N. M. & Alibali, M. W. (2005). Why won't you change your mind? knowledge of operational patterns hinders learning and performance on equations. *Child Development, 76*, 883-899.

MEB (2005). İlköğretim matematik dersi öğretim programı. Ankara.

MEB (2006). İlköğretim matematik dersi 6. sınıf öğretim programı. Ankara: Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı, Devlet Kitapları Müdürlüğü.

Navarra ,G. & Malara, N. (2003). An Early Algebra Glossary and its role in teacher Education

NCTM. (1989). Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston, VA: NCTM.

NCTM. (1991). Professional standards for teaching mathematics. Reston, VA: NCTM.

NCTM. (2000). Principles And Standards For School Mathematics', Reston,VA:NCTM.

Ohlsson, S.,(1993). Abstract schemas, Educational Psychologist, 28, 1, 51-66.

Olkun S. ve Toluk, Z., (2003). İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi. Anı Yayıncılık, Ankara.

Olkun, S. (2004). When does the volume formula make sense to students. Hacettepe University Journal of Faculty of Education, 25, 160–165.

Özarslan, P. (2010). İlköğretim 7. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Sözel Problemleri Denklem Kurma Yoluyla Çözme Becerilerinin İncelenmesi'. Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Özdas, A. (1996). Yeni ilköğretim matematik dersi (1.-5. sınıflar) ögretim programının öğretmen görüşlerine dayalı olarak değerlendirilmesi. Yeni İlköğretim Programları Değerlendirme Sempozyumu, 14-16 Kasım, Erciyes Üniversitesi Sabancı Kültür Sitesi, Kayseri, 239.

Perkins, D.N.& Unger, Chr. (1999). Teaching and learning for understanding. In C.M. Reigeluth (Ed.), Instructional desing theories and models. Vol II. A new Paradingm of İnstructional theory. Mahwah, NJ:Erlbaum.

Philipp, R. A. 1992. The many uses of algebraic variables. The Mathematics Teacher, 85(7), 557-561.

R. Lehrer & D. Chazan (Eds.) Designing learning environments for developing understanding of geometry and space. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates,3-44.

Redden, E. ve Pegg, J. (1990). Procedures for and experiences in introducing algebra in new south wales. Mathematics Teacher. May, 386-391.

Rosnick, P. (1981). Some misconceptions concerning the concept of variable. Mathematics Teacher. September 418- 420, 451.

Sasman, M.; Linchevski, L.ve Olivier, A. (1999). The influence of different representations on children's generalisation thinking processes. Proceedings Of The Seventh Annual Conference Of The Southern African Association For Research in Mathematics and Science Education, Harrare, Zimbabwe, 406-415.

Schappelle, B. ve Philipp, R. (1999). Algebra as generalized arithmetic: starting with the known for a change. The Mathematics Teacher. 92 (4), 310-316.

Schmittau, J. (2005). The development of algebraic thinking a vygotskian Perspective. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, Vol. 37 (1).

Schoenfeld, A. H., ve Arcavi. A. (1988). 'On The Meaning Of Variable', Mathematics Teacher 81 (Sept.):420–427.

Schoenfeld, A. H. (1995). Report of working group 1. in lacampagne. C.B. (1995). The Algebra Initiative Colloquium (Vol. 2, pp. 11–18). Washington, DC: U.S. DOE, OERI.

Sfard, A. & Linchevsky, L. (1984). The gains and the pitfalls of reification:the case of algebra. Educational Studies in Mathematics. 26, 191-228.

Sfard, A. (1987). Two conceptions of mathematical notions: operational and structural'. Proceedings of the Eleventh International Conference for the Psychology of Mathematics Education (pp. 162-169), Montreal

Sfard, A. (1995). The development of algebra. Journal of Mathematical Behavior, 14, 15-39.

