ADIYAMAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

KUVVETLİ λ-ZWEIER YAKINSAK DİZİ UZAYLARI

Yelda Fadile KARABABA

MATEMATİK ANABİLİM DALI

ADIYAMAN
2011

TEZ ONAYI

Yelda Fadile KARABABA tarafından hazırlanan " **KUVVETLİ λ-ZWEIER YAKINSAK DİZİ UZAYLARI "** adlı tez çalışması 14/01/2011 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından **oy birliği** ile Adıyaman Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Anabilim Dalı'nda YÜKSEK **LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Danışman: Doç.Dr. Ayhan ESİ

Jüri Üyeleri:

Başkan: Doç.Dr. Ayhan ESİ
Adıyaman Üniversitesi Matematik Bölümü

Üye: Yrd. Doç. Dr. Mehmet AÇIKGÖZ
Gaziantep Üniversitesi Matematik Bölümü

Üye: Yrd. Doç. Dr. Mustafa UÇKUN
Adıyaman Üniversitesi Matematik Bölümü

Yukarıdaki sonucu onaylarım

Prof.Dr. Vedia TOKER
Enstitüsü Müdürü

İÇİNDEKİLER

ÖZET

Y ksek Lisans Tezi

KUVVETLİ λ-ZWEIER YAKINSAK DİZİ UZAYLARI

Yelda Fadile KARABABA
Adıyaman Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstit s
Matematik Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Ayhan ESİ

Bu y ksek lisans tez çalışmasında Kuvvetli λ- Zweier yakınsak dizi uzayları ve S_Z^λ- istatistiksel yakınsak dizi uzayı tanımlanmış ve bu dizi uzaylarının sağladığı bazı zellikler incelenmiştir.

2011. sayfa (10)

Anahtar Kelimeler: λ- dizisi, Zweier uzayı, İstatistiksel yakınsaklık.

ABSTRACT

Master Thesis

ON SOME λ-ZWEIER CONVERGENT SEQUENCE SPACES

Yelda Fadile KARABABA

Adıyaman University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Mathematics

Supervisor: Assoc.Prof.Dr. Ayhan ESİ

In this thesis we introduce strong λ- zweier convergent sequence spaces and S_z^λ-statistical convergence and examine some properties of these sequence spacaes.

2011, pages (10)
Key Words: λ-sequence, Zweier space, Statistical convergence.

TEŞEKKÜR

Tez çalışmam boyunca yardımlarını benden esirgemeyen hocam sayın Doç. Dr. Ayhan ESİ' ye teşekkürlerimi sunmayı bir borç bilirim.

SİMGELER DİZİNİ

$\mathbb{N}$	Doğal sayılar cümlesi
$\mathbb{R}$	Reel sayılar cümlesi
$\mathbb{C}$	Kompleks sayılar cümlesi
ℓ_∞	Kompleks terimli sınırlı diziler uzayı
c	Kompleks terimli yakınsak diziler uzayı
c_0	Kompleks terimli sıfır diziler uzayı

1. GİRİŞ

TEMEL KAVRAMLAR

Bu bölümde 2.ve 3. bölümde kullanacağımız tanımlar verilecektir.

Tanım 1.1. Lineer Uzay: X boş olmayan bir cümle olsun. Eğer $X \times X \to X$ içine $+ : (x, y) \longmapsto (x + y)$ ile tanımlanan toplam operatörü ve $\mathbb{C} \times X \to X$ e $\cdot : (t, x) \longmapsto tx$ ile tanımlanan çarpım operatörü aşağıdaki özellikleri sağlıyorsa X cümlesine $\mathbb{C}$ cismi üzerinde bir lineer uzay denir:

a) Her $x, y \in X$ için $x + y = y + x$,

b) Her $x, y, z \in X$ için $x + (y + z) = (x + y) + z$,

c) X de $x + \theta = x$ olacak şekilde θ etkisiz (sıfır) eleman vardır,

d) Her $x \in X$ için $x + (-x) = \theta$ olacak biçimde bir $-x \in X$ vardır,

e) $1 \cdot x = x$,

f) Her $x, y \in X$ ve $t \in \mathbb{C}$ için $t(x + y) = tx + ty$,

g) Her $x \in X$ ve $t, r \in \mathbb{C}$ için $(t + r)x = tx + rx$,

h) Her $x \in X$ ve $t, r \in \mathbb{C}$ için $t(rx) = (tr)x$.