Sharma, M. (1987). How to take a child from concrete to abstract. Math Note book, 5, 8-10

Sharp, J., Adams, B. (2002). Children's contructions of knowledge for fraction division after solving realistic problems. The Journal of Educational Research. Washington, D.C., 333-347.

Sierpinska, A. (1994). On one persistent mistake in linear algebra. The Proceedings PME 18, Vol.2, 65-72. Lisbon.

Silver, E.A. (1997). Increasing students' assess to algebraic ideas. Mathematics Teaching in the Middle School, cilt:2, sayı:4. ss. 204-207.

Slavit, D.(1999). The role of operation sense in transition from arithmetic to algebraic thought. Educational Studies in Mathematics 37, 251-274.

Soro, R. & Pehkonen, E. (1998). Kassel-raportti. Osa 1. Peruskoulun oppilaiden matemaattiset taidot kansainvälisessä vertailussa/ Pupils' mathematical skills at a compulsory school on an international comarison. Helsingin yliopiston opettajakoulutuslaitos. Tutkimuksia 197

Soylu, Y. (2006). Cebir öğretim ilkeleri. H.Ü. Eğitim Fakültesi Dergisi (H.U. Journal of Education). 30 (2006) 211-219 213.

Stacey, K. ve MacGregor, M., (1997). Building foundations for algebra, Mathematics in the Middle School, 2, 253 – 260.

Stallings, L. (2000). A brief history of algebraic notation. School Science And Mathematics, 100 (5), 230- 235.

Steinberg, R., Sleeman, D. & Ktorza, D. (1990). Algebra students knowledge of equivalence of equations. Journal for Research in Mathematics Education, 22(2), 112-121.

Steele, D. & Johanning D.I. (2004). A schematic–theoretic view of problem solving and development of algebraic thinking. Educational Studies in Mathematics 57, 65–90.

Sutherland, R. & Rojana, T. (1993). A spreadsheet approach to solving algebra problems. Journal of Mathematical Behaviour, 12(4), 351-383.

Suydam, M., & Higgins, J. (1977). Activity-based learning in elementary school mathematics: Recommendations from research.

Swadener, M. & Soedjadi, R. (1988). Values, mathematics education and the task of developing pupils' personalities: an indonesian perspective. Educational Studies in Mathematics, 19(2), 193-208.

Tabach, M., and Friedlander, A. (2003). The role of context in learning beginnig algebra. Proceedings of the Third Conference of theEuropean Society for Research in Mathematics Education 28 February - 3 March 2003, Bellaria, Italia.

Tall, D.O. and Vinner S., (1981). Concept image and concept definition in mathematics, with special reference to limits and continuity. Educational Studies in Mathematics, 12, 151–169.

Tall, D. (1992). The transition to advanced mathematical thinking: functions, limits, infinity and proof. 495-514, Edt. D. Grouws, Handbook of Research on

Mathematics Teaching and Learning. Macmillan Publishing Company, Newyork.

Tytler, R. (2003). A window for a purpose: developing a framework for describing effective science teaching and learning. Research in Science Education, 33, 273-298.

Umay, A., (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 24, 234-243.

Ursini, S ve Trigerous, M. (2001). A model for the uses of variable in elementary algebra'. Proceedings of the XXV PME International Conference. Utrecht, Neatherlands. 4, 327-334.

Usiskin, Z.(1987). Why elementary algebra can, should and must be an eighth-grade course for average students. Mathematics Teacher. September, 428-438.

Usiskin, Z.((1988). Conceptions of school algebra and uses of variables. In B. Moses (Eds.). Algebraic Thinking Grades K-12 (pp. 7-14). Reston, VA: NCTM.

Usiskin, Z.((1997). Doing algebra in grades k-4. In B. Moses (Eds.), Algebraic Thinking, Grades K-12 (pp. 5-7). Reston, VA: NCTM.

Van Amerom, B., A. (2002). Reinvention of early algebra: developmental research on the transition from arithmetic to algebra. Unpublished doctoral dissertation, University of Utrecht, The Netherlands.

Vance, J. (1998). Number operations from on algebraic perspective. Teaching Children Mathemetics, 4, 282-285.

Vergnaud, G. (1988). Long terme et court terme dans l'apprentissage de l'algebre. In C. Laborde (Ed.) Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathematiques et de l'informatique. Paris, La Pense Sauvage, pp. 189-199.

Yenilmez, K. & Tekke, M. (2008). Yenilenen matematik programının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine etkisi. İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi Cilt: 9 Sayı: 15. s:229–246

Yenilmez, K & Avcu, T. (2009). 6. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki başarı düzeyleri. Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi. Cilt 10, Sayı 2, Sayfa 37-45.

Wagner, S. (Ed.). (1981a). An analytical framework for mathematical variables. In Proceedings of The Fift Conference By Of The Psychology of Mathematics Education. Grenoble, France. 165-170. C.

Wagner, S. (Ed.). (1981b). Conservation of equation and function under transformations of variable. Journal For Research in Mathematics Education. 12(2), 107-118.

Wagner, S. (Ed.). (1983). What are these things called variables?. Mathematics Teacher. October, 474 – 478

Wijers, M, (1995). Using real world contexts to make variables and formulas Meaningful. Paper Presented at Aera in San Francisco, 18.

Williams, S.(1997). Algebra: what students can learn. the nature and algebra in the k-14 curriculum. Proceedings of a National Symposium, Washington, DC,May 27-28.

Witzel, B., S., Mercer, C., D. ve Miller, M., D., (2003). Teaching algebra to students with learning difficulties: an investigation of an explicit instruction model, learning disabilities. Research & Practice, 18, 2, 121-131.

Zaskis, R ve Lıljedahl, P. (2002) Generalization of patterns: the tension between algebraic thinking and algebraic notation. Educational Studies in Mathematics, sayı:49,ss.379-402.

Zeka küpü yayınları. SBS`ye hazırlık 7. sınıflar için matematik soru bankası (s.360, 362,364, 369)

http://www.wcer.wisc.edu/ncisla/publications/index.html.Erişim Tarihi: 16.09.2009

http://cstl.syr.edu/fipse/algebra/unit1/algebra.htm. Erişim Tarihi: 08.11.2009

http://tr.wikipedia.org/wiki/Aritmetik. Aritmetik. Erişim Tarihi: 20.01.2009

http://www.netmatematik.com/matematikvetarihi/sayfa7.html. Matematik Tarihi.

Erişim Tarihi: 03.02. 2009

ÖZGEÇMİŞ

1.1 Adı-Soyadı : Zehra Toprak

1.2 Doğum Yeri ve Tarihi : Merkez / Zonguldak-10.01.1986

1.3 Medeni Hali: : Evli

1.4 Eğitimi: :

2004- Adıyaman Üniversitesi, Eğitim Fakültesi Matematik Öğretmenliği Bölümü, Adıyaman

2000- Sema Yazar Anadolu Lisesi, Kayseri.

1.5 Bildiği Yabancı Diller:

*İngilizce (İyi Derecede)

1.6. Çalıştığı Kurumlar:

2009-2010- Matematik Öğretmeni, Mustafa Nevzat Tuncel İ.İ.Ö, Nizip/ Gaziantep.

2010-......- Matematik Öğretmeni, Dr. Cemil Karslıgil İ.İ.Ö, Gaziantep.

EKLER

Ek 1- Çalışma Kağıtları

1- Eşleştir Bakalım

Aşağıdaki problemlerin çözümü olan denklemleri bularak problemlerin başındaki kutuya harfleri yerleştiriniz.