Tanım 1.2. Yarınorm: Bir X lineer uzayı üzerinde bir p yarınormu $p : X \longrightarrow R$,

a) $p(tx) = |t|\, p(x)$,

b) $p(x+y) \leq p(x)+p(y)$ özelliğine sahip, negatif olmayan reel değerli fonksiyondur. Çünkü (a) ve (b) ile

$$0 = p(0) \leq p(x) + p(-x) = 2p(x)$$

o halde $p(x) \geq 0$ dır.

Tanım 1.3. Lineer Topolojik Uzay: Bir lineer topolojik X uzayı toplama ve skaler ile çarpma işlemleri X de sürekli olacak şekilde T topolojisine göre lineer uzaydır.

Tanım 1.4. Normlu Uzay: X, K cismi üzerinde bir lineer uzay olsun. X den R içine olan ve aşağıdaki özellikleri sağlayan $x \longrightarrow \|x\|$ fonksiyonuna bir norm, $(X, \|\cdot\|)$ ikilisine de bir normlu uzay denir.

a) $\|x\| = 0 \Longleftrightarrow x = \theta$,

b) Her $x \in X$ ve $\alpha \in K$ için $\|\alpha x\| = |\alpha|\, \|x\|$,

c) Her $x, y \in X$ için $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$.

Tanım 1.5. Banach Uzayı: Bir Banach Uzayı bir tam normlu X lineer uzayıdır. Tamlık $\|x_m - x_n\| \longrightarrow 0$ $(n, m \longrightarrow \infty)$, $x_n \in X$ olması anlamındadır. Bu ise $\|x_n - x\| \longrightarrow 0$ $(n \longrightarrow \infty)$ olacak şekilde $x \in X$ in varlığıdır.

Bütün dizilerin uzayını S ile gösterelim. S uzayı $x = (x_n)$ ve $y = (y_n)$ olmak üzere $(x_n) + (y_n) = (x_n + y_n)$ ve $(tx_n) = t(x_n)$ tanımları altında lineer uzayıdır. ℓ_∞, c, c_0 dizi uzayları da bu şekilde tanımlı toplamsal ve skalerle çarpımsal koordinat işlemleri altında lineer uzaylardır. ℓ_∞, c, c_0 sırası ile sınırlı, yakınsak ve sıfır dizilerin uzayıdır ve $\|x\| = \sup_k |x_k|$ normu altında Banach uzayıdırlar.

Tanım 1.6. Lineer Dönüşüm: X, Y lineer uzaylar olsun. Bir $A : X \longrightarrow Y$ fonksiyonuna, her $x_1, x_2 \in X$ ve λ, μ skalerleri için

$$A(\lambda x_1 + \mu x_2) = \lambda A(x_1) + \mu A(x_2)$$

ise bir lineer dönüşüm denir.

Tanım 1.7. Bir Sınırlı Lineer Operatörün Normu: $A \in B(X, Y)$ olsun. A fonksiyonunun normu,

$$\|A\| = \sup_{x \neq 0} \frac{\|A(x)\|}{\|x\|}$$

ile tanımlanır.

Tanım 1.8. X lineer topolojik bir dizi uzayı olsun. X uzayına, her $i \in \mathbb{N}$ için $p_i : X \longrightarrow \mathbb{C}$ $\;p_i(x) = x_i$ koordinat dönüşümleri sürekli ise $K-$uzayı denir. Bir X $\;K-$uzayı tam metrik uzay ise $FK-$uzayı ve $FK-$uzayı normlu bir uzay ise $BK-$uzayı adını alır.