	3 sayıdan 1.si 2.den 4 fazla, 2. sayı 3. sayının 2 katıdır. Sayıların toplamı 34 ise 3. sayı kaçtır?
	Bir şirkette çalışan memurların sayısı işçilerden 4 fazla, temizlik görevlilerinin sayısı da memurlardan 2 fazladır. Bu şirkette toplam 34 kişi çalıştığına göre kaç işçi vardır?
	Bir çiftlikte atların sayısı ineklerin sayısının 2 katıdır. Öküzlerin sayısı atların sayısından 4 fazladır. Bu çiftlikte toplam 34 hayvan olduğuna göre kaç inek vardır?
	Bir yardım kutusuna sınıftaki öğrencilerden bazıları 2'şer bazıları 4'er TL yardımda bulunmuşlardır. Sınıfta toplam 13 öğrenci vardır. Yardım kutusunda toplam 34 TL olduğuna göre kaç öğrenci 4 TL yardımda bulunmuştur?
	İnek ve tavuklardan oluşan bir ahırda 13 hayvan bulunmaktadır. Hayvanların ayak sayıları toplamı 34 olduğuna göre ahırda kaç tavuk vardır?
	Hangi sayının 13 eksiğinin 4 katının 2 fazlası 34 eder?
	Ali'nin ve Veli'nin toplam 34 kalemi vardır. Ali'nin kalemlerinin sayısı Veli'nin kalemlerinin sayısının 4 fazlasının 2 katının 13 eksiği ise Veli'nin kaç kalemi vardır?

a) $x+4+x+x+2=34$

b) $2x+4+2x+x=34$

c) $4(x-13)+2x=34$

d) $x+4+x+x+6=34$

e) $4(x-13)+2=34$

f) $2x+x+2x+4=34$

g) $2\,(13-x)+4=34$

h) $2(x+4)-13+x=34$

i) $2(x-4)+13+x=34$

j) $4(13-x)+2x=34$

2- Kazanım: **Denklem kurarak sayı problemlerini çözer.**

2 Kişilik ve 3 kişilik odaların bulunduğu bir otelde 60 tane oda vardır.

Otelin toplam yatak kapasitesi 160 olduğuna göre, 2 kişilik kaç oda vardır?

2 kişilik oda + 3 kişilik oda= 60

2 kişilik odalara x tane dersek 3 kişilik odalar 60-x tane olur.

Otelin toplam kapasitesi: 2(2 kişilik oda sayısı) + 3(3 kişilik oda sayısı)= 160

$2x+3(60-x)=160$

$2x+180-3x= 160$

$180-x= 160$

$X= 20$

---

50 YKr ve 10 YKr'lik madeni paraların bulunduğu kumbarada toplam 40 tane madeni para vardır. **Madeni paraların tutarı 8YTL olduğuna göre, kumbarada kaç tane madeni 50 YKr vardır?**

Tavuk ve koyunların bulunduğu çiftlikte toplam 80 tane hayvan vardır. **Hayvanların ayak sayılarının toplamı 250 olduğuna göre, kaç tane tavuk vardır?**

Bir torbaya bazı öğrenciler 2'şer, bazıları ise 3'er top koyuyor. Torbada toplam 60 top birikmiştir. **Sınıfta 25 öğrenci olduğuna göre, kaç öğrenci torbaya 3 top bırakmıştır?**

Yardım kampanyasına katılan bir grup öğrenciden bazıları 2 YTL, bazıları ise 3 YTL yardımda bulunuyor. **40 kişinin bulunduğu bu öğrenci grubundan toplam olarak 110 YTL para toplandığına göre, kaç kişi 3 YTL yardımda bulunmuştur?**

<u>3- Kazanım:</u> Denklem kurarak sayı problemlerini çözer

Ardışık 4 tam sayının toplamı 50 ise, en küçük sayı kaçtır?	**Ardışık 3 tek sayıdan en küçüğü ile en büyüğünün toplamı ortancadan 9 fazla ise, en küçük sayı kaçtır?** ....
Ardışık 3 çift sayının toplamı 48 ise, en küçük sayı kaçtır?	**Ardışık 4 doğal sayının toplamı en büyüğünün 3 katından 7 fazla ise, en küçük sayı kaçtır?** ....
Ardışık 4 tek tam sayının toplamı 64 ise, en büyük sayı kaçtır?	**Ardışık 5 çift tam sayının toplamı 70 ise, ortanca sayı kaçtır?** ....