Tanım 1.9. Lineer İzomorfizm: Aynı cisim üzerinde tanımlanmış iki lineer uzay arasında ki birebir örten ve lineer olan dönüşüme bir izomorfizm denir. Bu iki lineer uzaya da lineer izomorfiktirler denir. Lineer izomorfik uzaylar cebirsel açıdan denk uzaylardır.

Tanım 1.10. Cesaro matrisi: Elemanları

$$a_{n,k} = \{ \begin{matrix} \frac{1}{n+1}, & 0 \leq k < n \\ 0, & k > n \end{matrix}$$

şeklinde tanımlanan $A = (a_{n,k})$ matrisine Cesaro matrisi denir. Cesaro matrisleri regüler matrislerdir.

Λ ile her $n \in \mathbb{N}$ için $\lambda_{n+1} \leq \lambda_n + 1$, $\lambda_1 = 1$ olacak şekildeki sonsuza giden bütün $\lambda = (\lambda_n)$ dizilerinin sınıfını gösterelim. *Leindler (1965)*, $\lambda = (\lambda_n)$ dizisi yardımıyla bir $x = (x_k)$ dizisinin genelleştirilmiş *de Vallee-Pousin* ortalamasını $I_n = [n - \lambda_n + 1, n]$ olmak üzere

$$t_n(x) = \frac{1}{\lambda_n} \sum_{k \in I_n} x_k$$

ile tanımlanmış ve $x = (x_k)$ dizisi bir ℓ sayısına (V, λ) toplanabilir olması için gerek ve yeter şartın

$$t_n(x) \longrightarrow \ell \ (n \to \infty)$$

olduğunu göstermiştir. Daha sonra kuvvetli (V, λ) toplanabilme aşağıdaki dizi uzaylarını tanımlamıştır.

$$\begin{aligned} [V, \lambda]^0 &= \{x = (x_k) : \lim_n \frac{1}{\lambda_n} \sum_{k \in I_n} |x_k| = 0\}, \\ [V, \lambda] &= \{x = (x_k) : \lim_n \frac{1}{\lambda_n} \sum_{k \in I_n} |x_k - \ell| = 0, \exists \ell \in \mathbb{C}\} \end{aligned}$$

ve

$$[V, \lambda]^\infty = \{x = (x_k) : \sup_n \frac{1}{\lambda_n} \sum_{k \in I_n} |x_k| < \infty\}.$$

$[V, \lambda]$ ve $[V, \lambda]^0$uzayları $\|x\|_{[V,\lambda]} = \sup_n \frac{1}{\lambda_n} \sum_{k \in I_n} |x_k|$ normu ile bir $BK-$uzayıdır. Her $n \in \mathbb{N}$ için $\lambda_n = n$ alınırsa, (V, λ) toplanabilme ve kuvvetli $[V, \lambda]$ toplanabilme $(C, 1)$ toplanabilme ve $[C, 1]$ toplanabilme kavramlarına indirgenir.

2. KUVVETLİ $\lambda-$ ZWEIER YAKINSAKLIK

Tez boyunca sık sık kullanacağımız $y = (y_k)$ dizisini $x = (x_k)$ dizisinin

$$y_k = \frac{1}{2}(x_k + x_{k-1}), k \in \mathbb{N} \tag{2.1}$$

olacak şekilde $Z-$dönüşümünü tanımlayalım.

$[V,\lambda]^0, [V,\lambda]$ ve $[V,\lambda]^\infty$ dizi uzaylarının $Z-$dönüşümü altında $[V,\lambda]_z^0, [V,\lambda]_z$ve $[V,\lambda]_z^\infty$ dizi uzaylarını tanımlayalım:

$$\begin{aligned}
[V,\lambda]_z^0 &= \{x = (x_k) : \lim_n \frac{1}{\lambda_n} \sum_{k \in I_n} \left| \frac{1}{2}(x_k + x_{k-1}) \right| = 0\}, \\
[V,\lambda]_z &= \{x = (x_k) : \lim_n \frac{1}{\lambda_n} \sum_{k \in I_n} \left| \frac{1}{2}(x_k + x_{k-1}) - \ell \right| = 0, \exists \ell \text{ için}\}, \\
[V,\lambda]_z^\infty &= \{x = (x_k) : \sup_n \frac{1}{\lambda_n} \sum_{k \in I_n} \left| \frac{1}{2}(x_k + x_{k-1}) \right| < \infty\}.
\end{aligned}$$

Teorem 2.1. $[V,\lambda]_z^0, [V,\lambda]_z$ve $[V,\lambda]_z^\infty$ dizi uzayları $\mathbb{C}$ kompleks cismi üzerinde birer lineer uzaylarıdır. Bu dizi uzayları ,

$$\|x\|_{[V,\lambda]_z^0} = \|x\|_{[V,\lambda]_z} = \|x\|_{[V,\lambda]_z^\infty} = \|Z_x\|_{[V,\lambda]} \tag{2.2}$$

normu ile aynı zamanda birer $BK-$uzaydır.

İspat 2.1. Uzayların lineer olduğu kolaylıkla görülebilir. $[V,\lambda]^0$ ve $[V,\lambda]$ dizi uzayları (2.2) tanımlanan norm sırası ile $BK-$ uzaylarıdır ve $Z = (z_{nk})_{n,k=0}^\infty$ matrisi normaldir yani her $n, k \in \mathbb{N}$ için $0 \leq k < n$ ise $z_{nk} \neq 0$ ve $k > n$ için $z_{nk} = 0$ dır. Dolayısıyla *Wilansky* [4] Teorem (4.3.2) den $[V,\lambda]_z^0, [V,\lambda]_z$ ve $[V,\lambda]_z^\infty$ dizi uzaylarının $BK-$uzayları olduğu görülür.

Teorem 2.2. $[V,\lambda]_z^0, [V,\lambda]_z$ve $[V,\lambda]_z^\infty$ dizi uzayları ile $[V,\lambda]^0, [V,\lambda]$ ve $[V,\lambda]^\infty$dizi uzayları lineer izomorfiktirler. Yani sırasıyla $[V,\lambda]^0 \cong [V,\lambda]_z^0$,
$[V,\lambda] \cong [V,\lambda]_z$ ve $[V,\lambda]^\infty \cong [V,\lambda]_z^\infty$ dır.

İspat 2.2. Biz sadece $[V,\lambda]^0 \cong [V,\lambda]_z^0$ durumunu düşüneceğiz. $[V,\lambda]^0$ve $[V,\lambda]_z^0$ uzayları arasında bir lineer bijection var olduğunu göstermeliyiz. (2.1) notasyonu ile dönüşümünün tanımını düşünelim,

$$\begin{aligned}
Z &: [V,\lambda]^0 \to [V,\lambda]_z^0 \\
x &\mapsto Z_x = y
\end{aligned}$$

Buradaki $y = (y_k)$, (2.1) de verilen dizidir. $Z-$dönüşümünün lineerliği açıktır. Ayrıca $x = 0$ iken $Z_x = 0$ ve buradan Z injectivdir. $y = (y_k) \in [V,\lambda]^0$ olsun ve $x = (x_k)$ dizisi

$$x_k = 2\sum_{i=0}^{k}(-1)^{i-k}y_i \ (i \in \mathbb{N})$$

şeklinde olsun . Böylece

$$\begin{aligned}
\|x\|_{[V,\lambda]_z^0} &= \frac{1}{\lambda_n}\sum_{k\in I_n}\left|\frac{1}{2}(2\sum_{i=0}^{k}(-1)^{i-k}y_i + 2\sum_{i=0}^{k-1}(-1)^{i-k+1}y_i)\right| \\
&= \frac{1}{\lambda_n}\sum_{k\in I_n}|y_k|
\end{aligned}$$

bulunur. Buradan $x = (x_k) \in [V,\lambda]_z^0$ elde ederiz. Ayrıca

$$\begin{aligned}
\|x\|_{[V,\lambda]_z^0} &= \sup_n \frac{1}{\lambda_n}\sum_{k\in I_n}\left|\frac{1}{2}(x_k + x_{k-1})\right| \\
&= \sup_n \frac{1}{\lambda_n}\sum_{k\in I_n}\left|\frac{1}{2}(2\sum_{i=0}^{k}(-1)^{i-k}y_i + 2\sum_{i=0}^{k-1}(-1)^{i-k+1}y_i)\right| \\
&= \sup_n \frac{1}{\lambda_n}\sum_{k\in I_n}|y_k| = \|y\|_{[V,\lambda]^0}
\end{aligned}$$