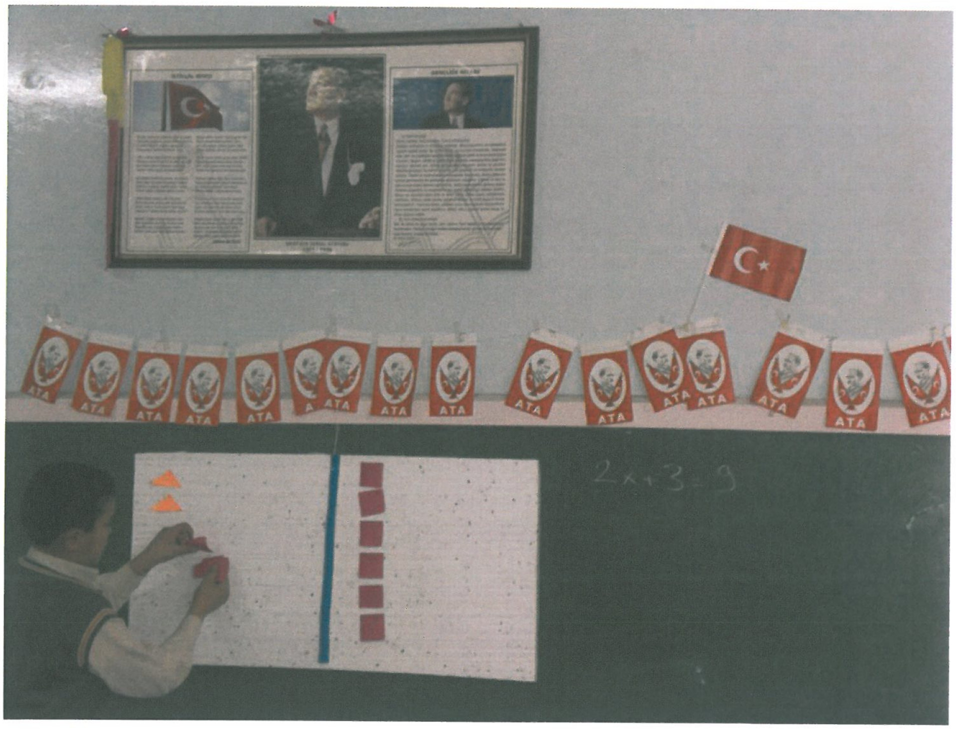
<u>4- Kazanım:</u> Denklem kurarak yaş problemlerini çözer

Bir baba 48, kızı 14 yaşındadır. **Kaç yıl sonra babanın yaşı, kızının yaşının 3 katı olur?**	**55 ve 35 yaşlarındaki iki kişiden, büyük olan kaç yıl önce küçük olanın yaşının 2 katı yaşında idi?** ....
Bir baba 40 yaşında iken, kızı 12 yaşındadır. **Kaç yıl sonra, yaşları oranı $\frac{3}{5}$ olur?**	Bir çocuk 14 yaşında, kardeşi ise 9 yaşındadır. **Kaç yıl sonra büyüğünün yaşı küçüğünün yaşının $\frac{7}{6}$ sı olur?** ....
Babasının yaşı Aslı'nın yaşının 4 fazlasının 5 katına eşittir. Babası, Aslı'dan 60 yaş büyük olduğuna göre, **Aslı ve babasının yaşları toplamı kaçtır?**	Hasan'ın yaşı Hüseyin'in yaşının 3 katının 2 eksiğine eşittir. Yaşları toplamı 58 olduğuna göre, **Hasan'ın yaşının Hüseyin'in yaşına oranı kaçtır?** ....