Buradan da $x = (x_k) \in [V,\lambda]_z^0$ olur. Dolayısıyla Z örtendir. Dolayısıyla Z lineer bijeksiyondır. Sonuç olarak $[V,\lambda]_z^0, [V,\lambda]$ve $[V,\lambda]_z^\infty$ dizi uzayları $[V,\lambda]^0, [V,\lambda]$ ve $[V,\lambda]^\infty$dizi uzaylarına lineer izomorfik olduğu görülür. Böylece ispat tamamlanmış olur.

$[V,\lambda]$ dizi uzayı ve

$$|\sigma_1| = \{x = (x_k) : \lim_n \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}|x_k - \ell| = 0, \exists\ell \text{ için}\}$$

tarafından tanımlanan toplamsal dizilerin kuvvetli Cesaro $|\sigma_1|$ dizi uzayları arasında bir ilişki vardır. Açıktır ki özel durumda her $n \in \mathbb{N}$ için $\lambda_n = n$, $[V,\lambda] = |\sigma_1|$

alabiliriz. Aynı zamanda şunu da söyleyebiliriz ki $[V,\lambda]_z$ ve $[w,\lambda]_z$ dizi uzaylarıda arasında kuvvetli bir ilişki vardır. Burada

$$[w,\lambda]_z = \{x = (x_k) : \lim_n \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \left| \frac{1}{2}(x_k + x_{k-1}) - \ell \right| = 0,\ \exists \ell \text{ için}\}$$

şeklinde tanımlanır. Özel durumda her $n \in \mathbb{N}$ için $\lambda_n = n$ ise $[V,\lambda]_z = [w,\lambda]_z$ alabiliriz.

3. λ-İSTATİSTİKSEL ZWEIER YAKINSAKLIK

Bu bölümde $S_z^\lambda-$istatistiksel yakınsaklık hakkında bilgi vereceğiz ve $[V,\lambda]_z$ dizi uzayı ile bağlantılı bazı ilişkilerini vereceğiz.

İstatistiksel yakınsaklık ile ilgili ilk çalışma *Fast (1951)* tarafından yapıldı ve çeşitli yazarlar da yine bu konu ile ilgili çalışmalar yapmıştır [*Connor(1988), Mursaleen(2000)*,.

Tanım 3.1. *Mursaleen(2000)* Eğer $\forall\varepsilon > 0$ için $\lim_n \frac{1}{\lambda_n} |\{k \in I_n : |x_k - \ell| \geq \varepsilon\}| = 0$ ise $x = (x_k)$ dizisi ℓ sayısı için $\lambda-$istatistiksel yakınsak olarak adlandırılır. Bu durumda $S^\lambda - \lim x = \ell$ veya $x_k - \ell\ (S^\lambda)$ ve $S^\lambda = \{x = (x_k) : \exists\ell$ için, $S^\lambda - \lim x = \ell\ \}$ yazabiliriz. Eğer her $n \in \mathbb{N}$ için $\lambda_n = n$ olması durumunda $\lambda-$istatistiksel yakınsak klasik yakınsaklığa indirgenir.

Tanım 3.2. Eğer her $\varepsilon > 0$ için $\lim_n \frac{1}{\lambda_n} \left|\{k \in I_n : \left|\frac{1}{2}(x_k + x_{k-1}) - \ell\right| \geq \varepsilon\}\right| = 0$ ise $x = (x_k)$ dizisi ℓ sayısı için $S_z^\lambda-$istatistiksel yakınsak olarak adlandıralım. Bu durumda $S_z^\lambda-\lim x = \ell$ veya $x_k-\ell\ \left(S_z^\lambda\right)$ ve $S_z^\lambda = \{\ x = (x_k) : \exists\ell$ için, $S_z^\lambda-\lim x = \ell\ \}$ yazalım. Eğer her $n \in \mathbb{N}$ için $\lambda_n = n$ olması durumunda S_z^λ yerine S_z yazalım.

Teorem 3.1. $\lambda = (\lambda_n) \in \Lambda$ olsun. O halde $[V,\lambda]_z \subset S_z^\lambda$ dır.

İspat 3.1. $x = (x_k) \in [V,\lambda]_z$ olsun. O halde,

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{\lambda_n}\sum_{k\in I_n}\left|\frac{1}{2}(x_k + x_{k-1}) - \ell\right| \\
=\ & \frac{1}{\lambda_n}\sum_{\substack{k\in I_n\\ \left|\frac{1}{2}(x_k+x_{k-1})-\ell\right|\geq\varepsilon}}\left|\frac{1}{2}(x_k + x_{k-1}) - \ell\right| + \frac{1}{\lambda_n}\sum_{\substack{k\in I_n\\ \left|\frac{1}{2}(x_k+x_{k-1})-\ell\right|<\varepsilon}}\left|\frac{1}{2}(x_k + x_{k-1}) - \ell\right| \\
\geq\ & \frac{1}{\lambda_n}\sum_{\substack{k\in I_n\\ \left|\frac{1}{2}(x_k+x_{k-1})-\ell\right|\geq\varepsilon}}\left|\frac{1}{2}(x_k + x_{k-1}) - \ell\right| \\
\geq\ & \frac{1}{\lambda_n}\sum_{k\in I_n}\varepsilon \geq \frac{\varepsilon}{\lambda_n}\left|\{k \in I_n : \left|\frac{1}{2}(x_k + x_{k-1}) - \ell\right| \geq \varepsilon\}\right|.
\end{aligned}$$

Bu eşitsizlikten $x_k \to \ell(S_z^\lambda)$ olduğunu elde ederiz. Böylece teorem ispatlanmış olur.

Teorem 3.2. $\lambda = (\lambda_n) \in \Lambda$ olsun. Eğer $x = (x_k) \in \ell_\infty \cap S_z^\lambda$ ise $(x_k) \in [V,\lambda]_z$ dır.

İspat 3.2. Kabul edelim ki $x = (x_k) \in \ell_\infty$ ve $x_k \to \ell\ (S_z^\lambda)$ olsun. $\sup\left|\frac{1}{2}(x_k + x_{k-1})\right| < \infty$ olduğundan her $k \in \mathbb{N}$ için $\left|\frac{1}{2}(x_k + x_{k-1})\right| < A$ olacak şekilde bir A sabiti vardır. O halde $\varepsilon > 0$ olmak üzere ,

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{\lambda_n}\sum_{k\in I_n}\left|\frac{1}{2}(x_k+x_{k-1})-\ell\right| \\
=\ & \frac{1}{\lambda_n}\sum_{\substack{k\in I_n \\ \left|\frac{1}{2}(x_k+x_{k-1})-\ell\right|\geq\varepsilon}}\left|\frac{1}{2}(x_k+x_{k-1})-\ell\right|+\frac{1}{\lambda_n}\sum_{\substack{k\in I_n \\ \left|\frac{1}{2}(x_k+x_{k-1})-\ell\right|<\varepsilon}}\left|\frac{1}{2}(x_k+x_{k-1})-\ell\right| \\
\leq\ & \frac{A}{\lambda_n}\left|\left\{k\in I_n:\left|\frac{1}{2}(x_k+x_{k-1})-\ell\right|\geq\varepsilon\right\}\right|+\frac{1}{\lambda_n}\sum_{k\in I_n}\varepsilon \\
=\ & \frac{A}{\lambda_n}\left|\left\{k\in I_n:\left|\frac{1}{2}(x_k+x_{k-1})-\ell\right|\geq\varepsilon\right\}\right|+\varepsilon
\end{aligned}
$$

elde edilir. $\varepsilon\to 0$ için bu son ifade de limit alırsak istenilen sonucu elde etmiş oluruz.