5- Kazanım: **Çeşitli denklemleri çözer.**

$-x=42-7x$	$3x-(x+2) = -2$
$-2x-3=-x-1$	$5(x+1)-(x+1)=0$
$-3(x-1)=-x$	$3x-1=0$
$x+\dfrac{1}{x}=\dfrac{3}{2}$	$2x+4=0$
$\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{4}$	$x=\dfrac{2-x}{3}$
$-x+\dfrac{x}{2}=2$	$3(x-2)=x$

EK 2- 1. Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler Konusunda Geliştirilen ve Kullanılan Somut Öğretim Nesnelerinin Öğrenme Ortamlarındaki Yansımaları



Ek 2'nin Devamı

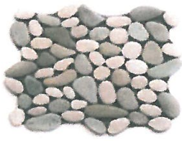
Ek 2'nin Devamı

Ek 2'nin Devamı

Ek 3- Ön-Test ve Son-Testte Kullanılan Cebir Testi

7. Sınıf Cebir Testi / Denklemler Süre:40 dk

SORU 1:



1. taş yığını   2. taş yığını

Soru 1: Birinci taş yığınındaki taşların sayısı ikinci taş yığınındaki taşların sayısından 39 fazladır. İki taş yığınında toplam 81 taş olduğuna göre yığınlarda kaçar taş vardır?

SORU 2:

Derya tanesi 4TL ve 3TL olan çikolatalardan 13 tane alarak 47 TL ödüyor. Buna göre, Derya'nın çikolatalarından kaç tanesini 4TL den aldığını bulunuz.

3 TL

4 TL

SORU 3:

Bir şirkette toplam 372 kişi çalışmaktadır. Bu şirketteki işçilerin sayısı memurların sayısının 4 katı ve memurların sayısı da yöneticilerin sayısından 18 fazladır. Buna göre şirkette çalışan her bir grupta kaçar kişi vardır.

SORU 4:

Bir çiftlikte inek, koyun ve atlardan oluşan 140 hayvan bulunmaktadır. Çiftliklerdeki koyunların sayısı ineklerin sayısının 2 katı, atların sayısı da koyunların sayısından 20 eksiktir. Çiftlikte 44 at olduğuna göre inek ve koyunların sayısı kaçtır?

SORU 5:

4+5=9

Yukarıdaki ifade de ok ile gösterilen sembol hangi anlama geliyor. Açıklayınız.

SORU 6:

Aşağıdaki işlemlerde boş bırakılan yerlere uygun sayıları yazınız.

48 + 24 = ... + 45 (Sağda bilinmeyenin olduğu durum)

49–25 = 31– .....

33 + 25 = 36 + ...

53 + ... = 58 + 76 (Solda bilinmeyenin olduğu durum)

..... + 27 = 25 + 24

99 – ..... = 90 – 59

SORU 7:

3.n + 1

Yukarıdaki ifadede ok ile gösterilen "n" sembolü neyi ifade ediyor? Açıklayınız.

SORU 8:
Dengede olan bir terazinin bir kefesinde her biri 4 kg olan küp şeklinde iki cisim, diğer kefesinde ise her biri 3 kg olan küre şeklinde iki cisim ile piramit şeklinde bir cisim vardır. Buna göre, piramit şeklindeki cisim kaç kilogramdır?

SORU 9:
Aşağıdaki denklemlerdeki bilinmeyenleri bulunuz.

i) a+7 = 12

ii) 2c = 14

iii) $4 = \frac{x}{3}$

iv) -5a-2 = 28

v) 36 = 3c-12

SORU 10:

Aşağıdaki denklemlerdeki bilinmeyenleri bulunuz.

- 2x+12 = x+18
- 5a-7 = 3a+1
- $\frac{x-10}{2} = 3x$