Sonuç 3.3. $\lambda=(\lambda_n)\in\Lambda$ olsun. O halde $\ell_\infty\cap S_z^\lambda=\ell_\infty\cap[V,\lambda]_z$ dır.

İspat 3.3. Teorem 3.1. ve Teorem 3.2. den ispatı açıkca görülür.

Teorem 3.4. $\lambda=(\lambda_n)\in\Lambda$ olsun. Eğer $\lim_n\inf\frac{\lambda_n}{n}>0$ ise $S_z\subset S_z^\lambda$dır.

İspat 3.4. $\varepsilon>0$ verilsin ,

$$
\left\{k\leq n:\left|\frac{1}{2}(x_k+x_{k-1})-\ell\right|\geq\varepsilon\right\}\supset\left\{k\in I_n:\left|\frac{1}{2}(x_k+x_{k-1})-\ell\right|\geq\varepsilon\right\}
$$

kapsamından dolayı

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{n}\left|\left\{k\leq n:\left|\frac{1}{2}(x_k+x_{k-1})-\ell\right|\geq\varepsilon\right\}\right| &\geq \frac{1}{n}\left|\left\{k\in I_n:\left|\frac{1}{2}(x_k+x_{k-1})-\ell\right|\geq\varepsilon\right\}\right| \\
&= \frac{\lambda_n}{n}\frac{1}{\lambda_n}\left|\left\{k\in I_n:\left|\frac{1}{2}(x_k+x_{k-1})-\ell\right|\geq\varepsilon\right\}\right|
\end{aligned}
$$

eşitsizliğini yazabiliriz. Böylece $n\to\infty$ için limitini alır ve $\lim_n\inf\frac{\lambda_n}{n}>0$ ı kullanarak , $x_k\to\ell(S_z)$ iken $x_k\to\ell(S_z^\lambda)$ yı elde etmiş oluruz. Dolayısıyla teorem ispatlanmış olur.

KAYNAKLAR

Boos, J. 2000 Classical and Modern Methods in Summability, Oxford University Press.

Connor, I.S. 1988 The statistical and strongly p-Cesaro convergence of sequences, Analysis, 47-63.

Esi, A. 2009 Strongly generalized difference $[V^{\lambda}, \Delta^{m}, p]-$summable sequence spaces defined by a sequence of moduli, Nihonkai Math., J. 99-108.

Esi, A. and Acikgoz, M. 2009 On some new sequence spaces via Orlicz function in a seminormed space, Numerical Analysis and Applied Mathematics, International conference, 178-184.

Fast, H. 1951 Sur la convergence statistique, Colloq. Math., 241-244.

Leinder, L. 1965 Über die Valle-Pousinche Summeirbarkeit Allegemeneiner Orthogonalreihen, Acta Math. Acad. Sci. Hung, 375-387.

Mursaleen, M. 2000 $\lambda-$Statistical convergence, Math.Slovaca, 139-150.

Rath, D. and Tripathy, B.C. 1994 On statistically convergent and statistically Cauchy sequences, Indian J.Pure Appl. Math., 381-386.

Salat, T. 1980 On statistically convergent sequences of real numbers, Math. Slovaca, 139-150.

Şengönül, M. 2007 On the Zweier space, Demonstrotio Mathematica, Vol:XL, No:1, 181-196.

Wilansky, A. 1984 Summability through Functional Analysis, North-Holland Mathematics Studies 85, Amsterdam-Newyork-Oxford.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı: Yelda Fadile KARABABA

Doğum Yeri: Adıyaman

Doğum Tarihi: 05/10/1986

Medeni Hali: Evli

Yabancı Dili: İngilizce

Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl):

Lise: Atatürk Lisesi

Lisans: İnönü Üniversitesi, Matematik Bölümü